

СПРАВОЧНИК ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

«ЭНЕРГИЯ»

СПРАВОЧНИК ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

В ТРЕХ ТОМАХ



СПРАВОЧНИК ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

ТОМ 1

Под общей редакцией
профессора, доктора технических наук
А. А. КУЛИКОВСКОГО



ИЗДАТЕЛЬСТВО • «ЭНЕРГИЯ» • МОСКВА • 1967

УДК 621.37/39(03

А. Ф. Богданов, В. В. Васин, В. Н. Дулин,
В. А. Ильин, Б. Х. Кривицкий, В. А. Кузнецов,
В. К. Лабутин, Ю. Б. Молочков, С. В. Перцов,
Б. М. Степанов, Л. П. Фирсов.

С74 **Справочник** по радиоэлектронике
в трех томах
Под общей ред. А. А. Куликовского. Том 1,
Энергия, 1967.
648 стр. с илл. в переплете. На обороте тит. л. составители: А. Ф. Богданов, В. В. Васин, В. Н. Дулин и др.

Излагаются материалы по теории связи, обнаружению и разрешению сигналов, распространению радиоволн и антенно-фидерным устройствам, а также рассматриваются электровакуумные и полупроводниковые приборы, усилительные устройства и элементы импульсной техники.

Приводятся необходимые сведения по математическому аппарату, используемому в справочнике.

Рассчитан на инженеров, работающих в различных областях радиоэлектроники, студентов специальных вузов, а также на специалистов других областей, работающих с радиоэлектронной аппаратурой.

3-4—3-5
263-67

2Ф2(083)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Выпуская «Справочник по радиоэлектронике» в трех томах, издательство «Энергия» ставило своей задачей дать краткое, но систематическое изложение основных теоретических и практических сведений по главным направлениям современной радиоэлектроники.

При составлении Справочника учитывались не только интересы радиоспециалистов, но также потребности тех многочисленных групп читателей, которые широко используют методы и приборы радиоэлектроники в различных отраслях техники и науки, не имея специальной подготовки по радиотехнике. Уровень изложения и математический аппарат рассчитаны на читателей, имеющих среднее и высшее техническое образование, однако разделы прикладного характера доступны более широкому кругу читателей.

Все разделы Справочника написаны аналогично соответствующим учебным курсам и последовательно развивают теоретические представления и методы их приложения к практике (без доказательств приводимых соотношений и формул). Применение расчетных соотношений поясняется числовыми примерами. В Справочник не включены сведения из каталогов относительно конкретных типов приборов и аппаратуры; такие сведения приводятся лишь в отдельных случаях для иллюстрации изложения.

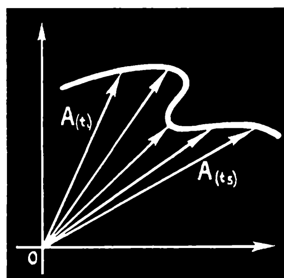
В подготовке Справочника принимал участие большой коллектив специалистов — ведущих работников научно-исследовательских институтов, промышленности, преподавателей вузов.

Материалы первого тома Справочника составили: доцент, канд. техн. наук А. Ф. Богданов — разделы 1, 2, 4, §§ 5-1—5-7, 5-13 и 5-14; доцент канд. техн. наук В. В. Васин §§ 3-1—3-3; доцент канд. техн. наук В. Н. Дулин — раздел 8; канд. техн. наук В. А. Ильин §§ 5-8—5-11; доцент канд. техн. наук Б. Х. Кривицкий §§ 11-1—11-6 и 11-10—11-13; доцент канд. техн. наук В. А. Кузнецов §§ 6-1—6-4, 6-6—6-9 и 7-1—7-8; канд. техн. наук В. К. Лабутин разделы 9 и 10; доцент канд. техн. наук Ю. Б. Молочков §§ 6-5 и 7-9; канд. техн. наук С. В. Перцов § 5-12; доцент канд. техн. наук Б. М. Степанов §§ 3-4 и 3-5; канд. техн. наук Л. П. Фирсов §§ 11-7—11-9.

Первое издание Справочника, естественно, не свободно от недостатков, вызванных очевидными трудностями отбора и сжатого изложения очень широкого круга вопросов, а также трудностями организации согласованной работы многочисленного коллектива авторов. Издательство с благодарностью примет все пожелания и критические замечания читателей, которые помогут улучшению последующих изданий. Эти пожелания и замечания просим направлять по адресу: Москва, Ж-114, Шлюзовая наб., 10, издательство «Энергия».

СОДЕРЖАНИЕ

1 тома



РАЗДЕЛ 1

МАТЕМАТИКА



СОДЕРЖАНИЕ

1-1. ЛОГАРИФМЫ. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

Логарифмы

Логарифмом называется показатель степени α, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить данное число N.

Операция логарифмирования записывается так

$$\alpha=\log_a N$$

$$a^\alpha=N.$$

Используя свойства логарифмов, такие действия над числами, как умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня, можно свести к более простым действиям — сложению, вычитанию, умножению и делению логарифмов этих чисел. Для этого сначала по таблицам логарифмов все оригиналы (числа N_i) заменяют их изображениями ($\log_a N_i$); затем, совершая необходимые действия над изображениями, получают изображение искомого результата и, наконец, с помощью таблиц осуществляют обратный переход от изображения к оригиналу искомого результата.

В зависимости от основания различают:

1) Десятичные логарифмы.
Основание: $a=10$.
Обозначение: $\alpha=\lg N$.

2) Натуральные (неперовы) логарифмы.
Основание: $a=e=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\approx$ $\approx 2{,}71828\ldots$
Обозначение: $\alpha=\ln N$.

3) Двоичные логарифмы.
Основание: $a=2$.
Обозначение: $\alpha=\log_2 N$.

Переход от логарифма при основании a к логарифму при основании b следует осуществлять по формуле

$$\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}=M\log_a N.$$

Множитель

$$M=\frac{1}{\log_a b}$$

называется модулем перевода.

Например, для перевода натуральных логарифмов в десятичные

$$M=\frac{1}{\ln 10}=0{,}43429.$$

Десятичные логарифмы являются целыми числами только для чисел N, являющихся целыми степенями десяти:

$$\lg 100=2;\ \lg 10=1;\ \lg 1=0;$$

$$\lg 0{,}1=-1;\ \lg 0{,}01=-2 \text{ и т. д.}$$

Логарифмы остальных чисел представляют собой десятичные дроби, целая часть которой называется характеристикой, а дробная — мантиссой. При умножении числа N на целые степени десяти мантиссы не меняются. Поэтому мантиссу логарифма числа N следует находить в специально издаваемых таблицах, не обращая внимания на положение запятой в этом числе. Характеристика логарифма при $N>1$ на единицу меньше числа цифр до запятой, а при $N<1$ характеристика отрицательна и по абсолютной величине на единицу больше числа нулей после запятой до первой значащей цифры (знак минус ставится обычно над характеристикой).

Например,

$$\lg 556=2{,}7451;\ \lg 0{,}013=\bar{2}{,}1139.$$

В случае необходимости десятичный логарифм с положительной мантиссой и отрицательной характеристикой легко перевести в форму полностью отрицательного числа. Для этого нужно позаимствовать отрицательную единицу у характеристики и прибавить ее к положительной мантиссе:

$$\lg 0{,}013=\bar{2}{,}1139=-2+0{,}1139=$$
$$=-1+(-1+0{,}1139)=-1-$$
$$-0{,}8861=-1{,}8861.$$

Нахождение числа N по его десятичному логарифму называется потенцированием. Оно осуществляется по таблице антилогарифмов.

Цифры искомого числа N определяются по мантиссе, а характеристика определяет положение запятой в числе N.

Например, если задан отрицательный логарифм

$$\lg N = -0{,}155,$$

то сначала нужно определить характеристику и мантиссу:

$$\lg N = -1 + (1 - 0{,}155) = \bar{1}{,}845.$$

Далее по мантиссе $m=0{,}845$ находим в таблице антилогарифмов цифры 6998. Характеристика $\bar{1}$ свидетельствует о том, что после запятой нулей нет:

$$N = 0{,}6998.$$

Пример. Требуется вычислить

$$N = \sqrt[3]{\frac{0{,}015 \cdot 7^4}{79}}.$$

По таблице логарифмов находим изображения всех чисел:

$$\lg 0{,}015 = \bar{2}{,}1761; \ \lg 7 = 0{,}8451;$$

$$\lg 79 = 1{,}8976; \ \lg 7^4 = 4 \lg 7 = 4 \cdot 0{,}8451 = 3{,}3804.$$

Логарифм числителя подкоренного выражения

$$\bar{2}{,}1761 + 3{,}3804 = 1{,}5565.$$

Логарифм подкоренного выражения

$$1{,}5565 - 1{,}8976 = -0{,}3411.$$

Следовательно, изображение искомого результата

$$\lg N = \frac{1}{3}(-0{,}3411) = -0{,}1137 = \bar{1}{,}8863.$$

По таблице антилогарифмов находим оригинал искомого результата:

$$N = 0{,}7696.$$

Назначение и устройство логарифмической линейки

Логарифмическая счетная линейка служит для быстрого выполнения таких математических действий, как умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня, тригонометрические вычисления и др.

Устройство линейки (рис. 1-1) таково, что выполнение указанных математических

Рис. 1-1. Устройство логарифмической линейки.
а — линейка; *б* — движок; *в* — визир; *г* — шкалы; *д* — визирная линия.

действий сводится к установке и чтению чисел на шкалах линейки с помощью визира (визирной линии), а также к сложению или вычитанию отрезков шкал, представляющих эти числа. Часть шкал нанесена на движке, который способен перемещаться в пазах линейки.

Линейка имеет следующие шкалы (рис. 1-2). Шкала чисел (*а*) выполнена в логарифмическом масштабе (на шкале отложены мантиссы десятичных логарифмов чисел *А*, а полученным точкам сопоставлены сами числа *А*). Аналогичная шкала (*а'*) имеется на движке. Шкала квадратов (*б*) выполнена в масштабе, в 2 раза более мелком, чем шкала чисел, т. е. если деления шкалы чисел пропорциональны $\lg A$, то деления шкалы квадратов чисел пропорциональны $2\lg A = \lg A^2$. Аналогичная шкала (*б'*) имеется на движке. Шкала кубов чисел (*в*) выполнена в масштабе, в 3 раза более мелком, чем шкала чисел, т. е. деления шкалы кубов чисел пропорциональны $3\lg A = \lg A^3$. Шкала мантисс (*г*) является равномерной шкалой. На движке имеется обратная шкала (*д*), которая аналогична шкале чисел, но имеет обратный порядок следования делений (т. е. является шкалой чисел, расположенных справа налево).

На обратной стороне движка имеется шкала синусов (Sin), шкала тангенсов (Tg) и общая шкала синусов и тангенсов малых углов (*S*, *T*). Эти три шкалы построены следующим образом: на них, так же как и на шкале чисел, отложены отрезки, пропорциональные логарифмам чисел *А*, заключенных в пределах от 0,01 до 0,1 (шкала *S*, *T*) и от 0,1 до 1 (шкала Sin и шкала Tg), а получающиеся при этом деления сопоставлены не с числами *А*, а с углами, синусы и тангенсы которых равны этим значениям *А*. В пределах точности линейки значения синуса и тангенса для углов, меньших 5°44′, совпадают; поэтому шкала *S*, *T* служит для отыскания синусов и тангенсов для углов, заключенных между 0°35′ и 5°44′.

Общие правила работы с линейкой

Установка числа на шкалах линейки осуществляется визирной линией, начальной или конечной точками шкал движка, не обращая внимания на запятые и на нули в конце числа.

При чтении числа необходимо знать его порядок, который определяет положение запятой. Для $A \geqslant 1$ порядком называют число цифр до запятой. Для $A < 1$ порядком называют число нулей между запятой и первой значащей цифрой, причем считают его отрицательным.

Если результат не может быть прочитан, так как выходит за предел шкалы, нужно осуществить переброску движка. Для этого визирная линия устанавливается против той конечной точки движка, которая находится в пределах шкалы, и после этого движок устанавливается так, чтобы против визирной линии оказалась другая конечная точка той же шкалы движка. Переброска движка не меняет результата вычислений.

5. При вычислениях на линейке используются лишь три (а для чисел, начинающихся с единицы, — четыре) первые значащие цифры. Это значит, что погрешность вычислений на линейке составляет 0,1—1%.

Умножение. Для того чтобы умножить число *А* на число *В*, необходимо совместить начало (или конец) шкалы чисел движка с числом *А* на шкале чисел линейки. Произведение *АВ* следует прочитать на шкале чисел линейки против числа *В* на шкале чисел движка (рис. 1-3). Порядок произведения

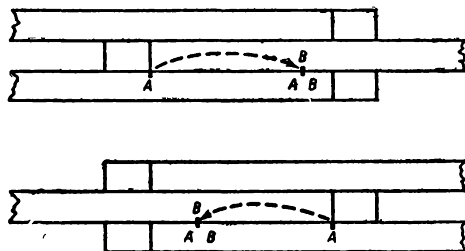


Рис. 1-3. Умножение.

равен сумме порядков сомножителей, если движок выдвинут влево, и на единицу меньше этой суммы, если движок выдвинут вправо.

Деление. Для того чтобы разделить число *А* на число *В*, необходимо совместить число *А*, установленное на шкале чисел линейки, с числом *В*, установленным на шкале чисел движка. Частное *А*/*В* следует прочитать на шкале чисел линейки против начала (или конца) шкалы чисел движка (рис. 1-4). Порядок частного равен разности порядков делимого и делителя, если

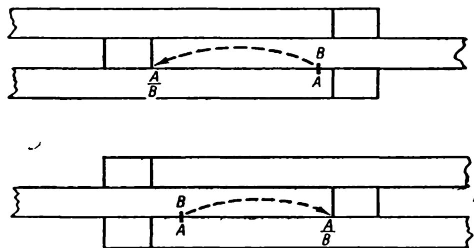


Рис. 1-4. Деление.

движок выдвинут влево, и на единицу больше этой разности, если движок выдвинут вправо.

Возведение в квадрат. Квадрат числа *А* можно прочитать на шкале квадратов

линейки против числа A, установленного на шкале чисел линейки (рис. 1-5). Порядок квадрата равен удвоенному порядку числа A, если результат (A^2) находится в правой половине шкалы квадратов, и на единицу меньше, если результат находится в левой половине шкалы квадратов.

Извлечение квадратного корня. Квадратный корень из числа A можно прочитать на шкале чисел линейки против числа A, установленного на шкале квадратов линейки (рис. 1-6). Чтобы знать, в которой из

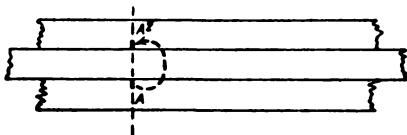


Рис. 1-5. Возведение в квадрат.

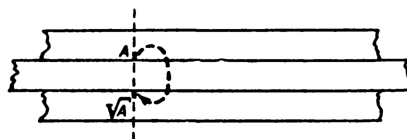


Рис. 1-6. Извлечение квадратного корня.

двух половин шкалы квадратов устанавливать число A, необходимо разделить число A на группы по две цифры в каждой группе влево от запятой (при $A>1$) или вправо от запятой (при $A<1$). Если крайняя левая группа (при $A>1$) или первая после запятой отличная от нуля группа (при $A<1$) представляет собой число, меньшее чем 10, то число A устанавливается в левой части шкалы квадратов, в противном случае — в правой. Например, число $A = 0{,}001 = 0{,}00\,10$ при извлечении из него квадратного корня нужно устанавливать в правой части шкалы квадратов. Порядок корня положителен при $A>1$ и равен числу всех групп влево от запятой или отрицателен при $A<1$ и равен числу нулевых групп вправо от запятой.

Возведение в куб. Куб числа A можно прочитать на шкале кубов против числа A, установленного на шкале чисел линейки (рис. 1-7). Порядок куба равен утроенному порядку числа A, если результат (A^3) находится в правой части шкалы кубов, он на единицу меньше утроенного порядка числа A, если результат находится в средней части шкалы кубов, и на две единицы меньше, если результат находится в левой части шкалы кубов.

Извлечение кубического корня. Кубический корень из числа A можно прочитать на шкале чисел линейки против числа A, установленного на шкале кубов (рис. 1-8). Чтобы знать, в которой из трех частей шкалы кубов устанавливать число A, необходимо разделить число A на группы по три цифры в каждой группе влево от запятой (при $A>1$) или вправо от запятой (при $A<1$). Если крайняя левая группа (при $A>1$) или первая после запятой отличная от нуля группа (при $A<1$) представляет собой число, меньшее чем 10, то число A устанавливается в левой части шкалы кубов, если указанная группа представляет собой число, которое равно или более 10, но менее 100, то число A устанавливается в средней части шкалы кубов, и, наконец, если указанная группа представляет собой число, большее или равное 100, то число A устанавливается в правой части шкалы кубов.

Например, число $A = 0{,}0001 = 0{,}|000|\,100$ при извлечении из него кубического корня нужно устанавливать в правой части шкалы кубов. Порядок кубического корня положителен при $A>1$ и равен числу всех групп влево от запятой или отрицателен при $A<1$ и равен числу нулевых групп вправо от запятой.

Использование обратной шкалы. При умножении с использованием обратной шкалы нужно действия умножения заменить на действия деления и, наоборот, при делении с помощью обратной шкалы нужно действия деления заменить на действия умножения. Иногда такая замена может принести ощутимый выигрыш во времени и точности вычислений, так как позволяет сократить число передвижений движка. Например, перемножение трех чисел $A \cdot B \cdot C$ иногда удается осуществить при одном положении движка, если при первом умножении

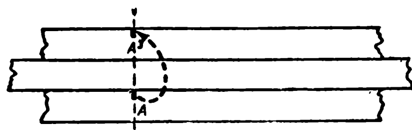


Рис. 1-7. Возведение в куб.

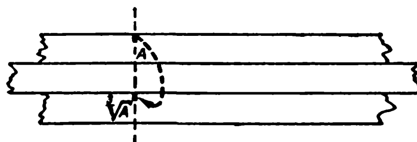


Рис. 1-8. Извлечение кубического корня.

использовать обратную шкалу, а при втором — прямую шкалу чисел движка.

Нахождение логарифма. Мантиссу логарифма числа A можно прочесть на шкале мантисс против числа A, установленного на шкале чисел линейки (рис. 1-9).

Тригонометрические вычисления. Для нахождения значений тригонометрических величин и для осуществления действий с этими величинами нужно запомнить, что шкалы на обратной стороне движка, по сути дела, повторяют шкалу чисел передней стороны движка с той лишь разницей, что против делений этих шкал отмечены не чис-

ла A, а величины углов α, синусы и тангенсы которых равны этим числам ($\operatorname{tg}\alpha=A$, $\sin\alpha=A$).

Таким образом, если вдвинуть движок обратной стороной кверху и совместить начала всех шкал движка и линейки, то углы,

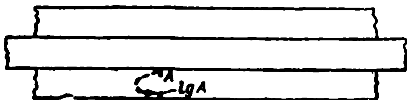


Рис. 1-9. Нахождение логарифма чисел.

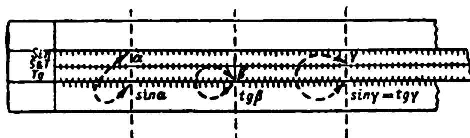


Рис. 1-10. Нахождение тригонометрических величин по углам и углов по тригонометрическим величинам.

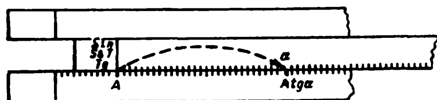


Рис. 1-11. Умножение числа на тригонометрическую величину.

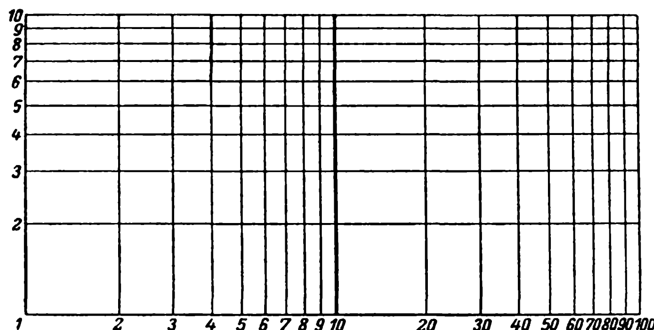


Рис. 1-12. Координатная сетка логарифмического масштаба.

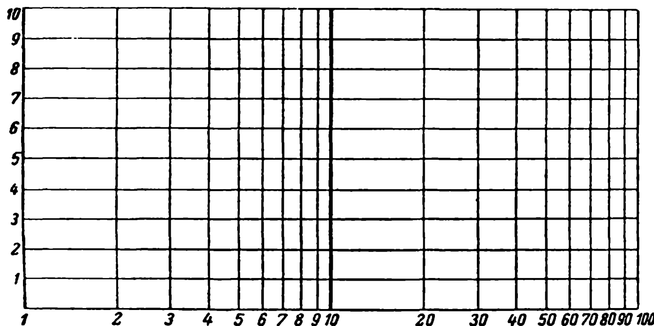


Рис. 1-13. Координатная сетка полулогарифмического масштаба.

отмеченные на всех трех шкалах движка, окажутся установленными против соответствующих им значений синусов и тангенсов, которые можно прочитать на шкале чисел линейки (рис. 1-10). Нужно лишь помнить, что на шкале Sin и шкале Tg указаны углы, синусы и тангенсы которых заключены в пределах 0,1—1, а на общей шкале S, T — углы, синусы и тангенсы которых равны и заключены в пределах 0,01—0,1. Если заданы значения синусов и тангенсов в этих пределах, то, установив их на шкале чисел линейки, можно прочитать углы α на соответствующих шкалах движка (рис. 1-10). Для значений $\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha<0{,}01$ (т. е. для $\alpha<34{,}38'$) синусы и тангенсы равны величине угла, выраженной в радианах, и нужно пользоваться соотношением

$$\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha=\alpha,\ \textit{рад}.$$

То обстоятельство, что шкалы обратной стороны движка повторяют шкалу чисел передней стороны движка (лишь в других обозначениях), позволяет использовать эти шкалы при умножении (делении), если один из сомножителей (или делитель) является тригонометрической величиной (рис. 1-11). При этом правила умножения и деления полностью сохраняются; нужно лишь помнить, что порядок чисел шкалы Tg и шкалы Sin равен нулю, а порядок чисел шкалы S, T равен минус единице.

Если при длительных вычислениях на линейке тригонометрическая величина встречается лишь 1 раз, то не имеет смысла из-за нее вынимать движок и перевертывать его обратной стороной кверху. Лучше перевернуть всю линейку и воспользоваться вырезами на ее концах, в которых видны шкалы Sin, Tg и S, T. При этом нужно иметь в виду, что штрихи вырезов нанесены против конца и начала шкалы чисел линейки. Поэтому синус (или $\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha$) угла, отмеченного штрихом выреза на шкале Sin (или S, T), равен числу на шкале чисел движка против конца шкалы чисел линейки. Аналогично тангенс угла, отмеченного штрихом выреза на шкале Tg, равен числу на шкале чисел движка против начала шкалы чисел линейки.

Логарифмический масштаб

Построение графиков и пользование ими становятся затруднительными, если величины, откладываемые вдоль координатных осей,

изменяются в очень больших пределах. В этом случае используется логарифмический масштаб, позволяющий значительно расширить пределы изменения функций, наносимых на график, без увеличения размеров чертежа. Для этого вдоль координатных осей откладывают вместо значений функций десятичные логарифмы этих значений, а полученным точкам присваивают названия откладываемых значений. В результате применения логарифмического масштаба по одной из координатных осей кривизна графиков уменьшается, а зависимости, близкие к показательной функции, приближаются к прямым линиям.

Практическое построение координатной сетки логарифмического масштаба (рис. 1-12) осуществляют следующим образом. Одну или обе координатные оси разбивают на равные отрезки, каждый из которых соответствует увеличению в 10 раз. После этого каждый отрезок делят на девять неравных частей, откладывая от левого (или нижнего) конца отрезка 0,3; 0,47; 0,6; 0,7; 0,78; 0,85; 0,9 и 0,95 его длины. Полученным точкам деления присваивают названия десятых долей отрезка.

Если по одной оси координат принят логарифмический масштаб, а по другой — обычный (линейный), то такую координатную сетку называют полулогарифмической (рис. 1-13).

Неперы и децибелы

В различных приложениях радиоэлектроники часто приходится иметь дело с относительными величинами (коэффициент усиления или ослабления, превышение сигнала над помехой, уровни передачи, отсчитываемые от некоторого исходного уровня, и т. д.). На практике оказалось удобным вместо отношений мощностей, напряжений и токов оперировать с логарифмами этих отношений.

Если используются натуральные логарифмы, то отношения напряжений и токов выражают в неперах по формулам:

$$\nu_u = \ln\frac{U}{U_0}\ , \textit{неп};\quad \nu_i = \ln\frac{I}{I_0}\ , \textit{неп},$$

а отношение мощностей — по формуле

$$\nu_p = \frac{1}{2}\ln\frac{P}{P_0}\ , \textit{неп}.$$

Эти числа называются относительными уровнями в неперах по напряжению (ν_u), по току (ν_i) и по мощности (ν_p). Зная величины U_0, I_0, и P_0 в начале цепи (исходные уровни) и относительные уровни в какой-либо точке цепи, легко определить для этой точки:

$$U = U_0 e^{\nu_u};\ I = I_0 e^{\nu_i} \text{ и } P = P_0^{2\nu_p}.$$

При использовании десятичных логарифмов отношения мощностей выражают в белах:

$$\beta_p = \lg\frac{P}{P_0}\ , \textit{бел},$$

но чаще используют в 10 раз меньшую единицу, называемую децибелом (*дб*):

$$\delta_p = 10\lg\frac{P}{P_0}\ , \textit{дб}.$$

Для напряжения и тока при этом получается:

$$\delta_u = 20\lg\frac{U}{U_0}\ , \textit{дб};\ \delta_i = 20\lg\frac{I}{I_0}\ , \textit{дб}.$$

Для расчета напряжений, токов или мощностей в какой-либо точке цепи по известным их значениям в начале цепи (исходные уровни P_0, U_0 или I_0) и известным относительным уровням в децибелах следует пользоваться формулами:

$$P = P_0\cdot 10^{\frac{\delta_p}{10}};\ U = U_0\cdot 10^{\frac{\delta_u}{20}};\ I = I_0\cdot 10^{\frac{\delta_i}{20}}.$$

Непер и децибел следующим образом связаны друг с другом:

1 *неп* = 8,686 *дб*;

1 *дб* = 0,115 *неп*.

Таблица 1-1

Таблица уровней в децибелах

дб	Отношение мощностей	Отношение напряжений или токов	*дб*	Отношение мощностей	Отношение напряжений или токов
0,1	1,02	1,01	6	3,96	1,99
0,2	1,05	1,02	6,5	4,47	2,11
0,3	1,07	1,03	7	5,01	2,24
0,4	1,10	1,05	7,5	5,62	2,37
0,5	1,12	1,06	8	6,31	2,51
0,6	1,15	1,07	8,5	7,08	2,66
0,7	1,17	1,08	9	7,94	2,82
0,8	1,20	1,10	9,5	8,91	2,98
0,9	1,23	1,11	10	10	3,16
1	1,26	1,12	11	12,6	3,55
1,1	1,29	1,13	12	15,8	3,98
1,2	1,32	1,15	13	19,9	4,47
1,3	1,35	1,16	14	25,1	5,01
1,4	1,38	1,17	15	31,6	5,62
1,5	1,41	1,19	16	39,8	6,31
1,6	1,44	1,20	17	50,1	7,08
1,7	1,48	1,22	18	63,1	7,94
1,8	1,51	1,23	19	79,4	8,91
1,9	1,55	1,24	20	100	10
2	1,58	1,26	25	$3,16\cdot 10^2$	17,7
2,2	1,66	1,29	30	10^3	31,6
2,4	1,74	1,32	35	$3,16\cdot 10^3$	56,2
2,6	1,82	1,35	40	10^4	100
2,8	1,91	1,38	45	$3,16\cdot 10^4$	177,8
3	1,99	1,41	50	10^5	316
3,2	2,09	1,44	60	10^6	10^3
3,4	2,19	1,48	70	10^7	$3,16\cdot 10^3$
3,6	2,29	1,51	80	10^8	10^4
3,8	2,40	1,55	90	10^9	$3,16\cdot 10^4$
4	2,51	1,58	100	10^{10}	10^5
4,2	2,63	1,62	110	10^{11}	$3,16\cdot 10^5$
4,4	2,75	1,66	120	10^{12}	10^6
4,6	2,88	1,70	130	10^{13}	$3,16\cdot 10^6$
4,8	3,02	1,74	140	10^{14}	10^7
5	3,16	1,78	150	10^{15}	$3,16\cdot 10^7$
5,5	3,55	1,88	160	10^{16}	10^8

Иногда, говоря о мощности в какой-либо точке цепи или пространства, сравнивают ее не с мощностью в другой точке, а с вполне определенным и заранее обусловленным значением мощности, например с $P_0=1$ *вт* или с $P_0=1$ *мва*. При этом получается абсолютный уровень мощности в неперах

$$\nu_{ap} = \frac{1}{2}\ln\frac{P\,(мва)}{1\,(мва)}, \; неп$$

или децибелах

$$\delta_{ap} = 10\lg\frac{P\,(мва)}{1\,(мва)}, \; дб.$$

Мощность в данной точке легко может быть определена по известному абсолютному уровню:

$$P = e^{2\nu_{ap}}, \; мва;$$

$$P = 10^{\frac{\nu_{ap}}{10}}, \; мва.$$

Таблица 1-1 позволяет осуществлять переход от значения в децибелах к отношениям мощностей, токов или напряжений В таблице указаны уровни в децибелах для отношений:

$$\frac{P}{P_0} > 1; \frac{U}{U_0} > 1 \text{ и } \frac{I}{I_0} > 1.$$

Отношения мощностей, напряжений и токов, обратные тем, которые указаны во второй и третьей колонках таблицы, имеют те же самые числовые выражения в децибелах, но с отрицательным знаком. Например, — 80 *дб* соответствует отношению напряжений или токов, равному 10^{-4}.

1-2. ТРИГОНОМЕТРИЯ

Углы

Практической единицей измерения углов является градус — центральный угол, опирающийся на 1/360 часть окружности.

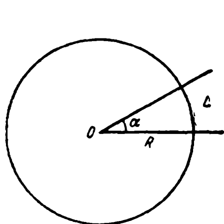


Рис. 1-14. К измерению угла.

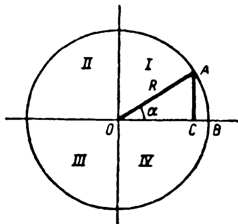


Рис 1-15. К определению тригонометрических функций угла.

В теории за меру центрального угла принимают отношение длины дуги L, на которую опирается угол (рис. 1-14), к радиусу окружности R:

$$\alpha = \frac{L}{R}.$$

При этом способе единицей измерения является радиан — центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности ($L=R$).

Переход от выражения угла в градусах к радианам и обратно осуществляется по формулам:

$$\alpha^\circ = \frac{180}{\pi}\alpha\,(рад);$$

$$\alpha\,(рад) = \frac{\pi}{180}\alpha^\circ.$$

Тригонометрические функции угла

Если α — угол между двумя радиусами OA и OB (рис. 1-15), то синус этого угла

$$\sin\alpha = \frac{AC}{R},$$

а косинус этого угла

$$\cos\alpha = \frac{OC}{R}.$$

При этом отрезки AC и OC считаются отрицательными, если они расположены ниже горизонтального и левее вертикального диаметров. В соответствии с этим синус отрицателен в III и IV четвертях круга, а косинус — во II и III четвертях. При изменениях α синус и косинус периодически изменяются в пределах от —1 до +1 (рис. 1-16).

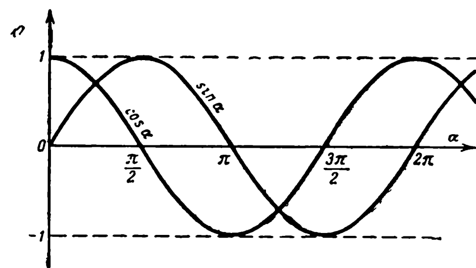


Рис. 1-16. Синусоида и косинусоида.

Остальные тригонометрические функции угла просто выражаются через синус и косинус:

тангенс

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AC}{OC} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$$

котангенс

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{OC}{AC} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha};$$

секанс

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha};$$

косеканс

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}.$$

При изменениях угла α тангенс и котангенс периодически изменяются в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, а секанс и косеканс — в пределах от $-\infty$ до -1 и от $+1$ до $+\infty$.

Тригонометрические функции угла связаны следующими соотношениями:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$

$$\operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha = 1;$$

$$\sec^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha = 1;$$

$$\operatorname{cosec}^2\alpha - \operatorname{ctg}^2\alpha = 1.$$

Значения тригонометрических функций приведены в табл. 1-2.

Таблица 1-2

Тригонометрические функции

Синус и косинус

Угол	sin	cos		Угол	sin	cos	
0°0′	0,000	0,000	90°0′	23,0′	0,391	0,921	67°0′
1°0′	0,017	1,000	89°0′	24,0′	0,407	0,914	66°0′
2°0′	0,035	0,999	88°0′	25,0′	0,423	0,906	65°0′
3°0′	0,052	0,999	87°0′	26,0′	0,438	0,899	64°0′
4°0′	0,070	0,998	86°0′	27,0′	0,454	0,891	63°0′
5°0′	0,087	0,996	85°0′	28,0′	0,469	0,883	62°0′
6°0′	0,105	0,995	84°0′	29,0′	0,485	0,875	61°0′
7°0′	0,122	0,993	83°0′	30,0′	0,500	0,866	60°0′
8°0′	0,139	0,990	82°0′	31,0′	0,515	0,857	59°0′
9°0′	0,156	0,988	81°0′	32,0′	0,530	0,848	58°0′
10°0′	0,174	0,985	80°0′	33,0′	0,545	0,839	57°0′
11°0′	0,191	0,982	79°0′	34,0′	0,559	0,829	56°0′
12°0′	0,208	0,978	78°0′	35,0′	0,574	0,819	55°0′
13°0′	0,225	0,974	77°0′	36°0′	0,588	0,809	54°0′
14°0′	0,242	0,970	76°0′	37°0′	0,602	0,799	53°0′
15°0′	0,259	0,966	75°0′	38°0′	0,616	0,788	52°0′
16°0′	0,276	0,961	74°0′	39°0′	0,629	0,777	51°0′
17°0′	0,292	0,956	73°0′	40°0′	0,643	0,766	50°0′
18°0′	0,309	0,951	72°0′	41°0′	0,656	0,755	49°0′
19°0′	0,326	0,946	71°0′	42°0′	0,669	0,743	48°0′
20°0′	0,342	0,940	70°0′	43°0′	0,682	0,731	47°0′
21°0′	0,358	0,934	69°0′	44°0′	0,695	0,719	46°0′
22°0′	0,375	0,927	68°0′	45°0′	0,707	0,707	45°0′
	cos	sin	Угол		cos	sin	Угол

Тангенс и котангенс

Угол	tg	ctg		Угол	tg	ctg	
0°0′	0,000	∞	90°0′	23°0′	0,424	2,356	67°0′
1°0′	0,017	57,29	89°0′	24°0′	0,445	2,246	66°0′
2°0′	0,035	28,64	88°0′	25°0′	0,466	2,145	65°0′
3°0′	0,052	19,08	87°0′	26°0′	0,488	2,050	64°0′
4°0′	0,070	14,30	86°0′	27°0′	0,510	1,963	63°0′
5°0′	0,087	11,43	85°0′	28°0′	0,532	1,881	62°0′
6°0′	0,105	9,514	84°0′	29°0′	0,554	1,804	61°0′
7°0′	0,123	8,144	83°0′	30°0′	0,577	1,732	60°0′
8°0′	0,141	7,115	82°0′	31°0′	0,601	1,664	59°0′
9°0′	0,158	6,314	81°0′	32°0′	0,625	1,600	58°0′
10°0′	0,176	5,671	80°0′	33°0′	0,649	1,540	57°0′
11°0′	0,194	5,145	79°0′	34°0′	0,675	1,483	56°0′
12°0′	0,213	4,705	78°0′	35°0′	0,700	1,428	55°0′
13°0′	0,231	4,331	77°0′	36°0′	0,727	1,376	54°0′
14°0′	0,249	4,011	76°0′	37°0′	0,754	1,327	53°0′
15°0′	0,268	3,732	75°0′	38°0′	0,781	1,280	52°0′
16°0′	0,287	3,487	74°0′	39°0′	0,810	1,235	51°0′
17°0′	0,306	3,271	73°0′	40°0′	0,839	1,192	50°0′
18°0′	0,325	3,078	72°0′	41°0′	0,869	1,150	49°0′
19°0′	0,344	2,904	71°0′	42°0′	0,900	1,111	48°0′
20°0′	0,364	2,747	70°0′	43°0′	0,933	1,072	47°0′
21°0′	0,384	2,605	69°0′	44°0′	0,966	1,036	46°0′
22°0′	0,404	2,475	68°0′	45°0′	1,000	1,000	45°0′
	ctg	tg	Угол		ctg	tg	Угол

Тригонометрические функции суммы и разности углов:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$

Тригонометрические функции двойного и половинного угла:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}.$$

Сумма и разность тригонометрических функций:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$$

Соотношения в прямоугольном треугольнике (рис. 1-17):

$$c = \sqrt{a^2+b^2};\quad \operatorname{tg}A = \frac{a}{b};$$

$$b = c\cos A;\quad a = c\sin \overline{A}.$$

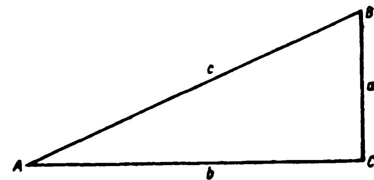


Рис. 1-17. К соотношениям в прямоугольном треугольнике.

Соотношения в косоугольном треугольнике (рис. 1-18):

$$A + B + C = 180^\circ \text{ (или } \pi \text{ радиан).}$$

Теорема синусов:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

Теорема косинусов:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.$$

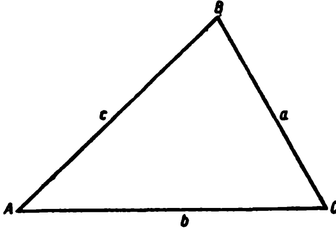


Рис. 1-18. К соотношениям в косоугольном треугольнике.

Площадь треугольника

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=$$

$$=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где полупериметр

$$p=\frac{1}{2}(a+b+c).$$

Синусоидальные величины

При описании широкого класса периодических процессов (переменный электрический ток, гармонические колебания в радио-

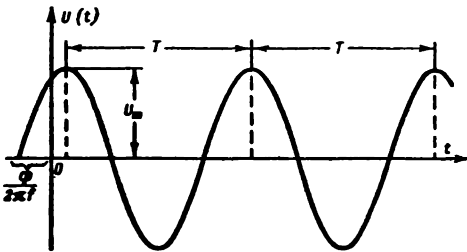


Рис. 1-19. Синусоидальная функция времени.

технике и механике, электромагнитные волны и др.) используются функции, синусоидально зависящие от времени,

$$u=U_m\sin(2\pi ft+\varphi),$$

где f и φ — величины постоянные.

Графическим изображением подобных процессов является синусоида (рис. 1-19), значения которой повторяются с частотой f (или периодом $T=1/f$), изменяясь в пределах от $-U_m$ до $+U_m$. Величина U_m, характеризующая размах колебания, называется амплитудой колебания. Состояние колебаний в данный момент времени t называется фазой колебания

$$\psi=2\pi ft+\varphi.$$

Второй член (φ) этого выражения характеризует состояние колебания при $t=0$ и поэтому называется начальной фазой.

Частота колебания f измеряется в герцах (один герц равен одному периоду в секунду) и иногда называется циклической частотой в отличие от круговой (угловой) частоты

$$\omega=2\pi f.$$

Круговая частота представляет собой скорость изменения фазы колебания

$$\omega=\frac{d\psi}{dt}$$

и измеряется в радианах в секунду (*рад/сек*).

Другим способом графического представления синусоидальной величины

$$u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$$

является изображение ее в виде радиуса-вектора, который имеет длину U_m и вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω (рис. 1-20). Мгновенное значение u синусоидальной величины в этом случае легко найти как проекцию вектора на вертикальную ось. Иногда удобнее представ-

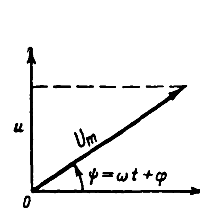


Рис. 1-20. Векторное представление синусоидальной величины.

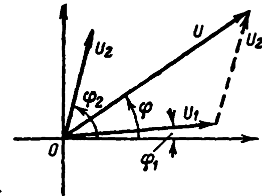


Рис. 1-21. Сложение двух синусоидальных величин.

лять вектор, изображающий синусоидальную величину, неподвижным, а координатную систему — вращающейся по часовой стрелке с угловой скоростью ω.

Суммирование нескольких синусоидальных величин одной и той же частоты приводит к синусоидальной величине той же частоты. Векторное изображение слагаемых синусоидальных величин позволяет легко найти амплитуду и фазу результирующего колебания. Для этого все векторы, входящие в сумму, нужно сложить, совместив конец одного с началом другого и проведя результирующий вектор из начала первого члена суммы в конец последнего. Например, в случае сложения двух синусоидальных величин (рис. 1-21)

$$U_1\sin(\omega t+\varphi_1)+U_2\sin(\omega t+\varphi_2)=$$

$$=U\sin(\omega t+\varphi),$$

где по теореме косинусов

$$U=\sqrt{U_1^2+U_2^2+2U_1U_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$$

и

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{U_1\sin\varphi_1+U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1+U_2\cos\varphi_2}.$$

Построения, подобные приведенному на рис. 1-21, называются векторными диаграммами. Подробнее о векторных диаграммах см. § 4—6.

Обратные тригонометрические функции

Если за прямое действие считать нахождение тригонометрической функции по известному аргументу α

$$x=\sin\alpha,$$

то обратным действием будет нахождение аргумента α по известному значению x тригонометрической функции

$$\alpha=\arcsin x.$$

При этом α имеет бесчисленное множество значений при одном и том же x, т. е. обратные тригонометрические функции неоднозначны.

Для практических целей используют лишь главные значения этих функций, лежащие в следующих пределах:
для арксинуса

$$\alpha=\arcsin x \quad -\frac{\pi}{2}\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2};$$

для арккосинуса

$$\alpha=\arccos x \quad 0\leqslant\alpha\leqslant\pi;$$

для арктангенса

$$\alpha=\operatorname{arctg} x \quad -\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2};$$

для арккотангенса

$$\alpha=\operatorname{arcctg} x \quad 0<\alpha<\pi.$$

Гиперболические функции

Для данного аргумента x гиперболическим синусом называется

$$\operatorname{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2},$$

а гиперболическим косинусом

$$\operatorname{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}.$$

Остальные гиперболические функции просто выражаются через гиперболические синус и косинус:
гиперболический тангенс

$$\operatorname{th}x=\frac{\operatorname{sh}x}{\operatorname{ch}x};$$

гиперболический котангенс

$$\operatorname{cth}x=\frac{\operatorname{ch}x}{\operatorname{sh}x};$$

гиперболический секанс

$$\operatorname{sch}x=\frac{1}{\operatorname{ch}x};$$

гиперболический косеканс

$$\operatorname{csch}x=\frac{1}{\operatorname{sh}x}.$$

При изменении аргумента от $-\infty$ до $+\infty$ гиперболический синус изменяется в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, гиперболический косинус — от $+\infty$ до 1 и от 1 до $+\infty$ (цепная линия), гиперболический тангенс — от -1 до $+1$ (рис. 1-22), гиперболический котангенс — от -1 до $-\infty$ и от $+1$ до $+\infty$, гиперболический секанс — от 0 до 1 и гиперболический косеканс — от $-\infty$ до $+\infty$.

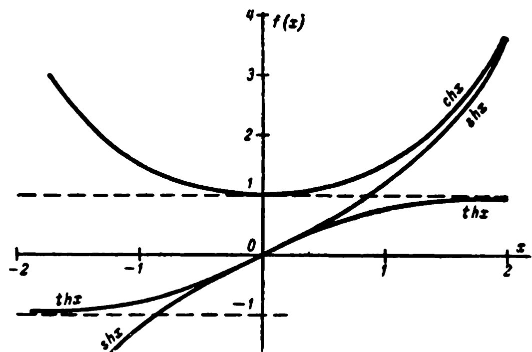


Рис. 1-22. Гиперболические функции.

Значения гиперболических функций приведены в табл. 1-3.

Гиперболические функции одного аргумента x связаны следующими соотношениями:

$$\operatorname{ch}^2x-\operatorname{sh}^2x=1;$$
$$\operatorname{th}x\operatorname{cth}x=1;$$
$$\operatorname{sch}^2x+\operatorname{th}^2x=1;$$
$$\operatorname{cth}^2x-\operatorname{csch}^2x=1.$$

Гиперболические функции суммы и разности аргументов:

$$\operatorname{sh}(x+y)=\operatorname{sh}x\operatorname{ch}y+\operatorname{ch}x\operatorname{sh}y;$$
$$\operatorname{sh}(x-y)=\operatorname{sh}x\operatorname{ch}y-\operatorname{ch}x\operatorname{sh}y;$$
$$\operatorname{ch}(x+y)=\operatorname{ch}x\operatorname{ch}y+\operatorname{sh}x\operatorname{sh}y;$$
$$\operatorname{ch}(x-y)=\operatorname{ch}x\operatorname{ch}y-\operatorname{sh}x\operatorname{sh}y.$$

Гиперболические функции двойного и половинного аргумента:

$$\operatorname{sh}2x=2\operatorname{sh}x\operatorname{ch}x;$$
$$\operatorname{ch}2x=\operatorname{ch}^2x+\operatorname{sh}^2x;$$

Таблица 1-3

Показательные и гиперболические функции

x	e^x	e^{-x}	sh x	ch x	th x	x	e^x	e^{-x}	sh x	ch x	th x
0	1,000	1,000	0,000	1,000	0,000	3	20,09	0,0498	10,02	10,07	
0,1	1,105	0,905	0,100	1,005	0,100	3,1	22,20	0,0450	11,08	11,12	
0,2	1,221	0,819	0,201	1,020	0,197	3,2	24,53	0,0408	12,25	12,29	
0,3	1,350	0,741	0,305	1,045	0,291	3,3	27,11	0,0369	13,54	13,57	
0,4	1,492	0,670	0,411	1,081	0,380	3,4	29,96	0,0334	14,97	15,00	
0,5	1,649	0,607	0,521	1,128	0,462	3,5	33,12	0,0302	16,54	16,57	
0,6	1,822	0,549	0,637	1,185	0,537	3,6	36,60	0,0273	18,22	18,31	
0,7	2,014	0,497	0,759	1,255	0,604	3,7	40,45	0,0247	20,21	20,24	
0,8	2,226	0,449	0,888	1,337	0,664	3,8	44,70	0,0224	22,34	22,36	
0,9	2,460	0,407	1,027	1,433	0,716	3,9	49,40	0,0202	24,69	24,71	
1	2,718	0,368	1,175	1,543	0,762	4	54,60	0,0183	27,29	27,31	
1,1	3,004	0,333	1,336	1,669	0,800	4,1	60,34	0,0166	30,16	30,18	
1,2	3,320	0,301	1,509	1,811	0,834	4,2	66,69	0,0150	33,34	33,35	
1,3	3,669	0,273	1,698	1,971	0,862	4,3	73,70	0,0136	36,84	36,86	th x при $x > 3$ очень мало отличается от 1
1,4	4,055	0,247	1,904	2,151	0,885	4,4	81,45	0,0123	40,72	40,73	
1,5	4,482	0,223	2,129	2,352	0,905	4,5	90,02	0,0111	45,00	45,01	
1,6	4,953	0,202	2,376	2,577	0,922	4,6	99,48	0,0101	49,74	49,75	
1,7	5,474	0,183	2,646	2,828	0,935	4,7	109,9	0,0091	54,97	54,98	
1,8	6,050	0,165	2,942	3,107	0,947	4,8	121,5	0,0082	60,75	60,76	
1,9	6,686	0,150	3,268	3,418	0,956	4,9	134,3	0,0074	67,14	67,15	
2	7,389	0,135	3,627	3,762	0,964	5	148,4	0,0067	74,20	74,21	
2,1	8,166	0,122	4,022	4,144	0,970	5,1	164,0	0,0061	82,01	82,01	
2,2	9,025	0,111	4,457	4,568	0,976	5,2	181,3	0,0055	90,63	90,64	
2,3	9,974	0,100	4,937	5,037	0,980	5,3	200,3	0,0050	100,2	100,2	
2,4	11,02	0,0907	5,466	5,557	0,984	5,4	221,4	0,0045	110,7	110,7	
2,5	12,18	0,0821	6,050	6,132	0,987	5,5	244,7	0,0041	122,3	122,3	
2,6	13,46	0,0743	6,695	6,769	0,989	5,6	270,4	0,0037	135,2	135,1	
2,7	14,88	0,0672	7,406	7,473	0,991	5,7	298,9	0,0033	149,4	149,4	
2,8	16,44	0,0608	8,192	8,253	0,993	5,8	330,3	0,0030	165,1	165,2	
2,9	18,17	0,0550	9,060	9,115	0,994	5,9	365,0	0,0027	182,5	182,5	
3	20,09	0,0498	10,02	10,07	0,995	6	403,4	0,0025	201,7	201,7	

$$\operatorname{th} 2x = \frac{2 \operatorname{th} x}{1 + \operatorname{th}^2 x};$$

$$\operatorname{sh} \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} x - 1}{2}};$$

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} x + 1}{2}}.$$

Связь между гиперболическими и тригонометрическими функциями

С помощью тождества Эйлера (§ 1-8) могут быть получены следующие соотношения между тригонометрическими и гиперболическими функциями:

$$\cos jx = \operatorname{ch} x; \quad \operatorname{ch} jx = \cos x;$$

$$\sin jx = j \operatorname{sh} x; \quad \operatorname{sh} jx = j \sin x;$$

$$\operatorname{tg} jx = j \operatorname{th} x; \quad \operatorname{th} jx = j \operatorname{tg} x,$$

где $j^2 = -1$.

Эти соотношения позволяют по известным формулам, связывающим тригонометрические функции, находить формулы, связывающие гиперболические функции.

Например, заменяя x на jx в формуле

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

и используя первые два из вышеприведенных соотношений, сразу получаем:

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

1-3. КОМБИНАТОРИКА

Имея дело с множеством различных предметов или символов, часто приходится заниматься упорядочением (систематизацией, нумерацией) множества или его частей. При этом может возникнуть необходимость определения числа различных способов такого упорядочения.

Перестановкой называется упорядоченное (пронумерованное) множество. Число всех перестановок множества из n элементов

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$$

Знак $n!$ читается как «n факториал». При больших n громоздких перемножений можно избежать с помощью приближенной формулы Стирлинга

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n.$$

Сочетанием называется выделенная часть множества (неупорядоченное подмножество). Если множество имеет n элемен-

тов и из него выделяются сочетания, состоящие из k элементов, порядок которых не имеет значения, то число таких сочетаний

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Каждое подмножество из k элементов, выделенное из множества n элементов, может быть подвергнуто упорядочению (нумерации P_k различными способами). Получаемые при этом упорядоченные множества называются размещениями. Общее число размещений из n элементов по k элементам

$$A_n^k = C_n^k\,P_k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

1-4. РЯДЫ

Числовым рядом называется бесконечная последовательность чисел

$$a_1, \cdots, a_2, \cdots, a_n, \cdots$$

Если частичная сумма ряда $S_n = a_1 + \ldots$ $\ldots + a_n$ при увеличении n стремится к некоторому пределу S, то ряд называется сходящимся. Если же частичная сумма стремится к бесконечности или колеблется, не имея определенного предела, то ряд называется расходящимся.

Например, геометрическая прогрессия со знаменателем q

$$a + aq + aq^2 + \cdots + aq^n + \cdots$$

сходится, если $|q| < 1$, и расходится, если $|q| \geqslant 1$.

Если ряд сходится, то предел его общего члена равен нулю:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$$

Этот признак сходимости ряда является необходимым, но не достаточным. Достаточными признаками сходимости являются следующие:

Признак сравнения. Если два ряда

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots;$$
$$b_1 + b_2 + \cdots + b_n + \cdots$$

имеют положительные члены и, начиная с некоторого n, $a_n \geqslant b_n$, то из сходимости первого ряда следует сходимость второго, а из расходимости второго — расходимость первого.

Признак Даламбера. Если для ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \ldots$ все отношения a_{n+1}/a_n, начиная с некоторого n, будут меньше некоторого числа $q < 1$, то ряд сходится.

Признак Коши. Знакоположительный ряд сходится, если, начиная с некоторого n, $\sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1$, и расходится, если $\sqrt[n]{a_n} \geqslant 1$.

Абсолютная сходимость. Если ряд $|a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n| + \ldots$, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ сходится, то данный ряд тоже сходится и называется абсолютно сходящимся рядом.

В абсолютно сходящемся ряде члены можно переставлять местами любым способом; сумма ряда при этом не изменится. Абсолютно сходящиеся ряды можно почленно складывать, вычитать и перемножать, как обыкновенные многочлены.

Функциональным рядом называется ряд, составленный из функций одного и того же аргумента:

$$f_1(x) + f_2(x) + \cdots + f_n(x) + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x).$$

Областью сходимости функционального ряда называется совокупность всех значений аргумента x, при которых этот ряд сходится.

Разность между суммой $S(x)$ сходящегося функционального ряда и его частичной суммой $S_n(x)$ называется остаточным членом:

$$R_n(x) = S(x) - S_n(x) = f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + \cdots$$

Функциональный ряд сходится в данной области, если, как бы мало ни было число $\varepsilon > 0$, можно указать такое целое число N, что $|R_n(x)| < \varepsilon$ при $n > N$. Если при этом можно найти число N, общее для всех x (из области сходимости), то ряд называется равномерно сходящимся в данной области.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Ряд

$$f_1(x) + f_2(x) + \cdots + f_n(x) + \cdots$$

равномерно сходится в данной области, если существует такой сходящийся числовой ряд

$$c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots,$$

что для всех x, лежащих в этой области,

$$|f_n(x)| \leqslant c_n.$$

Если ряд сходится равномерно на некотором отрезке, то его сумма $S(x)$ непрерывна, и этот ряд можно на данном отрезке почленно интегрировать, как обычный многочлен.

Примером функционального ряда является степенной ряд Тейлора:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots,$$

где $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, ... производные (см. § 1-5) функции $f(x)$.

Эта формула верна для всех x, при которых остаточный член

$$R_n = \frac{f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

(где ξ находится между a и x) стремится к нулю при $n \to \infty$.

Частный случай этого ряда при $a=0$ называется рядом Маклорена:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

Остаточный член ряда Маклорена

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\theta x)}{(n+1)!}x^{n+1} \quad (0 < \theta < 1).$$

Формулы Тейлора и Маклорена позволяют получить следующие важные разложения (в скобках указаны области сходимости ряда к заданной функции):

$$(a+x)^m = a^m + ma^{m-1}x + \cdots + C_m^n a^{m-n} x^n (+ \cdots \quad -|a| < x < +|a|);$$

$$a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{x^2 \ln^2 a}{2!} + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$\mathrm{sh}(x) = \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$\mathrm{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \cdots \quad (-1 < x \leqslant 1);$$

$$\ln x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \cdots\right] \quad (x > 0);$$

$$\int_0^x \frac{\sin x}{x}dx = \frac{x}{1\cdot 1!} - \frac{x^3}{3\cdot 3!} + \frac{x^5}{5\cdot 5!} - + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty).$$

1-5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Функция одного аргумента

Величина y называется функцией одного аргумента x

$$y = f(x),$$

если каждому значению x, взятому из некоторого множества значений, соответствует значение y. Множество значений аргумента x, для которых функция $f(x)$ определена, называется областью существования функции.

Функция называется четной, если для любого x $f(-x)=f(x)$, и нечетной, если $f(-x)=-f(x)$.

Функция называется периодической, если для любого x $f(x+T)=f(x)$, где T — постоянная величина, называемая периодом функции.

Функция называется ограниченной, если существует такая постоянная C, что $|f(x)| < C$.

Число b называется пределом функции $f(x)$ при x, стремящемся к a,

$$b = \lim_{x \to a} f(x),$$

если при любом сколь угодно малом положительном числе ε найдется положительное число δ, чтобы для любого x удовлетворяющего неравенству $|x-a| < \delta$, выполнялось неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$ (при $x=a$ значение функции $f(a)$ может не совпадать с b и функция даже может быть не определена).

Бесконечно малой называется переменная величина, предел которой равен нулю, а бесконечно большой — переменная величина, предел которой равен бесконечности.

Две бесконечно малые величины α и β имеют один порядок малости, если их отношение α/β (и β/α) стремится к конечной величине. Если же отношение α/β стремится к нулю (или β/α — к бесконечности), то α называется бесконечно малой высшего порядка по сравнению с β.

Если при стремлении x к a (с одной стороны) числитель и знаменатель функции

$$f(x) = \frac{\varphi_1(x)}{\varphi_2(x)}$$

становятся бесконечно малыми (или бесконечно большими), то вычисление предела приводит к неопределенности типа 0/0 (или ∞/∞). Эта неопределенность может быть раскрыта с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \to a}\frac{\varphi_1(x)}{\varphi_2(x)} = \lim_{x \to a}\frac{\varphi_1'(x)}{\varphi_2'(x)},$$

где $\varphi'_1(x)$ и $\varphi'_2(x)$ — производные функций $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ (см. ниже). Если применение

правила Лопиталя не снимает неопределенности типа 0/0 (или ∞/∞), то его применяют повторно. Правило Лопиталя применимо лишь к таким выражениям, числитель и знаменатель которых непрерывны и имеют производные вблизи точки $x=a$.

Функция называется **непрерывной** в точке $x=x_0$, если бесконечно малое приращение аргумента в этой точке влечет за собой бесконечно малое приращение функции. Иными словами, функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, если

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0).$$

Функция **непрерывна на отрезке**, если она непрерывна во всех точках этого отрезка. Точки, в которых условие непрерывности не выполняется, называются **точками разрыва** функции.

Производная и дифференциал функции

Производной y' функции $y=f(x)$ называется предел, к которому стремится отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx, когда приращение аргумента стремится к нулю (рис. 1-23),

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}.$$

Чтобы функция имела производную в некоторой точке, необходимо (но недостаточно), чтобы она была непрерывной в этой точке. Действие, заключающееся в нахождении производной функции, называется **дифференцированием**.

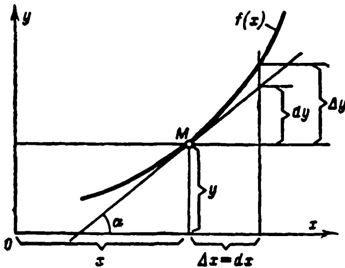


Рис. 1-23. К определению производной и дифференциала.

В геометрическом смысле производная в точке $M(x, y)$ представляет собой тангенс угла наклона касательной к графику функции (рис. 1-23):

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha.$$

Дифференциалом функции $y=f(x)$ называется произведение ее производной на приращение аргумента:

$$dy = df(x) = f'(x)\Delta x.$$

Применяя это определение к функции $y=x$, убеждаемся, что $dx=\Delta x$, т. е. дифференциал аргумента dx совпадает с его приращением Δx. Следовательно, в общем случае

$$dy = f'(x)\,dx.$$

Дифференциал функции в геометрическом смысле представляет собой также приращение, но не ординаты функции, а ординаты касательной к графику функции (рис. 1-23). Приращение функции Δy отличается от ее дифференциала dy на бесконечно малую величину более высокого порядка малости, чем Δx.

Производная функции может быть подвергнута повторному дифференцированию. При этом могут быть получены производные высших порядков:

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2},\ f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3},\ \dots f^{(n)}(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$$

и дифференциалы высших порядков:

$$d^2y = y''dx^2;\ d^3y = y'''\,dx^3;\ \dots\ d^{(n)}y = y^{(n)}\,dx^n.$$

Основные правила дифференцирования

1. Производная суммы (разности) функций $u+v-w$:

$$(u+v-w)' = u'+v'-w'.$$

2. Производная произведения функций:

$$(uv)' = u'v+v'u.$$

3. Производная произведения функции u на постоянное число C:

$$(Cu)' = Cu'.$$

4. Производная частного u/v:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-v'u}{v^2}.$$

5. Производная показательной функции u^v:

$$(u^v)' = u^v\left(v\frac{u''}{u}+v\ln u\right).$$

6. Производная сложной функции, т. е. функции $y=f(u)$ от функции $u=\varphi(x)$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}.$$

7. Дифференцирование неявно заданной функции, когда x и y связаны уравнением $F(x, y)=0$:

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y},$$

где F'_x и F'_y — частные производные $F(x, y)$ (см. ниже).

Таблица 1-4

Производные простейших функций

Функция	Производная	Функция	Производная
C (постоянная)	0	$\sec x$	$\frac{\sin x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \sec x$
x	1	$\operatorname{cosec} x$	$-\frac{\cos x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \operatorname{cosec} x$
x^n	nx^{n-1}	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\operatorname{arcsec} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
e^x	e^x	$\operatorname{arccosec} x$	$-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
e^{kx}	ke^{kx}	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
a^{kx}	$ka^{kx} \ln a$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{Arsh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\lg x$	$\frac{1}{x}\lg e \approx \frac{0{,}4343}{x}$	$\operatorname{Arch} x$	$\pm\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{Arth} x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{Arcth} x$	$-\frac{1}{x^2-1}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$		
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$		

Точки экстремума

Точкой экстремума называется значение аргумента x_0, при котором функция $f(x)$ принимает максимальное или минимальное значение по сравнению со значениями функции при ближайших (справа и слева) значениях аргумента. В точке экстремума производная функции $f'(x_0)$ либо равна нулю, либо не существует (не существует предела, называемого производной). Если $f'(x_0)=0$ и $f''(x_0)<0$, то x_0 — точка максимума; если $f'(x_0)=0$ и $f''(x_0)>0$, то x_0 — точка минимума.

Функции нескольких аргументов

Функция $u=(x, y, z, ..., t)$, принимающая определенное значение, когда заданы значения не зависящих друг от друга аргументов $x, y, z, ..., t$, называется **функцией нескольких аргументов**. Областью существования такой функции является совокупность множеств значений ее аргументов, для которых функция определена.

Функция двух переменных $u=f(x, y)$ имеет предел A при x, стремящемся к a, и при y, стремящемся к b:

$$A = \lim_{\substack{x\to a \\ y\to b}} f(x, y),$$

если при приближении x к a и y к b (любым способом) значения функции $f(x, y)$ подходят как угодно близко к числу A (при $x=a$ и $y=b$ значение функции может быть каким угодно и функция даже может быть не определена).

Функция $f(x, y)$ называется непрерывной в точке (x_0, y_0), если

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y) = f(x_0, y_0).$$

Функция, непрерывная во всех точках некоторой области, называется непрерывной в этой области.

Частная производная и частный дифференциал

Частной производной по аргументу x функции $u=f(x, y, z, ..., t)$ называется производная этой функции, вычисленная в предположении, что все аргументы, кроме x, постоянны:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z, \ldots, t) =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y, z, \ldots, t) - f(x, y, z, \ldots, t)}{\Delta x}.$$

Аналогично определяются частные производные по другим аргументам.

Частным дифференциалом функции $u=f(x, y, z, ..., t)$ называется произведение ее частной производной на приращение (дифференциал) соответствующего аргумента:

$$d_x u = \frac{\partial u}{\partial x} dx;$$

$$d_y u = \frac{\partial u}{\partial y} dy \quad \text{и т. д.}$$

Полный дифференциал

Полным дифференциалом функции $u=f(x, y, ..., t)$ называется сумма ее частных дифференциалов по всем аргументам:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \cdots + \frac{\partial u}{\partial t} dt.$$

Полный дифференциал du отличается от полного приращения функции

$$\Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y, \ldots, t + \Delta t) -$$
$$- f(x, y, \ldots, t)$$

на бесконечно малую величину более высокого порядка малости, чем $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + \ldots + (\Delta t)^2}$, при условии непрерывности частных производных $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, ..., $\partial u/\partial t$ в некоторой области, содержащей точку $(x, y, ..., t)$.

Выражение

$$u(x, y)\, dx + v(x, y)\, dy = dz.$$

является полным дифференциалом dz некоторой функции $z=f(x, y)$ если

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}.$$

1-6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Неопределенный интеграл

Первообразной функцией для функции $y=f(x)$ называется такая функция $F(x)$, производная от которой равна $f(x)$:

$$\frac{d}{dx} F(x) = f(x).$$

В геометрическом смысле первообразная функция равна площади (рис. 1-24) между кривой $y=f(x)$, осью абсцисс и двумя ординатами — постоянной (при абсциссе x_0) и

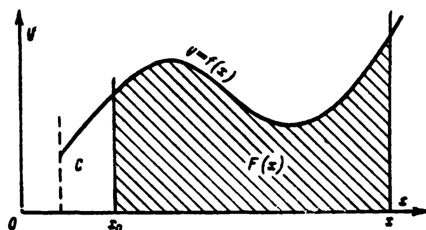


Рис. 1-24. Геометрический смысл первообразной.

переменной (при абсциссе x). В зависимости от положения постоянной абсциссы x_0 может быть получено для одной и той же функции $y=f(x)$ бесконечное множество первообразных. Разность между любыми двумя первообразными функции $y=f(x)$ — постоянная величина.

Совокупность всех первообразных функции $y=f(x)$ называется неопределенным интегралом этой функции:

$$\int f(x)\, dx = F(x) + C,$$

где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$;
C — произвольная постоянная.

Основные правила интегрирования

1. Интегрирование суммы (разности):

$$\int (u + v - w)\, dx = \int u\, dx + \int v\, dx - \int w\, dx.$$

2. Вынесение постоянного множителя a за знак интеграла:

$$\int af(x)\, dx = a \int f(x)\, dx.$$

3. Интегрирование по частям:

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$$

4. Замена переменной. Если $x=\varphi(t)$, то $dx=\varphi'(t)\, dt$, и поэтому

$$\int f(x)\, dx = \int f[\varphi(t)]\, \varphi'(t)\, dt.$$

Таблица 1-5

Таблица основных интегралов*

$$\int dx = x$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x^{**}$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x$$

$$\int \operatorname{tg} x\,dx = -\ln\cos x^{**}$$

$$\int \operatorname{ctg} x\,dx = \ln\sin x^{**}$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int e^x\,dx = e^x$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \operatorname{sh} x\,dx = \operatorname{ch} x$$

$$\int \operatorname{ch} x\,dx = \operatorname{sh} x$$

$$\int \operatorname{th} x\,dx = \ln\operatorname{ch} x^{**}$$

$$\int \operatorname{cth} x\,dx = \ln\operatorname{sh} x^{**}$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{Arth}\frac{x}{a} = \frac{1}{2a}\ln\frac{a+x^{**}}{a-x} \quad (\text{для } |x| < a)$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = -\frac{1}{a}\operatorname{Arcth}\frac{x}{a} = \frac{1}{2a}\ln\frac{x-a^{**}}{x+a} \quad (\text{для } |x| > a)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \operatorname{Arsh}\frac{x}{a} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)^{**}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \operatorname{Arch}\frac{x}{a} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)^{**}$$

* Произвольные постоянные интегрирования опущены.
** Выражения типа $\ln f(x)$ нужно понимать как $\ln|f(x)|$.

Определенный интеграл

Разобьем отрезок $[ab]$, на котором задана функция $f(x)$, на более мелкие отрезки точками $x_0=a$, x_1, x_2, ..., $x_n=b$, причем $x_k<x_{k+1}$ (рис. 1-25), обозначим длины этих отрезков $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$. Выберем внутри отрезков числа $x_{k-1} \leqslant \xi_k \leqslant x_k$. Тогда **определенным интегралом** в пределах от a до b является:

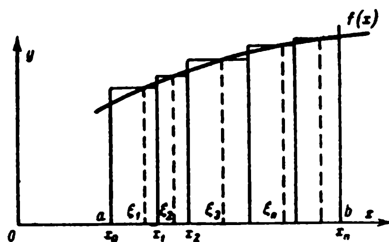


Рис. 1-25. К образованию определенного интеграла.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta x_{k\,\text{макс}}\to 0}[f(\xi_1)\Delta x_1 + f(\xi_2)\Delta x_2 + \cdots + f(\xi_n)\Delta x_n] = \lim_{\Delta x_{k\,\text{макс}}\to 0}\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k.$$

Если функция $f(x)$ непрерывна на $[ab]$, то этот предел существует и не зависит от выбора чисел x_k и ξ_k.

В геометрическом смысле определенный интеграл численно равен площади, ограниченной кривой $y=f(x)$, осью абсцисс и двумя ординатами $f(a)$ и $f(b)$.

Для вычисления определенных интегралов используются следующие основные свойства **определенного интеграла**:

1. **Интеграл с равными пределами:**

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0.$$

2. **Перестановка пределов:**

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx.$$

3. Разбиение интеграла:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx.$$

4. Независимость от переменной интегрирования:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt.$$

5. Интеграл алгебраической суммы функций:

$$\int_a^b (u + v - w)\,dx = \int_a^b u\,dx + \int_a^b v\,dx - \int_a^b w\,dx.$$

6. Вынесение постоянного множителя из под знака интеграла:

$$\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx.$$

7. Теорема о среднем. Если $f(x)$ — непрерывная функция, а $\varphi(x)$ не меняет знака в интервале $[a, b]$, то внутри этого интервала имеется такое число x_1, для которого

$$\int_a^b f(x)\,\varphi(x)\,dx = f(x_1)\int_a^b \varphi(x)\,dx.$$

8. Оценка интеграла. Значение определенного интеграла заключено между произведениями наименьшего ($f_{мин}$) и наибольшего ($f_{макс}$) значений подынтегральной функции на длину интервала интегрирования

$$(b - a) f_{мин} \leqslant \int_a^b f(x)\,dx \leqslant (b - a) f_{макс}.$$

9. Связь с неопределенным интегралом. Если

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C,$$

то

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$$

10. Производная по верхнему пределу:

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x).$$

11. Дифференцирование по параметру:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\int_a^b f(x, \alpha)\,dx = \int_a^b \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial\alpha}\,dx.$$

12. Замена переменной. Если новая переменная (t) связана со старой (x) зависимостями

$$x = \varphi(t),$$
$$t = \psi(x),$$

то

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{\psi(a)}^{\psi(b)} f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)\,dt.$$

13. Интегрирование по частям:

$$\int_a^b u\,dv = [uv]_b - [uv]_a - \int_a^b v\,du.$$

14. Несобственные интегралы — так называются следующие интегралы:

интеграл с бесконечными пределами интегрирования

$$\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx;$$

интеграл от функции, имеющий разрыв внутри интервала интегрирования (в точке $x = c$),

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx =$$

$$= \lim_{\alpha_1\to 0}\int_a^{c-\alpha_1} f(x)\,dx + \lim_{\alpha_2\to 0}\int_{c+\alpha_2}^b f(x)\,dx.$$

Кратные интегралы

Двойным интегралом функции $f(x, y)$ называется предел суммы произведений элементарных площадей ΔS_i, на которые разбита область интегрирования S (рис. 1-26, *а*), на значения интегрируемой

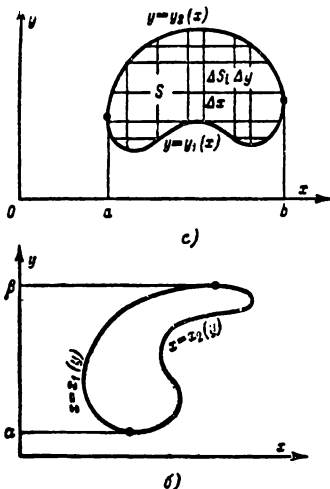


Рис. 1-26. К определению двойного интеграла.

функции $f(x_i, y_i)$ в точках, находящихся внутри ΔS_i, при $\Delta S_i \to 0$ (все размеры элементарных площадок должны стремиться к нулю):

$$\iint\limits_S f(x, y)\,dx\,dy = \lim_{\substack{\Delta S_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)\,\Delta S_i.$$

Вычисление двойного интеграла сводится к вычислению двух определенных интегралов.

Если любая прямая, параллельная оси Oy, пересекает контур области S не более чем в двух точках (рис. 1-26, *а*), то

$$\iint\limits_S f(x, y)\,dx\,dy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y)\,dy,$$

где a и b — наименьшее и наибольшее значения x в области S; $y_1(x)$ и $y_2(x)$ — уравнения нижней и верхней частей контура области S.

Если любая прямая, параллельная оси Ox, пересекает контур области S не более чем в двух точках (рис. 1-26, *б*), то

$$\iint\limits_S f(x,y)\,dx\,dy = \int\limits_\alpha^\beta dy \int\limits_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y)\,dx,$$

где α и β — наименьшее и наибольшее значения y в области S; $x=x_1(y)$ и $x=x_2(y)$ — уравнения левой и правой частей контура области S.

В обоих случаях первое (внутреннее) интегрирование осуществляется по одному переменному (второй аргумент функции считается при этом постоянной величиной).

Тройным интегралом функции $f(x)$ называется предел суммы произведений элементарных объемов ΔV_i, на которые разбита трехмерная область V, на значения интегрируемой функции $f(x_i, y_i, z_i)$ в точках, находящихся внутри ΔV_i, при $\Delta V_i \to 0$ (все размеры элементарных объемов должны стремиться к нулю):

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz =$$

$$= \lim_{\substack{\Delta V_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i, z_i)\,\Delta V_i.$$

Вычисление тройного интеграла сводится к вычислению трех определенных интегралов:

$$\iiint\limits_V f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz =$$

$$= \iint\limits_S dx\,dy \int\limits_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz =$$

$$= \int\limits_a^b dx \int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} dy \int\limits_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

где S — проекция области V на плоскость x, y; $z=z_1(x, y)$ и $z=z_2(x, y)$ — уравнения нижней и верхней частей поверхности, ограничивающей область V (рис. 1-27).

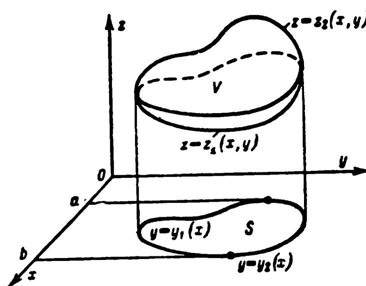


Рис. 1-27. К определению тройного интеграла.

Криволинейный интеграл

Криволинейный интеграл первого типа функции $f(x, y)$ по длине дуги AB плоской кривой $y=y(x)$ равен пределу суммы произведений длин

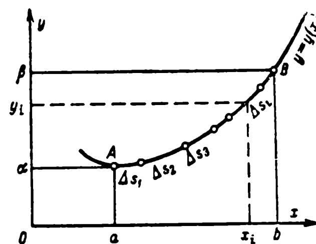


Рис. 1-28. К определению криволинейного интеграла.

элементов дуги Δs_i (рис. 1-28) на значения интегрируемой функции $f(x_i, y_i)$ в точках, принадлежащих этим элементам, при $\Delta s_i \to 0$:

$$\int\limits_{AB} f(x, y)\,ds = \lim_{\substack{\Delta s_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)\,\Delta s_i.$$

Значение такого интеграла не зависит от выбора направления движения по пути интегрирования. Если путь интегрирования AB разбит на участки, то интеграл, взятый по всему пути AB, равен сумме интегралов, взятых по участкам пути.

Вычисление криволинейного интеграла первого типа сводится к вычислению определенного интеграла:

1. Если уравнение кривой $y=y(x)$, то

$$\int\limits_{AB} f(x, y)\,ds = \int\limits_a^b f[x, y(x)] \times$$

$$\times \sqrt{1 + [y'(x)]^2}\,dx.$$

2. Если уравнение кривой $x=x(y)$, то

$$\int_{AB} f(x, y)\,ds = \int_{\alpha}^{\beta} f[x(y), y] \times$$

$$\times \sqrt{1+[x'(y)]^2}\,dy.$$

Криволинейный интеграл второго типа функции $f(x, y)$ по проекции дуги AB плоской кривой определяется аналогично интегралу первого типа с той лишь разницей, что значения функции $f(x_i, y_i)$ умножаются не на длины элементов дуги, а на их проекции на ось Ox:

$$\int_{AB} f(x, y)\,dx = \lim_{\substack{\Delta x_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)\,\Delta x_i$$

или на ось Oy:

$$\int_{AB} f(x, y)\,dy = \lim_{\substack{\Delta y_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i)\,\Delta y_i.$$

Криволинейный интеграл общего вида функций $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ представляет собой сумму интегралов второго типа по обеим проекциям кривой:

$$\int_{AB} P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy =$$

$$= \int_{AB} P(x, y)\,dx + \int_{AB} Q(x, y)\,dy.$$

Свойства криволинейного интеграла общего вида:

1. При интегрировании по тому же пути, но в обратном направлении интеграл меняет знак на обратный.

2. Если путь интегрирования разбит на участки, то интеграл, взятый по всему пути, равен сумме интегралов, взятых по участкам пути.

3. В общем случае интеграл зависит как от положения начальной и конечной точек интегрирования, так и от пути интегрирования, соединяющего эти точки. Эти зависимости исчезают лишь в том случае, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом некоторой функции u, т. е.

$$P = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad Q = \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Если путь интегрирования AB пересекается любой прямой, параллельной оси координат, не более чем в одной точке, то уравнение этой кривой может быть разрешено как относительно $x[x=x(y)]$, так и относительно $y[y=y(x)]$. В этом случае вычисление криволинейного интеграла общего вида осуществляется по формуле (рис. 1-28)

$$\int_{AB} P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy =$$

$$= \int_{a}^{b} P[x, y(x)]\,dx + \int_{\alpha}^{\beta} Q[x(y), y]\,dy.$$

Если дуга AB не удовлетворяет вышеприведенному условию, то следует использовать второе свойство криволинейного интеграла.

Аналогичным образом определяется и вычисляется криволинейный интеграл общего вида для дуги пространственной кривой:

$$\int_{AB} P(x, y, z)\,dx + Q(x, y, z)\,dy +$$

$$+ R(x, y, z)\,dz.$$

Интеграл по поверхности

Интегралом функции $f(x, y, z)$ по области σ, расположенной на некоторой поверхности, называется предел суммы произведений площадей элементарных областей $\Delta\sigma_i$ (рис. 1-29) на значения интегрируемой функции $f(x_i, y_i, z_i)$ в точках, принадлежащих этим элементарным областям, при $\Delta\sigma_i \to 0$ (все размеры элементарных областей должны стремиться к нулю):

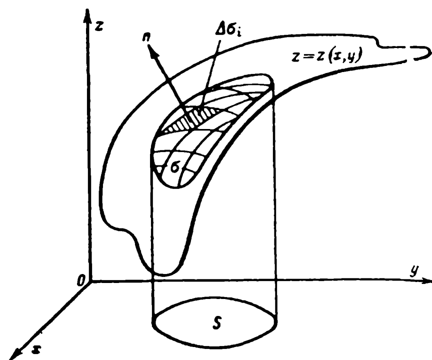


Рис. 1-29. К определению интеграла по поверхности.

$$\iint_{\sigma} f(x, y, z)\,d\sigma =$$

$$= \lim_{\substack{\Delta\sigma_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} f(x_i, y_i, z_i)\Delta\sigma_i.$$

Этот интеграл существует, если функция $f(x, y, z)$ непрерывна в рассматриваемой области, а функции, выражающие уравнение поверхности σ, непрерывны и имеют непрерывные производные.

Вычисление интеграла по поверхности сводится к вычислению двойного интеграла с помощью формулы

$$\iint\limits_{\sigma} f(x, y, z)\, d\sigma = \iint\limits_{S} \frac{f[x, y, z(x, y)]}{\left|\cos(\widehat{n, z})\right|}\, dS,$$

где S — проекция области σ на плоскость x, y;

$z=z(x, y)$ — уравнение поверхности, на которой расположена область σ;

$(\widehat{n, z})$ — угол между нормалью к поверхности и осью Oz, т. е.

$$\cos(\widehat{n, z}) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}.$$

1-7. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Количественная характеристика физических величин осуществляется с помощью чисел (например, напряжение 5 *в*). Но не все физические величины удается оценить одним числом. Например, напряжения на участках цепи переменного тока данной частоты могут отличаться друг от друга по амплитуде и по фазе, т. е. для характеристики каждого из них необходимы два числа a и b. Эти два числа, взятые в определенном порядке, получили название комплексного числа z:

$z=(a, b)$ (комплексная форма записи).

Таким образом, комплексное число не отличается от пары действительных чисел, взятых в определенном порядке; задать комплексное число означает то же, что задать два действительных (вещественных) числа.

Чтобы комплексные числа включали в себя все действительные числа, полагают комплекс (a, b) равным действительному числу a, если $b=0$, т. е.

$$(a, 0) = a.$$

Сложение и умножение комплексных чисел осуществляется по правилам:

$$z_1 + z_2 = (a_1, b_1)+(a_2, b_2)= (a_1 + a_2, b_1+b_2);$$

$$z_1 z_2 = (a_1, b_1)(a_2, b_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1),$$

которые при $b_1=b_2=0$ превращаются в обычное сложение и умножение двух действительных чисел.

Особую роль играет число

$$j = (0, 1).$$

Это число называется мнимой единицей, так как при возведении в квадрат оно дает

$$j^2 = jj = (0, 1)(0, 1) = (0 - 1, 0) = -1,$$

т. е.

$$j = \sqrt{-1}.$$

Часто для обозначения мнимой единицы используют букву i, но для электриков и радистов такое обозначение может создавать путаницу с обозначением электрического тока.

С помощью этого числа любой комплекс (a, b) может быть представлен в виде суммы действительного числа a и мнимого числа jb:

$z=(a, b) = a + jb$ (алгебраическая форма записи).

Действительно,

$$a + jb = (a, 0) + (0, 1)(b, 0) = (a, 0) + (0, b) = (a + 0, 0 + b) = (a, b).$$

Вещественную часть комплексного числа иногда обозначают $a=\operatorname{Re} z$, а коэффициент при мнимой части $b=\operatorname{Jm} z$.

Комплексные числа считаются равными, если они имеют равные действительные части и равные коэффициенты при мнимых частях. Комплексные числа называются сопряженными, если они отличаются лишь знаком перед мнимой частью:

$$z = a + jb \text{ и } z^* = a - jb.$$

Произведение двух сопряженных комплексных чисел равно сумме квадрата действительной части и квадрата коэффициента при мнимой части:

$$zz^* = (a, b)(a, -b) = (a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2.$$

Арифметические действия над комплексными числами производятся так же, как и над обыкновенными двучленами.

Сложение и вычитание комплексных чисел:

$$z_1 + z_2 = a_1 + jb_1 + a_2 + jb_2 = a_1 + a_2 + j(b_1 + b_2);$$

$$z_1 - z_2 = a_1 + jb_1 - (a_2 + jb_2) = a_1 - a_2 + j(b_1 - b_2).$$

Умножение комплексных чисел:

$$z_1 z_2 = (a_1 + jb_1)(a_2 + jb_2) = a_1 a_2 - b_1 b_2 + j(a_1 b_2 + a_2 b_1).$$

При делении одного комплексного числа на другое возникает необходимость избавиться от мнимости в знаменателе. Для этого числитель и знаменатель дроби умножают на комплекс, сопряженный знаменателю,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} = \frac{(a_1 + jb_1)(a_2 - jb_2)}{(a_2 + jb_2)(a_2 - jb_2)} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 - j(a_1 b_2 - a_2 b_1)}{a_2^2 + b_2^2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} - j\,\frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_2^2 + b_2^2}.$$

Комплексное число $z=a+jb$ может быть представлено на плоскости точкой с абсциссой a и ординатой b или радиус-вектором, соединяющим начало координат и точку z (рис. 1-30). При этом все действительные числа изображаются точками на оси абсцисс, а мнимые — точками на оси ординат. Поэтому ось абсцисс называют действительной осью, ось ординат — мнимой осью, а плоскость, в которой лежат эти оси, — комплексной числовой плоскостью.

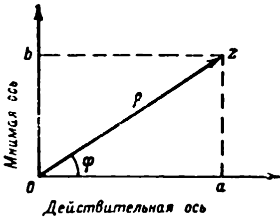


Рис. 1-30. Изображение комплексного числа в виде радиуса-вектора или точки на плоскости.

Сложение и вычитание комплексных чисел на комплексной числовой плоскости осуществляют по правилам сложения векторов (правило параллелограмма, рис. 1-31).

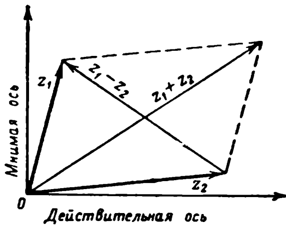


Рис. 1-31. Сложение и вычитание векторов (правило параллелограмма).

Используя связь между декартовыми и полярными координатами точки на плоскости (рис. 1-30):

$$a=\rho\cos\varphi;$$

$$b=\rho\sin\varphi,$$

можно представить комплексное число $z=a+jb$ в виде

$$z=\rho(\cos\varphi+j\sin\varphi).$$

(тригонометрическая форма записи).

Длина ρ вектора, изображающего комплексное число z, называется модулем комплексного числа:

$$\rho=|z|=\sqrt{a^2+b^2}.$$

Угол φ между положительным направлением действительной оси и направлением вектора, изображающего комплексное число, называется аргументом комплексного числа:

$$\varphi=\arg z=\operatorname{arctg}\frac{b}{a}.$$

Аргумент комплексного числа имеет множество значений, отличающихся на $2k\pi$ ($k=0, 1, 2 \ldots$):

$$\arg z=\varphi+2k\pi.$$

Главное значение аргумента заключено в пределах

$$-\pi<\varphi\leqslant+\pi.$$

Перемножив два комплексных числа, записанных в тригонометрической форме,

$$z_1=\rho_1(\cos\varphi_1+j\sin\varphi_1);$$

$$z_2=\rho_2(\cos\varphi_2+j\sin\varphi_2),$$

получаем:

$$z_1z_2=\rho_1\rho_2[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+j\sin(\varphi_1+\varphi_2)],$$

откуда замечаем, что

$$|z_1z_2|=\rho_1\rho_2;$$

$$\arg z_1z_2=\arg z_1+\arg z_2,$$

т. е. при умножении комплексных чисел их модули перемножаются, а аргументы складываются.

При делении комплексных чисел модуль делимого делится на модуль делителя, а аргумент делителя вычитается из аргумента делимого:

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\rho_1}{\rho_2}[\cos(\varphi_1-\varphi_2)+j\sin(\varphi_1-\varphi_2)].$$

Деление на нуль невозможно.

При возведении комплексного числа z в степень n, его модуль возводится в степень n, а аргумент увеличивается в n раз:

$$z^n=\rho^n(\cos\varphi+j\sin\varphi)^n=$$

$$=\rho^n(\cos n\varphi+j\sin n\varphi)\ \text{(формула Муавра)}.$$

При извлечении корня степени n из комплексного числа z из его модуля извлекается корень степени n, а его аргумент уменьшается в n раз:

$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{\rho}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n}+\right.$$

$$\left.+j\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right).$$

Отсюда следует, что, в отличие от всех предыдущих действий, извлечение корня степени n из комплексного числа z является действием многозначным: n значений $k=0, 1, 2, \ldots, n-1$ дают n различных значений комплекса $\sqrt[n]{z}$. Действительно, при $k=0$ $\arg\sqrt[n]{z}=\varphi/n$, а при $k=n$

$$\arg\sqrt[n]{z}=\frac{\varphi+2n\pi}{n}=\frac{\varphi}{n}+2\pi,$$

т. е. при $k=n$, $n+1, \ldots$ значения $\sqrt[n]{z}$ повторяются (рис. 1-32), если иметь в виду лишь главные значения аргумента.

Тождество Эйлера (§ 1-8)

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$$

позволяет представить комплексное число в виде

$z = \rho e^{j\varphi}$ (показательная форма записи)

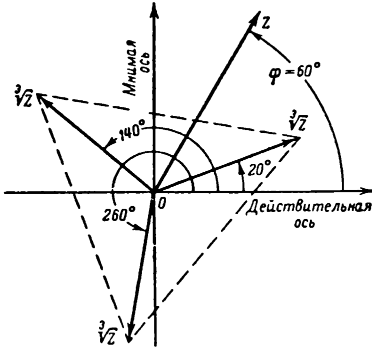


Рис. 1-32. Комплексное число z и три значения $\sqrt[3]{z}$.

Эта форма записи особенно удобна при расчетах синусоидальных токов и напряжений. Например, если переменное напряжение 220 *в* вызывает в конденсаторе ток 1,1 *а*, опережающий по фазе напряжение на 90°, то это значит, что комплексное сопротивление конденсатора (§ 4-6)

$$z = \frac{220}{1{,}1e^{j\frac{\pi}{2}}} = 200e^{-j\frac{\pi}{2}}, \text{ ом}.$$

1-8. ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Функция

Если каждому комплексному числу z из области G сопоставлено некоторое комплексное число w, то говорят, что на множестве G комплексных чисел z задана комплексная функция

$$w = f(z).$$

Геометрический смысл этого сопоставления заключается в том, что множество G в плоскости z отображается в множество G_1 в плоскости w (рис. 1-33).

Обозначив

$$z = x + jy;$$
$$w = u + jv,$$

убеждаемся, что задание комплексной функции w равносильно заданию двух действительных функций:

$$u = u(x, y);$$
$$v = v(x, y).$$

Обычно областью G существования функции комплексного переменного является открытое множество точек, не включающее точки ограничивающего его

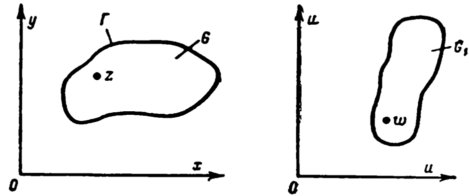


Рис. 1-33. Отображение множества G чисел z в множество G_1 чисел w.

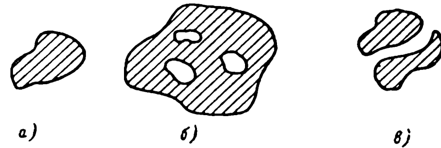


Рис. 1-34. Классификация областей плоскости по связности.

а — односвязная область; *б* — многосвязная область; *в* — несвязная область.

контура Γ. Если же в область включены и граничные точки, то говорят о замкнутой области. За положительное (прямое) направление обхода границы области принято такое, при котором внутренние точки области оказываются слева.

Область называется связной, если любые две ее точки могут быть соединены кривой, принадлежащей области.

Связная область является односвязной, если любую замкнутую кривую в ней непрерывной деформацией можно превратить в одну точку. В противном случае связная область называется многосвязной (рис. 1-34).

Предел и сходимость

Бесконечная последовательность комплексных чисел $\{z_n\}$

$$z_1, z_2, \ldots, z_n, \ldots$$

имеет предел $z = \lim\limits_{n\to\infty} z_n$ и называется сходящейся, если, начиная с некоторого номера n_ε, все последующие точки z_n оказываются внутри круга с центром в z и радиусом ε, как бы мало ни было число ε (рис. 1-35).

Теоремы о пределах (предел суммы, разности, произведения и частного равен

соответственно сумме, разности, произведению и частному* пределов) в комплексной области не отличаются от соответствующих теорем в действительной области.

Отличие имеется лишь в понятии бесконечного предела. В действительной области принято различать две бесконечно удаленные точки ($+\infty$ и $-\infty$), а в комплексной области имеется лишь одна бесконечно удаленная точка. Последовательность $\{z_n\}$ стремится к бесконечности



Рис. 1-35. К определению предела бесконечной последовательности комплексных чисел

$$z_n \to \infty \text{ или } \lim_{n\to\infty} z_n = \infty,$$

если, начиная с некоторого $n(M)$, все точки z_n оказываются вне круга с центром в начале и с радиусом M, как бы велико ни было число M. Бесконечно удаленная точка, как и нулевая точка, имеет неопределенный аргумент.

Пример. Бесконечная последовательность комплексных чисел

$$\{z_n\} = z^n$$

сходится к нулю при $|z| < 1$, стремится к бесконечности при $|z| > 1$ и не имеет предела при $|z| = 1$.

Функция $f(z)$ имеет пределом комплексное число w_0 при $z \to z_0$

$$\lim_{z\to z_0} f(z) = w_0,$$

если, какова бы ни была последовательность $\{z_n\}$, имеющая пределом z_0 последовательность $f(z_0)$ имеет предел w_0.

Если предел функции

$$w_0 = \lim_{z\to z_0} f(z).$$

существует, конечен и равен значению функции в точке z_0

$$\lim_{z\to z_0} f(z) = f(z_0),$$

то функция $f(z)$ называется непрерывной в точке z_0.

Функция $f(z)$, заданная в области G, называется непрерывной в этой области, если она непрерывна в каждой точке этой области. Сумма, разность и произведение функций $f(z)$ и $\varphi(z)$, непрерывных в области G, есть функция непрерывная в этой области. Частное таких функций $f(z)/\varphi(z)$ есть функция непрерывная, если $\varphi(z) \neq 0$ в области G.

* При условии, что предел делителя не равен нулю.

Ряд комплексных чисел

$$\sum_{n=1}^{\infty} z_n = z_1 + z_2 + \cdots + z_n + \cdots$$

или ряд функций

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) = f_1(z) + f_2(z) + \cdots + f_n(z) + \cdots$$

называется сходящимся к сумме s, если последовательность $\{s_n\}$ сумм первых членов ряда имеет конечный предел s.

Если ряд, составленный из модулей членов данного ряда, сходится, то сходится и данный ряд. Последний в этом случае называется абсолютно сходящимся рядом. Основные операции над абсолютно сходящимися рядами (например, их перемножение) подчиняются тем же законам, что и действия над конечными суммами (многочленами).

Наиболее распространенные функции комплексного переменного

Целыми рациональными функциями (многочленами) называются функции, которые определены при помощи не более чем трех действий — сложения, вычитания и умножения:

$$P(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \cdots + c_n z^n,$$

где $c_0, c_1, \ldots, c_n$ — любые комплексные постоянные.

Всякий многочлен является непрерывной функцией в любой точке комплексной плоскости. Комплексное число z_0, обращающее многочлен в нуль, называется нулем многочлена. Основная теорема алгебры утверждает, что каждый многочлен имеет хотя бы один комплексный нуль и может быть разложен на множители:

$$P(z) = c(z-a)^{\alpha}(z-b)^{\beta}\cdots(z-l)^{\lambda},$$

где $a, b, \ldots, l$ — нули многочлена кратности $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$ соответственно. При этом $\alpha + \beta + \ldots + \lambda = n$, где n — степень многочлена.

Рациональными функциями называются функции, которые определены при помощи не более чем четырех основных действий (сложения, вычитания, умножения и деления). Всякую рациональную функцию можно представить в виде отношения двух многочленов:

$$R(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}.$$

Разлагая числитель и знаменатель на множители, получим:

$$R(z) = C\frac{(z-a_1)^{\alpha_1}(z-b_1)^{\beta_1}\cdots(z-l_1)^{\lambda_1}}{(z-a_2)^{\alpha_2}(z-b_2)^{\beta_2}\cdots(z-l_2)^{\lambda_2}}.$$

Числа $a_1, b_1, \ldots, l_1$ называются нулями функции кратности $\alpha_1, \beta_1, \ldots, \lambda_1$ соответственно.

Числа a_2, b_2, ..., l_2 называются полюсами функции кратности α_2, β_2, ..., λ_2 соответственно.

Рациональная функция непрерывна во всякой точке, не являющейся ее полюсом. В полюсе рациональная функция стремится к бесконечности.

Показательная и тригонометрические функции по аналогии с действительной областью могут быть введены с помощью рядов (§ 1-4):

$$e^z = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \cdots + \frac{z^n}{n!} + \cdots;$$

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \cdots;$$

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \cdots,$$

суммы которых являются непрерывными во всей плоскости комплексного переменного.

Свойства этих функций при действительном z распространяются и на случай комплексного z.

Например:

сложение показателей степени при умножении показательных функций одного основания

$$e^z e^t = e^{z+t};$$

вычитание показателей степени при делении показательных функций одного основания

$$\frac{e^z}{e^t} = e^{z-t};$$

возведение в отрицательную степень

$$e^{-z} = \frac{1}{e^z};$$

возведение в нулевую степень

$$e^0 = 1;$$

переход к иному основанию

$$a^z = e^{z \ln a} \text{ и др.}$$

Формулы тригонометрии, указанные в § 1-2 для действительной области, остаются справедливыми и в комплексной области.

Однако при обобщении показательной и тригонометрических функций на комплексную область у них появляется ряд новых свойств.

Например, в действительной области тригонометрические функции никак не связаны с показательной функцией, а в области комплексных чисел такую связь легко установить:

$$e^{jz} = 1 + j\frac{z}{1!} - \frac{z^2}{2!} - j\frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + j\frac{z^5}{5!} - \frac{z^6}{6!} - \cdots = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \cdots + j\left(z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \cdots\right).$$

Отсюда получаем тождество Эйлера:

$$e^{jz} = \cos z + j \sin z$$

Имея в виду, что все члены разложения $\cos z$ являются четными функциями, а все члены разложения $\sin z$ — нечетными, получим:

$$\cos(-z) = \cos z; \ \sin(-z) = -\sin z.$$

Следовательно,

$$e^{-jz} = \cos z - j \sin z$$

и

$$\cos z = \frac{e^{jz} + e^{-jz}}{2};$$

$$\sin z = \frac{e^{jz} - e^{-jz}}{2j}.$$

Далее легко показать, что все три функции являются периодическими: $\sin z$ и $\cos z$ повторяются с периодом 2π, e^z — с мнимым периодом $2\pi j$:

$$e^{z+2\pi j} = e^z e^{2\pi j} = e^z(\cos 2\pi + j \sin 2\pi) = e^z.$$

Показательная функция e^z не обращается в нуль ни в одной точке комплексной плоскости. Тригонометрические функции $\sin z$ и $\cos z$ могут принимать нулевые значения лишь при действительных z. В отличие от действительной области значения косинуса комплексного аргумента могут превышать единицу (например, $\cos j = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \cdots = \frac{e^2+1}{2e} > 1$).

Гиперболические функции могут быть определены через показательную функцию:

$$\operatorname{ch} z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}; \quad \operatorname{sh} z = \frac{e^z - e^{-z}}{2};$$

отсюда следует:

$$\operatorname{ch} z = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \cdots;$$

$$\operatorname{sh} z = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \cdots$$

и

$$e^z = \operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z.$$

Сравнивая выражения для тригонометрических и гиперболических функций, легко установить связь между ними:

$$\cos z = \operatorname{ch} jz; \ j \sin z = \operatorname{sh} jz;$$

или, заменяя z на jz:

$$\operatorname{ch} z = \cos jz;$$

$$j \operatorname{sh} z = \sin jz.$$

Логарифмическая функция определяется как функция, обратная показательной:

$$e^w = z;\ w = \ln z;$$

Подставляя сюда

$$w = u + jv$$

и

$$z = |z|\, e^{j(\varphi + 2k\pi)},$$

получим:

$$e^u\, e^{jv} = |z|\, e^{j(\varphi + 2k\pi)},$$

т. е.

$$e^u = |z|;\quad v = \varphi + 2k\pi$$

или

$$\ln z = \ln|z| + j(\varphi + 2k\pi),$$

Таким образом, логарифмическая функция комплексного переменного является многозначной функцией (одному значению аргумента соответствует бесчисленное множество значений функции).

Производная

Производной функции $w=f(z)$ комплексного переменного называется предел

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z}.$$

Поскольку определения производной в действительной и комплексной областях аналогичны, то и правила дифференцирования в комплексной области те же, что и в действительной.

Но в комплексной области функция считается дифференцируемой (т. е имеющей производную) лишь в том случае, если предел отношения

$$\frac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z}$$

не зависит от того, каким путем точка $z+\Delta z$ приближается к точке z. Это обстоятельство значительно сужает класс дифференцируемых функций.

Функция $w=u+jv$ является дифференцируемой в точке $z=x+jy$, если частные производные функций u и v в точке z непрерывны и удовлетворяют условиям Коши—Римана:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y};\quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Функция, дифференцируемая в каждой точке области G, т. е. удовлетворяющая условиям Коши—Римана во всех точках этой области, называется аналитической в области G.

Пример. Легко проверить, что функция $f(z)=e^z$ является аналитической во всей комплексной плоскости, а функция $f(z) = (x+y)+jxy$ не является аналитической, так как для нее условия Коши—Римана выполняются лишь в одной точке ($x=1$, $y=-1$).

Если функция $f(z)$ является аналитической во всех точках круга с центром в C, кроме самой точки C, то эта точка $C=z_0$ называется изолированной особой точкой.

Особая точка называется полюсом порядка n, если n есть наименьшее целое положительное число, для которого $(z-z_0)^n f(z)$ конечно в точке z_0. Если же такого числа n не существует, то $C=z_0$ называется существенно особой точкой.

Интеграл

Интеграл функции комплексного переменного $f(z)$ по дуге ab

$$\int_{ab} f(z)\,dz$$

определяется аналогично криволинейному интегралу действительной области (см. § 1-6) как предел суммы

$$\sum_{i=1}^{n} f(\zeta_i)(z_i - z_{i-1})$$

при $(z_i - z_{i-1}) \to 0$, где z_i — точки деления дуги на отрезки (рис. 1-36), $f(\zeta_i)$ — значение функции $f(z)$ в произвольной точке ζ_i отрезка (z_i, z_{i-1}).

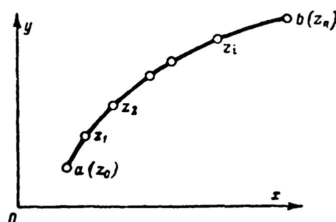


Рис. 1-36. К определению интеграла функции комплексного переменного.

Если кривая ab вдоль которой осуществляется интегрирование, является кусочно-непрерывной, а $f(z)$ — функция ограниченная, то интеграл $\int_{ab} f(z)dz$ всегда существует.

Вообще говоря, такой интеграл зависит от пути ab интегрирования. Но если функция $f(z)$ является аналитической в односвязной области D, то интеграл от $f(z)$ не зависит от выбора пути интегрирования в этой области и определяется лишь пределами интегрирования (основная теорема Коши). В этом случае вместо записи $\int_{ab} f(z)\,dz$ обычно используют запись $\int_a^b f(z)\,dz$. Интеграл по любому замкнутому контуру, лежащему внутри области D, в этом случае равен нулю:

$$\oint f(z)\,dz = 0.$$

Интеграл аналитической функции в комплексной области сохраняет основные

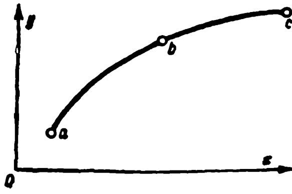


Рис. 1-37. Пределы интеграла функции комплексного переменного.

свойства криволинейного интеграла действительной области (рис. 1-37):

$$\int_a^b f(z)\,dz = -\int_b^a f(z)\,dz;$$

$$\int_a^c f(z)\,dz = \int_a^b f(z)\,dz + \int_b^c f(z)\,dz$$

и может быть сведен к вычислению двух криволинейных интегралов от функций действительного переменного:

$$\int_a^b f(z)\,dz = \int_a^b (u + jv)(dx + j\,dy) =$$

$$= \int_a^b (u\,dx - v\,dy) + j\int_a^b (v\,dx + u\,dy).$$

В общем случае такой интеграл является комплексным числом. Если же верхний предел является переменным (z), то такой интеграл является функцией комплексного переменного z

$$F(z) = \int_{z_0}^{z} f(\xi)\,d(\xi),$$

называемой **первообразной** от аналитической функции $f(z)$ комплексного переменного.

При этом первообразная от аналитической функции, рассматриваемая как функция верхнего предела, является функцией аналитической. Первообразные аналитической функции зависят от выбора z_0 и, следовательно, отличаются друг от друга на постоянное комплексное слагаемое C.

Неопределенным интегралом называется общий вид для всех первообразных данной аналитической функции $f(z)$:

$$\int f(z)\,dz = F(z) + C.$$

Техника интегрирования аналитических функций в комплексной области та же, что и в действительной области.

Если функция $f(z)$ имеет в области D первообразную $F(z)$, то определенный интеграл от этой функции равен приращению первообразной при переходе от нижнего предела к верхнему:

$$\int_a^b f(z)\,dz = F(b) - F(a).$$

При интегрировании по замкнутому контуру $a=b$, и, следовательно, интеграл по любому замкнутому контуру равен нулю

$$\oint f(z)\,dz = 0,$$

однако лишь при том условии, что внутри контура интегрирования отсутствуют особые точки.

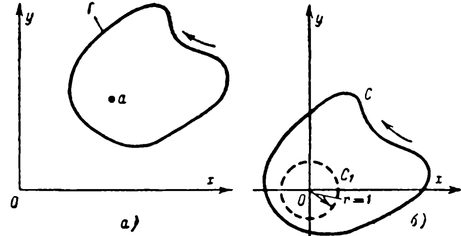


Рис. 1-38. К примеру вычисления интеграла.

Пример. Вычислим интеграл

$$\oint_\Gamma \frac{dw}{(w-a)^n}$$

по замкнутой кривой Γ, проходимой в положительном направлении и охватывающей единственную особую точку a подынтегрального выражения (рис. 1-38, *а*)

Подстановкой

$$w = t + a;\ dw = dt$$

приведем интеграл к виду $\int_C \frac{dt}{t^n}$,

где C — замкнутая кривая (рис. 1-38, *б*), получающаяся путем параллельного переноса Γ на вектор — (Oa). Подынтегральная функция по-прежнему имеет особую точку внутри C (в начале координат).

Контур интегрирования C может быть деформирован в единичную окружность C_1. Такая деформация не изменяет интеграла до тех пор, пока особая точка не выйдет за пределы области ограниченной замкнутой кривой.

При подстановке

$$t = e^{j\varphi};\quad dt = je^{j\varphi}d\varphi.$$

интегрирование происходит по единичной окружности с центром в начале координат (рис. 1-38, *б*). При этом ясно, что переменная t пробежит по всем точкам единичной окружности C_1 в комплексной области, если

переменная φ пробежит отрезок от 0 до 2π в действительной области:

$$\oint_{C_1} \frac{dt}{t^n} = j \int_0^{2\pi} e^{-j(n-1)\varphi} d\varphi =$$

$$= j \int_0^{2\pi} \cos(n-1)\varphi\, d\varphi + \int_0^{2\pi} \sin(n-1)\varphi\, d\varphi.$$

Итак, задача сведена к двум определенным интегралам в действительной области, которые равны нулю при всех n, кроме $n=1$, когда первый из них приобретает значение 2π.

Таким образом, интеграл

$$\oint_{\Gamma} \frac{dz}{(z-a)^n},$$

взятый в положительном направлении произвольной замкнутой кривой Γ, охватывающей точку a, равен $2\pi j$ или 0 в зависимости от того, равно или не равно единице целое число n.

Разложение Лорана в окрестности изолированной особой точки

Если функция $f(z)$ является аналитической в некоторой окрестности G точки z_0, за исключением, может быть, лишь самой точки z_0 (рис. 1-39), то в области G справедливо разложение функции $f(z)$ в ряд Лорана:

$$f(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m (z-z_0)^m,$$

где a_m — коэффициенты ряда.

Вид разложения Лорана тесно связан с поведением функции в точке z_0.

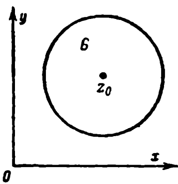


Рис. 1-39 Область разложения Лорана.

Если разложение не содержит отрицательных степеней ($a_m=0$ при $m<0$), то z_0 не является особой точкой.

Если разложение имеет конечное число n отрицательных степеней ($a_m=0$ при $m<-n$), то функция $f(z)$ имеет в точке z_0 полюс порядка n.

Если же разложение имеет бесконечное число отрицательных степеней, то функция $f(z)$ имеет в точке z_0 существенно особую точку.

В практике интегрирования функций комплексного переменного особый интерес представляет первая отрицательная степень разложения Лорана. Коэффициент a_{-1} при этой степени называется вычетом. Вычет относительно полюса n-го порядка может быть вычислен по формуле

$$a_{-1} = \frac{1}{(n-1)!} \times$$

$$\times \lim_{z=z_0} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} (z-z_0)^n f(z).$$

Для полюса первого порядка

$$a_{-1} = \lim_{z\to z_0} \left[(z-z_0) f(z)\right].$$

Теорема Коши о вычетах

Почленное интегрирование ряда Лорана в положительном направлении по окружности, принадлежащей области G, с центром в z_0 (рис. 1-39) приводит к интегралам

$$\oint (z-z_0)^m dz = 0$$

для всех m, за исключением первой отрицательной степени разложения, для которой

$$\oint \frac{dz}{z-z_0} = 2\pi j.$$

Таким образом,

$$\oint f(z)\, dz = 2\pi j a_{-1}.$$

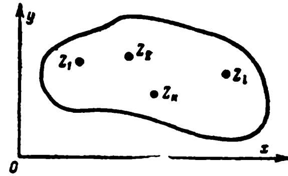


Рис. 1-40. Изолированные особые точки внутри контура интегрирования.

Эта формула сводит вычисление интеграла к вычислению вычета в единственной особой точке внутри контура интегрирования.

Если же внутри контура интегрирования C имеется l изолированных особых точек (рис. 1-40), то

$$\oint_C f(z)\, dz = 2\pi j \sum_{k=1}^{l} \operatorname{Res} f(z_k),$$

где $\operatorname{Res} f(z_k)$ — вычет a_{-1} в k-й изолированной особой точке внутри контура интегрирования.

Теорема о вычетах может быть полезной также и при вычислении определенных интегралов от функций действительного переменного.

Пример. Пусть требуется определить

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos px}{(x+a)^2 + b^2}\, dx.$$

На основании тождества Эйлера

$$J = \mathrm{Re}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{jpx}}{(x+a)^2+b^2}\,dx.$$

Переходя к комплексному аргументу, будем интегрировать функцию

$$f(z)=\frac{e^{jpz}}{(z+a)^2+b^2}$$

по замкнутому контуру, проходящему по действительной оси от $-\infty$ до $+\infty$ и замыкающемуся через бесконечно удаленную точку (рис. 1-41).

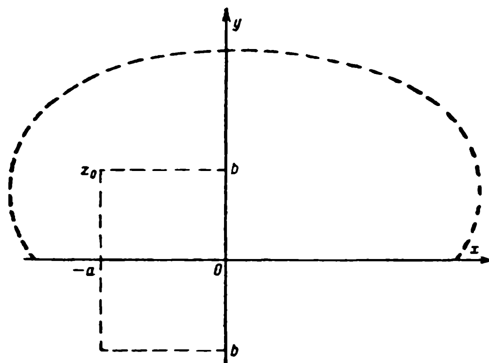


Рис. 1-41. К примеру вычисления определенных интегралов.

Функция имеет два полюса первого порядка, определяемых из условия

$$(z+a)^2+b^2=0.$$

Лишь один из этих полюсов

$$z_0=-a+jb$$

оказывается внутри контура интегрирования.

Вычет относительно этого полюса

$$a_{-1}=\lim_{z\to -a+jb}\left[(z+a-jb)\frac{e^{jpz}}{(z+a)^2+b^2}\right]=$$

$$=\lim_{z\to -a+jb}\frac{e^{jpz}}{z+a+jb}=\frac{e^{-pb}\,e^{-jpa}}{2jb}.$$

Поэтому

$$\oint f(z)\,dz=\oint\frac{e^{jpz}}{(z+a)^2+b^2}\,dz=$$

$$=2\pi\,ja_{-1}=\frac{\pi}{b}\,e^{-pb}\,e^{-jpa}$$

и окончательно

$$J=\mathrm{Re}\,\frac{\pi}{b}\,e^{-pb}\,e^{-jpa}=\frac{\pi}{b}\,e^{-pb}\times$$

$$\times\cos pa.$$

1-9. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Составление уравнений

Одной из важных задач научного анализа является установление вида функциональной зависимости между теми или иными физическими величинами. Для аналитического определения таких зависимостей обычно составляют модель исследуемого явления, в которой оставляют лишь его существенные стороны, отбрасывая второстепенные детали. К полученной модели применяют те или иные **физические законы**, стремясь связать различные элементы модели одним или несколькими соотношениями. Чаще всего эти соотношения содержат не только неизвестные функции, но и их производные. Такие соотношения называются **дифференциальными уравнениями**.

При изучении электрических или радиотехнических устройств моделью обычно является принципиальная схема устройства, в которой оставлены лишь те элементы устройства, которые существенно влияют на изучаемое явление. Искомыми чаще всего бывают токи и напряжения, действующие в схеме. Поэтому наиболее распространенным приемом составления дифференциального уравнения электрической цепи является использование законов Кирхгофа, согласно которым сумма токов $i_к$ в каждом узле цепи равна нулю:

$$\sum_{к=1}^{n} i_к=0,$$

а сумма э. д. с. $e_к$, действующих в каждом замкнутом контуре цепи, равна сумме напряжений $u_к$ на элементах контура:

$$\sum_{к=1}^{l} e_к=\sum_{i=1}^{m} u_i$$

(подробнее об этом см. § 4-3).

Напряжения на элементах цепи следующим образом выражаются через токи протекающие по ним:

напряжение на сопротивлении R

$$u_R=iR;$$

напряжение на катушке индуктивности L

$$u_L=L\frac{di}{dt};$$

напряжение на конденсаторе C

$$u=\frac{1}{C}\int i\,dt.$$

Пример 1. Для анализа процессов, возникающих при действии э. д. с. на последовательное соединение резистора R

и катушки индуктивности L, используется уравнение

$$L\frac{di}{dt}+Ri=e.$$

Пример 2. При исследовании разряда конденсатора C на резистор R уравнение для тока имеет вид:

$$iR+\frac{1}{C}\int i\,dt=0$$

или

$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i=0.$$

Пример 3. Для последовательного контура (рис. 1-42) получаем:

$$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int i\,dt=e$$

или, обозначив

$$u=u_C=\frac{1}{C}\int i\,dt,$$

$$LC\frac{d^2u}{dt^2}+RC\frac{du}{dt}+u=e.$$

Иногда при составлении дифференциального уравнения удобнее рассматривать не всю физическую модель, а лишь бесконечно малый ее участок. Составив соотношения для приращений (или дифференциалов) токов и напряжений, действующих на этом участке, можно затем распространить полученные выводы на всю модель. В частности, так поступают при анализе цепей с распределенными постоянными.

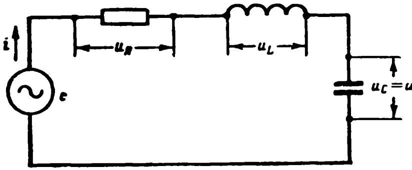


Рис. 1-42. К примеру 3.

Пример 4. Для описания процессов в двухпроводной длинной линии выделяется отрезок линии (рис. 1-43), имеющий длину Δx и обладающий емкостью $C_1\Delta x$ и индуктивностью $L_1\Delta x$, где C_1 и L_1 — погонные значения емкости и индуктивности линии.

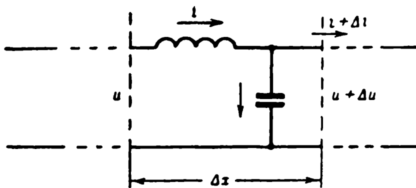


Рис. 1-43. К примеру 4.

Напряжение между проводами на конце отрезка Δx меньше, чем в начале отрезка, на величину падения напряжения на индуктивности $L_1\Delta x$:

$$\Delta u=-L_1\Delta x\frac{\partial i}{\partial t}.$$

Ток в конце отрезка меньше, чем в его начале, на величину тока, ответвляющегося в емкость $C_1\Delta x$:

$$\Delta i=-C_1\Delta x\frac{\partial u}{\partial t}.$$

После деления на Δx и перехода к пределу при $\Delta x\to 0$ получим систему уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-L_1\frac{\partial i}{\partial t};$$

$$\frac{\partial i}{\partial x}=-C_1\frac{\partial u}{\partial t}.$$

Эту систему легко свести к одному уравнению, если продифференцировать первое уравнение по x, а второе по t и исключить из системы смешанную производную. При этом получим **волновое дифференциальное уравнение**

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-L_1C_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0.$$

При анализе вопросов, связанных с излучением и распространением электромагнитных волн в различных средах, законы цепей (уравнения Кирхгофа) уже не могут быть полезны и приходится обращаться к более общим закономерностям электрических явлений. В этом случае искомые соотношения между напряженностями электрического и магнитного полей и их производными (во времени и в пространстве) устанавливаются уравнениями Максвелла (см. § 4-8). Применение этих уравнений к исследуемым явлениям (излучение антенны, дифракция волны на неоднородностях среды и др.) приводит обычно к той или иной форме волнового уравнения.

Если же в поле электромагнитной волны находятся элементарные частицы, имеющие массу m и заряд q, то при рассмотрении взаимодействия поля волны и частицы приходится привлекать также и законы механики.

Пример 5. Пусть волна движется в направлении Ox, а вектор электрического поля волны направлен вдоль Oy. Требуется составить дифференциальное уравнение для изучения движения электрона в электрическом поле волны.

Электрон, находящийся в точке O, будет испытывать действие силы

$$F=qE=qE_m\cos\omega t,$$

под действием которой он будет двигаться в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

Если никакие другие силы на электрон не действуют, то согласно второму закону Ньютона движение электрона в поле волны определяется дифференциальным уравнением

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = qE_m \cos \omega t.$$

Классификация уравнений

Дифференциальные уравнения делятся на два больших класса по числу независимых переменных, содержащихся в уравнении. Те уравнения, в которых неизвестная функция является функцией одного аргумента, называются обыкновенными дифференциальными уравнениями (примеры 1, 2, 3, 5). Уравнения, в которых рассматриваются неизвестные функции, зависящие от нескольких аргументов, называются дифференциальными уравнениями с частными производными (пример 4).

Внутри этих классов дифференциальные уравнения делятся на группы по порядку и по степени.

Порядком дифференциального уравнения называется порядок содержащейся в уравнении старшей производной (в примерах 1—2 — уравнения первого порядка, в примерах 3—5 — уравнения второго порядка).

Степенью дифференциального уравнения называется наибольший показатель степени старшей производной, если уравнение приведено к целому рациональному виду относительно этой производной (все уравнения примеров 1—5 являются уравнениями первой степени).

Более подробное деление дифференциальных уравнений осуществляется на основании особенностей входящих в них выражений (линейные, однородные и др.).

Уравнение первого порядка

Если дифференциальное уравнение может быть представлено в форме

$$y' = f(x, y)$$

или в форме

$$M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0,$$

легко приводящейся к предыдущей, то его называют уравнением, разрешенным относительно производной.

В результате решения такого уравнения может быть получена некоторая совокупность функций $\varphi_i(x)$, удовлетворяющих исходному дифференциальному уравнению (рис. 1-44). Та из этих функций

$$y = \varphi(x),$$

которая удовлетворяет не только исходному уравнению, но и некоторому начальному условию

$$y = y_0, \text{ если } x = x_0,$$

называется частным решением уравнения.

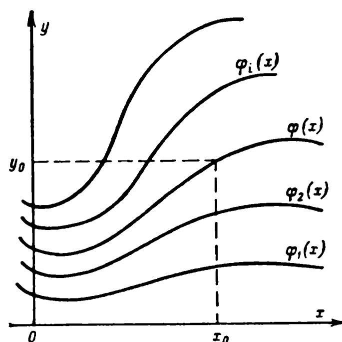


Рис 1-44. График системы функций, удовлетворяющих дифференциальному уравнению первого порядка.

Общим решением дифференциального уравнения называется такое решение

$$y = \varphi(x, C),$$

из которого, подбирая постоянную C, можно получить любое частное решение. Чтобы выбрать требуемое значение C, необходимо подставить в общее решение начальное условие (x_0, y_0).

Ниже даются способы решения некоторых видов этого уравнения.

Уравнение с разделенными переменными

$$f_1(x)\,dx + f_2(y)\,dy = 0$$

интегрируется так, как будто и y и x являются независимыми переменными:

$$\int f_1(x)\,dx + \int f_2(y)\,dy = C.$$

Уравнение с разделяющимися переменными

$$f_1(x)\,f_2(y)\,dx + f_3(x)\,f_4(y)\,dy = 0$$

приводится к предыдущему виду путем деления на

$$f_2(y)\,f_3(x).$$

Если уравнение представлено в форме

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x)\,f_2(y),$$

то переменные разделяются умножением на dx и делением на $f_2(y)$.

Пример 6. Определим закон ослабления плотности p потока энергии плоской электромагнитной волны, распространяющейся в однородной поглощающей среде (§ 4-8).

Естественно предположить, что уменьшение плотности потока энергии на участ-

ке dx пропорционально длине этого участка и самой плотности p:

$$-dp = \delta p\,dx.$$

После деления на p переменные разделяются

$$\frac{dp}{p} = -\delta\,dx.$$

Интегрирование обеих частей дает

$$\ln p = -\delta x + \ln p_0$$

или

$$p = p_0 e^{-\delta x}.$$

Однородным уравнением называется такое дифференциальное уравнение

$$M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0,$$

в котором $M(x, y)$ и $N(x, y)$ являются однородными функциями одного и того же измерения n. Это значит, что при замене переменных x и y на tx и ty функции $M(x, y)$ и $N(x, y)$ оказываются умноженными на t^n:

$$M(tx, ty) = t^n M(x, y);$$
$$N(tx, ty) = t^n N(x, y).$$

Однородное уравнение подстановкой

$$y = vx, \quad dy = v\,dx + x\,dv$$

может быть сведено к уравнению с разделяющимися переменными. (Иногда удобнее подстановка $x = uy$.)

Пример 7. Найти форму металлического рефлектора антенны, собирающего лучи точечного излучателя в пучок параллельных лучей.

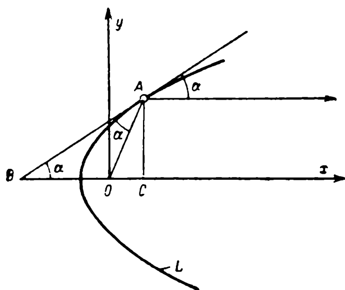


Рис 1-45. К примеру 7.

Пусть L — сечение искомой поверхности, O — точка расположения излучателя, AB — касательная к искомой поверхности в точке A (рис. 1-45). Угол падения равен углу отражения. Чтобы все отраженные от рефлектора лучи были параллельны Ox, необходимо, чтобы все треугольники OAB были равнобедренными. Из треугольника ACB находим:

$$AC = BC\operatorname{tg}\alpha = (OC + OB)\operatorname{tg}\alpha$$

или

$$y = \left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)\frac{dy}{dx}.$$

Полученное дифференциальное уравнение

$$y\,dx - \left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)dy = 0$$

однородно относительно x и y

Подстановка $x = uy$

$$dx = u\,dy + y\,du$$

приводит к уравнению

$$y^2\,du - y\sqrt{1+u^2}\,dy = 0,$$

в котором переменные легко разделяются

$$\frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{dy}{y}.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\ln\left(u + \sqrt{1+u^2}\right) = \ln y - \ln C;$$

$$\left(\frac{y}{C} - u\right)^2 = 1 + u^2$$

или, если возвратиться к прежним переменным,

$$y^2 = 2Cx + C^2,$$

т. е. искомой поверхностью является параболоид вращения.

Линейным уравнением называется такое дифференциальное уравнение, которое линейно относительно искомой функции y и ее производной dy/dx, т. е. искомая функция и ее производная входят в уравнение в первой степени:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\,y = Q(x).$$

При решении линейного уравнения сначала решают соответствующее ему однородное (относительно y и dy/dx) уравнение, т. е. уравнение без правой части·

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\,y = 0.$$

Переменные в этом уравнении легко разделяются:

$$\frac{dy}{y} = -P(x)\,dx$$

и

$$y = Ce^{-\int P(x)\,dx}.$$

Полученное решение обращает левую часть исходного уравнения в нуль и, следовательно, не удовлетворяет ему. Однако можно положить $C = C(x)$ и так подобрать $C(x)$, чтобы удовлетворить исходному уравнению. Чтобы это сделать, подставим в исходное уравнение

$$y = C(x)\,e^{-\int P(x)dx}$$

и

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dC(x)}{dx}e^{-\int P(x)\,dy}-$$

$$-C(x)P(x)e^{-\int P(x)\,dx}.$$

Получаем вновь дифференциальное уравнение

$$\frac{dC(x)}{dx}e^{-\int P(x)\,dx}=Q(x),$$

которое после разделения переменных дает:

$$C(x)=\int Q(x)\,e^{\int P(x)\,dx}dx+C_1.$$

Поэтому искомое решение неоднородного линейного дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$y=e^{-\int P(x)\,dx}\left[\int Q(x)\,e^{\int P(x)\,dy}dx+C_1\right].$$

Пример 8. Решим дифференциальное уравнение, полученное в примере 1:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{\mathscr{E}_0}{L}$$

для случая, когда к цепи RL (рис. 1-46) подключается постоянная э. д. с. $\mathscr{E}_0$

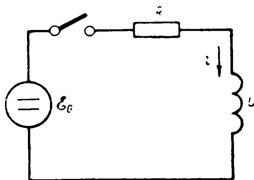


Рис. 1-46. К примеру 8.

В этом случае $y=i$, $x=t$,

$$\int P(x)\,dx=\frac{R}{L}t$$

и поэтому

$$i=e^{-\frac{R}{L}t}\left[\int\frac{\mathscr{E}_0}{L}e^{\frac{R}{L}t}dt+C_1\right]=$$

$$=\frac{\mathscr{E}_0}{R}+C_1e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Если при $t=0$ начальный ток $i=0$, то $C_1=-\mathscr{E}_0/R$, и окончательно

$$i=\frac{\mathscr{E}_0}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Уравнением в полных дифференциалах называется дифференциальное уравнение

$$M(x,y)\,dx+N(x,y)\,dy=0,$$

если в некоторой области функции $M(x, y)$ и $N(x, y)$ и их частные производные 1-го порядка непрерывны и удовлетворяют условию (см. стр. 23)

$$\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}.$$

В этом случае дифференциальное уравнение может быть представлено в виде

$$dU(x,y)=0$$

и легко интегрируется:

$$U(x,y)=C.$$

При решении уравнения в полных дифференциалах рассуждают следующим образом.

Если выражение

$$dU(x,y)=M(x,y)\,dx+N(x,y)\,dy$$

является полным дифференциалом, то искомое решение удовлетворяет равенствам

$$\frac{\partial U}{\partial x}=M(x,y);\quad\frac{\partial U}{\partial y}=N(x,y).$$

Из первого равенства сразу получаем решение:

$$U(x,y)=\int M(x,y)\,dx+\varphi(y)$$

Введенную неизвестную функцию $\varphi(y)$ легко найти, если продифференцировать это выражение по y и приравнять его $N(x, y)$.

Если это более удобно, можно при решении поменять местами M и N, а также x и y.

Однако чаще всего условие $\partial M/\partial y=\partial N/\partial x$ не выполняется, т. е. исходное дифференциальное уравнение не является уравнением в полных дифференциалах.

В этом случае можно попытаться найти интегрирующий множитель μ, который превращал бы исходное уравнение в полный дифференциал:

$$\mu M(x,y)\,dx+\mu N(x,y)\,dy=du(x,y)=0.$$

Для отыскания интегрирующего множителя μ составляют отношение

$$D=\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{N}$$

и, если оно не зависит от y, определяют μ по формуле

$$\mu(x)=e^{\int D(x)\,dx}.$$

В противном случае составляют отношение

$$D=\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{M}$$

и, если оно не зависит от x, определяют μ по формуле

$$\mu(y)=e^{-\int D(y)\,dy}.$$

Пример 9. Подбирая интегрирующий множитель μ, решим дифференциальное уравнение, полученное в примере 1:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{e}{L}$$

для случая, когда к цепи RL (рис. 1-47) подключается синусоидальная э. д. с.

$$e=\mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

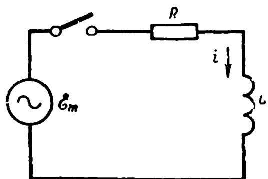


Рис. 1-47. К примеру 9.

Дифференциальное уравнение в этом случае может быть представлено в виде

$$di+\left(\frac{R}{L}i-\frac{\mathcal{E}_m}{L}\sin \omega t\right)dt=0,$$

т. е.

$$M=1;\quad N=\frac{1}{L}(Ri-\mathcal{E}_m \sin \omega t);$$

$$D(t)=\frac{\frac{\partial M}{\partial t}-\frac{\partial N}{\partial i}}{M}=-\frac{R}{L}.$$

Интегрирующий множитель

$$\mu(t)=e^{-\int D(t)\,dt}=e^{\frac{R}{L}t}.$$

Теперь исходное уравнение может быть представлено в полных дифференциалах:

$$e^{\frac{R}{L}t}di+e^{\frac{R}{L}t}\left(\frac{R}{L}i-\right.$$
$$\left.-\frac{\mathcal{E}_m}{L}\sin \omega t\right)dt=0.$$

Интегрируем это уравнение:

$$u(i,t)=\int e^{\frac{R}{L}t}di+\varphi(t)=$$
$$=ie^{\frac{R}{L}t}+\varphi(t).$$

Введенную функцию $\varphi(t)$ найдем из условия

$$\frac{\partial u}{\partial t}=N;$$

$$\frac{R}{L}ie^{\frac{R}{L}t}+\varphi'(t)=$$
$$=e^{\frac{R}{L}t}\left(\frac{R}{L}i-\frac{\mathcal{E}_m}{L}\sin \omega t\right),$$

т. е.

$$\varphi'(t)=-\frac{\mathcal{E}_m}{L}e^{\frac{R}{L}t}\sin \omega t;$$

$$\varphi(t)=-\frac{\mathcal{E}_m}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\sin \omega t\,dt=$$
$$=-\frac{\mathcal{E}_m}{L}\frac{e^{\frac{R}{L}t}}{\omega^2+\frac{R^2}{L^2}}\left(\frac{R}{L}\sin \omega t-\right.$$
$$\left.-\omega\cos \omega t\right).$$

Таким образом, решением дифференциального уравнения является:

$$u(i,t)=ie^{\frac{R}{L}t}-\frac{\mathcal{E}_m e^{\frac{R}{L}t}}{R^2+\omega^2L^2}\times$$
$$\times(R\sin \omega t-\omega L\cos \omega t)=C.$$

Если при $t=0$, $i=i_0$, то

$$C=i_0+\frac{\mathcal{E}_m \omega L}{R^2+\omega^2L^2}.$$

Подставляя значение C в предыдущее выражение и решая его относительно i, получим:

$$i=\left(i_0+\frac{\mathcal{E}_m \omega L}{R^2+\omega^2L^2}\right)e^{-\frac{R}{L}t}+$$
$$+\frac{\mathcal{E}_m R}{R^2+\omega^2L^2}\sin \omega t-\frac{\mathcal{E}_m \omega L}{R^2+\omega^2L^2}\cos \omega t.$$

Уравнение второго порядка

Дифференциальное уравнение второго порядка имеет вид:

$$F\left(x,y,\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}\right)=0.$$

Его общее решение зависит от двух произвольных постоянных. Их можно определить по начальным условиям, задав значения искомой функции в двух точках или значения искомой функции и ее первой производной (в одной и той же точке).

В следующих случаях уравнение второго порядка может быть приведено к уравнению первого порядка:

1. Если функция F не зависит явно ни от x, ни от y, то подстановка $dy/dx=p$ приводит к уравнению

$$F\left(p,\frac{dp}{dx}\right)=0.$$

2. Если функция F не зависит явно от y, то подстановка $dy/dx=p$, $d^2y/dx^2=dp/dx$ приводит к уравнению

$$F\left(x,p,\frac{dp}{dx}\right)=0.$$

3. Если функция F не зависит явно от x, то подстановка $dy/dx=p$, $\frac{d^2y}{dx^2}=p\frac{dp}{dy}$ приводит к уравнению

$$F\left(y, p, p\frac{dp}{dy}\right)=0.$$

Получающиеся в каждом из этих случаев дифференциальные уравнения первой степени решаются указанными выше способами. Решение исходного дифференциального уравнения находится после этого из соотношения

$$\frac{dy}{dx}=p.$$

Линейное уравнение произвольного порядка

Линейным дифференциальным уравнением n-го порядка называется уравнение вида

$$y^{(n)}+a_1(x)\,y^{(n-1)}+a_2(x)\,y^{(n-2)}+$$
$$+\cdots+a_{(n-1)}(x)\,y'+a_n(x)\,y'=b(x).$$

Уравнение называется **однородным**, если $b(x)=0$.

Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения является суммой частного решения этого уравнения и общего решения соответствующего однородного уравнения, получаемого при замене $b(x)$ нулем.

Однородное уравнение решается особенно просто, если коэффициенты $a_i(x)$ являются постоянными:

$$y^{(n)}+a_1y^{(n-1)}+\cdots+a_{n-1}y'+a_ny=0.$$

Для отыскания общего решения такого уравнения составляют **характеристическое** уравнение

$$\lambda^n+a_1\lambda^{n-1}+\cdots+a_{n-1}\lambda+a_n=0,$$

которое получается из исходного однородного уравнения путем замены производных соответствующими степенями неизвестного λ (неизвестная функция y при этом заменяется единицей). Корни характеристического уравнения позволяют составить общее решение однородного уравнения.

Каждому **простому** корню λ_i характеристического уравнения соответствует член $C_ie^{\lambda_ix}$ в решении однородного дифференциального уравнения. Общее решение является суммой n таких членов:

$$y=C_1e^{\lambda_1x}+C_2e^{\lambda_2x}+\cdots+C_ne^{\lambda_nx}.$$

Каждой паре **сопряженных комплексных** корней

$$\lambda=k\pm jl$$

характеристического уравнения соответствует пара членов

$$C_1e^{kx}\cos lx+C_2e^{kx}\sin lx.$$

Если корень λ (действительный или комплексный) встречается **дважды** среди n корней характеристического уравнения, то постоянная C перед соответствующим этому корню членом общего решения заменяется на выражение C_1+C_2x. Если корень встречается трижды, то постоянная C заменяется на выражение $C_1+C_2x+C_3x^2$ и т. д.

Пример 10. Найдем общее решение дифференциального уравнения, полученного в

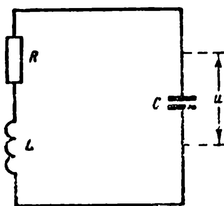


Рис. 1-48. К примеру 10.

примере 3, для случая **свободных** колебаний в последовательном контуре (рис. 1-48):

$$\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du}{dt}+\frac{1}{LC}u=0.$$

Характеристическое уравнение

$$\lambda^2+\frac{R}{L}\lambda+\frac{1}{LC}=0$$

имеет при $\alpha<\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ два комплексных корня

$$\lambda=-\frac{R}{2L}\pm$$
$$\pm\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}=-\alpha\pm j\omega,$$

где обозначено:

$$\alpha=\frac{R}{2L};\quad \omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}.$$

Общее решение имеет вид:

$$u=C_1e^{-\alpha t}\cos\omega t+C_2e^{-\alpha t}\sin\omega t.$$

Постоянные C_1 и C_2 могут быть определены из начальных условий.

Неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами

$$y^{(n)}+a_1y^{(n-1)}+\cdots+a_{n-1}y'+$$
$$+a_ny=b(x)$$

имеет частное решение, вид которого определяется правой частью уравнения.

Если правая часть неоднородного уравнения является суммой двух (или нескольких) функций

$$b(x) = b_1(x) + b_2(x),$$

то частное решение такого уравнения является суммой частных решений аналогичных неоднородных уравнений с правыми частями $b_1(x)$ и $b_2(x)$.

Если правая часть неоднородного уравнения содержит многочлены, показательные и тригонометрические функции, т. е. имеет вид

$$Q_m(x)\, e^{kx}$$

или

$$P_m(x)\, e^{kx} \cos lx + Q_m(x)\, e^{kx} \sin lx,$$

где $Q_m(x)$ и $P_m(x)$ — многочлены m-й степени, а k и l — действительные числа (включая нуль), то аналогичный вид будет иметь и частное решение, если только число k не является корнем характеристического уравнения.

Если же число k (в том числе и $k=0$) является корнем характеристического уравнения кратности α, частное решение ищется в виде

$$y = R_m(x)\, x^{\alpha}\, e^{kx},$$

где R_m есть многочлен той же степени, что и $Q_m(x)$.

Зная вид частного решения неоднородного уравнения, легко найти и само частное решение, определив коэффициенты при членах, составляющих многочлены $P_m(x)$ и $Q_m(x)$. Это осуществляется с помощью метода неопределенных коэффициентов: частное решение с неопределенными коэффициентами подставляется в исходное дифференциальное уравнение, после чего сличение левой и правой частей позволяет определить все коэффициенты многочленов, входящих в частное решение.

Пример 11. Найдем общее решение дифференциального уравнения, полученного в примере 3, для случая вынужденных колебаний в последовательном контуре под действием приложенной к нему синусоидальной э. д. с. $e = \mathcal{E}_m \sin \omega t$:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Частное решение этого неоднородного уравнения ищем в виде

$$u = A\cos \omega t + B \sin \omega t.$$

Подставляя это решение в исходное уравнение и определяя множители при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$, получим систему из двух уравнений для определения A и B:

$$\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)A + \frac{\omega R}{L}B = 0;$$

$$-\frac{\omega R}{L}A + \left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)B = \mathcal{E}_m.$$

Отсюда

$$A = -\mathcal{E}_m \frac{\frac{\omega R}{L}}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}};$$

$$B = \mathcal{E}_m \frac{\frac{1}{LC} - \omega^2}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}}.$$

Таким образом, частное решение уравнения имеет вид:

$$u = \frac{\mathcal{E}_m}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)\sin \omega t - \frac{\omega R}{L}\cos \omega t\right].$$

Объединяя это частное решение с общим решением соответствующего однородного уравнения (см. пример 10), получим общее решение неоднородного уравнения:

$$u = \frac{\mathcal{E}_m}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)\sin \omega t - \frac{\omega R}{L}\cos \omega t\right] +$$

$$+ C_1 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\, t +$$

$$+ C_2 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\, t.$$

1-10. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Преобразование Лапласа

Методы операционного исчисления позволяют упрощать решение дифференциальных уравнений некоторых классов. Для этой цели каждой функции времени t, входящей в дифференциальное уравнение, с помощью некоторого преобразования сопоставляется функция другого переменного $p = \sigma + j\omega$. Первую функцию обычно называют оригиналом, а вторую изображением. Чтобы подчеркнуть соответствие изображения $F(p)$ своему оригиналу $f(t)$, для их обозначения обычно выбирают одинаковые буквы (для изображения — заглавные), а также применяют значок в виде стрелки:

$$f(t) \div F(p).$$

Преобразование оригинала в изображение имеет смысл выбирать таким, чтобы свести операции дифференцирования и интегрирования над оригиналами к более про

стым алгебраическим операциям над их изображениями.

Таким преобразованием может быть, например, преобразование Лапласа:

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt,$$

справедливое для кусочно-непрерывных функций, определенных при $t>0$ и принимаемых равными нулю при $t<0$ (рис. 1-49).

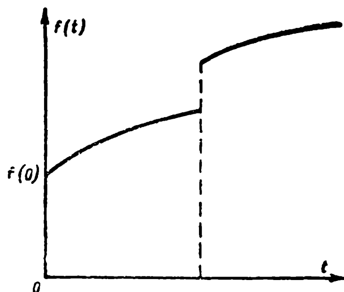


Рис. 1-49. График кусочно-непрерывной функции времени.

Действительно, если оригинал $f(t)$ подвергнуть дифференцированию, то изображение производной получим, взяв (по частям) интеграл

$$\int_0^\infty e^{-pt} \frac{df(t)}{dt}\,dt =$$

$$= e^{-pt} f(t)\Big|_0^\infty + p\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt.$$

При достаточно большом значении $\sigma = Re\,p$ верхний предел обращает первый член полученной суммы в нуль и, следовательно,

$$\frac{df(t)}{dt} \dot{\rightarrow} pF(p) - f(0),$$

где $f(0)$ — значение функций при $t = +0$.

Следовательно, дифференцированию оригинала соответствуют умножение изображения на p и вычитание начального значения $f(0)$.

Аналогичным образом легко показать, что интегрированию оригинала соответствует деление изображения на p:

$$\int_0^t f(t)\,dt \dot{\rightarrow} \frac{F(p)}{p}.$$

Таким образом, если в дифференциальном уравнении перейти от оригиналов к их изображениям, то действия дифференцирования и интегрирования заменяются умножением и делением, а сами дифференциальные уравнения превращаются в алгебраические уравнения для изображений. После решения алгебраических уравнений осуществляется обратный переход от изображений к оригиналам.

Пусть, например, имеется дифференциальное уравнение

$$y' + ay = f(t).$$

Осуществляя преобразование Лапласа левой и правой части уравнения, получим:

$$\int_0^\infty e^{-pt} y'(t)\,dt + a\int_0^\infty e^{-pt} y(t)\,dt =$$

$$= \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$$

или на основании предыдущего

$$pY(p) - y(0) + aY(p) = F(p).$$

Изображение неизвестной функции легко может быть найдено из полученного алгебраического уравнения

$$Y(p) = \frac{F(p) + y(0)}{p + a}.$$

Так же следует поступать при решении систем дифференциальных уравнений.

Например, применяя преобразование Лапласа к системе дифференциальных уравнений:

$$a_1x' + b_1y' + c_1x = f_1(t);$$

$$a_2x' + b_2y' + c_2y = f_2(t),$$

получаем систему алгебраических уравнений:

$$(a_1p + c_1)X(p) + b_1pY(p) =$$

$$= F_1(p) + a_1x(0) + b_1y(0);$$

$$a_2pX(p) + (b_2p + c_2)Y(p) =$$

$$= F_2(p) + a_2x(0) + b_2y(0),$$

из которых легко определяются изображения $X(p)$ и $Y(p)$ неизвестных функций.

Затем осуществляют обратный переход к оригиналам $y(t)$ и $x(t)$.

Для отыскания изображений неизвестных функций, а также оригиналов по найденным изображениям можно пользоваться готовыми таблицами, а также основными свойствами преобразования Лапласа, приведенными ниже.

Свойства преобразования Лапласа

Прямой подстановкой и взятием интеграла Лапласа могут быть доказаны следующие основные свойства преобразования Лапласа.

Линейность. Если имеются n оригиналов и каждому оригиналу $f_i(t)$ приведено в соответствие некоторое изображение $F_i(p)$

$$f_i(t) \dot{\rightarrow} F_i(p),$$

то изображение суммы оригиналов равно сумме их изображений:

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(t) \dot{\rightarrow} \sum_{i=1}^{n} F_i(p).$$

Отсюда следует, что умножение оригинала на постоянное число C влечет за собой умножение изображения на такое же число (и наоборот):

$$Cf(t) \div CF(p).$$

Изменение масштаба. Умножение независимого переменного оригинала на некоторое число $\alpha>0$ соответствует делению как изображения, так и его независимого переменного на то же самое число:

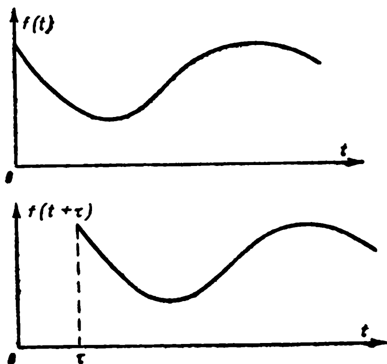


Рис. 1-50. Запаздывание оригинала.

$$f(\alpha t) \div \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right).$$

Дифференцирование оригинала:

$$f^{(n)}(t) \div p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - $$
$$- p^{n-2} f'(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0).$$

В частности, при нулевых начальных значениях оригинала и его производных n-кратное дифференцирование оригинала соответствует умножению изображения на p^n:

$$f^{(n)}(t) \div p^n F(p).$$

Интегрирование оригинала влечет за собой деление изображения на p:

$$\int_0^t f(t)\,dt \div \frac{F(p)}{p}.$$

Дифференцирование изображения соответствует умножению оригинала на $(-1)^n t^n$:

$$(-1)^n t^n f(t) \div F^{(n)}(p).$$

Запаздывание оригинала (рис. 1-50) на τ *сек* соответствует умножению изображения на $e^{-p\tau}$, т. е. если

$$f(t) \div F(p) \text{ и } \tau > 0, \text{ то}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 0 & \text{при } t<\tau \\ f(t-\tau) & \text{при } t>\tau \end{array}\right\} \div e^{-p\tau} F(p).$$

Смещение изображения на величину α влечет за собой умножение оригинала на $e^{-\alpha t}$:

$$e^{-\alpha t} f(t) \div F(p+\alpha).$$

Свертка оригиналов. Сверткой двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ называется следующее действие:

$$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)\,d\tau = \int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau)\,d\tau.$$

Свертка двух оригиналов соответствует умножению их изображений:

$$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)\,d\tau \div F_1(p) F_2(p).$$

Предельные значения могут быть найдены из следующих соотношений:

$$\lim_{|p|\to\infty} pF(p) = f(0); \quad \lim_{p\to 0} pF(p) = f(\infty).$$

Определение оригинала по изображению

Первым этапом решения дифференциального уравнения операторным методом является переход в нем от оригиналов к изображениям и отыскание из полученного алгебраического уравнения изображения неизвестной функции $Y(p)$. Второй этап заключается в определении оригинала неизвестной функции $y(t)$ по найденному изображению $Y(p)$.

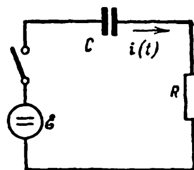


Рис. 1-51 К примеру 1.

В простейших случаях для этой цели оказывается достаточным использовать перечисленные выше свойства преобразования Лапласа или отыскать нужное выражение в табл. 1-6.

Пример 1. Найдем ток $i(t)$ в цепи (рис. 1-51), состоящий из последовательно соединенных конденсатора C и резистора R, при подключении постоянной э. д. с. $\mathcal{E}$ в момент $t=0$.

Уравнение задачи

$$\frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + Ri = \mathcal{E}$$

легко преобразуется в уравнение для изображений

$$\frac{1}{pC} I(p) + RI(p) = \frac{\mathcal{E}}{p}.$$

Таблица 1-6

Оригиналы и их изображения

№	$f(t)$ при $t>0$; 0 при $t<0$	$F(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
1	1	$\frac{1}{p}$
2	$\sigma_0(t-\tau)=\begin{cases}0 \text{ при } 0\leqslant t<\tau\\ 1 \text{ при } t\geqslant\tau\end{cases}$	$\frac{e^{-\tau p}}{p}$
3	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{p^n}$
4	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{p}}$
5	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$	$\frac{1}{p\sqrt{p}}$
6	$e^{\mp\alpha t}$	$\frac{1}{p\pm\alpha}$
7	$\pm\frac{1}{\alpha}(1-e^{\mp\alpha t})$	$\frac{1}{p(p\pm\alpha)}$
8	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^n}$
9	$\frac{e^{\alpha_1 t}-e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2-\alpha_1}$	$\frac{1}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}$
10	$\sin\alpha t$	$\frac{\alpha}{p^2+\alpha^2}$
11	$\cos\alpha t$	$\frac{p}{p^2+\alpha^2}$
12	$\operatorname{sh}\alpha t$	$\frac{\alpha}{p^2-\alpha^2}$
13	$\operatorname{ch}\alpha t$	$\frac{p}{p^2-\alpha^2}$
14	$e^{-\beta(t)}\cos\alpha t$	$\frac{p+\beta}{(p+\beta)^2+\alpha^2}$
15	$e^{-\beta(t)}\sin\alpha(t)$	$\frac{\alpha}{(p+\beta)^2+\alpha^2}$
16	$t\cos\alpha t$	$\frac{p^2-\alpha^2}{(p^2+\alpha)^2}$
17	$\frac{t^n}{2^n n!\,\alpha}\sin\alpha t$	$\frac{p^n}{(p^2+\alpha^2)^{n+1}}$
18	$\frac{\cos\alpha t-\cos\beta t}{\beta^2-\alpha^2}$	$\frac{p}{(p^2+\alpha^2)(p^2+\beta^2)}$

Продолжение табл. 1-6

№	$f(t)$ при $t>0$ 0 при $t<0$	$F(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
19	$\frac{1}{a^2}(1-\cos at)$	$\frac{1}{p(p^2+a^2)}$
20	$\frac{(a_3-a_2)\,e^{-a_1 t}+(a_1-a_3)\,e^{-a_2 t}+(a_2-a_1)\,e^{-a_3 t}}{(a_1-a_2)(a_2-a_3)(a_3-a_1)}$	$\frac{1}{(p+a_1)(p+a_2)(p+a_3)}$
21	$\frac{1-e^{-t}}{t}$	$\ln\left(1+\frac{1}{p}\right)$

Отсюда

$$I(p)=\frac{\mathcal{E}}{R}\,\frac{1}{p+\frac{1}{RC}}\,.$$

Строка 6 табл. 1-6 позволяет легко перейти от изображения к оригиналу искомой функции:

$$i(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\,e^{-\frac{1}{RC}t}.$$

В тех случаях, когда изображение неизвестной функции может быть разложено в ряд по обратным степеням p:

$$Y(p)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a_k}{p^k},$$

можно воспользоваться *первой теоремой разложений (Хевисайда).*

$$y(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a_k\,t^{k-1}}{(k-1)!}\,.$$

В тех случаях, когда изображение неизвестной функции представляет собой рациональную дробь

$$Y(p)=\frac{U(p)}{V(p)},$$

причем степень числителя ниже степени знаменателя, а знаменатель имеет лишь n простых корней, можно воспользоваться *формулой Ващенко—Захарченко:*

$$y(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{U(p_k)}{V'(p_k)}\,e^{p_k t},$$

где p_k — корень знаменателя.

Пример 2. Определим ток $i(t)$ в контуре LCR (рис. 1-52), к которому в момент времени $t=0$ подключается источник постоянной э. д. с. .

Уравнение для тока

$$L\frac{di}{dt}+iR+\frac{1}{C}\int\limits_0^t i\,dt=\mathcal{E}.$$

Переходя к изображениям, получим:

$$pLI(p)-Li(0)+RI(p)+$$
$$+\frac{1}{pC}I(p)=\frac{\mathcal{E}}{p}\,.$$

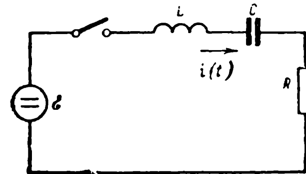


Рис. 1-52. К примеру 2.

Умножая на p и имея в виду, что в начальный момент $i(0)=0$, получим изображение искомого тока:

$$I(p)=\frac{\mathcal{E}}{L\left(p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}\right)}\,.$$

Чтобы воспользоваться формулой Ващенко—Захарченко, обозначим:

$$U(p)=\frac{\mathcal{E}}{L};$$

$$V(p)=p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}\,.$$

Корни знаменателя:

$$p_{1,2}=-\frac{R}{2L}\pm$$
$$\pm\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}=-\alpha\pm\beta,$$

где

$$\alpha = \frac{R}{2L}; \quad \beta = \sqrt{\alpha^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Далее

$$V'(p) = 2p + \frac{R}{L} = 2(p + \alpha);$$

$$V'(p_1) = 2\beta; \quad V'(p_2) = -2\beta.$$

Подставляя все это в формулу Ващенко—Захарченко, получим:

$$i(t) = \frac{\mathscr{E}}{2\beta L} e^{-\alpha t} \left(e^{\beta t} - e^{-\beta t} \right) =$$

$$= \frac{\mathscr{E}}{\beta L} e^{-\alpha t} \operatorname{sh} \beta t.$$

Если $\frac{1}{LC} > \alpha^2$, то обозначим $\sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2} = \omega$.

Тогда

$$\beta = j\omega,$$

$$i(t) = \frac{\mathscr{E}}{\omega L} e^{-\alpha t} \sin \omega t.$$

Чаще всего на практике используется *вторая теорема разложения*: если $U(p)$ и $W(p)$ — полиномы, причем степень $U(p)$ не выше степени $W(p)$ и $W(p)$ не имеет корней, равных нулю, то изображение

$$Y(p) = \frac{U(p)}{pW(p)}$$

соответствует оригиналу

$$y(t) = \frac{U(0)}{W(0)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U(p_k)}{p_k W'(p_k)} e^{p_k t},$$

где p_k — корни полинома $W(p)$.

Пример 3. Решим с помощью второй теоремы разложения дифференциальное уравнение

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{\mathscr{E}_0}{L}$$

задачи о подключении постоянной э. д. с. $\mathscr{E}_0$ к последовательному соединению сопротивления R и индуктивности L (рис. 1-46).

Переход к изображениям дает:

$$pI(p) - i(0) + \frac{R}{L} I(p) = \frac{\mathscr{E}_0}{pL}.$$

В данном случае $i(0) = 0$ и

$$I(p) = \frac{\mathscr{E}_0}{Lp\left(p + \frac{R}{L}\right)}.$$

Обозначив

$$U(p) = \frac{\mathscr{E}_0}{L};$$

$$W(p) = p + \frac{R}{L},$$

получим:

$$p_1 = -\frac{R}{L};$$

$$W'(p) = 1.$$

Подставляя все это в формулу второй теоремы разложения, получим:

$$i(t) = \frac{\mathscr{E}_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right).$$

В случае, если ни один из указанных способов нахождения оригинала по его изображению использовать не удается, необходимо применить общие *формулы обращения Римана—Меллина*, устанавливающие соответствие между изображением:

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$$

и оригиналом:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} e^{pt} F(p)\, dp$$

при $t > 0$ [при $t < 0$ $f(t) = 0$].

Интегрирование осуществляется в плоскости комплексного переменного $p = \sigma + j\omega$ вдоль прямой, параллельной мнимой оси и расположенной на таком расстоянии σ от начала, чтобы все особые точки подынтегрального выражения оказались слева от этой прямой (рис. 1-53). Замкнув этот путь

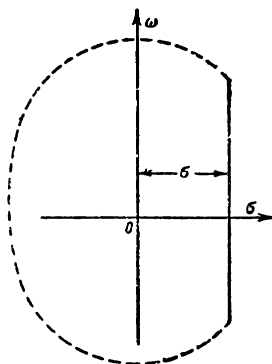


Рис. 1-53. Контур интегрирования в формуле Римана — Меллина.

интегрирования через бесконечно удаленную точку, получаем возможность использования при интегрировании теоремы Коши о вычетах (см. § 1-8).

Изображения функций, имеющих различные аналитические выражения в разных интервалах времени

Электрические цепи часто подвергаются воздействию столь сложных по форме напряжений или токов, что их описание единой формулой становится невозможным, хотя и сохраняется возможность аналитического выражения таких функций в различных интервалах времени. Операционное исчисление позволяет решать дифференциальные уравнения и в этих случаях.

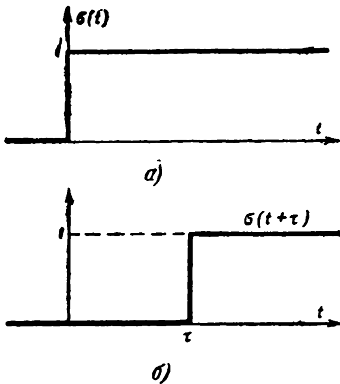


Рис. 1-54. График единичной функции σ_0.

а — без запаздывания; *б* — с запаздыванием.

Для построения изображений таких функций вводится единичная функция (рис. 1-54, *а*):

$$\sigma_0(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<0,\\ 1 \text{ при } t>0.\end{cases}$$

Изображение единичной функции легко определяется:

$$\sigma_0(t) \risingdotseq \frac{1}{p}.$$

Если единичная функция сдвинута на τ в сторону положительных t (рис. 1-54, *б*), то на основании свойства запаздывания

$$\sigma_0(t-\tau) \risingdotseq \frac{e^{-p\tau}}{p}.$$

Умножая различные функции времени на $\sigma_0(t-\tau)$ при различных запаздываниях τ и комбинируя полученные произведения, можно получать весьма своеобразные оригиналы, а по ним — их изображения.

Пример 4. Ступенчатая функция (рис. 1-55) с помощью единичной функции может быть представлена в виде

$$f(t)=h_1\sigma_0(t)+(h_2-h_1)\sigma_0(t-\tau_1)+$$
$$+(h_3-h_2)\sigma_0(t-\tau_2)+\cdots$$

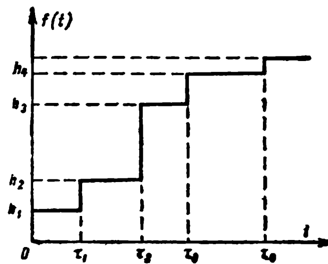


Рис. 1-55. График ступенчатой функции.

Поэтому изображение ступенчатой функции имеет вид:

$$F(p)=\frac{1}{p}\left[h_1+(h_2-h_1)e^{-p\tau_1}+\right.$$
$$\left.+(h_3-h_2)e^{-p\tau_2}+\cdots\right].$$

Частные случаи, вытекающие из этой формулы, представлены во 2-й и 3-й строках табл. 1-7.

Пример 5. Прямоугольный импульс (рис. 1-56) с площадью равной единице (единичный импульс), с помощью единичной функции может быть представлен в виде

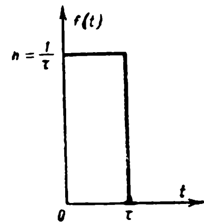


Рис. 1-56. Единичный импульс.

$$\frac{\sigma_0(t)-\sigma_0(t-\tau)}{\tau} \risingdotseq \frac{1}{p\tau}\left(1-e^{-p\tau}\right).$$

Переходя к пределу при $\tau\to 0$, получим дельта-функцию (функцию Дирака):

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{\sigma_0(t)-\sigma_0(t-\tau)}{\tau} \risingdotseq$$
$$\risingdotseq \lim_{\tau\to 0}\frac{1}{p}\,\frac{1-e^{-p\tau}}{\tau}.$$

Заменив предел оригинала производной и раскрыв неопределенность в пределе изображения по правилу Лопиталя, получим:

$$\delta(t)=\frac{d\sigma_0(t)}{dt} \risingdotseq 1.$$

Если использование единичной функции для построения изображения затруднительно, то следует использовать общий метод — преобразование Лапласа.

Пример 6. Найдем изображение для отрезка прямой (рис. 1-57):

$$f(t)=\begin{cases}0 & \text{при } t<t_1,\\ at+b & \text{при } t_1<t<t_2,\\ 0 & \text{при } t>t_2;\end{cases}$$

$$F(p)=\int_{t_1}^{t_2}(at+b)e^{-pt}\,dt=$$

$$=\frac{1}{p}\left[\left(\frac{a}{p}+b\right)\left(e^{-pt_1}-e^{-pt_2}\right)+\right.$$

$$\left.+a\left(\tau_1 e^{-pt_1}-\tau_2 e^{-pt_2}\right)\right].$$

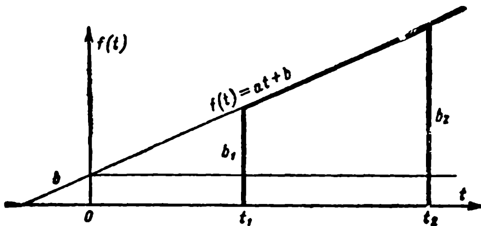


Рис. 1-57. К примеру 6.

Из рис. 1-57 следует:

$$\frac{b_1-b}{t_1}=\frac{b_2-b}{t_2};$$

отсюда

$$b=\frac{b_1t_2-b_2t_1}{t_2-t_1};\quad a=\frac{b_2-b_1}{t_2-t_1}.$$

Поэтому окончательно

$$F(p)=\frac{1}{p}\left[\frac{b_2-b_1}{p(t_2-t_1)}\left(e^{-pt_1}-e^{-pt_2}\right)+\right.$$

$$\left.+b_1e^{-pt_1}-b_2e^{-pt_2}\right].$$

Пример 7. Найдем изображение для оригинала в виде трапеции. Трапеция разбивается на три части (рис. 1-58, *а*, *б*, *в*) и для каждой из них составляется изображение.

Выражение, полученное в примере 6, при $b_1=0$; $b_2=h$; $t_1=0$; $t_2=\tau_1$, дает:

$$F_а(p)=\frac{h}{p}\left[\frac{1}{p\tau_1}\left(1-e^{-p\tau_1}\right)-e^{-p\tau_1}\right].$$

При $b_1=b_2=h$; $t_1=\tau_1$; $t_2=\tau_2$ получим:

$$F_б(p)=\frac{h}{p}\left(e^{-p\tau_1}-e^{-p\tau_2}\right).$$

При $b_1=h$; $b_2=0$; $t_1=\tau_2$; $t_2=\tau_3$ получим:

$$F_в(p)=\frac{h}{p}\left[e^{-p\tau_2}+\frac{e^{-p\tau_3}-e^{-p\tau_2}}{p(\tau_3-\tau_2)}\right].$$

На основании свойства линейности преобразования Лапласа сумма этих изображений дает изображение оригинала в виде трапеции (рис. 1-58, *г*):

$$F(p)=\frac{h}{p^2}\left(\frac{1-e^{-p\tau_1}}{\tau_1}+\frac{e^{-p\tau_3}-e^{-p\tau_2}}{\tau_3-\tau_2}\right).$$

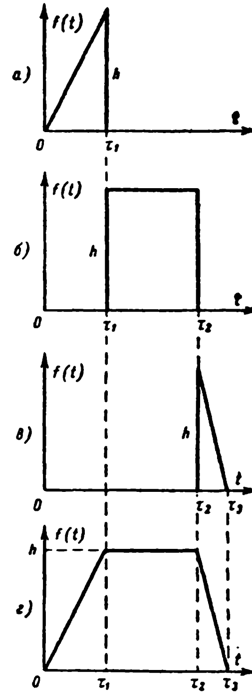


Рис. 1-58. К примеру 7

Частные случаи, вытекающие из этой формулы, представлены в 6—12-й строках табл. 1-7.

1-11. РЯД ФУРЬЕ

Несмотря на исключительное многообразие форм сигналов, действующих в радиотехнических цепях, единая методика анализа процессов прохождения сигналов по линейным цепям может быть достигнута, если уметь заменять действие сигнала сложной формы эквивалентным действием некоторой суммы простых (элементарных) сигналов. Такими элементарными сигналами могут быть, например, синусоидально изменяющиеся сигналы, прохождение которых через линейные цепи хорошо изучено.

Периодический[1] сигнал $f(t)$, изменяющийся непрерывно или имеющий конечное число скачков за период T_1 своего изменения, может быть представлен бесконечной суммой гармонических колебаний с надле-

[1] Обладающий свойством $f(t)=f(t+nT_1)$, где T_1 — период, $n=0, 1, 2 \ldots$.

Таблица 1-7

Изображения для оригиналов, составленных из отрезков прямых

№	Оригинал	Изображение
1		$F(p)=\frac{h}{2p}\left(1+\operatorname{cth}\frac{p\tau}{2}\right)$
2		$F(p)=\frac{h}{p}\operatorname{th}\frac{p\tau}{2}$
3		$F(p)=-\frac{h}{p}e^{-\frac{p\tau}{2}}$
4		$F(p)=\frac{1}{p}\left[\frac{b_2-b_1}{p(\tau_2-\tau_1)}\left(e^{-p\tau_1}-e^{-p\tau_2}\right)+b_1e^{-p\tau_1}-b_2e^{-p\tau_2}\right]$
5		$F(p)=\frac{h}{p^2}\left(\frac{1-e^{-p\tau_1}}{\tau_1}+\frac{e^{-p\tau_3}-e^{-p\tau_2}}{\tau_3-\tau_2}\right)$
6		$F(p)=\frac{h}{2p^2\tau}\left(1-e^{-p\tau}\right)^2$

Продолжение табл. 1-7

№	Оригинал	Изображение
7		$F(p) = \frac{h}{p}\left(1 - e^{-p\tau}\right)$
8		$F(p) = \frac{h}{p^2}\left(p + \frac{e^{-p\tau_2} - e^{-p\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1}\right)$
9		$F(p) = \frac{h}{p^2}\left(\frac{1 - e^{-p\tau_1}}{\tau_1} - pe^{-p\tau_2}\right)$
10		$F(p) = \frac{h}{p^2}\left(\frac{1 - e^{-p\tau_1}}{\tau_1} + \frac{e^{-p\tau_2} - e^{p\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1}\right)$
11		$F(p) = \frac{h}{p^2}\left(p - \frac{1 - e^{-p\tau}}{\tau}\right)$
12		$F(p) = \frac{h}{p^2}\left(\frac{1 - e^{-p\tau}}{\tau} - pe^{-p\tau}\right)$

жащим образом подобранными амплитудами A_k и начальными фазами φ_k:

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(k\omega_1 t-\varphi_k)$$

или

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t).$$

Это разложение периодической функции времени в бесконечный ряд синусоид называется **рядом Фурье**. Синусоиды, составляющие ряд Фурье, называются **гармониками**. Частоты гармоник кратны **основной частоте**

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}\ \text{или}\ f_1=\frac{1}{T_1},$$

с которой повторяется во времени периодический сигнал $f(t)$.

Амплитуды и начальные фазы любой гармоники определяются следующими выражениями:

$$a_k=\frac{2}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)\cos k\omega_1 t\,dt;$$

$$b_k=\frac{2}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)\sin k\omega_1 t\,dt;$$

$$A_k=\sqrt{a_k^2+b_k^2};$$

$$\varphi_k=\operatorname{arctg}\frac{b_k}{a_k}.$$

Ряд Фурье может быть записан в комплексной форме. Для этого необходимо заменить тригонометрические функции показательными (по формулам Эйлера):

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\frac{e^{jk\omega_1 t}+e^{-jk\omega_1 t}}{2}-\right.$$

$$\left.-jb_k\frac{e^{jk\omega_1 t}-e^{-jk\omega_1 t}}{2}\right)=\frac{a_0}{2}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a_k-jb_k}{2}e^{jk\omega_1 t}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a_k+jb_k}{2}e^{-jk\omega_1 t}.$$

Обозначим:

$$C_k=\frac{a_k-jb_k}{2}=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)(\cos k\omega_1 t-$$

$$-j\sin k\omega_1 t)\,dt=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)e^{-jk\omega_1 t}dt;$$

$$C_{-k}=\frac{a_k+jb_k}{2}=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)(\cos k\omega_1 t+$$

$$+j\sin k\omega_1 t)\,dt=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)e^{jk\omega_1 t}dt.$$

Легко заметить, что C_{-k} отличается от C_k, так же как вторая сумма полученного разложения отличается от первой, — лишь знаком перед k. Поэтому, вводя отрицательные значения k, получим:

$$f(t)=\sum_{k=0}^{\infty}C_k e^{jk\omega_1 t}+\sum_{k=-1}^{-\infty}C_{-k}e^{-jk\omega_1 t},$$

где

$$C_0=\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)\,dt$$

есть среднее значение функции $f(t)$ (постоянная составляющая сигнала).

Объединяя обе суммы в одну, получим комплексную форму записи ряда Фурье:

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{jk\omega_1 t},$$

где

$$C_k=\frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2}f(t)e^{-jk\omega_1 t}dt.$$

Пример. Разложим в ряд Фурье периодическую последовательность прямоугольных импульсов (рис. 1-59). В этом случае комплексные амплитуды гармоник

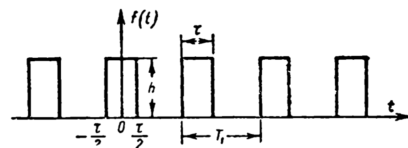


Рис. 1-59. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов.

$$C_k=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}he^{-jk\omega_1 t}dt=$$

$$= \frac{jh}{k\omega_1 T_1} e^{-jk\omega_1 t} \Bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} =$$

$$= h \frac{\tau}{T_1} \frac{\sin \frac{k\omega_1 \tau}{2}}{\frac{k\omega_1 \tau}{2}}.$$

Таким образом, периодическая последовательность прямоугольных импульсов может быть представлена суммой:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h \frac{\tau}{T_1} \frac{\sin \frac{k\omega_1 \tau}{2}}{\frac{k\omega_1 \tau}{2}} e^{jk\omega_1 t}.$$

1-12. ИНТЕГРАЛ ФУРЬЕ

Рядом Фурье могут быть представлены лишь периодические функции времени. Но, строго говоря, периодических сигналов не бывает, так как все они имеют начало и конец, изменяют свою форму в связи с модуляцией, действием помех и т. д. Можно ли разложить на синусоидальные составляющие такие непериодические функции времени?

Рассмотрим одиночный импульс $f(t)$. Можно представить себе, что такой импульс получен из периодической последовательности импульсов (рис. 1-60) в результате удаления от него соседних импульсов при безграничном увеличении периода последовательности $T_1 \to \infty$.

Посмотрим, какие изменения произойдут при таком предельном переходе в выражении для ряда Фурье:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_1 t};$$

$$C_k = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} f(t) e^{-jk\omega_1 t} dt =$$

$$= \frac{1}{T_1} F = \frac{1}{2\pi} F \omega_1,$$

где обозначено:

$$F = \frac{C_k}{f_1} = \int_{-T_1/2}^{T_1/2} f(t) e^{-jk\omega_1 t} dt,$$

где $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{\omega_1}{2\pi}$.

При $T_1 \to \infty$ частотный интервал $\omega_1 = 2\pi/T_1$ между соседними членами ряда Фурье беспредельно уменьшается:

$$\omega_1 \to d\omega_1.$$

Произведение $k\omega_1$ при этом превращается в текущее значение частоты:

$$k\omega_1 = \omega.$$

Пределом интеграла F является некоторая функция частоты

$$\Phi(\omega) = \lim_{T_1 \to \infty} F = \lim_{f_1 \to 0} \frac{C_k}{f_1} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt,$$

имеющая смысл спектральной плотности комплексной амплитуды.

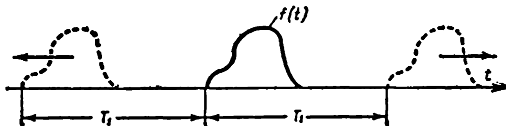


Рис. 1-60. К объяснению преобразований Фурье.

Комплексные амплитуды при $T_1 \to \infty$ становятся бесконечно малыми:

$$C_k \to \frac{1}{2\pi} \Phi(\omega) d\omega,$$

поэтому в выражении для ряда Фурье сумма может быть заменена интегралом.

В результате мы получаем прямое и обратное преобразования Фурье:

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt;$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

справедливые для любой непериодической функции времени $f(t)$, если она абсолютно интегрируется в бесконечных пределах и имеет конечное число скачков в любом конечном интервале времени.

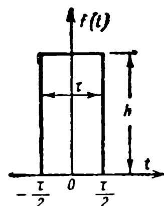


Рис. 1-61. Одиночный прямоугольный импульс.

Таким образом, непериодическая функция времени может быть представлена бесконечной суммой бесконечно близких по частоте и бесконечно малых по амплитуде синусоидальных колебаний.

Пример. Определим спектральную плотность амплитуды одиночного прямоугольного импульса (рис. 1-61):

$$f(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < -\frac{\tau}{2}, \\ h \text{ при } -\frac{\tau}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\tau}{2}, \\ 0 \text{ при } t > \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

$$\Phi(\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} h e^{-j\omega t}\,dt =$$

$$= \frac{h}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Bigg|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \frac{2h}{\omega} \sin \frac{\omega\tau}{2},$$

т. е. спектральная плотность амплитуды прямоугольного импульса

$$\Phi(\omega) = h\tau \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}.$$

1-13. СПЕКТРЫ

Ряд Фурье обнаруживает, что функция времени может быть представлена не только своими мгновенными значениями, но также и своими гармоническими (спектральными) составляющими. Совокупность комплексных амплитуд C_k гармоник функции времени называется **комплексным спектром функции**. Задание комплексного спектра равносильно заданию двух спектров: **спектра амплитуд** $|C_k|$ и **спектра фаз** φ_k.

Графически спектр $|C_k|$ изображается в виде вертикальных отрезков (спектральных линий), расположенных в соответствующих местах на оси частот (рис. 1-62, *а*). В случае периодической функции $f(t)$ спектральные линии отстоят друг от друга на

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}.$$

Такой спектр называется **линейчатым**.

Непериодическая функция времени не может быть представлена спектром амплитуд, так как амплитуды ее спектральных составляющих бесконечно малы. Спектром

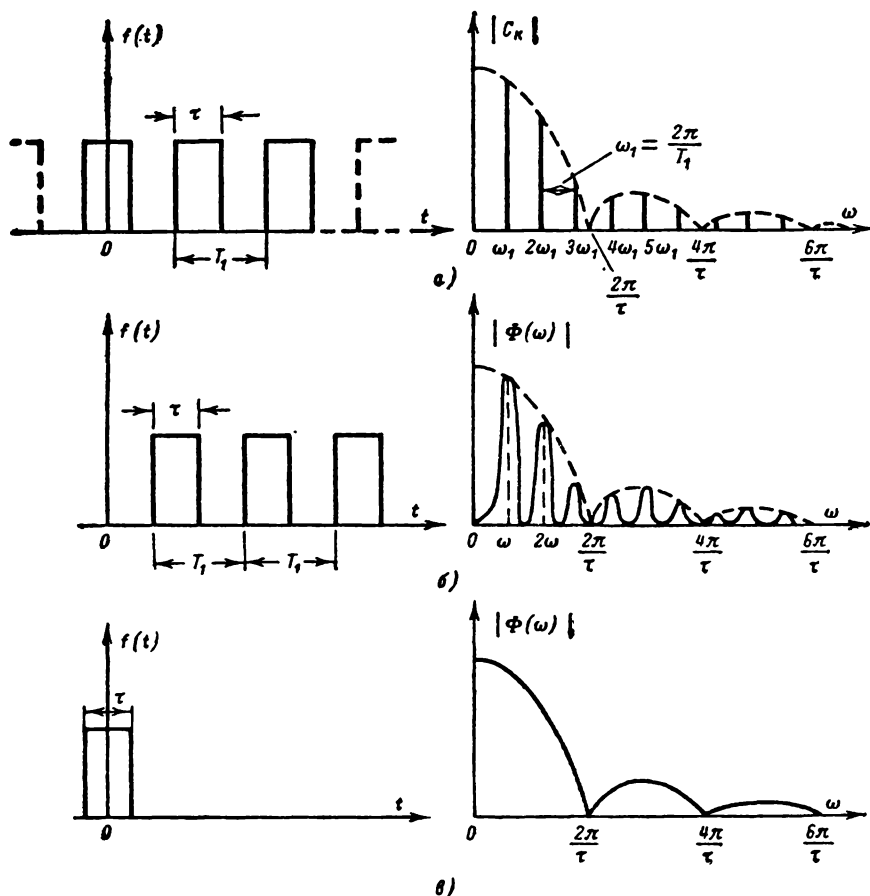


Рис. 1-62. Временно́е (слева) и спектральное (справа) представления.

а — периодическая последовательность прямоугольных импульсов; *б* — ограниченная последовательность прямоугольных импульсов; *в* — одиночный прямоугольный импульс.

Таблица 1-8

Функции и их спектры

Функция		Спектр	
Аналитическое выражение	График	Аналитическое выражение	График
Прямоугольный импульс $f(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<-\frac{\tau}{2}\\ h \text{ при } -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ 0 \text{ при } t>\frac{\tau}{2}\end{cases}$	$f(t)$; h; t; $-\frac{\tau}{2}$; 0; $\frac{\tau}{2}$	$\Phi(\omega)=h\tau\dfrac{\sin\frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega\tau}{2}$; 0; π; 2π; 3π
Дельта функция $\delta(t)$	$\delta(t)$; t; 0	$\Phi(\omega)\quad 1$	$\Phi(\omega)$; 1; ω; 0
Треугольный импульс $f(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<-\frac{\tau}{2}\\ h\left(1+\frac{2t}{\tau}\right) \text{ при } -\frac{\tau}{2}<t<0\\ h\left(1-\frac{2t}{\tau}\right) \text{ при } 0<t<\frac{\tau}{2}\\ 0 \text{ при } t>\frac{\tau}{2}\end{cases}$	$f(t)$; h; t; $-\frac{\tau}{2}$; 0; $\frac{\tau}{2}$	$\Phi(\omega)=h\tau\dfrac{1-\cos\frac{\omega\tau}{2}}{\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega\tau}{2}$; 0; 2π

Колокольный импульс $f(t)=e^{-\alpha^2 t^2}$	$f(t)$, 1, 0, t	$\Phi(\omega)=\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha^2}}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega}{c}$; 0, 2, 4, 6
Экспоненциальный импульс $f(t)=\begin{cases} 0 \text{ при } t<0 \\ e^{-\alpha t} \text{ при } t>0 \end{cases}$	$f(t)$, 1, 0, t	$\Phi(\omega)=\frac{1}{\alpha+j\omega}$ — $\|\Phi(\omega)\|=\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\omega^2}}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega}{c}$; 0, 2, 4, 6
Полуволна косинусоиды 0 при $t<-\frac{\tau}{2}$ $\cos\pi\frac{t}{\tau}$ при $-\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}$ 0 при $t>\frac{\tau}{2}$	$f(t)$, 1, t; $-\frac{\tau}{2}$, 0, $\frac{\tau}{2}$	$\Phi(\omega)=\frac{\pi}{2}h\tau\frac{\cos\frac{\omega\tau}{2}}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega\tau}{2}$; 0, $\frac{3}{2}\pi$, $\frac{5}{2}\pi$
Отрезок синусоиды $f(t)=\begin{cases} 0 & \text{при } t<0 \\ \sin\omega_0 t & \text{при } 0<t<\frac{2\pi n}{\omega_0} \\ 0 & \text{при } t>\frac{2\pi n}{\omega_0} \end{cases}$ $n=1, 2, 3, \ldots$	$f(t)$, t	$\Phi(\omega)=\frac{2j\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}(-1)^n\sin n\pi\frac{\omega}{\omega_0}$	$\Phi(\omega)$; $\frac{\omega}{\omega_0}$; 0, 1, 2, 3

непериодической функции $f(t)$ считают спектральную плотность комплексной амплитуды (или комплексную спектральную функцию)

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt.$$

При графическом изображении спектра непериодической функции вдоль оси ординат откладывают спектральную плотность амплитуды $|\Phi(\omega)|$ (рис. 1-62, *в*). Такой спектр называется сплошным; он свидетельствует о том, что в составе непериодической функции имеются любые частоты.

В примерах § 1-11 и 1-12 были вычислены спектры прямоугольного импульса и бесконечной периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1-62, *а* и *в*). Рассматривая эти случаи как предельные, можно представить некоторый промежуточный случай, когда несколько прямоугольных импульсов повторяются через время T_1, но при этом образуют не бесконечную, а ограниченную во времени последовательность (рис. 1-62, *б*). Иногда такую последовательность из нескольких импульсов называют «пачкой» импульсов.

Спектр такой последовательности импульсов также является промежуточным между найденными выше двумя спектрами: он сплошной (так как пачка импульсов ограничена во времени), но состоит из спектральных полос, отстоящих друг от друга на $2\pi/T_1$ (так как пачка состоит из повторяющихся импульсов). Спектральные полосы тем у́же, чем больше импульсов содержится в пачке. В пределе, когда пачка импульсов превращается в бесконечную периодическую последовательность импульсов, полосы спектра превращаются в линии. Если же, наоборот, число импульсов в пачке уменьшается, то полосы расширяются, и в пределе, когда число импульсов сокращается до одного, полосы заполняют всю область под огибающей спектра.

Огибающая спектра периодической последовательности импульсов (на рис. 1-62, *б* она нанесена пунктиром) совпадает по форме со спектром одиночного импульса. Это справедливо для импульсов любой формы, так как из общих выражений для спектральной плотности $\Phi(\omega)$ и комплексной амплитуды C_k следует, что при одинаковой форме импульсов (см. стр. 54)

$$\mathcal{F}(k\omega_1) = T_1 C_k.$$

Поэтому важно знать спектры одиночных импульсов; по ним легко построить спектры периодической последовательности таких же импульсов при любом периоде их повторения.

Вычисление спектров одиночных импульсов осуществляется с помощью преобразования Фурье, как это сделано в примере в § 1-12.

Кроме этого способа, при вычислении спектра можно воспользоваться связью, существующей между преобразованием Фурье и преобразованием Лапласа. Если исследуемая функция $f(t)$ обращается в нуль при $t<0$, то преобразование Фурье дает

$$\Phi(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt,$$

а преобразование Лапласа (см. § 1-10) —

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt =$$

$$= \int_0^{\infty} f(t) e^{-(\sigma + j\omega) t} dt.$$

Отсюда следует, что комплексный спектр $\Phi(\omega)$ функции $f(t)$ можно рассматривать как предел, к которому стремится изображение $F(p)$ той же функции при стремлении вещественной части p к нулю:

$$\Phi(\omega) = \lim_{\mathrm{Re}\, p \to 0} F(p).$$

Таким образом, для вычисления спектров можно воспользоваться табл. 1-6 для оригиналов и изображений (необходимо лишь помнить при этом, что оригинал должен удовлетворять требованию абсолютной интегрируемости в пределах от 0 до ∞).

Пример 1. Найдем спектр экспоненциального импульса:

$$f(t) = e^{-\alpha t}.$$

Из табл. 1-6 находим изображение

$$F(p) = \frac{1}{p + \alpha}.$$

Поэтому

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}.$$

Аналогичным образом могут быть найдены спектры импульсов, представленные в табл. 1-8.

Пример 2. Определим спектр дельта-функции $\delta(t)$. Поскольку

$$\delta(t) \doteq 1,$$

то

$$\Phi(\omega) = 1,$$

т. е. дельта-функция имеет сплошной бесконечно широкий спектр с постоянной спектральной плотностью.

При вычислении спектров могут быть полезны следующие их свойства, аналогичные свойствам преобразования Лапласа (см. § 1-10).

Линейность. Спектр суммы функций $\sum_i f_i(t)$ равен сумме спектров этих функций:

$$\Phi(\omega) = \sum_i \Phi_i(\omega).$$

Изменение масштаба. Умножение независимого переменного функции на $a>0$ соответствует делению независимого перемен-

ного спектра на это же число, т. е. функции $f(\alpha t)$ соответствует спектр

$$\frac{1}{\alpha}\Phi\left(\frac{\omega}{\alpha}\right).$$

Дифференцирование функции соответствует умножению ее спектра на $j\omega$.

Интегрирование функции соответствует делению ее спектра на $j\omega$.

Запаздывание функции на время τ соответствует умножению ее спектра на $e^{-j\omega\tau}$. Модуль этого множителя равен единице, следовательно, при смещении функции по шкале времени спектр ее не изменяется.

Смещение спектра, т. е. переход от спектра $\Phi(\omega)$ к спектру $\Phi(\omega+\Omega)$, означает умножение функции $f(t)$ на множитель $e^{-j\Omega t}$

Перемножение двух спектров $\Phi(\omega)=\Phi_1(\omega)\ \Phi_2(\omega)$ соответствует операции свертки над их функциями времени:

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\,d\tau.$$

1-14. ВЕКТОРЫ И ВЕКТОРНЫЕ ФУНКЦИИ

Скаляры и векторы

Если любое значение физической величины можно выразить одним действительным числом, то такая величина называется скаляром (температура, давление, количество электричества, разность потенциалов и др.). Если значение некоторой величины должно определяться не только числом, но и направлением, то такая величина называется вектором (сила, скорость, напряженность электрического или магнитного поля).

Векторы изображаются отрезками со стрелкой на конце и обозначаются (на рисунках) буквами с черточкой наверху: $\bar{A}$ (или в тексте прямой полужирной буквой **A**). Длина (модуль) вектора **A** обозначается $|\bar{A}|$. Направление вектора характеризуется ортом направления (единичным вектором $\bar{A}^0$), модуль которого равен единице. Любой вектор можно представить произведением модуля на орт:

$$\mathbf{A}=|\bar{A}|\bar{A}^0.$$

Два вектора считаются равными, если модули равны и направления одинаковы.

Сложение и вычитание векторов

Чтобы сложить несколько векторов, их совмещают в одну ломаную линию так, чтобы начало каждого последующего слагаемого вектора совпало с концом предыдущего слагаемого вектора. Замыкающая полученной ломаной является геометрической суммой векторов (рис. 1-63).

Чтобы вычесть из вектора **A** вектор **B**, оба вектора относят к одному началу O и

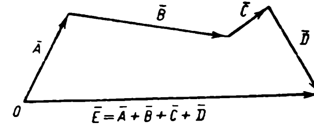


Рис 1-63. Сложение векторов.

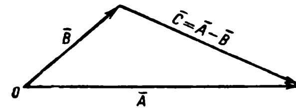


Рис 1-64. Вычитание векторов

проводят вектор из конца вычитаемого вектора **B** к концу уменьшаемого вектора **A**. Полученный вектор является разностью **A**—**B** (рис. 1-64).

Умножение вектора на скаляр

При умножении вектора **A** на скаляр m модуль вектора увеличивается в m раз, а его направление остается прежним или меняется на противоположное в зависимости от того, будет ли скаляр положительным или отрицательным числом.

Компоненты и проекции

Совместим начало вектора **A** с началом O прямоугольной системы координат, направление осей которой определяется ортами **i**, **j** и **k** (рис. 1-65).

Проекция вектора **A** на любую ось координат равна модулю вектора, умноженному на косинус угла между положитель-

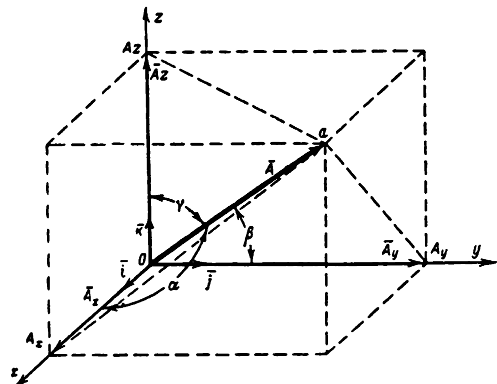


Рис. 1-65. Расположение ортов, компонент и проекций вектора на оси координат.

ным направлением оси и направлением вектора **A**:

$$A_x = A\cos\alpha;\quad A_y = A\cos\beta;\quad A_z = A\cos\gamma.$$

Компонента вектора **A** по любой оси координат равна проекции вектора на эту ось, умноженной на орт оси:

$$\mathbf{A}_x = A_x\mathbf{i};\quad \mathbf{A}_y = A_y\mathbf{j};\quad \mathbf{A}_z = A_z\mathbf{k}.$$

Если вектор **A** относится к категории свободных векторов (скорость, ускорение, момент сил), то его можно переносить параллельно самому себе из начала O в любую точку; от этого ни сам вектор, ни его проекции, ни его компоненты не изменяются. Во всех случаях вектор равен геометрической сумме своих компонент по трем осям координат:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}.$$

Таким образом, вектор $\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$ полностью определяется тремя скалярами — своими проекциями на три оси пространственной системы координат.

Модуль $|\mathbf{A}|$ вектора определяется как диагональ параллелепипеда (рис. 1-65):

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}.$$

Косинусы углов α, β и γ

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{|\mathbf{A}|};\quad \cos\beta = \frac{A_y}{|\mathbf{A}|};\quad \cos\gamma = \frac{A_z}{|\mathbf{A}|}$$

называются направляющими косинусами вектора **A**.

Для единичного вектора $\mathbf{A}^0$, модуль которого равен единице

$$\cos\alpha = A_x^0;\quad \cos\beta = A_y^0;\quad \cos\gamma = A_z^0,$$

т. е. проекции единичного вектора на оси координат равны соответствующим направляющим косинусам этого вектора.

Таким образом, единичный вектор может быть представлен в виде

$$\mathbf{A}^0 = \cos\alpha\,\mathbf{i} + \cos\beta\,\mathbf{j} + \cos\gamma\,\mathbf{k}.$$

Проекция геометрической суммы векторов на любую ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на эту ось. Поэтому при геометрическом сложении векторов

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

и

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

нужно складывать отдельно их одноименные проекции:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}.$$

При умножении вектора **A** на скаляр m проекции и компоненты вектора умножаются на скаляр m:

$$m\mathbf{A} = m(A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}) = mA_x\mathbf{i} + mA_y\mathbf{j} + mA_z\mathbf{k}.$$

Радиус-вектор

Радиус-вектор точки $M(x, y, z)$ есть вектор **r**, соединяющий начало координат с точкой M (рис. 1-66).

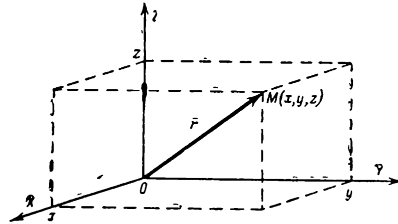


Рис. 1-66. Радиус-вектор и его проекции на оси координат

Проекции радиуса-вектора на оси координат равны координатам точки M:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k};$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Радиус-вектор точки не является свободным вектором; он связан с началом координат и меняется при переносе начала координат.

Скалярное произведение двух векторов

Скалярным произведением двух векторов **A** и **B** называется произве-

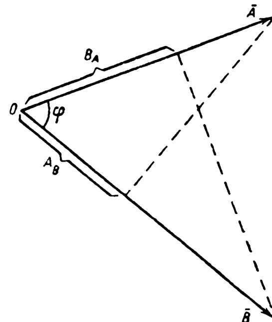


Рис. 1-67. К определению скалярного произведения двух векторов.

дение их модулей на косинус угла между ними (рис. 1-67):

$$\mathbf{AB} = AB\cos\varphi$$

или произведение модуля одного вектора на проекцию второго вектора на первый:

$$\mathbf{AB} = A\cdot B_A = B\cdot A_B.$$

В частности, если одним из векторов является единичный вектор, то

$$\mathbf{AB}^0 = A_B,$$

т. е. проекция вектора на некоторое направление равна скалярному произведению вектора на единичный вектор этого направления.

Скалярное произведение двух векторов равно алгебраической сумме произведений их одноименных проекций на оси координат:

$$\mathbf{AB} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k})(B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

Векторное произведение двух векторов

Векторным произведением двух векторов $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ называется вектор, модуль которого равен площади параллело-

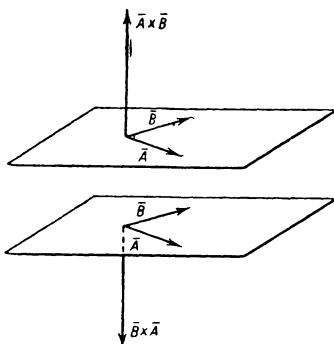


Рис 1-68. К определению векторного произведения двух векторов

грамма, построенного на векторах-сомножителях $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$:

$$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB \sin(\widehat{\mathbf{AB}}),$$

а направление перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, и совпадает с направлением движения правого винта, если его вращать по кратчайшему пути от первого вектора ко второму (рис. 1-68).

При перестановке сомножителей векторное произведение меняет свое направление на противоположное:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}.$$

Из определений векторного и скалярного произведений двух векторов следует, что у параллельных векторов векторное произведение равно нулю, а у перпендикулярных векторов скалярное произведение равно нулю.

Векторное произведение двух векторов следующим образом может быть выражено через проекции сомножителей:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \times (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}.$$

Более простой и легко запоминающейся записью векторного произведения является запись в виде определителя третьего порядка (см. § 1-16).

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Скалярно-векторное произведение

Скалярно-векторное произведение — это такое произведение трех векторов, при котором два вектора $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ пе-

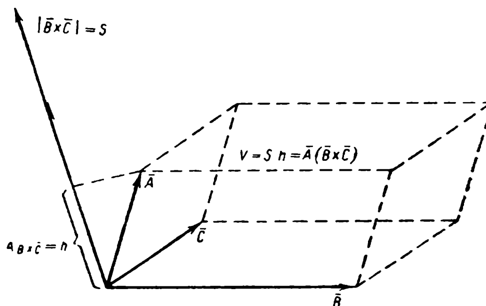


Рис. 1-69 К определению скалярно-векторного произведения трех векторов.

ремножаются векторно и полученный вектор $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$ умножается скалярно на оставшийся вектор $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = |\mathbf{B} \times \mathbf{C}| \cdot A_{\mathbf{B} \times \mathbf{C}}.$$

Легко заметить, что модуль $|\mathbf{B} \times \mathbf{C}|$ есть площадь S основания параллелепипеда, построенного на векторах $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ как на сторонах, а проекция $A_{\mathbf{B} \times \mathbf{C}}$ равна высоте $\pm h$ этого параллелепипеда (рис. 1-69).

Таким образом, скалярно-векторное произведение трех векторов

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \pm Sh = \pm V$$

выражает собой объем V параллелепипеда, построенного на этих векторах.

Если сомножители заданы своими проекциями, то

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = A_x(B_y C_z - B_z C_y) + A_y(B_z C_x - B_x C_z) + A_z(B_x C_y - B_y C_x)$$

или

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}.$$

Скалярно-векторное произведение сохраняет свое значение при циклической замене:

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C}(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

и меняет свой знак, если цикличность замены нарушается:

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = -\mathbf{B}(\mathbf{A} \times \mathbf{C}).$$

Двойное векторное произведение

Двойное векторное произведение — это такое произведение трех векторов, при котором два вектора **B** и **C** перемножаются векторно и полученный

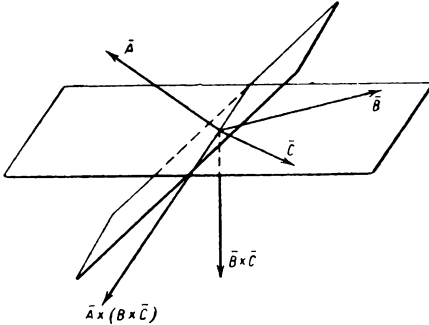


Рис 1-70. К определению двойного векторного произведения.

вектор умножается векторно на оставшийся вектор **A**:

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}).$$

Результирующий вектор перпендикулярен как к вектору **A**, так и к вектору **B**×**C**. Это значит, что, с одной стороны, результирующий вектор лежит в плоскости векторов **B** и **C**, а с другой — в плоскости, перпендикулярной к вектору **A**. Следовательно, двойное векторное произведение **A**×(**B**×**C**) направлено по линии пересечения плоскости векторов **B** и **C** и плоскости, перпендикулярной к вектору **A** (рис. 1-70).

Поскольку двойное векторное произведение лежит в плоскости векторов **B** и **C**, оно может быть представлено в виде разности этих векторов, измененных по длине скалярными множителями из «недостающих» векторов:

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{AC})\,\mathbf{B}-(\mathbf{AB})\,\mathbf{C}.$$

Векторная функция скалярного аргумента

Если каждому значению скалярного переменного t соответствует определенное значение модуля и определенное направление переменного вектора **A**, то этот вектор называют векторной функцией скалярного аргумента:

$$\mathbf{A}=\mathbf{A}(t)=A_x(t)\,\mathbf{i}-A_y(t)\,\mathbf{j}-A_z(t)\,\mathbf{k}.$$

Задание векторной функции равносильно заданию трех скалярных функций.

Для графического изображения векторной функции ее значения **A**(t), соответствующие разным аргументам t, откладывают от общего начала (полюса) O. Кривая, которую при этом вычерчивает конец вектора, называется годографом векторной функции (рис. 1-71).

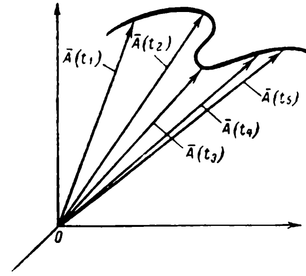


Рис 1-71. Годограф векторной функции

Производная векторной функции

Зафиксируем некоторое значение векторной функции **A**(t), а затем, давая приращение Δt аргументу t, получим новое значение векторной функции **A**($t+\Delta t$). Геометрическая разность (рис. 1-72)

$$\Delta\mathbf{A}(t)=\mathbf{A}(t+\Delta t)-\mathbf{A}(t)=$$
$$=\Delta A_x\,\mathbf{i}+\Delta A_y\,\mathbf{j}+\Delta A_z\,\mathbf{k}$$

называется приращением векторной функции **A**(t).

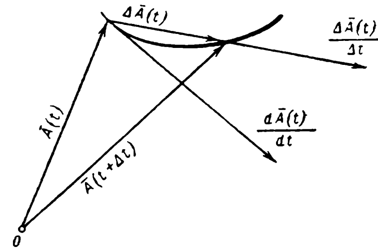


Рис. 1-72 К определению производной векторной функции.

Производной векторной функции называется предел:

$$\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{A}(t)}{\Delta t}.$$

Производная векторной функции в свою очередь является векторной величиной

$$\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt}=\frac{dA_x}{dt}\,\mathbf{i}+\frac{dA_y}{dt}\,\mathbf{j}-\frac{dA_z}{dt}\,\mathbf{k}.$$

Ее модуль определяется производными проекций:

$$\left|\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt}\right|=\sqrt{\left(\frac{dA_x}{dx}\right)^2+\left(\frac{dA_y}{dy}\right)^2+\left(\frac{dA_z}{dz}\right)^2}.$$

Производная всегда направлена по касательной к годографу в сторону возрастания аргумента t.

Пример 1. Продифференцируем радиус-вектор **r**(s), описывающий некоторую кри-

вую MN (рис. 1-73), выбрав за аргумент длину s дуги кривой:

$$\bar{\tau} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{dx}{ds}\mathbf{i} + \frac{dy}{ds}\mathbf{j} + \frac{dz}{ds}\mathbf{k}.$$

Модуль полученного вектора $\bar{\tau}$ равен единице, так как отношение хорды $|\Delta\mathbf{r}|$, стягивающей дугу Δs, к длине дуги стремится к единице, когда длина дуги уменьшается до нуля

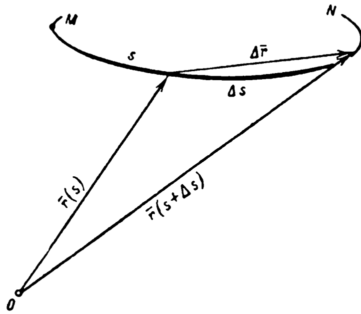


Рис. 1-73. К примеру 1.

Таким образом, производная радиуса-вектора кривой по длине дуги s кривой равна единичному вектору касательной к кривой, направленному в сторону возрастания s.

Правила дифференцирования

Правила дифференцирования векторных функций аналогичны правилам дифференцирования скалярных функций:

1. Производная геометрической суммы равна геометрической сумме производных.

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \frac{d\mathbf{B}}{dt}.$$

2. Производная произведения вектора на скаляр

$$\frac{d}{dt}m\mathbf{A} = \frac{dm}{dt}\mathbf{A} + m\frac{d\mathbf{A}}{dt}.$$

3. Производная скалярного произведения векторов

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{AB}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt}\mathbf{B} + \mathbf{A}\frac{d\mathbf{B}}{dt}.$$

4. Производная векторного произведения:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt}.$$

Интегрирование векторных функций

Неопределенным интегралом от векторной функции $\mathbf{A}(t)$ является совокупность всех функций

$$\int \mathbf{A}(t)\,dt = \mathbf{B}(t) + \mathbf{C},$$

производные от которых равны $\mathbf{A}(t)$.

Интегрирование векторной функции сводится к интегрированию трех скалярных функций:

$$\int \mathbf{A}(t)\,dt = \mathbf{i}\int A_x(t)\,dt + \mathbf{j}\int A_y(t)\,dt + \mathbf{k}\int A_z(t)\,dt.$$

Определенный интеграл от векторной функции получается из неопределенного подстановкой пределов интегрирования

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{A}(t)\,dt = \mathbf{B}(t_2) - \mathbf{B}(t_1).$$

Пример 2. Определим площадь, ограниченную замкнутой плоской кривой L (рис. 1-74).

Из определения векторного произведения следует, что произведение

$$\frac{1}{2}(\mathbf{r} \times \Delta\mathbf{r})$$

представляет собой вектор, направленный перпендикулярно к плоскости кривой и по модулю равный площади ΔS треугольника OPQ.

Поэтому векторный интеграл

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\int_L \mathbf{r} \times d\mathbf{r}$$

может представить площадь, ограниченную плоской замкнутой кривой L.

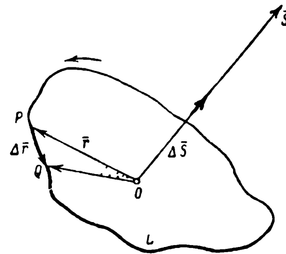


Рис. 1-74. К примеру 2.

Этот вектор перпендикулярен к плоскости кривой L. Проекцию площади плоской фигуры на какую-либо плоскость можно найти, проектируя вектор $\mathbf{S}$ на нормаль к этой плоскости.

1-15. ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Многие задачи математики, физики и техники связаны с изучением области пространства, каждой точке $M(\mathbf{r})$ которого соответствует определенное значение скаляра $\varphi(M) = \varphi(\mathbf{r})$ или вектора $\mathbf{A}(M) = \mathbf{A}(\mathbf{r})$. Такая область пространства называется соот-

ветственно **скалярным** или **векторным полем**. Например, давление и температура воздуха в различных точках земной атмосферы образуют скалярные поля; земной магнетизм или радиоволна образуют векторные поля.

Скалярное поле

В **стационарном** скалярном поле скаляр φ является функцией точки пространства:

$$\varphi = \varphi(\mathbf{r}) = \varphi(x, y, z)$$

и не зависит от времени.

Пример 1. Потенциал φ электростатического поля точечного заряда q обратно про-

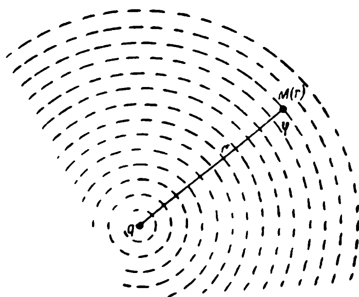


Рис. 1-75. Поверхности уровня поля электрического потенциала точечного заряда.

порционален расстоянию r между зарядом и точкой M наблюдения (рис. 1-75):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a r}$$

(ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, окружающей заряд, см. § 4-2).

Поверхность уровня

Чтобы получить представление о структуре скалярного поля, необходимо отыскать те точки пространства, в которых скалярная функция $\varphi(x, y, z)$ принимает одинаковые значения. Эти точки образуют **поверхности уровня** (**эквипотенциальные поверхности**). Если поверхность уровня проходит через точку (x_0, y_0, z_0), то уравнение этой поверхности имеет вид:

$$\varphi(x, y, z) = \varphi(x_0, y_0, z_0) = \text{const}.$$

Пример 2. Если точечный электрический заряд q помещен в начало координат, то для поля потенциала

$$\varphi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

поверхностями уровня являются концентрические сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 = r$$

с центром в точке расположения заряда (пунктир на рис. 1-75).

Градиент

Для выяснения особенностей скалярного поля важным является также вопрос о скорости изменения поля по различным направлениям. Пусть при переходе по кривой s от одной поверхности уровня к соседней (рис. 1-76) скаляр φ изменился на $\Delta\varphi$. Отношение $\Delta\varphi/\Delta s$ является средней скоростью изменения φ на участке Δs, а предел этого отношения

$$\frac{d\varphi}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s}$$

дает для точки M истинную скорость изменения φ в направлении, характеризуемом единичным касательным (к кривой s) вектором $\bar{\tau}$.

Полученная скорость изменения φ сильно зависит от направления. Например, в направлениях, касательных к поверхности уровня, эта скорость равна нулю, так как в этих направлениях φ сохраняет свое значение и $\Delta\varphi = 0$. Своего максимального значения $d\varphi/dn$ эта скорость достигает в направлении нормали к поверхности уровня, характеризуемом единичным вектором $\mathbf{n}$ (рис. 1-76), так как в этом направлении знаменатель отношения $\Delta\varphi/\Delta s$ минимален: $\Delta s_{мин} = \Delta n$.

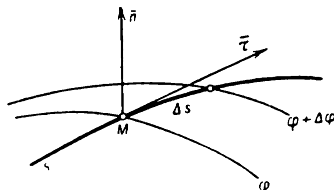


Рис. 1-76. К определению градиента скалярного поля

Вектор, направленный по нормали $\mathbf{n}$ к поверхности уровня в сторону возрастания функции $\varphi(x, y, z)$ и по модулю равный скорости $d\varphi/dn$ изменения функции φ по этому направлению нормали, называется **градиентом скалярного поля** φ

$$\nabla\varphi = \operatorname{grad}\varphi = \frac{d\varphi}{dn}\mathbf{n}.$$

Проектируя $\operatorname{grad}\varphi$ на любое другое направление, получим скорость изменения φ в этом направлении:

в направлении $\bar{\tau}$ (кривая s)

$$\bar{\tau}\operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial s};$$

в направлении $\mathbf{i}$ (ось x)

$$\mathbf{i}\operatorname{grad}\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial x};$$

в направлении $\mathbf{j}$ (ось y)

$$\mathbf{j}\operatorname{grad}\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial y};$$

в направлении $\mathbf{k}$ (ось z)

$$\mathbf{k}\operatorname{grad}\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Последние три равенства позволяют выразить градиент поля через его проекции:

$$\operatorname{grad}\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k},$$

а также получить выражение для модуля градиента:

$$|\operatorname{grad}\varphi|=\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}.$$

Скорость изменения скалярной функции φ по любому направлению также может быть выражена через производные этой функции по x, y и z:

$$\frac{d\varphi}{ds}=\operatorname{grad}\varphi\bar{\tau}$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k}\right)\left(\frac{dx}{ds}\mathbf{i}+\frac{dy}{ds}\mathbf{j}+\frac{dz}{ds}\mathbf{k}\right),$$

т. е.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial s}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{dx}{ds}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{dy}{ds}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{dz}{ds}.$$

При отыскании градиентов скалярных функций следует руководствоваться общими правилами дифференцирования:

$\operatorname{grad}(a\varphi)=a\operatorname{grad}\varphi$ (a—постоянный скаляр)

$$\operatorname{grad}(\varphi_1+\varphi_2)=\operatorname{grad}\varphi_1+\operatorname{grad}\varphi_2;$$

$\operatorname{grad}(\varphi_1\varphi_2)=\varphi_1\operatorname{grad}\varphi_2+\varphi_2\operatorname{grad}\varphi_1$ и т. д.

Пример 3. Если точечный положительный заряд расположен в начале координат, то потенциал

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_a r}$$

возрастает с уменьшением r, т. е. $dn=-dr$ (рис. 1-77).

Следовательно, градиент поля точечного заряда всегда направлен к точке расположения этого заряда и равен:

$$\operatorname{grad}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_a r}\right)=-\frac{\mathbf{r}^0}{4\pi\varepsilon_a}\frac{d}{dn}\left(\frac{q}{r}\right)=$$

$$=\frac{\mathbf{r}^0}{4\pi\varepsilon_a}\frac{d}{dr}\left(\frac{q}{r}\right)=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_a r^2}\mathbf{r}^0.$$

В случае электростатического поля этот вектор, взятый с обратным знаком, совпадает с **вектором напряженности электрического поля:**

$$\mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_a r^2}\mathbf{r}^0.$$

Вектор электростатической индукции отличается от вектора напряженности электрического поля лишь мно-

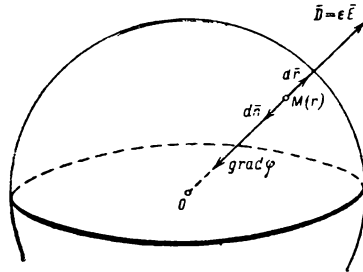


Рис. 1-77. К примеру 3.

жителем ε_a (абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества, см. § 4-2):

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}.$$

Таким образом, от скалярного поля потенциала φ можно перейти к векторному полю напряженности

$$\mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_a r^2}\mathbf{r}^0$$

или к векторному полю индукции

$$\mathbf{D}=-\varepsilon_a\operatorname{grad}\varphi=\frac{q}{4\pi r^2}\mathbf{r}^0.$$

Векторное поле

В случае векторного поля каждой точке пространства сопоставляется некоторый вектор

$$\mathbf{A}(\mathbf{r})=A_x(\mathbf{r})\,\mathbf{i}+A_y(\mathbf{r})\,\mathbf{j}+A_z(\mathbf{r})\,\mathbf{k},$$

т. е. векторное поле определяется одной векторной функцией или тремя скалярными функциями координат x, y, z.

Для описания структуры векторного поля применяются **векторные (силовые) линии**, касающиеся в каждой точке вектора поля (рис. 1-78). Дифференциальные уравнения векторных линий имеют вид:

$$\frac{dx}{A_x}=\frac{dy}{A_y}=\frac{dz}{A_z}.$$

Векторные линии определяют лишь направление вектора $\mathbf{A}$. Чтобы иметь представление еще о модуле вектора $\mathbf{A}$, проводят векторные линии так, чтобы отнесенное к единице площади число линий, пересекающих перпендикулярную им площадку, равнялось модулю вектора $|\mathbf{A}|$ в данной точке.

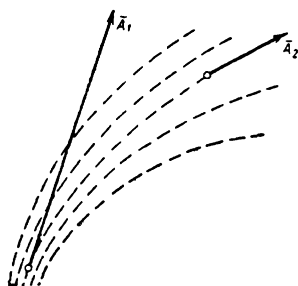


Рис. 1-78. Векторные (силовые) линии.

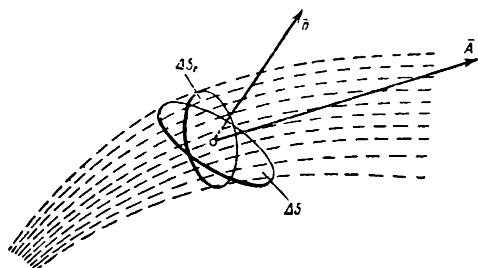


Рис. 1-79. К определению потока вектора.

Векторные линии, пересекающие некоторую замкнутую кривую L, образуют векторную трубку (рис. 1-79).

Поток вектора

Пусть сечение векторной трубки ΔS_n, перпендикулярное к линиям сил, настолько мало, что в его пределах вектор **A** можно считать постоянным по модулю и по направлению. Это сечение пронизывается линиями электрических сил, число которых равно

$$A\Delta S_n = A\Delta S\cos(\widehat{\mathbf{A}\mathbf{n}}),$$

где ΔS — любое другое сечение трубки, определяемое единичным вектором нормали **n** (рис. 1-79).

Площадь сечения ΔS можно представить в виде вектора

$$\Delta\mathbf{S} = \Delta S\mathbf{n}.$$

Тогда число силовых линий через сечение ΔS оказывается равным скалярному произведению

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{S}.$$

Обращаясь теперь к произвольной поверхности S конечных размеров, можно разбить ее на элементарные площадки dS, через которые проходят $\mathbf{A}d\mathbf{S}$ силовых линий, и определить общее число силовых линий через S как интеграл

$$\iint_S \mathbf{A}d\mathbf{S} = \iint_S A_n\,dS.$$

Этот поверхностный интеграл называется потоком вектора **A** через поверхность S.

Если поверхность S является замкнутой поверхностью, то за нормали **n** к элементарным площадкам dS принимают внешние нормали. Они образуют острые углы с векторными линиями, выходящими из объема V, ограниченного поверхностью S, и для этих линий произведения $\mathbf{A}d\mathbf{S}$ положительны. Для линий, входящих в объем V, произведения $\mathbf{A}d\mathbf{S}$ отрицательны.

Таким образом, поток вектора **A** через замкнутую поверхность S

$$\iint_S \mathbf{A}d\mathbf{S}$$

численно равен разности между числом линий электрических сил, входящих в объем V, и числом линий, выходящих из объема.

Если считать, что силовые линии начинаются на источниках поля и заканчиваются на стоках, то знак результирующего потока через замкнутую поверхность является свидетельством того, что объем V содержит больше источников поля, чем стоков (поток положителен), или, наоборот, что он содержит больше стоков, чем источников (поток отрицателен), или, наконец, что внутри объема число источников и стоков одинаково (поток равен нулю).

Дивергенция вектора

Окружив некоторую точку M поля вектора **A** замкнутой поверхностью S (например, небольшой сферой), составим отношение потока вектора **A** через поверхность S к объему ΔV, ограниченному этой поверхностью (рис. 1-80):

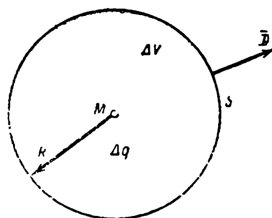


Рис. 1-80. К определению дивергенции вектора.

$$\frac{\iint \mathbf{A}d\mathbf{S}}{\Delta V}.$$

Предел этого отношения при $\Delta V \to 0$ (когда поверхность S стягивается к точке M) называется дивергенцией вектора **A** в точке M:

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\iint \mathbf{A}d\mathbf{S}}{\Delta V}.$$

Дивергенция — скалярная величина. Ее положительный знак свидетельствует о том, что в точке M начинается силовая линия,

т. е. точка M является **источником** поля. При отрицательном знаке дивергенции точка M является концом силовой линии, т. е. **стоком** векторного поля. Абсолютная величина дивергенции характеризует **интенсивность** источника или стока.

Понятие дивергенции и связь дивергенции с источниками поля позволяют дать наглядную формулировку известной **теоремы Гаусса — Остроградского**. Суммирование интенсивностей всех источников поля, заключенных в некотором объеме V, дает число векторных линий, которые пронизывают поверхность S, ограничивающую объем V:

$$\iint\limits_S \mathbf{A}d\mathbf{S} = \iiint\limits_V \operatorname{div} \mathbf{A}dV.$$

Таким образом, поток вектора через замкнутую поверхность равен интегралу от дивергенции вектора по объему, ограниченному этой поверхностью.

Пример 4. Определим связь между дивергенцией поля вектора $\mathbf{D}$ электростатической индукции и электрическими зарядами, создающими это поле.

Окружим точку наблюдения M сферой настолько малого радиуса R, что заряд Δq можно считать равномерно распределенным внутри сферы. Тогда $D = \Delta q/4\pi R^2$ (см. пример 3) и по теореме Гаусса — Остроградского

$$\frac{\Delta q}{4\pi R^2} 4\pi R^2 = \operatorname{div} \mathbf{D}\Delta V,$$

откуда

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{\Delta q}{\Delta V}.$$

Стягивая сферу к точке M и вводя плотность электрических зарядов

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV},$$

получим:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho.$$

Если вектор $\mathbf{A}$ задан своими проекциями, то его дивергенция может быть представлена суммой частных производных проекций вектора по одноименным координатам:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Это позволяет доказать следующие свойства дивергенции:

$$\operatorname{div}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \operatorname{div} \mathbf{A} + \operatorname{div} \mathbf{B}$$

и

$$\operatorname{div}(\varphi \mathbf{A}) = \varphi \operatorname{div} \mathbf{A} + \mathbf{A} \operatorname{grad} \varphi,$$

где φ — скаляр.

Вводя оператор Гамильтона

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k},$$

можно дивергенцию вектора записать иначе

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \nabla \mathbf{A}.$$

Циркуляция вектора

Проведем в поле вектора $\mathbf{A}$ (рис. 1-81) кривую L_1L_2 и образуем скалярное произведение вектора на элемент дуги этой кривой:

$$\mathbf{A}\,d\mathbf{s} = A_\tau ds = \mathbf{A}\,d\mathbf{r}.$$

Сумма полученных произведений (при неограниченном возрастании их числа), взя-

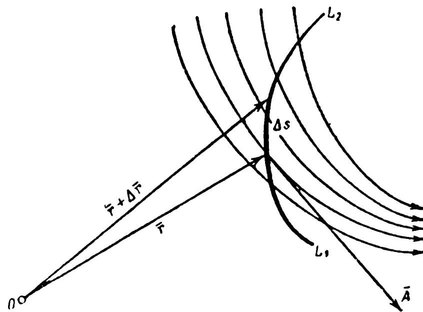


Рис. 1-81. К определению циркуляции вектора.

тая вдоль дуги L_1L_2, называется **линейным интегралом** вектора $\mathbf{A}$ вдоль дуги L_1L_2:

$$\int\limits_{L_1L_2} \mathbf{A}d\mathbf{s} = \int\limits_{L_1L_2} A_\tau\, ds = \int\limits_{L_1L_2} \mathbf{A}d\mathbf{r} = \int\limits_{L_1L_2} (A_x dx + A_y dy + A_z dz).$$

Если точки L_1 и L_2 совмещены, то линейный интеграл по замкнутой кривой L

$$\oint\limits_L \mathbf{A}\, d\mathbf{r} = \oint (A_x dx + A_y dy + A_z dz)$$

называется **циркуляцией вектора** $\mathbf{A}$ по контуру L.

Ротор вектора

Для характеристики степени завихренности поля вектора $\mathbf{A}$ вводят **ротор вектора** $\mathbf{A}$:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \operatorname{rot} \mathbf{A},$$

где ∇ оператор Гамильтона.

Если взять небольшую площадку ΔS (рис. 1-82), на которой лежит точка M, то отношение циркуляции вектора $\mathbf{A}$ по контуру L площадки к площади самой площадки, когда последняя стремится к нулю, стягиваясь к точке M, стремится к пределу, который равен проекции вектора $\operatorname{rot} \mathbf{A}$ на нормаль к площадке ΔS:

$$\lim \frac{\oint\limits_L \mathbf{A}\, d\mathbf{r}}{\Delta S} = \operatorname{rot}_n \mathbf{A}.$$

Таким образом, $\nabla \times \mathbf{A} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ является вектором, перпендикулярным к той плоско-

сти, в которой вектор **A** обладает наибольшей циркуляцией по контуру L.

Из определения ротора вытекает следующая теорема Стокса. Циркуляция вектора **A** по замкнутому контуру L равна

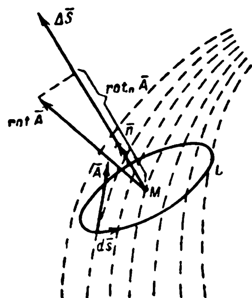


Рис. 1-82. К определению ротора вектора.

потоку его ротора через произвольную поверхность S, лежащую в поле вектора **A** и ограниченную контуром L:

$$\oint_L \mathbf{A}\, d\mathbf{s} = \iint_S \operatorname{rot} \mathbf{A}\, d\mathbf{S}.$$

Ротор вектора **A** следующим образом выражается через проекции вектора **A**:

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\mathbf{k}$$

или в более удобной для запоминания записи:

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

Ротор геометрической суммы векторов равен геометрической сумме роторов слагающих векторов:

$$\operatorname{rot} (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \operatorname{rot} \mathbf{A} + \operatorname{rot} \mathbf{B}.$$

Потенциальное поле

Векторное поле, ротор которого равен нулю в любой точке поля, называется потенциальным (безвихревым) полем. Это название объясняется тем, что ротор градиента всегда равен нулю:

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0.$$

Поэтому если ротор данного вектора **A** равен нулю, то непременно существует некоторый скаляр — потенциал φ, градиент которого совпадает с вектором:

$$\mathbf{A} = \operatorname{grad} \varphi.$$

Примером такого поля является электростатическое поле

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi,$$

ротор которого всюду равен нулю.

Магнитное статическое поле не имеет ротора и, следовательно, является потенциальным лишь в тех точках, где не протекает электрический ток.

В потенциальном поле $\mathbf{A} = \operatorname{grad} \varphi$ циркуляция вектора по любому замкнутому контуру L (рис. 1-83) равна нулю. Следовательно, линейный интеграл вдоль дуги L_1L_2 не зависит от пути интегрирования, а определяется лишь значениями потенциала в конечных точках:

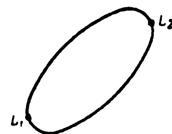


Рис. 1-83. Замкнутый контур интегрирования.

$$\int_{L_1, L_2} \mathbf{A}\, d\mathbf{s} = \varphi(L_1) - \varphi(L_2).$$

Соленоидальное поле

Векторное поле, дивергенция которого равна нулю в любой точке поля, называется соленоидальным полем. Поскольку дивергенция ротора всегда равна нулю

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{A} = 0,$$

то, следовательно, для поля **B**, не имеющего дивергенции, существует другое векторное поле **A**, ротор которого совпадает с **B**:

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}.$$

В соленоидальном поле все силовые линии являются замкнутыми кривыми, не имеющими ни начала, ни конца. Примером соленоидального поля является магнитное поле (рис. 1-84).

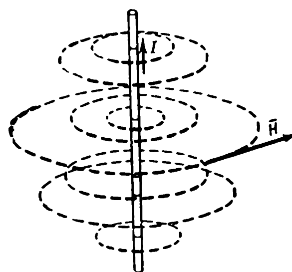


Рис. 1-84. Структура магнитного поля прямолинейного тока.

1-16. МАТРИЦЫ

Линейное преобразование

В технических приложениях математики часто приходится иметь дело с преобразованием одного упорядоченного набора чисел

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

в другой упорядоченный набор чисел

$$y_1, y_2, \ldots, y_n.$$

Например, систему линейных уравнений

$$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n$$

можно рассматривать как преобразование известных чисел $b_1, \ldots, b_n$ в неизвестные $x_1, \ldots, x_n$. Закон преобразования определяется коэффициентами a_{ij}.

Переход от одной системы координат к другой означает преобразование прежних координат $x_1, \ldots, x_n$ точки в новые координаты $y_1, \ldots, y_n$.

Анализ явлений в линейных четырехполюсниках часто сводится к отысканию напряжения и тока на выходных зажимах по известным значениям напряжения и тока на входных зажимах четырехполюсника, т. е. к преобразованию входных значений в выходные значения токов и напряжений.

Подобные примеры могут быть обобщены с помощью понятия об операции линейного преобразования n-мерного вектора. Упорядоченный набор чисел

$$x_1, \ldots, x_n$$

называют n-мерным вектором **x**. При этом числа $x_1, \ldots, x_n$, составляющие упомянутый набор, принимаются за проекции вектора **x** на n осей координат. Преобразование вектора $\mathbf{x}(x_1, \ldots, x_n)$ в вектор $\mathbf{y}(y_1, \ldots, y_n)$ может быть символически записано в виде

$$\mathbf{y} = \alpha\mathbf{x},$$

где α — оператор, определяющий закон преобразования **x** в **y**.

Преобразование называется линейным, если оператор α обладает следующими свойствами:

1) к. сумме векторов оператор может применяться почленно

$$\alpha(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) = \alpha\mathbf{x}_1 + \alpha\mathbf{x}_2;$$

2) постоянную величину C можно выносить за знак оператора

$$\alpha(C\mathbf{x}) = C(\alpha\mathbf{x}).$$

Если закон преобразования координат вектора **x** в координаты вектора **y** задан в виде линейных соотношений

$$y_1 = \alpha_{11}x_1 + \cdots + \alpha_{1n}x_n;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$y_n = \alpha_{n1}x_1 + \cdots + \alpha_{nn}x_n,$$

то оператор преобразования может быть представлен в виде таблицы коэффициентов

$$\alpha = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \cdots \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \cdots \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} \cdots \alpha_{nn} \end{Vmatrix},$$

которая носит название матрицы преобразования порядка n.

В общем случае число строк и столбцов матрицы может быть различным, однако в дальнейшем речь будет идти лишь от квадратных матрицах преобразований.

Пример 1. Пусть вектор **z** получен в результате преобразования

$$\alpha = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{Vmatrix},$$

примененного к вектору **y**, т. е.

$$z_1 = \alpha_{11}y_1 + \alpha_{12}y_2;$$
$$z_2 = \alpha_{21}y_1 + \alpha_{22}y_2.$$

Пусть, в свою очередь, вектор **y** получен в результате преобразования

$$\beta = \begin{Vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{Vmatrix},$$

примененного к вектору **x**, т. е.

$$y_1 = \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2;$$
$$y_2 = \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2.$$

Подставляя y_1 и y_2 в выражения для z_1 и z_2, легко найдем:

$$z_1 = (\alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{12}\beta_{21})x_1 +$$
$$+ (\alpha_{11}\beta_{12} + \alpha_{12}\beta_{22})x_2;$$
$$z_2 = (\alpha_{21}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{21})x_1 +$$
$$+ (\alpha_{21}\beta_{12} + \alpha_{22}\beta_{22})x_2.$$

Таким образом, вектор **z** может быть получен в результате преобразования

$$\gamma = \begin{Vmatrix} \alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{12}\beta_{21} & \alpha_{11}\beta_{12} + \alpha_{12}\beta_{22} \\ \alpha_{21}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{21} & \alpha_{21}\beta_{12} + \alpha_{22}\beta_{22} \end{Vmatrix},$$

примененного непосредственно к вектору **x**:

$$\mathbf{z} = \alpha(\beta\mathbf{x}) = \gamma\mathbf{x}.$$

Оператор γ называется произведением операторов α и β:

$$\gamma = \alpha\beta.$$

Из примера 1 следует, что для отыскания произведения операторов $\alpha\beta$ необходимо перемножить матрицы α и β, пользуясь следующим правилом: каждый элемент строки матрицы α умножается на соответствующий элемент столбца матрицы β и полученные произведения складываются.

Любой вектор $\mathbf{x}(x_1, \ldots, x_n)$ может быть представлен в виде матрицы, составленной из одного столбца

$$\begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Vmatrix}$$

Тогда линейное преобразование $\mathbf{y} = \alpha\mathbf{x}$ сводится к перемножению матрицы преобразования α на матрицу вектора **x**. Например, двухмерное преобразование

$$y_1 = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2;$$
$$y_2 = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2$$

может быть представлено в виде произведения матриц:

$$\begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Vmatrix}.$$

Определитель матрицы

Определителем (детерминантом) n-го порядка квадратной матрицы

$$a = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{Vmatrix}$$

называется число Δ, которое может быть получено из таблицы чисел

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

путем последовательного разложения по минорам.

Минором элемента a_{ij} называется определитель $(n-1)$-го порядка, образованный из данного определителя зачеркиванием i-й строки и j-го столбца.

Алгебраическим дополнением (адъюнктой) A_{ij} элемента a_{ij} называется его минор, умноженный на $(-1)^{i+j}$:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \begin{vmatrix} a_{11} \cdots a_{1j} \cdots a_{1n} \\ a_{i1} \cdots a_{ij} \cdots a_{in} \\ a_{n1} \cdots a_{nj} \cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

Любой определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки (или столбца) на соответствующие алгебраические дополнения:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + \cdots + a_{1n} A_{1n}.$$

Последовательным применением этого разложения по минорам можно понизить порядок миноров, входящих в разложение, до второго порядка. Миноры второго порядка вычисляются по формуле

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}.$$

Свойства определителей:

1. Определитель не меняет своей величины, если все его строки заменить соответствующими столбцами:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

2. Определитель равен нулю, если соответствующие элементы двух его строк (столбцов) равны или пропорциональны или одна из его строк (столбцов) является линейной комбинацией каких-либо других строк (столбцов):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ k_1a_{11}+k_2a_{21} & k_1a_{12}+k_2a_{22} & k_1a_{13}+k_2a_{23} \end{vmatrix} = 0.$$

3. Общий множитель всех элементов какой-либо строки (столбца) можно выносить за знак определителя:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

4. Два определителя, отличающиеся друг от друга элементами лишь одной i-й строки (или столбца), можно складывать. При этом суммой является определитель, у которого элементы i-й строки равны сумме соответствующих элементов i-х строк определителей слагаемых, а остальные элементы — те же, что у слагаемых:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}+a'_{11} & a_{12}+a'_{12} & a_{13}+a'_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

5. Если к элементам какой-либо строки (столбца) прибавить элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же число, то величина определителя не изменится:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}+ka_{21} & a_{12}+ka_{22} & a_{13}+ka_{23} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

6. Сумма произведений всех элементов a_{ik} какой-либо (i-й) строки (столбца) определителя на адъюнкты A_{jk} соответствующих элементов другой (j-й) строки (столбца) равна нулю:

$$a_{i1} A_{j1} + a_{i2} A_{j2} + \cdots + A_{in} A_{jn} = 0.$$

Система линейных уравнений

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1;$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n$$

может быть решена с помощью **формул Крамера**:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \; x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \ldots ; \; x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta};$$

если определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

отличен от нуля, а определители Δ_j получены из Δ заменой j-го столбца на столбец, составленный из свободных членов, например

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \cdots a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot \\ a_{n1} & b_n & a_{n3} \cdots a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Действия над матрицами

Равенство матриц. Две матрицы называются равными (т. е. обеспечивающими одно и то же преобразование), если они имеют одинаковое число строк, одинаковое число столбцов и элементы этих матриц, расположенные на соответствующих местах, равны.

Сложение матриц. Если векторы **y** и **z** получены в результате преобразований α и β одного и того же вектора **x**:

$$\mathbf{y} = \alpha\mathbf{x};$$
$$\mathbf{z} = \beta\mathbf{x},$$

то сумма векторов **y**+**z** может быть получена из **x** в результате применения к нему преобразования

$$\gamma = \alpha + \beta.$$

Матрица γ, называемая суммой матриц α и β, может быть получена в результате сложения соответствующих элементов матриц α и β:

$$\gamma_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij}.$$

Сложение k одинаковых матриц α равносильно умножению матрицы α на число k.

$$\gamma = k\alpha,$$

которое сводится к умножению всех элементов матрицы на число k:

$$\gamma_{ik} = k\alpha_{ik}.$$

Умножение матриц. Вектор **z**, полученный из вектора **x** последовательным применением линейных преобразований β и α:

$$\mathbf{z} = \alpha\mathbf{y}; \; \mathbf{y} = \beta\mathbf{x}$$

может быть получен путем непосредственного преобразования вектора **x** (см. пример 1):

$$\mathbf{z} = \gamma\mathbf{x},$$

где

$$\gamma = \alpha\beta.$$

Матрица γ называется произведением матриц α и β. Ее элемент γ_{ij}, расположенный на пересечении i-й строки и j-го столбца, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы α на соответствующие элементы j-го столбца матрицы β:

$$\gamma_{ij} = \alpha_{i1}\beta_{1j} + \alpha_{i2}\beta_{2j} + \cdots + \alpha_{in}\beta_{nj}.$$

Для произведения матриц переместительный закон не выполняется, т. е. произведение $\alpha\beta$ может не равняться произведению $\beta\alpha$. О произведении матриц $\alpha\beta$ и $\beta\alpha$ можно говорить только в том случае, когда число столбцов матрицы α равно числу строк матрицы β.

Определитель произведения двух квадратных матриц равен произведению определителей этих матриц:

$$\Delta_\gamma = \Delta_\alpha \Delta_\beta .$$

Ранг матрицы. Если в матрице α выделить k строк и k столбцов и из элементов, стоящих на пересечении выделенных строк и столбцов, составить матрицу k-го порядка, то определитель полученной матрицы будет носить название минора k-го порядка матрицы α.

Матрица α обладает минорами различных порядков. Минорами первого порядка являются сами элементы матрицы α. Если все миноры k-го порядка матрицы α равны нулю, то все ее миноры более высоких порядков также равны нулю.

Ранг матрицы равен наивысшему порядку отличных от нуля миноров матрицы. Таким образом, если ранг матрицы α равен r, то в этой матрице имеется отличный от нуля минор порядка r, но всякий минор порядка большего, чем r, равен нулю.

Транспонированная матрица. Транспонированной называют матрицу $\tilde{\alpha}$, которая получена из матрицы α путем замены строк соответствующими столбцами. Например,

$$\alpha = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{Vmatrix}; \; \tilde{\alpha} = \begin{Vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{Vmatrix}.$$

Матрица, транспонированная матрице произведения двух матриц, равна произведению транспонированных матриц, взятых в обратном порядке:

$$(\widetilde{\alpha\beta}) = \tilde{\beta}\tilde{\alpha}.$$

Обратная матрица. Пусть матрица α определяет следующее линейное преобразование вектора **x** в вектор **y**:

$$y_1 = \alpha_{11}x_1 + \cdots + \alpha_{1n}x_n;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$y_n = \alpha_{n1}x_1 + \cdots + \alpha_{nn}x_n.$$

Решив эту систему линейных соотношений относительно $x_1, \ldots, x_n$, получим обратное преобразование вектора **y** в вектор **x**:

$$x_1 = \beta_{11} y_1 + \cdots + \beta_{1n} y_n;$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_n = \beta_{n1} y_1 + \cdots + \beta_{nn} y_n.$$

Матрица β обратного преобразования называется обратной матрицей по отношению к матрице α и поэтому обозначается α^{-1}.

Для вычисления матрицы, обратной матрице α, выписывают транспонированную матрицу $\breve{\alpha}$, находят адъюнкты всех элементов определителя матрицы $\breve{\alpha}$ и заменяют элементы матрицы $\breve{\alpha}$ соответствующими адъюнктами, предварительно разделив все адъюнкты на определитель Δ матрицы α.

Пример 2. Вычислим матрицу, обратную

$$\alpha = \begin{Vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{Vmatrix}$$

Транспонированная матрица

$$\breve{\alpha} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{Vmatrix}$$

Адъюнкты ее определителя: $A_{11}=4$; $A_{12}=-4$; $A_{13}=-4$; $A_{21}=0$; $A_{22}=2$; $A_{23}=0$; $A_{31}=0$; $A_{32}=-1$; $A_{33}=2$.

Поскольку

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4,$$

$$\alpha^{-1} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{Vmatrix}.$$

Перемножим исходную матрицу α и обратную ей матрицу α^{-1}:

$$\alpha\alpha^{-1} = \begin{Vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Матрица, диагональные элементы которой равны единице, а остальные — нулю, называется **единичной матрицей**. Единичная матрица преобразует любой вектор в самого себя. Произведение взаимно обратных матриц всегда равно единичной матрице.

Матрица, обратная произведению матриц, равна произведению обратных матриц, взятых в обратном порядке,

$$(\alpha\beta\cdots\omega)^{-1} = \omega^{-1}\cdots\beta^{-1}\alpha^{-1}.$$

Матрица с комплексными элементами. Все вышесказанное о линейном преобразовании n-мерных векторов с помощью матриц и о действиях над матрицами остается справедливым и в том случае, если проекции векторов и элементы матриц являются комплексными числами.

1-17. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Исходы опыта

Повторение одного и того же опыта может приводить к исходам, отличающимся друг от друга. Происходит это оттого, что далеко не все условия, в которых протекает опыт, удается держать под контролем и случайные изменения этих условий делают исходы опыта также случайными.

Однако при многократном повторении опыта его исходы обычно группируются около одного результата, определяющегося *основными условиями* опыта. Теория вероятностей имеет дело только с такими случайными исходами опыта, которые обнаруживают указанную *статистическую устойчивость*.

Все возможные исходы опыта образуют *множество (пространство) элементарных событий*. Например, при бросании игральной кости таким множеством является выпадение граней кости. При «бросании» точки на отрезок [0, 1] множеством элементарных событий является бесконечное множество точек отрезка. Все возможные числа отказов какого-либо аппарата за время T также могут быть приняты за множество элементарных событий. В более сложном случае такое множество могут составить все функции времени, которые образуются реализациями данного случайного процесса (см. § 1-18).

События

Под *случайным событием* в теории вероятностей подразумевают некоторую совокупность случайных исходов опыта (совокупность элементарных событий). Например, событием может быть выпадение четного числа при бросании игральной кости или «попадание» точки в первую треть отрезка [0, 1] при «бросании» ее в этот отрезок. Если обозначить через t_1 и t_2 фактические сроки службы первой и второй ламп, то за событие A может быть принят тот факт, что срок службы первой лампы превысит некоторое время T (рис. 1-85,*а*). Другое событие B может заключаться в том, что срок службы у первой лампы окажется больше, чем у второй (рис. 1-85,*б*).

В общем случае в результате опыта данное случайное событие может произойти, а может не произойти. Если же событие таково, что оно непременно происходит, то оно называется **достоверным событием** Ω (например, выпадение не более 6 очков при бросании одной игральной кости). Если же, наоборот, событие не может произойти в данном опыте, то оно называется **невозможным событием** $\varnothing$ (например, выпадение 7 очков при бросании одной игральной кости).

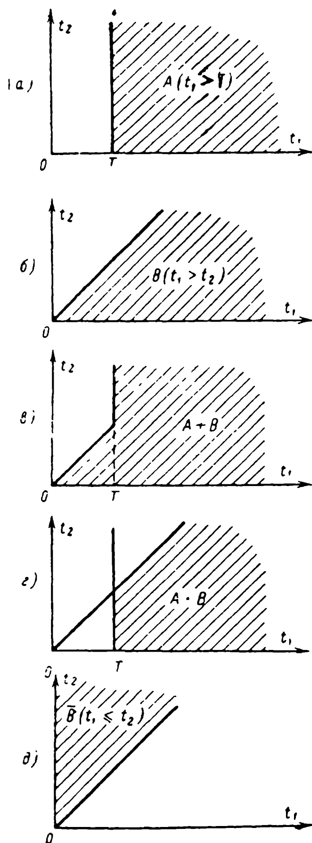


Рис. 1-85 Примеры событий.

а — срок службы первой лампы превышает T; *б* — срок службы первой лампы больше, чем второй; *в* — срок службы первой лампы либо больше T, либо больше, чем второй лампы; *г* — срок службы первой лампы больше T и больше, чем второй лампы; *д* — срок службы первой лампы не больше, чем второй.

Между случайными событиями могут быть следующие простые соотношения.

Сумма двух событий $A+B$ есть событие, заключающееся в наступлении или события A, или события B (рис. 1-86). Если в примере с двумя лампами за события считать $A(t_1>T)$ и $B(t_1>t_2)$, то суммой $A+B$ этих событий является событие, заключающееся в том, что первая лампа выходит из строя или после второй, или после работы в течение времени T (рис. 1-85, *в*).

Произведение двух событий AB есть событие, заключающееся в наступлении и события A и события B (рис. 1-87). Если в примере с двумя лампами за события считать $A(t_1>T)$ и $B(t_1>t_2)$, то произведением AB этих событий является событие, заключающееся в том, что первая лампа выходит из строя и позже второй и не раньше чем через T (рис. 1-85, *г*).

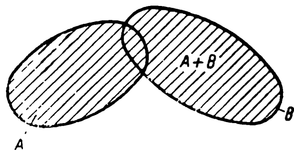


Рис. 1-86. Сумма двух событий.

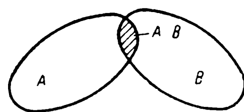


Рис. 1-87. Произведение двух событий.

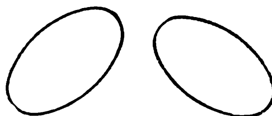


Рис. 1-88. Несовместные события.

События A и B называются **несовместными**, если при наступлении одного из них другое не может наступить (рис. 1-88):

$$AB=\varnothing.$$

События A и $\bar{A}$ называются **противоположными**, если они несовместны и сумма их является достоверным событием:

$$A\bar{A}=\varnothing;$$

$$A+\bar{A}=\Omega.$$

В случае примера с двумя лампами противоположными могут быть (рис. 1-85, *д*) события

$$A=(t_1>t_2);$$

$$\bar{A}=(t_1\leqslant t_2).$$

Вероятности

Случайному событию A можно сопоставить некоторое число $P(A)$, характеризующее **вероятность** наступления этого

события. Наибольшую вероятность, равную единице, следует приписать достоверному событию: $P(\Omega)=1$. Наименьшую вероятность, равную нулю, следует приписать невозможному событию: $P(\varnothing)=0$. Следовательно, вероятность случайного события A заключена в пределах

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1.$$

Если имеются несовместные события

$$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n,$$

где $A_iA_j=\varnothing$, то при определении вероятности естественно потребовать, чтобы вероятность суммы таких событий равнялась сумме вероятностей этих событий (теорема сложения вероятностей):

$$P(A_1+A_2+A_3+\cdots+A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

Пример 1. Пусть вероятность события A равна $P(A)$. Какова вероятность противоположного события $\bar{A}$?

Поскольку $A+\bar{A}=\Omega$, то, применяя теорему сложения вероятностей, получим:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Если все исходы опыта равновозможны и несовместны, то вероятность любого события A поддается непосредственному вычислению как отношение числа m исходов опыта, благоприятствующих этому событию, к общему числу n исходов опыта:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Например, при бросании игральной кости из шести возможных исходов опыта (1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков) три являются благоприятными для события A, заключающегося в выпадении четного числа очков. Следовательно, $P(A)=3/6=0{,}5$.

Однако в большинстве случаев множество элементарных событий состоит из неравновозможных исходов опыта. Вероятность того или иного события в этих случаях определяется экспериментально. Для этого проводятся необходимые опыты и определяется частота события A как отношение числа m опытов, в которых появилось событие A, к общему числу n произведенных опытов. При неограниченном увеличении числа n одинаковых и независимых друг от друга опытов с практической достоверностью можно утверждать, что частота события будет сколь угодно мало отличаться от вероятности события (теорема Бернулли).

Условные вероятности

Если до наступления события A вероятность события B была равна (рис. 1-89)

$$P(B) = \frac{s}{n},$$

а после наступления события A изменилась до значения

$$P(B/A) = \frac{r}{m} = \frac{\frac{r}{n}}{\frac{m}{n}} = \frac{P(AB)}{P(A)},$$

то говорят, что событие B зависит от события A.

Вероятность

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

называется условной вероятностью события B в том случае, если событие A наступило.

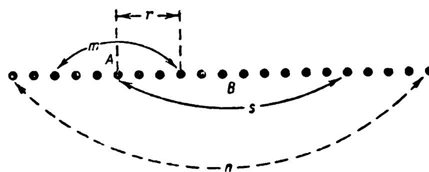


Рис. 1-89. К теореме умножения вероятностей.

Отсюда следует теорема умножения вероятностей:

$$P(AB) = P(A)\,P(B/A) = P(B)\,P(A/B),$$

т. е. вероятность произведения событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло.

Сказанное позволяет распространить теорему сложения вероятностей также и на совместные события. Пусть события A и B наступают совместно в r случаях (рис. 1-89). Чтобы при подсчете случаев, благоприятствующих событию $A+B$, эти r случаев не вошли в сумму дважды, необходимо поступить следующим образом:

$$P(A+B) = \frac{m+s-r}{n},$$

где s число исходов, благоприятствующих событию B, а m событию A следовательно.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Независимые события

Если наступление события A не изменяет вероятности события B, т. е.

$$P(A/B) = P(A),$$

то такие события называются независимыми.

Для двух независимых событий теорема умножения вероятностей особенно проста:

$$P(AB) = P(A)\,P(B).$$

Формула полной вероятности

Пусть события

$$B_1,\ B_2,\ \ldots,\ B_n$$

образуют полную группу событий, т. е. они несовместны ($B_i\ B_j = \varnothing$) и в сумме дают достоверное событие ($B_1+B_2+\ldots+B_n=\Omega$).

Определим вероятность события A, которое происходит совместно с одним и только с одним из этой полной группы событий:

$$A = AB_1 + AB_2 + \cdots + AB_n.$$

Согласно теоремам сложения и умножения вероятностей

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(AB_k) = \sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A/B_k).$$

Если под B_k понимать гипотезы о наступлении A, то полученное выражение означает, что вероятность события A равна сумме произведений вероятности каждой гипотезы на вероятность события A при этой гипотезе.

Формула Бейеса

Пусть гипотезы $B_i (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ образуют полную группу гипотез и их априорные (доопытные) вероятности равны $P(B_i)$. После наступления события A эти вероятности могут измениться, приняв значения

$$P(B_i/A) = \frac{P(AB_i)}{P(A)}.$$

Воспользовавшись теоремой умножения вероятностей и формулой полной вероятности, получим формулы Бейеса для вычисления апостериорных (послеопытных) вероятностей гипотез:

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i)\,P(A/B_i)}{\sum\limits_{k=1}^{n} P(B_k)\,P(A/B_k)}.$$

Пример 2. На входе канала связи генерируются посылки 1 и паузы 0 с вероятностями $P(1)=0{,}3$ и $P(0)=0{,}7$. Искажения в канале связи характеризуются условными вероятностями появления этих элементов на выходе канала связи:

$$P(1_{вых}/1_{вх}) = 0{,}9;\ P(0_{вых}/0_{вх}) = 0{,}8.$$

Требуется определить вероятность правильного приема посылки (паузы).

Посылка на выходе может появиться либо в результате правильного приема посылки, созданной на входе (1-я гипотеза), либо в результате ошибочного приема паузы, созданного на входе (2-я гипотеза). Вероятность правильного приема посылки равна апостериорной вероятности 1-й гипотезы:

$$P(1_{вх}/1_{вых}) = \frac{P(1)\,P(1_{вых}/1_{вх})}{P(1)P(1_{вых}/1_{вх}) + P(0)P(1_{вых}/0_{вх})} = \frac{0{,}3\cdot 0{,}9}{0{,}3\cdot 0{,}9+0{,}7\,(1-0{,}8)} = 0{,}66.$$

Аналогично этому вероятность правильного приема паузы

$$P(0_{вх}/0_{вых}) = \frac{P(0)\,P(0_{вых}/0_{вх})}{P(1)\,P(0_{вых}/1_{вх})+P(0)\,P(0_{вых}/0_{вх})} = \frac{0{,}7\cdot 0{,}8}{0{,}3\,(1-0{,}9)+0{,}7\cdot 0{,}8} = 0{,}95.$$

Случайные величины

Пусть заданы множество элементарных событий ω и их вероятности. Каждому из этих событий можно поставить в соответствие некоторое число ξ. Полученная таким образом функция $\xi(\omega)$ называется случайной величиной. Это числовая функция, но аргументом ее является не число, а событие. Например, выпадение той или иной грани игральной кости является случайным событием, а номер, присвоенный выпавшей грани (или его квадрат, куб и т. д.), — случайная величина. В примере 2 мы по сути уже прибегли к рассмотрению случайной величины, когда двум случайным событиям (появление посылки или паузы) присвоили числовые значения (1 и 0).

Над пространством элементарных исходов опыта можно образовать бесчисленное множество случайных величин. Не будет также ошибкой, если числовые значения какой-либо случайной величины в свою очередь принять за пространство элементарных исходов опыта. Поступив так, можно принять за случайное событие выполнение неравенства

$$\xi < x,$$

где x — некоторое (неслучайное) заранее выбранное число.

Вероятность этого события является функцией x:

$$F(x) = P(\xi < x),$$

которая называется функцией распределения случайной величины ξ.

При увеличении x вероятность выполнения неравенства $\xi<x$ не может уменьшаться. Следовательно, функция распределения является неубывающей функцией своего аргумента (рис. 1-90). Ее предельные значения:

$$F(-\infty) = 0;\quad F(+\infty) = 1.$$

Рассмотрим теперь три события: $a \leqslant \xi < b$, $\xi < a$ и $\xi < b$, из которых последнее является суммой двух первых. На основании теоремы сложения вероятностей получим:

$$P(a \leqslant \xi < b) = F(b) - F(a),$$

т. е. вероятность попадания случайной величины на заданный участок равна приращению функции распределения на этом участке.

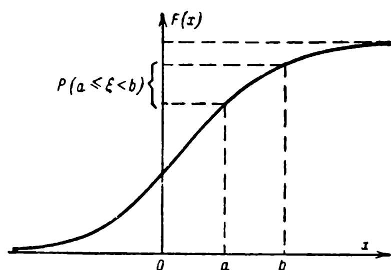


Рис. 1-90. График функции распределения.

Часто оказывается удобней оперировать не с функцией распределения случайной величины, а с плотностью (распределения) вероятности $p(x) \geqslant 0$, для которой

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(z)\, dz.$$

Если функция распределения дифференцируема, то

$$p(x) = \frac{d}{dx} F(x).$$

Смысл плотности вероятности $p(x)$ заключается в следующем. Если событием является то, что в результате опыта случайная величина ξ попадает в малый интервал Δx, то вероятность этого события

$$P(x < \xi < x + \Delta x) \approx p(x)\, \Delta x.$$

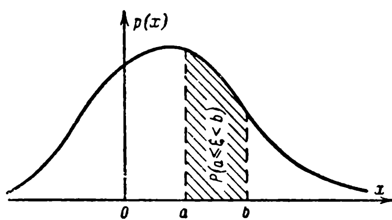


Рис 1-91. График плотности вероятности.

Для любого конечного участка ab (рис. 1-91)

$$P(a < \xi < b) = \int_{a}^{b} p(x)\, dx.$$

При этом

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\, dx = 1,$$

так как попадание значения ξ в ничем не ограниченный интервал является достоверным событием (условие нормировки).

Если случайная величина ξ дискретна, т. е. принимает отдельные значения (рис. 1-92, *а*)

$$x_1, x_2 \cdots,$$

то функция распределения является ступенчатой (рис. 1-92, *б*) а плотность вероятности отсутствует. Со ступенчатыми функциями оперировать сложно. Поэтому дискретная случайная величина обычно характеризуется не функцией распределения, а набором вероятностей (рис. 1-92, *а*):

$$P(\xi = x_k) = P_k.$$

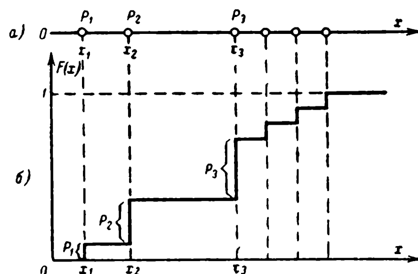


Рис. 1-92. Закон распределения дискретной случайной величины.

Случайные величины $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ называются взаимно независимыми, если

$$P(\xi_1 < x_1;\ \ \xi_2 < x_2; \ldots;\ \xi_n < x_n) =$$
$$= P(\xi_1 < x_1)\, P(\xi_2 < x_2) \ldots P(\xi_n < x_n) =$$
$$= F_1(x_1)\, F_2(x_2) \ldots F_n(x_n).$$

Числовые характеристики случайных величин

Функция распределения содержит наиболее подробные сведения о случайной величине. Но иногда можно обойтись без подробностей закона распределения; достаточными оказываются такие, например, числовые характеристики случайной величины, как среднее значение, разброс и т. д.

Среднее значение случайной величины ξ характеризует математическое ожидание $M\xi = \mu$.

Для дискретной случайной величины ξ, принимающей значения x_k с вероятностями P_k, математическое ожидание равно:

$$M\xi = \sum_{k=1}^{\infty} x_k P_k.$$

Для непрерывной случайной величины ξ

$$M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x p_\xi(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} x\, dF(x).$$

Свойства математического ожидания:

1. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме их математических ожиданий:

$$M(\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_n)=\sum_{k=1}^{n} M\xi_k.$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$MC\xi=CM\xi.$$

3. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий:

$$M(\xi\eta)=M\xi M\eta.$$

4. Математическое ожидание функции $f(\xi)$ случайного аргумента ξ, имеющего плотность вероятности $p_\xi(x)$, может быть найдено следующим образом:

$$Mf(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,p_\xi(x)dx.$$

Мерой разброса случайной величины является **дисперсия** $D\xi=\sigma^2$, которая представляет собой математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Для дискретной случайной величины

$$D\xi=\sum_{k=1}^{\infty}(x_k-\mu)^2 P_k.$$

Для **непрерывной** случайной величины

$$D\xi=M(\xi-M\xi)^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2 p_\xi(x)\,dx.$$

Если случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ взаимно независимы, то дисперсия суммы таких случайных величин равна сумме их дисперсий:

$$D(\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_n)=\sum_{k=1}^{n} D\xi_k.$$

Дисперсия функции $f(\xi)$ случайного аргумента ξ, имеющего плотность вероятности $p_\xi(x)$, может быть найдена следующим образом:

$$Df(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty}[f(x)-Mf(\xi)]^2 p_\xi(x)\,dx.$$

Размерность дисперсии является квадратом размерности случайной величины. Это неудобство можно устранить, вводя **среднее квадратичное (стандартное) отклонение**:

$$\sigma=\sqrt{D\xi}.$$

Ниже приводятся наиболее распространенные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.

Равномерное распределение

Случайную величину называют **равномерно распределенной**, если в пределах интервала (ab) ее значений

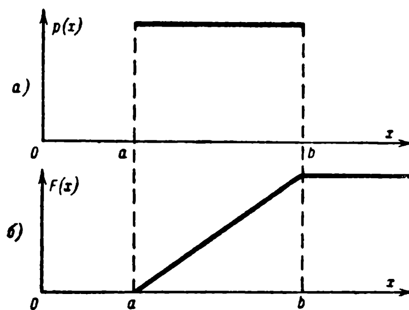


Рис. 1-93. Равномерное распределение.
а — плотность вероятности; *б* — функция распределения.

плотность вероятности остается неизменной (рис. 1-93), а вне этого интеграла равна нулю:

$$p(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<a \text{ и } x>b,\\ \dfrac{1}{b-a} & \text{при } a\leqslant x\leqslant b;\end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\leqslant a,\\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{при } a<x\leqslant b,\\ 1 & \text{при } x>b;\end{cases}$$

$$M\xi=\frac{a+b}{2};\quad D\xi=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

Показательное распределение (рис. 1-94)

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\leqslant 0,\\ 1-e^{-ax} & \text{при } x>0;\end{cases}$$

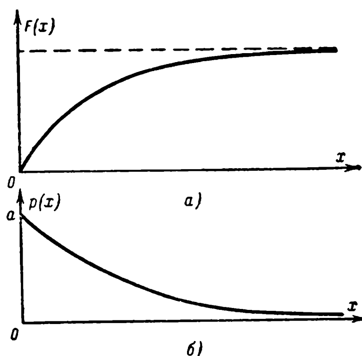


Рис. 1-94 Показательное распределение.
а — функция распределения; *б* — плотность вероятности.

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant 0, \\ ae^{-ax} & \text{при } x > 0; \end{cases}$$

$$M\xi = \frac{1}{a}; \quad D\xi = \frac{5}{a^2}.$$

Биномиальное распределение

Пусть источник генерирует посылки 1 с вероятностью p и паузы 0 с вероятностью $q=1-p$. Рассмотрим последовательность из n посылок и пауз. Какова вероятность появления в такой последовательности k посылок? Если посылки и паузы наступают независимо друг от друга, то согласно теореме умножения вероятность данной последовательности из k посылок и $n-k$ пауз равна $p^k q^{n-k}$. Число таких последовательностей равно числу сочетаний из n по k. Поэтому если принять за случайную величину сумму k всех единиц в последовательности, состоящей из n единиц и нулей, то эта случайная величина имеет следующий закон распределения:

$$P_k = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

Такому же распределению подчиняются, последовательно проводимые независимые опыты с двумя исходами (1) и (0). Вероятность P_k в этом случае есть вероятность появления k исходов (1) в последовательности из n опытов.

Пример 3. При изготовлении ламп вероятность выхода некондиционной лампы составляет 0,004. Какова вероятность того, что в ящике, содержащем 100 ламп, имеется одна некондиционная лампа?

В этом случае справедлив биномиальный закон распределения и

$$P_1 = C_{100}^1 \cdot 0{,}004\,(1-0{,}004)^{100-1} = 100 \cdot 0{,}004 \cdot 0{,}996^{99}.$$

Распределение Пуассона

Примеры, подобные предыдущему, приводят к громоздким вычислениям, если n велико, а p мало. Чтобы упростить вычисления в этих случаях, Пуассон ввел число

$$a = p \cdot n.$$

Тогда биномиальное распределение может быть представлено в следующем виде:

$$P_k = C_n^k \left(\frac{a}{n}\right)^k \left(1-\frac{a}{n}\right)^{n-k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\,\frac{a^k}{n^k}\left(1-\frac{a}{n}\right)^n \left(1-\frac{a}{n}\right)^{-k} =$$

$$= \frac{a^k}{k!}\left(1-\frac{a}{n}\right)^n \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{n^k} \times$$

$$\times \left(1-\frac{a}{n}\right)^{-k} = \frac{a^k}{k!}\left(1-\frac{a}{n}\right)^n \left(1-\frac{1}{n}\right) \times$$

$$\times \left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)\left(1-\frac{a}{n}\right)^{-k}$$

При большом n второй множитель близок к e^{-a}, а все остальные близки к единице. Считая их равными единице, получим формулу Пуассона (рис. 1-95):

$$P_k = \frac{a^k}{k!} e^{-a}.$$

В условиях примера 3 $a=0{,}004 \cdot 100 = 0{,}4$ и

$$P_1 = 0{,}4e^{-0{,}4} = 0{,}27.$$

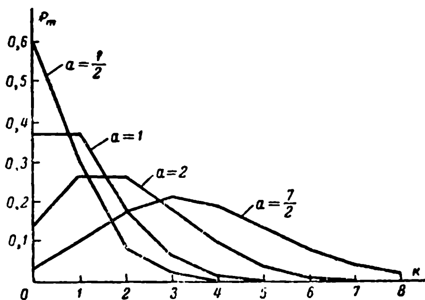


Рис. 1-95. Вероятности события, распределенного по закону Пуассона.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона, равны друг другу:

$$M\xi = D\xi = a.$$

Нормальное распределение

Если случайная величина является суммой случайных величин, то ее закон распределения в основном определяется распределением того слагаемого, которое вносит наибольший вклад в сумму. Но если сумма содержит очень большое число слагаемых, вклад которых одинаково мал, то сумма оказывается распределенной по нормальному закону или закону Гаусса (рис. 1-96):

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Математическое ожидание такой случайной величины

$$M\xi = \mu$$

определяет абсциссу оси симметрии кривой плотности вероятности.

Среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D\xi}$$

равно расстоянию между точками перегиба кривой, т. е. определяет степень размытости кривой плотности вероятности вдоль оси абсцисс.

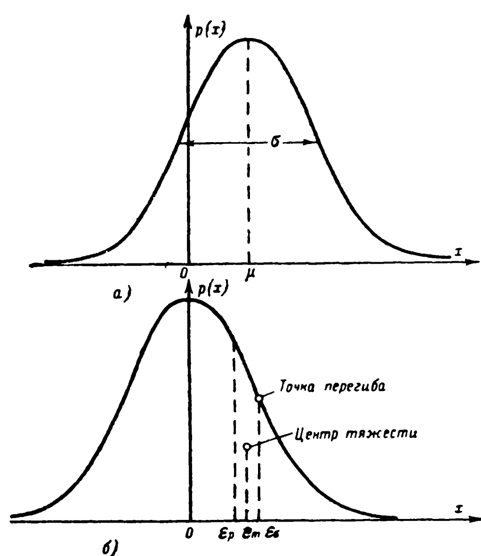


Рис. 1-96. Нормальное распределение

а — с отличным от нуля средним значением, *б* — с нулевым средним значением.

Пример 4. Определим вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на заданный участок (ab):

$$P(a < \xi < b) = \int_a^b p(x)\,dx =$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dx.$$

Заменяя переменную $\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} = z^2$, получим.

$$P(a < \xi < b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{a-\mu}{\sigma\sqrt{2}}}^{\frac{b-\mu}{\sigma\sqrt{2}}} e^{-z^2}\,dz =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right].$$

Выражение

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2}\,dz$$

называется **интегралом вероятностей** или **функцией Лапласа**. Значения этой функции приведены в табл. 1-9.

Таблица 1-9

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,05	0,05637	0,75	0,71115	1,45	0,95969
0,10	0,11246	0,80	0,74210	1,50	0,96610
0,15	0,16799	0,85	0,77066	1,55	0,97162
0,20	0,22270	0,90	0,79691	1,60	0,97635
0,25	0,27632	0,95	0,82089	1,65	0,98037
0,30	0,32862	1,00	0,84270	1,70	0,98379
0,35	0,37938	1,05	0,86244	1,75	0,98667
0,40	0,42839	1,10	0,88020	1,80	0,98909
0,45	0,47548	1,15	0,89612	1,85	0,99111
0,50	0,52050	1,20	0,91031	1,90	0,99279
0,55	0,56332	1,25	0,92290	1,95	0,99418
0,60	0,60385	1,30	0,93401	2,00	0,99532
0,65	0,64203	1,35	0,94376		
0,70	0,67780	1,40	0,95228		

Значения функции

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2}\,dz$$

Точность измерения

Ошибки, совершаемые при измерениях, могут быть **систематическими** и **случайными**. Причины систематических ошибок (плохая регулировка приборов) могут быть вскрыты и устранены. Случайные ошибки порождаются большим количеством причин, контролировать которые экспериментатор не может. Учет этих ошибок производится статистическими методами.

Если истинное значение измеряемой величины X, а ее измеренные значения: X_1, X_2, ..., X_n, то за **наиболее вероятное значение** измеряемой величины принимают среднее арифметическое из всех результатов измерений:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}.$$

Тогда **ошибками** называют разности

$$x_1 = X_1 - X;\quad x_2 = X_2 - X;\ \ldots$$
$$\ldots;\ x_n = X_n - X,$$

а **отклонениями**

$$y_1 = X_1 - \overline{X};\quad y_2 = X_2 - \overline{X};\ \ldots$$
$$\ldots;\ y_n = X_n - \overline{X}.$$

Часто можно принять, что ошибки x подчиняются нормальному закону распределения:

$$p(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2x^2},$$

где

$$h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{n}{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}$$

носит название **меры точности**, так как при больших h кривая $p(x)$ более ост-

рая и большие ошибки встречаются реже.

Вероятность того, что ошибка заключена между $\pm\varepsilon$, определяется интегралом вероятностей:

$$\frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\varepsilon} e^{-h^2x^2}\,dx = \Phi(h\varepsilon).$$

Отклонения y_i также подчиняются нормальному закону:

$$p(y) = \frac{H}{\sqrt{\pi}}\,e^{-H^2y^2},$$

причем мера точности H отклонений y результатов измерений от их среднего арифметического $\overline{X}$ зависит от числа измерений n:

$$H = h\sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

Поскольку в распоряжении экспериментатора находятся не ошибки x, а отклонения y, то он получает меру точности $H>h$ больше действительной, т. е. преувеличивает точность своих измерений. При достаточно большом числе измерений обе меры точности становятся практически равными.

Кроме меры точности h, точность измерения можно характеризовать следующими показателями точности:

1) средняя квадратичная ошибка измерения

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i^2}{n(n-1)}} = \frac{1}{h\sqrt{2}};$$

2) вероятная ошибка измерения ε_p — эта такая ошибка, которая делит все n случайных ошибок на две равные части, для одной из которых $|x_i| < |\varepsilon_p|$, для другой $|x_i| > |\varepsilon_p|$,

$$\varepsilon_p = 0{,}6745\varepsilon_\sigma = \frac{0{,}4769}{h};$$

3) средняя ошибка измерения ε_m есть среднее арифметическое абсолютных величин всех n случайных ошибок,

$$\varepsilon_m = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}|x_i|}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}|y_i|}{\sqrt{n(n-1)}} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}.$$

Все три показателя точности представляют собой некоторые ошибки измерений и геометрически могут изображаться отрезками оси абсцисс на графике кривой Гаусса (рис. 1-96,*б*). При этом ε_p — абсцисса вертикальной прямой, разделяющей площадь между осями координат (т. е. при $x \geqslant 0$) и кривой Гаусса на две равные части; ε_m — абсцисса центра тяжести этой площади; ε_σ — абсцисса точки перегиба кривой Гаусса. Наибольшую величину имеет средняя квадратичная ошибка ε_σ, а наименьшую — вероятная ошибка ε_p.

Переход от одного показателя точности к другому может быть осуществлен с помощью следующих множителей:

$\varepsilon_\sigma =$		$1{,}4826\,\varepsilon_p$	$1{,}2533\,\varepsilon_m$
$\varepsilon_p =$	$0{,}6745\,\varepsilon_\sigma$		$0{,}8453\,\varepsilon_m$
$\varepsilon_m =$	$0{,}7979\,\varepsilon_\sigma$	$1{,}1829\,\varepsilon_p$	

Логарифмически нормальное распределение

Неотрицательная случайная величина ξ, $\lg\xi$ которой подчинен нормальному закону распределения с математическим ожида-

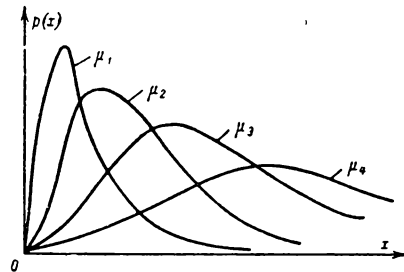


Рис. 1-97. Плотность вероятности при логарифмически нормальном распределении

нием μ (рис. 1-97) и дисперсией σ^2, имеет плотность вероятности

$$p(x) = \frac{M}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,\frac{1}{x}\,e^{-\frac{(\lg x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где M — модуль перевода натуральных логарифмов в десятичные ($M=0{,}4343$);

$$M\xi = 10\,e^{\frac{\sigma^2}{2M^2}};$$

$$D\xi = (M\xi)^2\left[\frac{(M\xi)^2}{10^{2\mu}} - 1\right].$$

При $\sigma \leqslant 0{,}1$ логарифмически нормальное распределение мало отличается от нормального распределения.

Распределение Релея

Распределение неотрицательной случайной величины ξ с плотностью вероятности

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant 0, \\ \dfrac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

и функцией распределения

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

называется распределением Релея (рис. 1-98):

$$M\xi = 1{,}253\sigma; \; D\xi = 0{,}43\sigma^2.$$

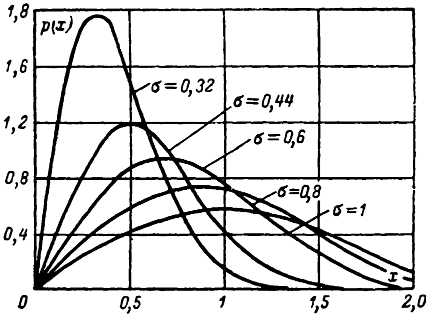


Рис. 1-98 Плотность вероятности при распределении Релея.

Обобщенное распределение Релея

Если проекции x и y радиуса-вектора на оси координат независимы и распределены нормально с числовыми характеристиками

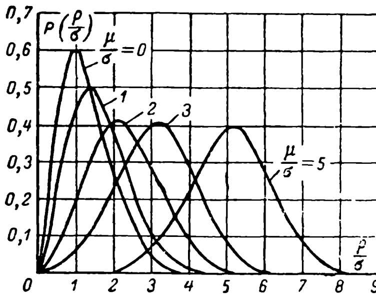


Рис. 1-99. Плотность вероятности при обобщенном распределении Релея.

μ_1, σ и μ_2, σ, то длина радиуса-вектора $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ подчиняется обобщенному распределению Релея (рис. 1-99):

$$p(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{при } \rho \leqslant 0, \\ \dfrac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2+\mu^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\dfrac{\mu\rho}{\sigma^2}\right) & \text{при } \rho > 0, \end{cases}$$

где $I_0(\mu\rho/\sigma^2)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$$\mu = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}.$$

Величина $p(\rho)\,d\rho$ определяет вероятность попадания конца радиуса-вектора в кольцо ρ, $\rho + d\rho$ при независимых и нормально распределенных проекциях радиуса-вектора.

При $\mu_1 = \mu_2 = 0$ обобщенное распределение Релея превращается в обычное распределение Релея.

При $\dfrac{\rho}{\sigma} < \dfrac{\sigma}{\mu}$ можно пользоваться формулой

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2+\mu^2}{2\sigma^2}} \left(1 + \frac{\mu^2\rho^2}{4\sigma^4}\right).$$

При $\dfrac{\mu}{\sigma} \gg 1$ обобщенное распределение Релея мало отличается от нормального распределения с математическим ожиданием $\mu + \dfrac{\sigma^2}{2\mu}$ и дисперсией $\sigma^2 - \dfrac{\sigma^4}{4\mu^2}$.

Система двух случайных величин

На одном и том же пространстве элементарных исходов опыта могут быть заданы не одна, а несколько случайных величин, которые можно рассматривать как систему (совокупность) случайных величин.

Пусть имеется система двух случайных величин (ξ, η). Функцией распределения такой системы называется вероятность совместного выполнения двух неравенств: $\xi < x$ и $\eta < y$, т. е. функция распределения зависит от двух переменных:

$$F(x, y) = P(\xi < x; \quad \eta < y).$$

Свойства функции распределения системы случайных величин:

1. Функция распределения $F(x, y)$ является неубывающей функцией по каждому из аргументов.
2. При любых x и y

$$0 \leqslant F(x, y) \leqslant 1.$$

3. Предельные значения функции распределения:

$$F(+\infty, +\infty) = 1; \; F(x, -\infty) = F(-\infty, y) = F(-\infty, -\infty) = 0.$$

4. При одном из аргументов, равном $+\infty$, функция распределения $F(x, y)$ превращается в функцию распределения случайной величины, соответствующей другому аргументу:

$$F(x, +\infty) = F_\xi(x); \quad F(+\infty, y) = F_\eta(y).$$

Плотностью вероятности системы двух случайных величин ξ и η является такая функция $p(x, y) \geqslant 0$, для которой

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} p(x, y)\,dx\,dy.$$

Если функция распределения дифференцируема, то

$$p(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \, \partial y}.$$

Смысл плотности вероятности заключается в следующем. Если откладывать значения ξ и η вдоль осей координат Ox и Oy (рис. 1-100), то каждой паре значений будет соответствовать точка (ξ, η). Плотность вероятности системы равна пределу отношения вероятности попадания этой точки в малый прямоугольник $\Delta x \Delta y$ к площади этого прямоугольника, когда оба размера прямоугольника стремятся к нулю.

Иначе говоря:

$$P(x < \xi < x + \Delta x; \; y < \eta < y + \Delta y) \approx$$
$$\approx p(x, y) \, \Delta x \, \Delta y.$$

Разбивая некоторую конечную область на малые прямоугольники $\Delta x \Delta y$ и суммируя вероятности, получим (рис. 1-100):

$$P(\xi, \eta) = \int\limits_{(D)}\int p(x, y) \, dx \, dy.$$

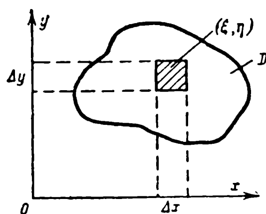


Рис. 1-100. К определению вероятности попадания точки в область.

Зная совместную плотность вероятности $p(x, y)$ системы случайных величин, можно найти плотности вероятности случайных величин, входящих в систему:

$$p_\xi(x) = \frac{\partial}{\partial x} F(x, \infty) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \, dy;$$

$$p_\eta(y) = \frac{\partial}{\partial y} F(\infty, y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \, dx.$$

Однако по известным $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$ нельзя определить плотность вероятности $p(x, y)$ системы (ξ, η), если не знать, как зависят друг от друга случайные величины ξ и η.

Вероятностная зависимость между случайными величинами ξ и η определяется **условным законом распределения**, т. е. законом распределения одной случайной величины, вычисленным при условии, что другая случайная величина приняла определенное значение. Например, имеются условные плотности вероятности:

$$p(x/y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} = \frac{p(x, y)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \, dx};$$

$$p(y/x) = \frac{p(x, y)}{p(x)} = \frac{p(x, y)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} p(x, y) \, dy}.$$

Отсюда следует **теорема умножения законов распределения**:

$$p(x, y) = p(x) \, p(y/x) = p(y) \, p(x/y).$$

Случайные величины ξ и η являются статистически независимыми, если закон распределения каждой из них не зависит от того, какое значение приняла другая случайная величина:

$$p(x/y) = p(x);$$
$$p(y/x) = p(y).$$

Для двух независимых случайных величин теорема умножения законов распределения особенно проста:

$$p(x, y) = p(x) \, p(y),$$

Числовые характеристики $M\xi$, $M\eta$, $D\xi$, $D\eta$ характеризуют каждую случайную величину системы в отдельности, но ничего не говорят о зависимости случайных величин системы друг от друга. Для характеристики вероятностной связи случайных величин служит **корреляционный момент** (**ковариация**), представляющий собой математическое ожидание произведения отклонений случайных величин системы от их математических ожиданий:

$$K_{\xi\eta} = M[(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)].$$

Для **дискретных** случайных величин

$$K_{\xi\eta} = \sum_i \sum_j (x_i - \mu_\xi)(y_i - \mu_\eta) P_{ij}.$$

Для **непрерывных** случайных величин

$$K_{\xi\eta} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_\xi)(y - \mu_\eta) \times$$
$$\times p(x, y) \, dx \, dy.$$

Корреляционный момент тем больше, чем больше вероятность того, что отклонения ξ и η от их средних значений происходят согласованно, т. е. преимущественно в одну и ту же сторону, большие отклонения ξ наступают совместно с большими отклонениями η, малые с малыми и т. д. Таким образом, корреляционный момент характеризует **степень линейной зависимости** между случайными величинами.

Однако на величину корреляционного момента влияет не только степень линейной зависимости, но и степень разброса случайных величин. Из приведенных выражений следует, что независимо от связи

ξ и η корреляционный момент мал, если разброс одной (обеих) случайной величины невелик. Чтобы устранить это нежелательное влияние разброса, корреляционный

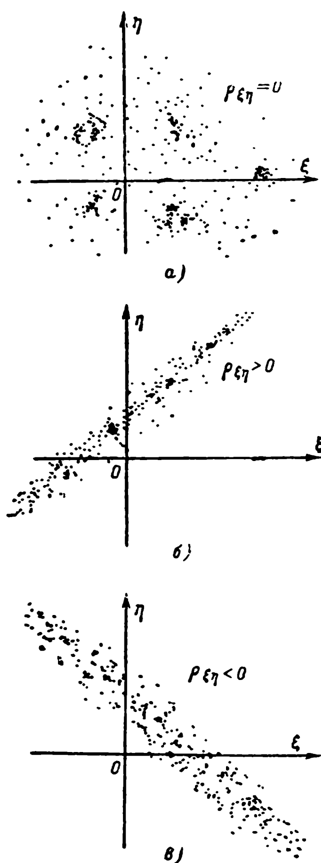


Рис. 1-101. Графическое представление двух случайных величин.

а — независимые случайные величины; *б* и *в* — линейно зависимые случайные величины.

момент делят на произведение средних квадратичных отклонений. При этом получают коэффициент корреляции

$$\rho_{\xi\eta} = \frac{K_{\xi\eta}}{\sigma_\xi\ \sigma_\eta},$$

характеризующий лишь степень статистической связи между двумя случайными величинами.

Все значения коэффициента корреляции заключены в пределах

$$-1 \leqslant \rho_{\xi\eta} \leqslant 1.$$

Если коэффициент корреляции отличен от нуля, то случайные величины называются коррелированными (связанными). Коррелированные случайные величины статистически зависимы. Чем больше $\rho_{\xi\eta}$, тем теснее эта зависимость вплоть до функциональной линейной зависимости $\eta = a\xi + b$ при $\rho_{\xi\eta} = \pm 1$.

Если же коэффициент корреляции равен нулю, то случайные величины называются некоррелированными, но среди них могут быть как зависимые, так и независимые случайные величины. Это объясняется тем, что коэффициент корреляции свидетельствует лишь о степени линейной зависимости (рис. 1-101). При $\rho_{\xi\eta} = 0$ линейная зависимость отсутствует, но не исключены другие виды статистической зависимости.

Независимость случайных величин, т. е. выполнение условия

$$p(x, y) = p(x)\, p(y),$$

всегда означает также и их некоррелированность (линейную независимость.).

Знак коэффициента корреляции имеет следующий смысл. Представив пары значений случайных величин ξ и η точками на плоскости $\xi O \eta$ (рис. 1-101), получим для независимых величин некоторую размытую область (рис. 1-101, *а*). Для коррелированных случайных величин эта область вытянута (линейная зависимость). При $\rho_{\xi\eta} > 0$ наклон этой области положителен (рис. 1-101, *б*), т. е. большим ξ соответствуют большие η. При $\rho_{\xi\eta} < 0$ наклон области отрицателен (рис. 1-101, *б*), т. е. большим ξ соответствуют малые η и наоборот. Чем тесней зависимость между ξ и η, тем уже указанная область. В пределе при жесткой функциональной связи эта область вырождается в прямую.

Важнейшим для практических приложений примером системы двух случайных величин является совместная плотность вероятности двух нормально распределенных величин:

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \times$$

$$\times e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left\{\frac{(x_1-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(x_2-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right\}},$$

где μ_1, σ_1 — числовые характеристики нормального распределения одной случайной величины;

μ_2, σ_2 — то же другой случайной величины;

ρ — коэффициент корреляции между случайными величинами.

Если $\rho = 0$, то

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{(x_1-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \times$$

$$\times e^{-\frac{(x_2-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} = p(x_1)\, p(x_2).$$

Таким образом, в отличие от других законов распределения некоррелированность

двух нормально распределенных случайных величин означает также и независимость этих величин.

1-18. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Процесс изменения во времени какой-либо величины называют **случайным процессом** $X(t)$, если его **реализациями** $x_k(t)$ при сходных условиях опытов являются функции времени, вид которых случайно зависит от номера опыта k (рис. 1-102).

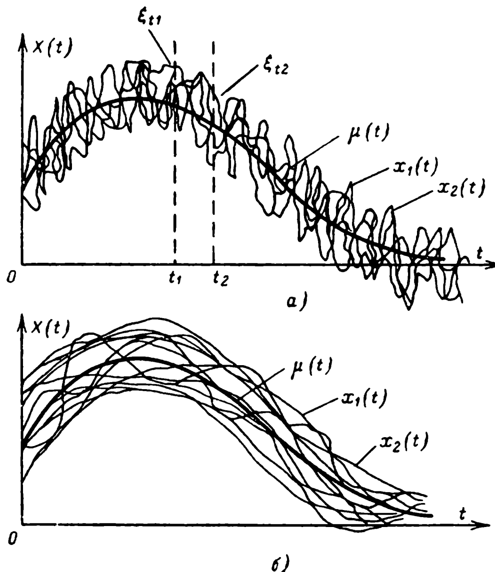


Рис. 1-102. Случайный процесс.

а — слабо коррелированный; *б* — сильно коррелированный.

Таким образом, значения, принимаемые случайным процессом, определяются двумя переменными — времени t и номером реализации k. Если зафиксирован номер реализации $k=k_i$, то случайный процесс превращается в обычную (не случайную) функцию времени $x_{ki}(t)$; если же зафиксирован момент времени $t=t_i$, то процесс превращается в обычную случайную величину ξ_{ti}.

Случайный процесс считается заданным, если известны все его реализации и их вероятности.

Другой способ задания случайного процесса заключается в указании функции распределения (плотности вероятности) для случайных величин ξ_{ti}, образуемых процессом в любой фиксированный момент времени t_i. Но эти величины ξ_i могут быть зависимыми случайными величинами. Поэтому недостаточно перечислить их функции распределения; необходимо задать совместные функции распределения всей системы случайных величин, образуемых процессом в различные моменты времени.

Для практических целей оба эти подхода могут оказаться излишне сложными. В этих случаях обращаются к заданию случайных процессов более частными средними характеристиками.

Средние характеристики случайного процесса

Математическим ожиданием случайного процесса $X(t)$ является функция времени

$$\mu(t) = M[X(t)],$$

которая для каждого момента времени t равна математическому ожиданию случайной величины ξ_t, образуемой процессом в этот момент t. Математическое ожидание $\mu(t)$ представляет собой ту «среднюю» функцию времени, около которой располагаются все возможные реализации процесса (рис. 1-102).

Для непрерывного случайного процесса

$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_t p_t(x)\,dx.$$

Для дискретного случайного процесса, принимающего в момент t значения x_{tk} с вероятностями $P_{tk}\,(=1, 2\ ...)$,

$$\mu(t) = \sum_{k=1}^{\infty} x_{tk} P_{tk}.$$

Мерой разброса реализаций случайного процесса относительно «средней» реализации $\mu(t)$ является **дисперсия** процесса:

$$D(t) = \sigma^2(t) = M[X(t) - \mu(t)]^2 = $$
$$= MX^2(t) - \mu^2(t).$$

Для непрерывного процесса

$$D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x_t - \mu(t)]^2 p_t(x)\,dx.$$

Для дискретного процесса

$$D(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [x_{tk} - \mu(t)]^2 P_{tk}.$$

Степень взаимной зависимости случайных значений процесса в различные моменты времени характеризуется **функцией корреляции** процесса

$$K(t_1, t_2) = M\{[X(t_1) - \mu(t_1)] \times$$
$$\times [X(t_2) - \mu(t_2)]\},$$

которая для каждой пары моментов времени t_1 и t_2 равна корреляционному моменту случайных величин ξ_{t1} и ξ_{t2}, образуемых процессом в эти моменты времени.

Для непрерывного процесса

$$K(t_1, \quad = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu(t_1)]\,[x_2 -$$
$$- \mu(t_2)]\, p_{t1,\,t2}(x_1, x_2)\,dx_1\,dx_2,$$

где x_1 и x_2 — значения случайных величин ξ_{t1} и ξ_{t2};

$p_{t1,t2}(x_1, x_2)$ — плотность вероятности совместного появления значения x_1 в момент t_1 и значения x_2 в момент t_2.

Для дискретного сигнала

$$K(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} [x_i - \mu(t_1)][x_j - \mu(t_2)]\ P_{ij},$$

где P_{ij} — вероятность совместного появления значения x_i в момент t_1 и значения x_j в момент t_2.

Необходимость введения функции корреляции $K(t_1, t_2)$ (помимо математического ожидания и дисперсии) демонстрируется рис. 1-102, на котором изображены два случайных процесса с одинаковыми $\mu(t)$ и $D(t)$, но с различной степенью взаимной зависимости значений процесса в различные моменты времени (во втором случае эта зависимость значительно более тесная, чем в первом).

Основными характеристиками случайного процесса следует считать математическое ожидание $\mu(t)$ и функцию корреляции $K(t_1, t_2)$. Что касается дисперсии $D(t)$, то она может быть определена по корреляционной функции, если аргументы этой функции положить совпадающими: $t_1=t_2=t$. Действительно, при этом

$$K(t, t) = M[X(t) - \mu(t)]^2 = D(t).$$

На практике удобно пользоваться **нормированной корреляционной функцией**

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{K(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)},$$

максимальное значение которой (при совпадающих аргументах) равно единице.

Часто возникает необходимость суммирования или перемножения случайного процесса $X(t)$ с неслучайной функцией времени $f(t)$. Средние характеристики получающегося при этом нового случайного процесса можно получить, руководствуясь следующими правилами:

1. Если к случайному процессу $X(t)$ прибавляется неслучайная функция времени $f(t)$, то к математическому ожиданию следует прибавить $f(t)$, а корреляционная функция не изменится.

2. Если случайный процесс $X(t)$ умножается на неслучайную функцию времени $f(t)$, то математическое ожидание следует умножить на $f(t)$, корреляционную функцию — на $f(t_1)f(t_2)$.

Стационарные случайные процессы

Случайный процесс $X(t)$ называется **стационарным в строгом (узком) смысле**, если при любых моментах времени $t_1, t_2, ..., t_n$ закон распределения случайных величин $\xi_{t1}, \xi_{t2}, ..., \xi_{tn}$, составляющих случайный процесс, будет таким же, как и у случайных величин $\xi_{t1+\tau}, \xi_{t2+\tau}, ..., \xi_{tn+\tau}$ при любом τ.

Для анализа стационарного случайного процесса начало отсчета не имеет никакого значения. Математическое ожидание и дисперсия стационарного случайного процесса сохраняют свое значение постоянными для любого момента времени:

$$\mu(t) = m;$$
$$D(t) = D = \sigma^2.$$

Что касается функции корреляции, то поскольку для стационарного процесса плотность вероятности $p_{t1,t2}(x_1, x_2)$, зависит лишь от величины интервала времени $\tau = t_2 - t_1$, а не от положения этого интервала на оси времени, то функция корреляции стационарного процесса зависит лишь от τ:

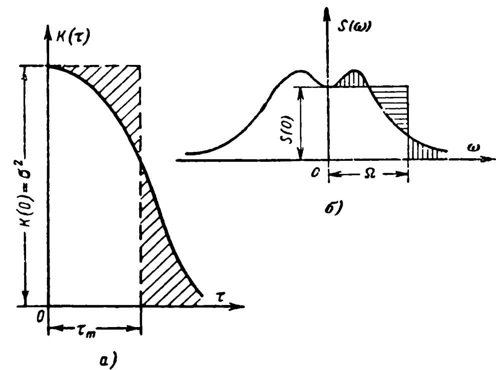


Рис. 1-103. Графики функции корреляции (*а*) и спектра (*б*) стационарного случайного процесса.

$$K(t_1, t_2) = K(t_1, t_1 + \tau) = K(\tau).$$

Кроме того, согласно определению функции корреляции порядок следования аргументов t_1 и t_2 этой функции не имеет значения:

$$K(t_1, t_2) = K(t_2, t_1).$$

Поэтому функция корреляции стационарного процесса является **четной функцией**

$$K(\tau) = K(-\tau)$$

и на графиках (рис. 1-103, *а*) может изображаться лишь для положительных значений τ.

При $\tau=0$ функция корреляции стационарного процесса равна его дисперсии:

$$K(0) = \sigma^2.$$

Иногда бывает целесообразно расширить понятие стационарности, поступившись требованием неизменности закона распределения вероятностей по мере течения процесса. В этом случае говорят о **стационарном процессе в широком смыс-**

л е, подразумевая такой случайный процесс, математическое ожидание и дисперсия которого неизменны во времени, а функция корреляции является функцией лишь одного аргумента τ.

Эргодичность стационарного случайного процесса

Для некоторых процессов в достаточно длинных реализациях случайного процесса содержатся все его значения. Следовательно, помимо статистических средних характеристик процесса, определяемых путем усреднения по ансамблю возможных значений процесса, имеется возможность определить временны́е средние характеристики путем усреднения по времени достаточно длинной реализации процесса.

Случайные процессы, у которых статистические и временны́е средние характеристики совпадают, называются эргодическими. Далеко не все случайные процессы удовлетворяют условию эргодичности. Однако многие стационарные процессы этому условию удовлетворяют и для них (несмотря на флюктуации временны́х средних характеристик от одной реализации к другой) с вероятностью, равной единице, временны́е средние совпадают со статистическими средними:

$$m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\,dt;$$

$$\sigma^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x(t) - m]^2\,dt;$$

$$K(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [x(t) - m] \times$$
$$\times [x(t-\tau) - m]\,dt,$$

где $x(t)$ — реализация процесса, а $x(t-\tau)$ — та же самая реализация, но сдвинутая во времени на τ *сек*.

Рассмотрим в качестве примера стационарный эргодический процесс, представляющий по своему физическому содержанию случайные изменения электрического тока или напряжения. Математическое ожидание m представляет собой постоянную составляющую тока (напряжения). Математическое ожидание квадрата значений процесса

$$MX^2(t) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)\,dt.$$

равно мощности, выделяемой током на единичном сопротивлении. Поэтому дисперсия такого процесса

$$D = MX^2(t) - m^2,$$

являясь разностью между всей мощностью и мощностью постоянной составляющей, представляет собой мощность переменной составляющей тока (на единичном сопротивлении).

У сигналов связи постоянная составляющая в большинстве случаев отсутствует ($m=0$) и поэтому дисперсия и функция корреляции определяются формулами:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x)\,dx =$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)\,dt;$$

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2)\,dx_1\,dx_2 =$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\,x(t-\tau)\,dt.$$

Спектральная плотность стационарного случайного процесса

В выражении для функции корреляции эргодического процесса

$$K(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\,x(t-\tau)\,dt$$

заменим один из сомножителей подынтегрального выражения через его Фурье-преобразование:

$$K(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t-\tau) \times$$
$$\times \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega)\,e^{j\omega t}\,d\omega\right] dt.$$

Заменим переменную интегрирования внешнего интеграла $t-\tau=t_1$ и поменяем порядок интегрирования:

$$K(\tau) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t_1) \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \times$$
$$\times e^{j\omega(t_1+\tau)}\,d\omega\,dt_1 = \frac{1}{2\pi} \lim \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \times$$
$$\times e^{j\omega\tau} \int_{-T}^{T} x(t_1)\,e^{j\omega t_1}\,dt_1\,d\omega =$$
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{\Phi(\omega)\,\Phi^*(\omega)}{2T}\,e^{j\omega\tau}\,d\omega.$$

Обозначив

$$S(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{|\Phi(\omega)|^2}{2T},$$

получим важный вывод о том, что функция корреляции является Фурье-преобразованием некоторой функции частоты $S(\omega)$:

$$K(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)\,x(t-\tau)\,dt=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\,e^{j\omega\tau}\,d\omega.$$

Физический смысл функции $S(\omega)$ легко выясним, положив $\tau=0$:

$$K(0)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x^2(t)\,dt=\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\,df.$$

Это — выражение для средней мощности процесса (например, для средней мощности тока, выделяемой на сопротивление 1 *ом*). Следовательно, $S(\omega)$ является спектральной плотностью мощности (спектром мощности).

Итак, спектр мощности стационарного процесса связан с функцией корреляции парой Фурье-преобразований:

$$S(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}K(\tau)\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau;$$

$$K(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\,e^{j\omega\tau}\,d\omega.$$

Иначе говоря, функция корреляции содержит полную информацию о распределении энергии процесса по частоте, но не может дать сведений о частотном распределении амплитуд и фаз спектральных составляющих реализаций процесса. Дело в том, что использованное в § 1-12 понятие спектральной плотности комплексной амплитуды позволяет вычислить спектр для любой реализации $x(t)$ длительностью T:

$$\Phi_T(\omega)=\int_{-T}^{T}x(t)\,e^{-j\omega\tau}\,dt.$$

Но полученные таким образом спектры даже при одинаковой длительности T будут случайным образом меняться от одной реализации к другой. Чтобы получить спектр, характеризующий не данную реализацию, а весь случайный процесс, необходимо усреднить спектры всех реализаций, т. е. найти в них то общее, что характерно для случайного процесса в целом. В основу спектрального представления случайного процесса положены не амплитуда и фаза (как это было в § 1-12), а средняя мощность реализации, нечувствительная к изменению фаз спектральных составляющих (реализации, отличающиеся лишь фазами спектральных составляющих, имеют одинаковый спектр мощности).

На практике обычно удобней сначала определить функцию корреляции процесса (экспериментально или путем вычислений), а затем с помощью Фурье-преобразования этой функции найти спектр мощности процесса.

Пример. Определим спектр мощности телеграфного сигнала (рис. 1-104), значения которого

$$x_1=0;\quad x_2=1$$

в любой момент времени равновероятны, а скачки от одного значения к другому про-

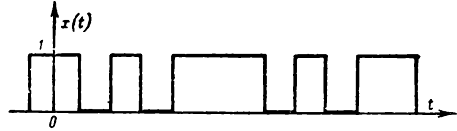


Рис. 1-104. Случайный телеграфный сигнал.

исходят случайно и независимо, причем вероятность наступления k скачков за время τ подчиняется закону Пуассона (см. § 1-17):

$$P(k,\tau)=\frac{(b\tau)^k}{k!}\,e^{-b\tau},$$

где b — среднее число скачков за 1 *сек*.

Поскольку постоянная составляющая такого сигнала

$$a=0\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2},$$

то на основании определения функции корреляции дискретного процесса получим:

$$K(\tau)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\left(x_i-\frac{1}{2}\right)\left(x_j-\frac{1}{2}\right)P_{ij}=$$

$$=\frac{1}{4}(P_{00}-P_{10}-P_{01}+P_{11}).$$

Здесь P_{00} — вероятность того, что сигнал имел значение $x_1=0$ и через τ *сек* имеет такое же значение $x_1=0$. Для наступления такого события сигнал за время τ должен претерпеть четное число скачков $k_{\text{четн}}$. Поэтому

$$P_{00}=P(0)\,P(k_{\text{четн}}\,\tau)=\frac{1}{2}P(k_{\text{четн}},\tau)$$

где под τ понимаются положительные значения времени (т. е. | ').

Аналогично:

$$P_{11}=\frac{1}{2}P(k_{\text{четн}},\tau);$$

$$P_{10}=\frac{1}{2}P(k_{\text{нечетн}},\tau);$$

$$P_{01}=\frac{1}{2}P(k_{\text{нечетн}},\tau).$$

Поэтому

$$K(\tau)=\frac{1}{4}\,[P(k_{\text{четн}},\tau)-P(k_{\text{нечет}},\tau)]=$$

$$=\frac{e^{-b\tau}}{4}\left[1+\frac{(b\tau)^2}{2!}+\frac{(b\tau)^4}{4!}+\right.$$

$$\left.+\dots-\frac{b\tau}{1!}-\frac{(b\tau)^3}{3!}-\dots\right]=$$

$$=\frac{e^{-b\tau}}{4}\,e^{-b\tau}.$$

Итак, функция корреляции телеграфного сигнала

$$K(\tau)=\frac{1}{4}\,e^{-2b|\tau|}.$$

Спектр мощности телеграфного сигнала найдем, составляя Фурье-преобразование от функции корреляции:

$$S(\omega)=\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-2b|\tau|}\cos\omega\tau\,d\tau=$$

$$=\frac{b}{4b^2+\omega^2}.$$

Многие распространенные случайные процессы приближенно можно описать корреляционной функцией вида

$$K(\tau)=\sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}$$

и соответствующей ей спектральной плотностью

$$S(\omega)=\frac{2\alpha\sigma^2}{\alpha^2+\omega^2}.$$

Итак, спектр мощности и функция корреляции не являются независимыми характеристиками случайного процесса. Обе эти характеристики определяют степень вероятностной связи между значениями сигнала в различные моменты времени или, как иногда говорят, степень последействия процесса. Процесс считается не имеющим последствия, если вероятность наступления последующих значений процесса не зависит от того, какими были предыдущие значения. В процессах с последействием, наоборот, предыдущее значение процесса влияет на вероятность наступления последующего или ряда последующих значений процесса. Чем сильнее выражено последействие процесса, тем больше максимальный интервал времени τ_m, в течение которого данное значение процесса еще влияет на следующие за ним значения.

Функция корреляции характеризует степень влияния одного значения процесса на последующие в зависимости от интервала времени τ, разделяющего эти значения. На практике всегда чем больше τ, тем меньше влияние между значениями процесса. Поэтому, как правило, функция корреляции уменьшается с ростом τ (рис. 1-103, *а*). Интервал τ_m, на котором функция корреляции имеет еще заметную величину, называется интервалом корреляции. Чем больше интервал корреляции, тем более удаленные значения процесса имеют еще вероятностные взаимосвязи.

Аналогично этому за ширину спектра мощности принимают интервал частот $\Omega=2\pi F$, для которого значения $S(\omega)$ имеют еще заметную величину.

Можно показать, что интервал корреляции и ширина спектра мощности связаны обратной зависимостью:

$$\tau_m F=\mu,$$

где μ — постоянная величина порядка единицы.

Интервал корреляции и ширину спектра можно определить также исходя из условия равенства площади (рис. 1-103), ограниченной кривой $K(\tau)$ [или $S(\omega)$], и площади прямоугольника, высота которого равна $K(0)$ [или $S(0)$]:

$$\tau_m=\frac{1}{2K(0)}\int_{-\infty}^{\infty}K(\tau)\,d\tau=\frac{S(0)}{2K(0)};$$

$$F=\frac{\Omega}{2\pi}=\frac{1}{4\pi S(0)}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\,d\omega=\frac{K(0)}{2S(0)}.$$

В этом случае

$$\mu=\tau_m F=\frac{1}{4}.$$

Например, рассмотренный выше телеграфный случайный сигнал имеет:

$$K(0)=\frac{1}{4};\quad S(0)=\frac{1}{4b},$$

и, следовательно, для такого сигнала

$$\tau_m=\frac{1}{2b};\quad F=\frac{b}{2}.$$

На практике часто интервал корреляции и ширину спектра определяют не по равенству площадей, а по условному уровню спадения кривых $K(\tau)$ и $S(\omega)$; это, однако, сильно не меняет величины μ.

Соотношение $\tau_m F=\mu$ показывает, что любые значения случайного процесса могут считаться некоррелированными ($\tau_m=0$) лишь в том случае, если процесс имеет бесконечно широкий спектр. Если же процесс имеет ограниченный спектр, то некоррелированными могут считаться лишь те его значения, которые отстоят друг от друга не менее чем на интервал корреляции

$$\tau_m=\frac{\mu}{F}.$$

Например, ограничение спектра сигнала связи путем его фильтрации всегда увели-

чивает корреляцию (увеличивает интервал корреляции), т. е. усиливает вероятностные взаимосвязи между значениями сигнала. Мысленно можно представить беспредельное сужение спектра случайного сигнала путем фильтрации до одной спектральной линии. Зависимость значений сигнала становится настолько жесткой, что сигнал превращается из случайного процесса в синусоидальную функцию времени.

Прохождение случайного процесса через линейную систему

Пусть на вход некоторой системы (электрическая цепь, усилитель, система автоматического регулирования, счетно-решающее устройство и т. п., рис. 1-105) поступает

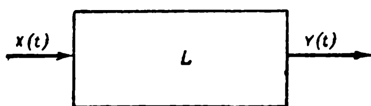


Рис. 1-105. Изображение линейной системы.

входное воздействие в виде функции времени $x(t)$ или случайного процесса $X(t)$ Оно подвергается преобразованию L и результат преобразования (отклик) поступает на выход в виде функции времени $y(t)=L[x(t)]$ или случайного процесса

$$Y(t)=L[X(t)].$$

Система считается линейной, если к сумме воздействий преобразование L может применяться почленно, т. е. при

$$X(t)=X_1(t)+X_2(t)$$

результатом преобразования будет:

$$L[X(t)]=L[X_1(t)]+L[X_2(t)].$$

Основной характеристикой линейной системы является импульсная реакция $g(t, \tau)$, представляющая собой отклик (реакцию) системы в момент t (рис. 1-106), если до момента τ воздействие отсутствовало,

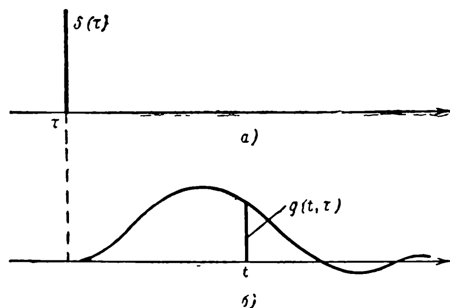


Рис. 1-106. Дельта-функция (*а*) и импульсная реакция системы (*б*).

а в момент τ на вход был подан импульс в виде дельта-функции (см. § 1-10, пример 5).

Случайное воздействие может быть представлено в виде множества дельта-функций, взятых для различных моментов времени и умноженных на случайные величины $\xi(\tau)$, образуемые входным процессом в эти моменты времени τ. Выходная величина $\eta(t)$ в момент времени t, может быть найдена суммированием в момент t всех откликов на эти элементарные воздействия, т. е. интегрированием по всем τ, предшествующим t:

$$\eta(t)=\int_{-\infty}^{t} g(t, \tau)\,\xi(\tau)\,d\tau.$$

На этом основании можно по характеристикам входного процесса $M\xi(t)$ и $K_\xi(t_1, t_2)$ следующим образом определить характеристики выходного процесса:

$$M\eta(t)=\int_{-\infty}^{t} g(t, \tau)\,M\xi(\tau)\,d\tau;$$

$$K_\eta(t_1, t_2)=M\eta(t_1)\,\eta(t_2)=$$

$$=\int_{-\infty}^{t_1}\int_{-\infty}^{t_2} g(t_1, \tau_1)\,g(t_2, \tau_2)\,K_\xi(\tau_1, \tau_2)\times$$
$$\times\, d\tau_1\, d\tau_2.$$

Последняя формула записана в предположении, что $M\xi(t)=0$ и, следовательно, $M\eta(t)=0$. Для сигналов связи это предположение в большинстве случаев выполняется. Однако нужно заметить, что только в линейных системах нулевое математическое ожидание входного процесса влечет за собой нулевое математическое ожидание процесса на выходе. В нелинейных системах (например, в детекторах) такая закономерность отсутствует.

Несобственные интегралы в предыдущих выражениях существуют, если функция $g(t, \tau)$ абсолютно интегрируема, т. е. для любых t

$$\int_{-\infty}^{t} |g(t, \tau)|\,d\tau<\infty.$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением лишь стационарных входных процессов и стационарных (однородных во времени) линейных систем. Импульсная реакция $g(t, \tau)$ в подобных системах одинакова для любых моментов воздействия τ. Значения $g(t, \tau)$ зависят лишь от промежутка времени $t-\tau$ между моментами воздействия (τ) и наблюдения (t) и не зависят от положения этого промежутка на оси времени:

$$g(t, \tau)=\begin{cases} g(t-\tau) & \text{при } t-\tau>0, \\ 0 & \text{при } t-\tau\leqslant 0. \end{cases}$$

В этом случае

$$\eta(t)=\int_{-\infty}^{t} g(t-\tau)\,\xi(\tau)\,d\tau$$

или, делая замену $t-\tau=\Theta$,

$$\eta(t)=\int_0^\infty g(\Theta)\,\xi(t-\Theta)\,d\Theta.$$

При нулевом математическом ожидании стационарного входного процесса функция корреляции выходного процесса будет:

$$K_\eta(t_1, t_2)=M\eta(t_1)\,\eta(t_2)=$$

$$=M\int_0^\infty\int_0^\infty g(\Theta_1)\,g(\Theta_2)\,\xi(t_1-\Theta_1)\times$$

$$\times\,\xi(t_2-\Theta_2)\,d\Theta_1\,d\Theta_2.$$

Меняя порядок операций интегрирования и усреднения, получим:

$$K_\eta(t_1, t_2)=\int_0^\infty\int_0^\infty g(\Theta_1)\,g(\Theta_2)\times$$

$$\times\,K_\xi\,[t_1-t_2-(\Theta_1-\Theta_2)]\,d\Theta_1\,d\Theta_2=$$

$$=K_\eta(t_1-t_2).$$

Таким образом, если на входе однородной во времени линейной системы действует стационарный в широком смысле случайный процесс, то процесс на выходе этой системы также является стационарным.

В этом случае для случайных процессов на входе и на выходе справедливы спектральные представления. Оба эти процесса могут быть представлены суммой гармоник с некоррелированными случайными амплитудами и фазами. Распределение мощности по частоте дает спектральная плотность мощности $S(\omega)$, связанная с функцией корреляции парой Фурье-преобразований. В условиях применимости спектральных представлений можно показать, что система поразному усиливает различные спектральные составляющие. Связь между спектрами входного и выходного процессов определяется следующей зависимостью:

$$S_\eta(\omega)=|K(\omega)|^2\,S_\xi(\omega),$$

где $|K(\omega)|$ называется амплитудно-частотной характеристикой стационарной линейной системы, причем эта характеристика связана парой Фурье-преобразований с импульсной реакцией системы:

$$K(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} g(\Theta)\,e^{-j\omega\Theta}\,d\Theta;$$

$$g(\Theta)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega)\,e^{j\omega\Theta}\,d\omega.$$

Отмеченная связь между спектрами стационарных процессов на входе и выходе линейной системы открывает широкие возможности трансформации спектров случайных процессов.

Например, если воздействие $x(t)$ и отклик $y(t)$ линейной системы связаны дифференциальным уравнением

$$a_n\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}}+\cdots+$$

$$+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0\,y(t)=b_k\frac{d^k x(t)}{dt^k}+$$

$$+b_{k-1}\frac{d^{k-1} x(t)}{dt^{k-1}}+\cdots+b_1\frac{dx(t)}{dt}+$$

$$+b_0\,x(t),$$

то комплексная частотная характеристика системы

$$K(j\omega)=\frac{b_k(j\omega)^k+b_{k-1}(j\omega)^{k-1}+\cdots+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_0}.$$

В этом случае спектральная плотность мощности процесса на выходе системы

$$S_\eta(\omega)=$$

$$=\left|\frac{b_k(j\omega)^k+b_{k-1}(j\omega)^{k-1}+\cdots+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_0}\right|^2 S_\xi(\omega).$$

Если на вход такой системы подать случайный процесс с одинаковой для всех частот спектральной плотностью S_0 (белый шум), то в зависимости от выбора коэффициентов a_i и b_i на выходе системы можно получить стационарный случайный процесс с любым заданным распределением мощно-

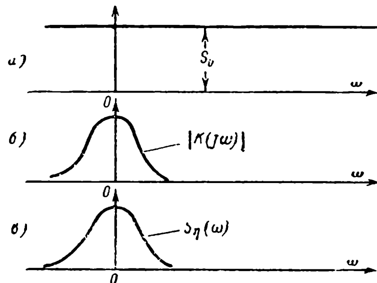


Рис. 1-107. При широком спектре на входе (*а*) спектр на выходе (*в*) определяется частотной характеристикой системы (*б*).

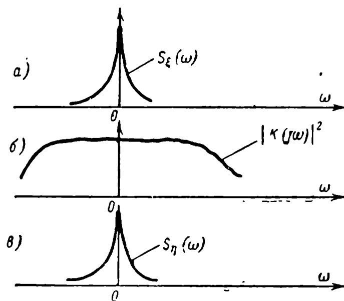


Рис. 1-108. При широкой частотной характеристике системы (*б*) спектр на выходе (*в*) определяется спектром на входе (*а*).

сти по частоте. В этом случае спектр выходного процесса определяется частотной характеристикой системы (рис. 1-107).

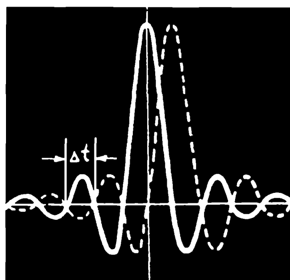
Если же, наоборот, система имеет равномерную характеристику в достаточно широком диапазоне частот и на ее входе действует случайный процесс с узким спектром, то спектр процесса на выходе системы определяется спектром входного процесса (рис. 1-108).

Таким образом, спектр отклика определяется в основном теми характеристиками, которые обнаруживают большую зависимость от частоты.

Предыдущие рассуждения можно повторить, переведя их на язык временных характеристик — степени корреляции входного процесса и постоянной времени системы. При этом можно обнаружить, что вид функции корреляции случайного процесса на выходе линейной системы определяется тем явлением, в котором изменение происходит более медленно. Например, в малоинерционной системе, где длительность переходных процессов мала по сравнению с интервалом корреляции входного процесса функция корреляции процесса на выходе имеет такой же вид, как и на входе. И наоборот, в инерционной системе, где длительность переходных процессов много больше интервала корреляции входного процесса, функция корреляции процесса на выходе определяется в основном параметрами системы. Так, в частности, обстоит дело при наблюдении электронных флюктуаций (тепловой шум, дробовой эффект). В случае флюктуационных процессов корреляционные связи исчезают за время, значительно меньшее, чем постоянные времени приборов, используемых для наблюдения Поэтому функции корреляции наблюдаемых флюктуаций зависят от параметров приборов, а не от характеристик начальных флюктуаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Бронштейн, К. А Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Изд-во Наука, 1961
2. М. Я. Выгодский. Справочник по высшей математике
3. А. Анго. Математика для электро- и радио специалистов Изд-во Наука, 1965.



РАЗДЕЛ 2

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ



СОДЕРЖАНИЕ

2-1. СВЯЗЬ

Связью называется передача сообщений от отправителя (источника информации) к получателю. Отправителями и получателями могут быть как люди, так и технические устройства (приборы, индикаторы, вычислительные машины). Сообщением (информацией) является отображение некоторой ситуации, события или состояния какого-либо объекта. Одно сообщение может быть четко отделено от другого (дискретные сообщения), но поток сообщений может быть непрерывным (непрерывные сообщения). Различия между видами связи определяются различиями между передаваемыми сообщениями (табл. 2-1).

Таблица 2-1

Форма сообщений	Вид связи
Текст	Телеграфия
Неподвижное изображение	Фототелеграфия
Звук	Телефония, радиовещание
Движущееся изображение	Телевидение
Команды управления	Линии управления, радиолинии управления
Результаты измерения физических величин	Телеметрия, радиотелеметрия

Чтобы выполнить определенные требования к связи (в отношении дальности, помехоустойчивости, надежности, скрытности и т. д.), сообщение передается не непосредственно, а предварительно преобразуется в **сигнал**, который представляет собой электрический процесс, отобразивший (несущий в себе) передаваемое сообщение. Например, преобразование сообщения в сигнал осуществляет передатчик.

Первичный сигнал может подвергаться в передатчике нескольким преобразованиям, пока он не приобретает форму, необходимую для распространения по линии связи в заданных условиях. Далее сигнал поступает в линию связи и распространяется до приемника, в котором подвергается обратному преобразованию в сообщение. Передатчик, приемник и соединяющая их линия образуют **систему связи** (рис. 2-1).

Таким образом, передача сообщений сводится к отображению состояний источ-

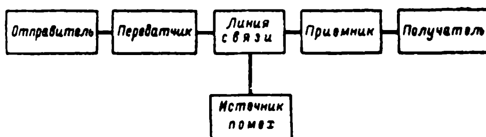


Рис. 2-1. Схема связи.

ника информации (отправителя) в состояниях передатчика и приемника и в соответствующих этим состояниям сигналах. По состоянию приемника (по принятому сигналу) получатель судит о состоянии источника информации.

Многоканальные системы связи обслуживают одновременно несколько отправителей (и получателей) с помощью одной линии связи. Каналом связи называется передатчик, приемник и часть линии связи, используемые одним отправителем.

Правило, устанавливающее соответствие между сообщением и сигналом, должно быть известно на приемной стороне. Но даже и в этом случае обратное преобразование сигнала в сообщение осложняется тем, что в результате добавления к сигналу различных помех принятое сообщение может отличаться от переданного. Чем меньше это отличие, тем выше качество связи.

Для теории связи наиболее важными этапами преобразования сообщения в сигнал являются операции кодирования и модуляции.

Кодирование заключается в представлении различных сообщений условными комбинациями, составленными из небольшого количества элементарных сигналов (например, посылка и пауза в коде Бодо, точка, тире и пауза в коде Морзе и т. д.). Число используемых при этом различных элементарных сигналов называют основанием кода, а число элементов, образующих кодовую комбинацию (кодовую группу), — значностью кода. Если все комбинации имеют одинаковую значность, то код называется равномерным. Примером равномерного кода является пятизначный код Бодо, неравномерного — код Морзе. Кодирование позволяет представить различные сообщения (буквы, отдельные звуки, цвета, события, команды и т. д.) в определенной стандартной форме, например в форме последовательности двоичных символов. Конечно, для такого представления сообщения должны четко отличаться друг от друга, а число их должно быть конечным. Поэтому операция кодирования применяется преимущественно в системах передачи дискретных сообщений. Для кодирования непрерывных сообщений требуется предварительная их дискретизация (см. § 2-6).

Модуляцией называется отображение сообщений в некотором физическом процессе. Для передачи сигналов на большие расстояния обычно используют тот или иной физический процесс, называемый переносчиком. Чаще всего в качестве переносчика используют электромагнитное поле. Сущность модуляции состоит в том, что один из параметров переносчика получает приращение, зависящее (например, пропорциональное) от передаваемого сообщения. В результате этого сообщение отображается (запечатлевается) в изменениях того или иного параметра переносчика и эти изменения переносятся на значительные расстояния.

После приема сигнала сообщение извлекается из него с помощью обратных операций — демодуляции (детектирования) и декодирования.

Значение операций кодирования и модуляции заключается в том, что эти операции позволяют не только отобразить сообщение в сигнале, но и наделить сигнал нужными свойствами, такими как способность распространяться на далекие расстояния, противостоять помехам, не создавать помехи другим системам связи и т. д.

2-2. СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА

Для передачи сообщений всегда необходим какой-либо материальный носитель, какой-либо физический процесс (звук, электрический ток, электромагнитная волна и др.). При описании изменений этого процесса во времени могут быть использованы функции времени, но в зависимости от задач исследования иногда бывает удобней использовать иные представления сигнала: спектральное, статистическое (см. § 2-8) и др.

В основе спектрального представления сигнала лежат преобразования Фурье (см. § 1-11, 1-12). В спектральном представлении внимание переносится с временны́х зависимостей сигнала на частотный состав, т. е. сигнал представляется не функцией времени, а функцией частоты (и фазы). Совокупность простых гармонических колебаний, на которые может быть разложен данный сложный сигнал, называется спектром сигнала (см. § 1-13). Спектр сигнала может быть представлен графически в виде кривых, выражающих зависимость амплитуды (фазы) спектральных гармонических составляющих от их частоты.

Периодический сигнал может быть представлен суммой синусоид (гармоник) с кратными частотами, и поэтому его спектр состоит из отдельных линий. Одиночный короткий сигнал (импульс) имеет сплошной спектр, состоящий из бесконечно близких по частоте синусоид с бесконечно малыми амплитудами; поэтому на графике откладывают не амплитуду спектральных составляющих, а спектральную плотность амплитуды (см. § 1-12).

Линейчатый спектр периодического сигнала и сплошной спектр одиночного импульса являются теми крайними случаями, между которыми заключены спектры реальных сигналов связи. Реальные сигналы не могут быть периодическими, так как они всегда ограничены во времени, но, как правило, в них наблюдается повторяемость значений. В результате спектры реальных сигналов являются сплошными, но в зависимости от степени повторяемости сигнала в

его спектре проявляются более или менее интенсивные составляющие в полосах, группирующихся около частот, кратных частоте повторения сигнала (см. рис. 1-62, *б*).

Огибающие спектров первичных сигналов связи начинаются в области низких частот и уходят в область бесконечно больших частот. Однако наибольшая часть энергии сигнала обычно сосредоточена в области сравнительно низких частот. По мере увеличения частоты амплитуды спектральных составляющих сигнала (или спектральные плотности амплитуд) уменьшаются, и, начиная с некоторой частоты, эти составляющие вносят настолько малый вклад в суммарную интенсивность сигнала, что с ними можно не считаться. По этой причине первичные сигналы связи часто называют низкочастотными сигналами.

Таким образом, не делая большой ошибки, можно считать, что первичные сигналы связи обладают ограниченным спектром. Интервал частот

$$\Omega = 2\pi F,$$

в которых размещается ограниченный спектр сигнала, называется шириной спектра.

Строгих правил оценки ширины спектра сигнала не существует. Отказ от учета тех или иных высших спектральных составляющих сигнала зависит от значения этих составляющих в процессе получения информации. На практике считается допустимым отбрасывать высшие частотные составляющие спектра, суммарная энергия которых не превышает 5—10% энергии сигнала. При этом оказывается, что ширина спектра одиночного сигнала в виде импульса практически любой формы определяется соотношением (см. § 11-2)

$$F = \frac{1 \div 2}{\tau}. \qquad (2\text{-}1)$$

Следовательно, произведение длительности τ импульса на ширину F его спектра есть постоянная величина порядка единицы.

При оценке ширины спектра, которую должны иметь первичные сигналы, используемые в различных видах связи, необходимо устанавливать, какие частотные составляющие должны присутствовать в спектре сигнала для достижения того или иного качества воспроизведения сообщений.

Например, при телеграфии сигнал представляет собой последовательность посылок и пауз различной длительности. Наиболее широкий спектр телеграфный сигнал будет иметь при передаче самых коротких импульсов, разделенных самыми короткими паузами. Сохранение прямоугольной формы (рис. 2-2, *а*) импульса не является обязательным. Для того чтобы отличить посылку от паузы, достаточно сохранить в спектре сигнала лишь первые три гармоники (рис. 2-2, *б*), т. е.

$$F = 3f_1,$$

где f_1 — частота следования коротких посылок, разделенных короткими паузами. Если, например, при передаче 100 слов в минуту среднее число букв в слове 6, а среднее число точек на букву 10, т. е. скорость телеграфирования составляет 100 *бод* (1 *бод* — скорость телеграфирования, при которой в 1 *сек* передается один элементарный импульс), то ширина спектра такого сигнала

$$F = 3f_1 = 3\cdot\frac{100\cdot6\cdot10}{2\cdot60} = 150\ гц.$$

При телефонии элементы речи (звуки, слоги, слова и т. д.) связаны друг с другом и не имеют четких границ. Типичные для данного языка звуки речи называются

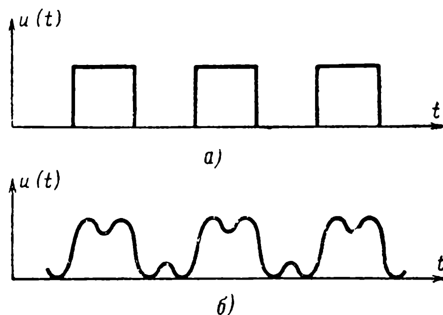


Рис. 2-2. Телеграфный сигнал (*а*) и его представление суммой 1-й и 3-й гармоник (*б*).

фонемами. Русская речь имеет 41 фонему: 6 гласных, 18 твердых согласных и 17 мягких согласных. Спектры фонем русской речи занимают частотную область от 70 до 7 000 *гц* и более. Однако распределение спектральной плотности в этой области

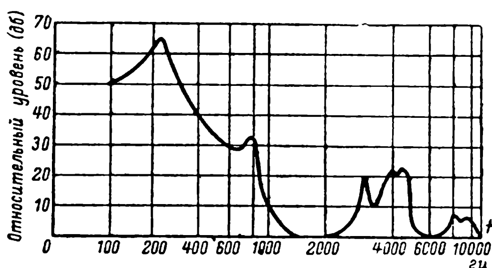


Рис. 2-3. Спектр твердого звука «л».

различно для различных фонем. Например, наиболее мощные спектральные составляющие твердого «л» сосредоточены в полосе от 0 до 1 000 *гц* (рис. 2-3), а шипящего «ш» — в полосе от 1 000 до 7 000 *гц* (рис. 2-4). Характерные для данной фонемы участки наибольшей спектральной плотности называются формантами. Речевые форманты возникают благодаря резонансным явлениям на частотах, близких к собственным частотам полостей рта и носоглотки.

Звуки речи распознаются на слух главным образом по формантам. Необходимая в телефонии степень разборчивости речи (понятность речи и узнавание голоса) может быть достигнута, если передавать только те частоты, в области которых расположены основные форманты звуков речи. Эта область частот простирается примерно от 300 до 3 500 *гц*.

В радиовещании для высококачественной передачи музыки требуется полоса частот от 30 до 15 000 *гц*. Звуковых колебаний с более высокими частотами человек

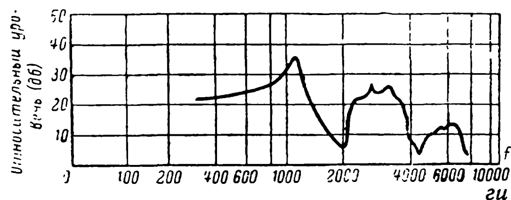


Рис. 2-4. Спектр шипящего звука «ш».

не слышит. Однако передача такого широкого спектра частот технически весьма затруднительна. Поэтому при радиовещании на длинных и коротких волнах ограничиваются передачей спектральных составляющих в пределах от 50 до 4 500 *гц*. На ультракоротких волнах и, в частности, при звуковом сопровождении телевидения удается передавать более широкие спектры (30—10 000 *гц*) и добиваться этим более высокого качества передачи музыки.

В импульсных радиолиниях связи, телеметрии, телеуправления и радиолокации используются импульсы порядка 1 *мксек*. Ширина спектра сигнала, составленного из таких коротких импульсов, — порядка 1 *Мгц*.

В телевидении для детального воспроизведения изображения необходимо разложить это изображение на достаточно большое количество строк. По принятому в СССР стандарту число строк равно 625. Такая же четкость должна быть вдоль горизонтального размера кадра, в $^4/_3$ раза превышающего вертикальный размер. Таким образом, кадр состоит из

$$625 \cdot \frac{4 \cdot 625}{3} \approx 500\,000$$

элементов разложения. При построчном считывании этих элементов образуется импульсная последовательность с наибольшей частотой повторения, если изображение представляет собой темные и светлые элементы разложения, чередующиеся подобно клеткам шахматной доски. На протяжении каждого кадра получается 250 000 периодов. При этом для слитного восприятия глазом движущегося изображения необходимо передавать не менее 25 кадров в секунду. Следовательно, наибольшая частота повторения такой импульсной последовательности

$$f \approx 250\,000 \cdot 25 \approx 6\ Мгц.$$

Эту частоту принимают за верхнюю границу спектра телевизионного сигнала. У нижней границы спектра располагаются спектральные составляющие звукового сопровождения и сигналы синхронизации (50 *гц*).

2-3. ВРЕМЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА

Представление сигнала функцией времени $f(t)$ оказывается излишне подробным описанием сигнала, если он обладает ограниченной шириной спектра. Для передачи непрерывной функции времени $f(t)$ с ограниченной шириной спектра F вовсе не требуется передавать все мгновенные значения функции. Достаточно передать лишь отдельные ее значения (рис. 2-5), отсчитываемые не реже чем через интервал времени

$$\Delta t = \frac{1}{2F}. \qquad (2\text{-}2)$$

Если такие отсчеты напряжения сигнала передать по линии связи, например, в виде

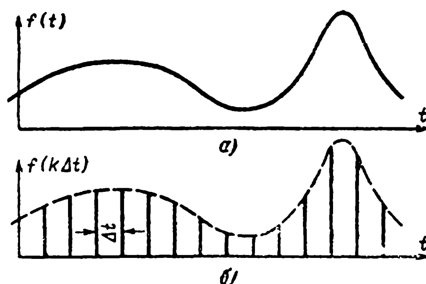


Рис. 2-5. Непрерывная функция времени (*а*) и ее отсчеты (*б*).

коротких импульсов, высота (или длительность) которых пропорциональна отсчитываемому мгновенному значению, то на приемном конце исходная функция $f(t)$ с ограниченным спектром может быть восстановлена единственным путем. Для этого достаточно пропустить импульсы через идеальный фильтр нижних частот с частотой среза $f_c = F$. На выходе фильтра будет получена исходная функция $f(t)$ с ограниченным спектром. Объясняется это тем, что при передаче отсчетов и последующей фильтрации в принятом сигнале сохраняются лишь спектральные составляющие исходного сигнала $f(t)$.

Теоретическим основанием вышесказанного является теорема Котельникова: функция $f(t)$, не содержащая частот выше F *гц*, полностью определяется после-

довательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на $1/2F$ *сек*.

Эта теорема показывает, что между передачами дискретного и непрерывного сообщений принципиальной разницы нет. Оба эти случая сводятся к передаче отдельных значений некоторой физической величины, которые могут быть пронумерованы и закодированы. В результате могут быть использованы методы модуляции, единые для передачи дискретной и непрерывной информации. После демодуляции и декодирования на приемной стороне будут получены отсчеты, по которым передаваемая функция $f(t)$ может быть однозначно восстановлена, если только частота следования этих отсчетов превышает двойную максимальную частоту F спектра передаваемой функции $f(t)$.

Отсюда следует вывод о возможности построения единой теории передачи информации — как дискретной, так и непрерывной.

Функция $f(t)$ сигнала с ограниченной шириной спектра может быть следующим образом выражена через свои отсчеты $f(k\Delta t)$:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t) \frac{\sin 2\pi F(t - k\Delta t)}{2\pi F(t - k\Delta t)}. \quad (2\text{-}3)$$

Это выражение представляет собой разложение сигнала $f(t)$ в бесконечный ряд ($k=0, \pm 1, \pm 2 \ldots$):

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t)\, \psi_k(t), \quad (2\text{-}4)$$

составленный из функций (рис. 2-6)

$$\psi_k(t) = \frac{\sin 2\pi F(t - k\Delta t)}{2\pi F(t - k\Delta t)}. \quad (2\text{-}5)$$

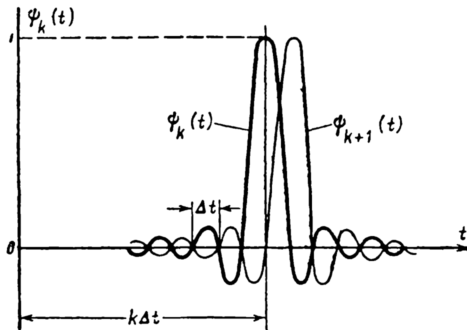


Рис. 2-6. График функций, по которым осуществлено разложение в ряде Котельникова.

Коэффициентами при этих функциях являются значения (отсчеты) сигнала $f(t)$, отстоящие на $\Delta t = 1/2F$ секунд друг от друга.

Функция $\psi_k(t)$ обладает свойством ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_k(t)\, \psi_l(t)\, dt = \begin{cases} 1/2F & \text{при } k = l, \\ 0 & \text{при } k \neq l. \end{cases}$$

Используя это свойство, можно энергию, выделяемую сигналом на единичном сопротивлении, выразить через квадраты отсчетов функции сигнала:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f^2(k\Delta t). \quad (2\text{-}6)$$

Произведенное выше разложение функции сигнала в бесконечный ряд (2-3) является точным при условии, что спектр функции $f(t)$ ограничен полосой F. Но само это условие в большинстве случаев выполняется лишь приблизительно (см. § 2-2) в результате пренебрежения высокочастотными составляющими спектра, превышающими некоторую частоту F. При этом разложение $f(t)$ в ряд становится также приблизительным. Если обозначить через $\mathcal{E}$ всю энергию неограниченного спектра функции $f(t)$, а через $\Delta\mathcal{E}$ — энергию пренебрегаемых высокочастотных составляющих этого спектра, то средний квадрат относительной погрешности разложения $f(t)$ в ряд имеет порядок $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}$. Таким образом, указанное разложение тем более точно, чем меньше доля энергии спектральных составляющих функции $f(t)$, находящихся за пределами полосы F.

Разложение функции $f(t)$ сигнала в ряд может быть осуществлено также и на конечном интервале времени T:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} f(k\Delta t)\, \psi_k(t), \quad (2\text{-}7)$$

где

$$n = \frac{T}{\Delta t} = 2FT$$

есть количество отсчетов функции $f(t)$, взятых за время T через интервалы $\Delta t = 1/2F$.

Энергия, выделяемая сигналом на единичном сопротивлении за время T, также выражается через сумму квадратов отсчетов:

$$\int_{0}^{T} f^2(t)\, dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=1}^{n} f^2(k\Delta t). \quad (2\text{-}8)$$

Такое разложение $f(t)$ на конечном интервале времени T принципиально не может быть точным, так как из преобразований Фурье следует, что функция, заданная в конечном интервале времени, не может иметь ограниченный спектр. Однако разложение выполняется тем более точно, чем сильнее выполнено неравенство

$$n = 2FT \gg 1.$$

Что касается теоремы Котельникова, то она является строгой в той мере, в которой функция сигнала $f(t)$ может быть принята за функцию с ограниченным спектром. Однако ограниченность спектра функции $f(t)$ требует бесконечного продолжения этой функции во времени. Поэтому, строго говоря, теорема Котельникова справедлива лишь для бесконечно длящихся во времени сигналов. Для точного восстановления функции по дискретным отсчетам необходимо бесконечное число таких отсчетов.

Но на практике сигнал $f(t)$ должен быть восстановлен по дискретным отсчетам, число которых $n=2FT$ ограничено вследствие ограниченности времени наблюдения T. В этом случае теорема Котельникова не может гарантировать точного восстановления исходной функции $f(t)$. В точках отсчета функция $f(t)$ восстанавливается точно, так как в этих точках все функции $\psi_k(t)$, кроме одной, равны нулю (рис. 2-6). Но в промежутках между отсчетами функция $f(t)$ не может быть восстановлена точно, так как, ограничиваясь интервалом T, мы тем самым пренебрегаем вкладом, вносимым отсчетами, находящимися за пределами интервала T. Поскольку большие значения функции $\psi_k(t)$ имеют место лишь вблизи точки отсчета (рис. 2-6), отбрасывание отсчетов за пределами T внесет наибольшую погрешность поблизости от краев интервала T.

Таким образом, сигнал с ограниченным спектром F, наблюдаемый в ограниченном интервале времени T, может быть восстановлен по $n=2FT$ отсчетам лишь приблизительно. Погрешность такого приближения равна нулю в точках отсчета, отлична от нуля между точками отсчета и возрастает по мере приближения к краям интервала T.

Можно, конечно, попытаться упразднить вклад, вносимый отсчетами, находящимися за пределами интервала T, предполагая, что за этими пределами $f(t)=0$. Но следует помнить, что ограниченный во времени сигнал имеет бесконечно широкий спектр и, следовательно, дискретность отсчетов при таком предположении исчезает.

2-4. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛА И КАНАЛА СВЯЗИ

Подробное спектральное или временно́е описание сигнала далеко не всегда бывает необходимо. Часто для описания общих свойств сигнала вполне достаточно указания следующих трех основных характеристик сигнала:

длительности сигнала T;

ширины спектра сигнала F;

превышения сигнала над помехой H. Эта величина выражается следующим отношением:

$$H=\log\frac{P_c}{P_п}, \qquad (2\text{-}9)$$

где P_c — средняя мощность сигнала;

$P_п$ — средняя мощность помехи.

Превышение сигнала над помехой часто называют уровнем сигнала над помехой.

Произведение основных характеристик сигнала связи T, F и H называют объемом сигнала или динамическим диапазоном.

$$V=TFH.$$

Канал связи, если не входить в детали его схемы, также можно охарактеризовать тремя основными характеристиками:

временем действия канала $T_к$, т. е. временем, в течение которого канал выполняет свои функции;

полосой пропускания $F_к$, т. е. полосой частот колебаний, пропускаемых каналом без значительного ослабления;

диапазоном уровней (или динамическим диапазоном) $H_к=\log\frac{P_{макс}}{P_{мин}}$, зависящим от чувствительности ($P_{мин}$) и допустимых нагрузок ($P_{макс}$) аппаратуры канала.

Произведение этих величин называют емкостью канала связи:

$$V_к=T_к F_к H_к.$$

Если объем сигнала превышает емкость канала, то такой сигнал не может быть передан без искажений (без потери информации).

Для передачи сигнала по данному каналу связи необходимо, чтобы основные характеристики сигнала не выходили за границы соответствующих характеристик канала (рис. 2-7).

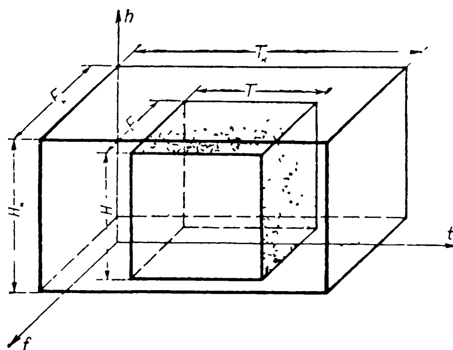


Рис. 2-7. К вопросу о согласовании объема сигнала с емкостью канала.

Если же это условие не соблюдается, но объем сигнала не превышает емкости канала

$$V\leqslant V_к,$$

то передача сигнала также возможна, но лишь после согласования сигнала с каналом, которое заключается в преобразовании основных характеристик сигнала.

Преобразование характеристик сигнала стремятся осуществить при условии неизменности объема сигнала. Таким преобразованием является перенос сигнала вдоль осей t, h, f без изменения основных характеристик сигнала, а также изменение одной характеристики за счет другой (например, уменьшение длительности сигнала T за счет расширения его спектра F). Ниже приведены применяемые в радиосвязи преобразования основных характеристик сигнала и геометрические образы этих преобразований.

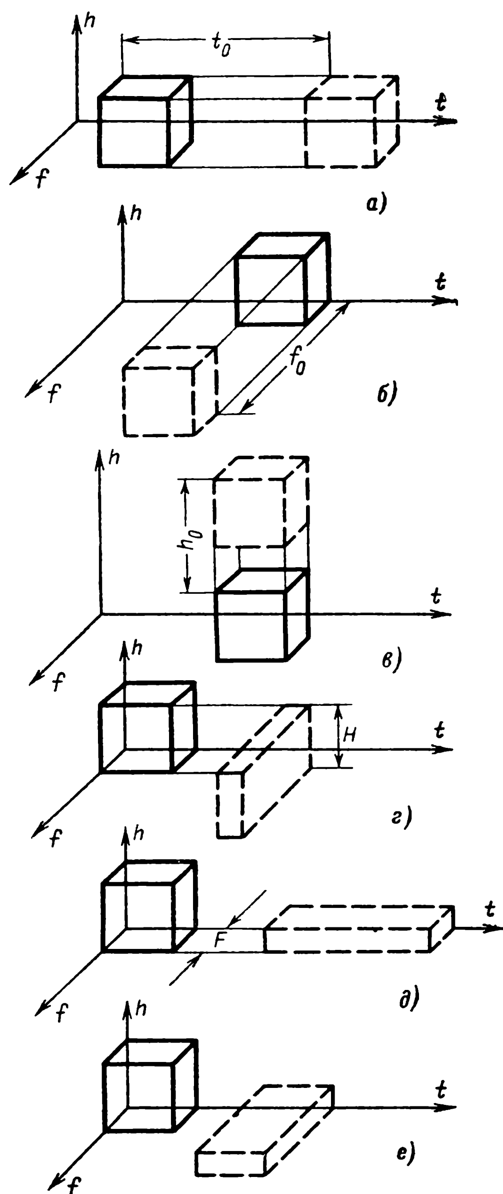


Рис. 2-8. Преобразования основных характеристик сигнала.

а — задержка; *б* — модуляция (преобразование частоты, детектирование); *в* — усиление (ослабление); *г* — запись и воспроизведение с различными скоростями; *д* — накопление; *е* — кодирование.

З а д е р ж к а (рис. 2-8, *а*). Сигнал задерживается на время t_0 путем записи и последующего воспроизведения или с помощью линии задержки. Основные характеристики сигнала T, F, H остаются неизменными.

М о д у л я ц и я (о д н о п о л о с н а я), п р е о б р а з о в а н и е ч а с т о т ы, д е т е к т и р о в а н и е (рис. 2-8, *б*). Весь спектр сигнала переносится в новый частотный диапазон (см. § 2-5) Основные характеристики сигнала T, F, H не меняют величины.

У с и л е н и е или о с л а б л е н и е (рис. 2-8, *в*). Мощности сигнала и помехи увеличиваются (уменьшаются) в одинаковое число раз. Основные характеристики сигнала T, F, H не меняют величины.

З а п и с ь и в о с п р о и з в е д е н и е с р а з л и ч н ы м и с к о р о с т я м и (рис. 2-8, *г*). Сигнал записывается со скоростью v и воспроизводится со скоростью

$$v_1 = av.$$

При этом длительность сигнала T сокращается в a раз, а ширина спектра F увеличивается в a раз. Превышение сигнала над помехой остается неизменным.

Н а к о п л е н и е (рис. 2-8, *д*). Сигнал n раз повторяется на передающем конце, и напряжение его суммируется (накопляется) на приемном. Длительность сигнала при этом увеличивается в n раз, а превышение сигнала над помехой на передающем конце может быть сокращено, так как при накоплении на приемном конце оно снова будет восстановлено (см. § 2-14). Ширина спектра F остается неизменной.

К о д и р о в а н и е (рис. 2-8, *е*). Смена кода приводит к изменению числа импульсов, необходимых для передачи сигнала той же длительности. Это изменяет длительность или ширину спектра сигнала, но позволяет выбрать иное превышение сигнала над помехой вследствие иной помехоустойчивости нового кода (рис. 2-8, *е*).

Из рассмотренных преобразований основных характеристик сигнала для теории связи наибольшее значение имеют модуляция и кодирование.

2-5. МОДУЛЯЦИЯ

М о д у л я ц и е й называется процесс управления каким-либо параметром переносчика (см. § 2-1) для отображения передаваемого сообщения в изменениях параметра переносчика. Изменяемый в процессе передачи информации параметр переносчика может быть назван информативным параметром. Обычно информативный параметр переносчика изменяется линейно с модулирующим (первичным) сигналом. Выбор того или иного параметра переносчика в качестве информативного определяет

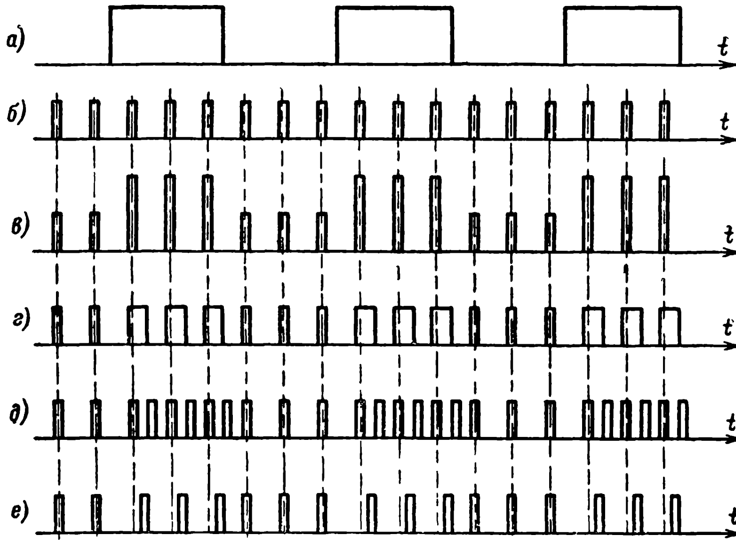


Рис. 2-9. Импульсная модуляция.
а — модулирующий сигнал; *б* — переносчик; *в* — АИМ; *г* — ДИМ; *д*—ЧИМ; *е* — ФИМ.

название вида модуляции и его основные особенности.

Например, при использовании в качестве переносчика постоянного тока (телеграфия), имеющего два параметра — силу тока и направление тока, возможны два вида модуляции.

При использовании в качестве переносчика периодической последовательности импульсов, имеющей четыре параметра — амплитуду (высоту) импульса, длительность импульса, частоту импульсов и фазу импульсов (положение импульсов относительно тактовых моментов времени), различают четыре вида модуляции:

амплитудно-импульсная модуляция (АИМ);

модуляция импульсов по длительности (ДИМ);

частотно-импульсная модуляция (ЧИМ);

фазово-импульсная модуляция (ФИМ).

Наглядное представление об этих видах импульсной модуляции дает рис. 2-9.

При использовании в качестве переносчика высокочастотного колебания, имеющего три параметра — амплитуду, частоту и фазу, различают три вида модуляции: амплитудную модуляцию (АМ), частотную модуляцию (ЧМ) и фазовую модуляцию (ФМ).

Аналитические выражения для колебаний, модулированных по амплитуде, частоте или фазе, легко могут быть получены, если напряжение высокочастотного колебания (переносчика) представить в виде

$$u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

а модулирующую функцию (первичный сигнал) — в виде $x(t)$, причем считать эту функцию нормированной к единице: $x_{\text{макс}}(t) = 1$.

В случае амплитудной модуляции постоянную амплитуду переносчика U_m нужно заменить на переменную[1]

$$U_m + \Delta U x(t),$$

т. е.

$$u_{\text{АМ}} = [U_m + \Delta U x(t)] \cos \omega_0 t = U_m [1 + m x(t)] \cos \omega_0 t, \quad (2\text{-}10)$$

где $m = \Delta U / U_m$ — коэффициент модуляции, пропорциональный интенсивности модулирующего сигнала.

В случае фазовой модуляции постоянную фазу переносчика φ_0 нужно заменить на переменную[1]

$$\varphi_0 + \Delta\varphi x(t),$$

т. е.

$$u_{\text{ФМ}} = U_m \cos[\omega_0 t + \Delta\varphi x(t)], \quad (2\text{-}11)$$

где $\Delta\varphi$ — индекс фазовой модуляции, пропорциональный интенсивности модулирующего сигнала.

В случае частотной модуляции нужно было бы заменить постоянную частоту переносчика ω_0 на переменную[1]

$$\omega_0 + \Delta\omega x(t).$$

При этом, чтобы не сделать ошибки, следует исходить из более общего выражения для переносчика

$$u = U_0 \cos \Theta,$$

где Θ — обобщенная фаза, которая следующим образом связана с частотой:

$$\omega = \frac{d\Theta}{dt}.$$

[1] То есть меняющуюся в такт (линейно) с модулирующим сигналом.

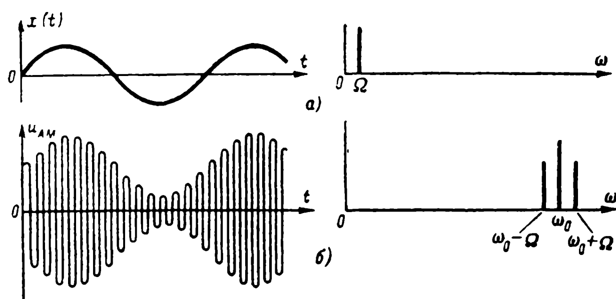


Рис. 2-10. Амплитудная модуляция одним тоном в спектральном (справа) и временно́м (слева) представлениях.

а — **модулирующий сигнал;** *б* — **модулированное колебание.**

В случае частотной модуляции обобщенная фаза

$$\Theta = \int_0^t \omega\, dt = \int_0^t [\omega_0 + \Delta\omega x(t)]\, dt =$$

$$= \omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(t)\, dt.$$

Следовательно,

$$u_{ЧМ} = U_m \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega X(t)\right], \quad (2\text{-}12)$$

где $\Delta\omega$ — частотное отклонение, пропорциональное интенсивности модулирующего сигнала;

$$X(t) = \int_0^t x(t)\, dt. \quad (2\text{-}13)$$

Полученные выражения для АМ-, ЧМ- и ФМ-колебаний обнаруживают различия между ЧМ- и ФМ-колебаниями, с одной стороны, а АМ-колебаниями, с другой. ЧМ- и ФМ-колебания представляют собой колебания с неизменной амплитудой. Различия между ними обусловливаются различиями между модулирующей функцией $x(t)$ и ее интегралом $X(t)$. Часто эти различия не столь уж существенны. Например, если $x(t)$ — синусоида, то $X(t)$ — косинусоида.

Что касается АМ-колебаний, то это — колебания с переменной амплитудой, в изменениях которой заложена вся передаваемая информация.

Свойства и различия видов модуляции особенно ярко проявляют себя в спектральных представлениях модулированных колебаний.

Если нормированная модулирующая функция представляет собой гармоническое колебание (чистый тон)

$$x(t) = \cos \Omega t,$$

то

$$u_{АМ} = U_m (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t =$$

$$= U_m \cos \omega_0 t + mU_m \cos \omega_0 t \cos \Omega t =$$

$$= U_m \cos \omega_0 t + \frac{mU_m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega) t +$$

$$+ \frac{mU_m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega) t.$$

Это означает, что АМ-колебания при модуляции высокочастотного переносчика одной низкой частотой (одним тоном) являются суммой трех высокочастотных колебаний: на несущей частоте ω_0, на верхней боковой частоте $\omega_0+\Omega$ и на нижней боковой частоте $\omega_0-\Omega$ (рис. 2-10).

Чем больше частота Ω модулирующего колебания, тем дальше расположены боковые частоты от несущей частоты.

Если модулирующий сигнал более сложен и спектр его состоит из многих спектральных составляющих, то подобные рассуждения справедливы для каждой составляющей спектра. В результате можно прийти к выводу, что амплитудная модуляция осуществляет сдвиг спектра модулирующего сигнала на величину несущей частоты в область высоких частот. Кроме этого передвинутого спектра, к спектру добавляется линия несущей частоты и зеркально отображенный относительно нее спектр модулирующего сигнала (рис. 2-11).

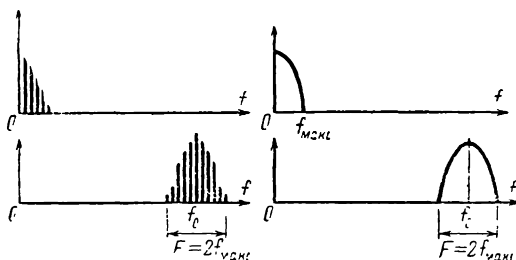


Рис. 2-11. Амплитудная модуляция периодическим (слева) и непериодическим (справа) сигналом.

Вверху модулирующий сигнал, а внизу модулированное колебание.

Ширина спектра АМ-колебаний равна удвоенной максимальной частоте спектра модулирующего сигнала:

$$F = 2f_{макс}. \quad (2\text{-}14)$$

О спектре ЧМ-колебаний в случае синусоидального модулирующего сигнала

$$x(t) = \cos \Omega t$$

можно получить представление из выражения

$$u_{ЧМ} = U_m \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega X(t)\right] =$$

$$= U_m \cos\left[\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t\right] =$$

$$= U_m \cos\left[\omega_0 t + \beta \sin \Omega t\right], \quad (2\text{-}15)$$

где величина

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Omega} \qquad (2\text{-}16)$$

носит название **индекса частотной модуляции.**

Это выражение, так же как и в случае АМ-колебаний, может быть разложено на простейшие синусоидальные колебания. Однако в случае ЧМ-колебаний это разложение получается значительно более сложным. При модуляции переносчика одной частотой Ω модулированное колебание состоит из бесконечной последовательности

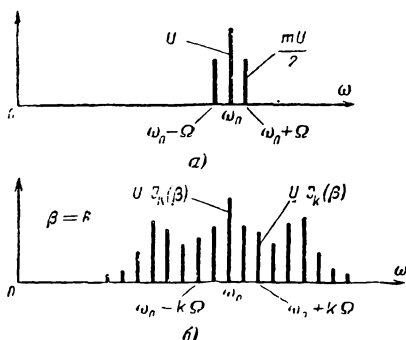


Рис. 2-12. Сравнение спектров, получаемых при амплитудной (*а*) и частотной (*б*) модуляции одним тоном.

гармонических колебаний, причем амплитуда k-го колебания ($k=1$, 2, 3, ...) пропорциональна значению функции Бесселя $J_k(\beta)$ первого рода при аргументе, равном индексу частотной модуляции β:

$$u_{ЧМ} = U_m[\cos\omega_0 t\cos(\beta\sin\Omega t) - $$
$$- \sin\omega_0 t\sin(\beta\sin\Omega t)] =$$
$$= U_m\left\{J_0(\beta)\cos\omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta)\times\right.$$
$$\left.\times[\cos(\omega_0+k\Omega)t + (-1)^k\cos(\omega_0-k\Omega)t]\right\}.$$

Таким образом, при больших значениях индекса частотной модуляции $\beta>1$ вместо двух боковых частот (при АМ) получаются две широкие боковые полосы (рис. 2-12) из линий, отстоящих друг от друга на величину Ω:

$$\omega_0 \pm k\Omega.$$

Амплитуда k-й составляющей каждой полосы определяется бесселевой функцией $J_k(\beta)$.

Обе боковые полосы теоретически состоят из бесконечного числа составляющих, но составляющие, номер которых превышает аргумент функции Бесселя,

$$k > \beta$$

имеют настолько малые амплитуды, что с ними практически можно не считаться. Принимая в расчет лишь $k=\beta$ линий спектра в каждой боковой полосе, получим ширину спектра ЧМ-колебаний:

$$F = 2k\Omega = 2\beta\Omega = 2\Delta\omega. \qquad (2\text{-}17)$$

Величину $2\Delta\omega$ называют **полосой качания.**

Таким образом, при больших индексах модуляции ($\beta>1$) ширина спектра ЧМ-колебаний приблизительно равна полосе качания.

При малых индексах модуляции ($\beta<1$) можно принимать в расчет лишь первые линии обеих боковых полос ($\omega_0\pm\Omega$). Таким образом, при малых индексах модуляции спектр ЧМ-колебаний не отличается от спектра АМ-колебаний и ширина его равна 2Ω, т. е. определяется не полосой качания, а частотой Ω модулирующего сигнала.

Сравнивая АМ- и ЧМ-колебания, можно отметить следующие их различия:

1. При одном и том же модулирующем сигнале ширина спектра ЧМ-колебаний всегда больше, чем ширина спектра АМ-колебаний. Лишь при $\beta<1$ спектры их не отличаются друг от друга по ширине.

2. При переходе к режиму модуляции мощность АМ-колебаний увеличивается (к мощности несущего колебания добавляется мощность боковых колебаний), а мощность ЧМ-колебаний остается равной мощности переносчика (так как амплитуда колебания не меняется).

3. При АМ ширина спектра определяется спектром модулирующего сигнала. Она равна удвоенной высшей частоте спектра модулирующего сигнала и не зависит от интенсивности модулирующего сигнала.

При ЧМ с большим индексом модуляции ширина спектра модулированного колебания не зависит от спектра модулирующего сигнала. Она равна полосе качания и, следовательно, прямо пропорциональна амплитуде модулирующего сигнала.

Для фазовой модуляции при синусоидальном модулирующем сигнале

$$x(t) = \sin\Omega t$$

получим:

$$u_{ФМ} = U_m\cos(\omega_0 t + \Delta\varphi\sin\Omega t).$$

Сравнение этого выражения с выражением (2-15) для $u_{ЧМ}$ показывает, что различие этих случаев заключается лишь в том, что на месте индекса ЧМ (β) стоит индекс ФМ ($\Delta\varphi$). Поэтому можно воспользоваться предыдущими рассуждениями и принять за ширину боковой полосы спектра произведение индекса ФМ на частоту модулирующего сигнала. Следовательно, полная ширина спектра ФМ-колебаний

$$F = 2\Delta\varphi\Omega. \qquad (2\text{-}18)$$

Таким образом, в отличие от АМ- и ЧМ-колебаний ширина спектра ФМ-колебаний зависит как от ширины спектра

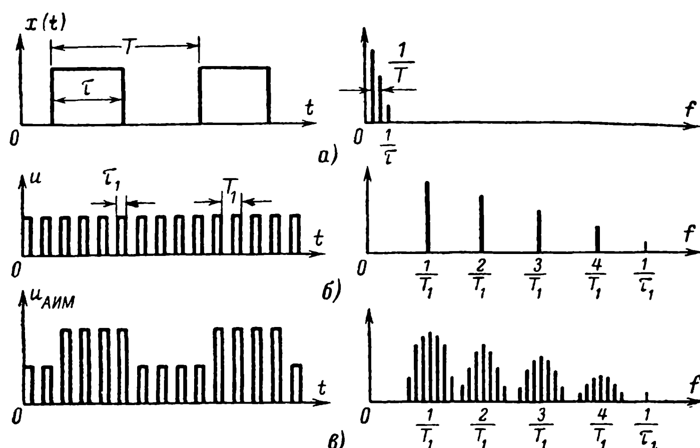


Рис. 2-13. Амплитудно-импульсная модуляция во временно́м (слева) и спектральном (справа) представлениях.

а — модулирующий сигнал; *б* — переносчик; *в* — модулированное колебание.

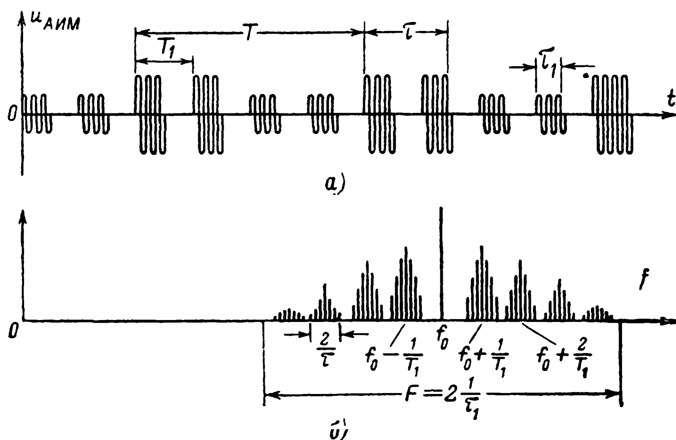


Рис. 2-14. Вторичная модуляция высокочастотного переносчика АИМ-последовательностью во временно́м (*а*) и спектральном (*б*) представлениях.

(Ω), так и от интенсивности (Δφ) модулирующего сигнала.

В случае импульсной модуляции переносчиком является периодическая последовательность импульсов (рис. 2-13, *б*), которая имеет линейчатый спектр, причем огибающая этого спектра соответствует (см. § 1-13) спектру одиночного импульса переносчика.

При переходе к режиму модуляции около каждой спектральной линии спектра переносчика появляются полосы боковых частот (рис. 2-13, *в*) *.

Ширина спектра такой модулированной последовательности импульсов практически не зависит от спектра модулирующего сигнала, а определяется длительностью одиночного импульса переносчика:

$$F = \frac{1}{\tau_1}. \quad (2\text{-}19)$$

Модулированная последовательность импульсов используется в импульсной телефонии. Однако она может быть также использована для в т о р и ч н о й м о д у л я ц и и высокочастотного колебания в целях осуществления импульсной радиотелефонии. Временно́е и спектральное представления модулированного высокочастотного колебания в этом случае показаны на рис. 2-14.

Ширина спектра такого модулированного колебания определяется, так же как и в предыдущем случае, длительностью одиночного импульса переносчика:

$$F \approx 2\frac{1}{\tau_1}.$$

Выбор того или иного вида модуляции зависит от условий связи и тех свойств, которыми в этих условиях должен обладать сигнал связи. Например, в условиях одновременной работы большого количества близких по несущей частоте радиостанций приходится использовать узкополосную амплитудную модуляцию. Для ослабления действия флюктуационных помех (см. § 2-13) выгодно применять широкополосную частотную модуляцию (см. § 2-14). Для одновременной передачи нескольких программ в одной и той же полосе частот можно использовать импульсную модуляцию, расположив импульсы переносчика одной программы в промежутках между импульсами других программ (многократная система связи) и т. д.

Другие виды модуляции, позволяющие получить иные свойства сигналов связи, рассматриваются в § 2-6 и 2-11.

* В случае ФИМ и ЧИМ спектр получается более сложным. амплитуды спектральных линий импульсного переносчика при переходе к режиму модуляции изменяются, а полосы боковых частот, возникающих вокруг них, могут быть более широкими и несимметричными.

2-6. КОДИРОВАНИЕ

Кодирование заключается в представлении передаваемого сообщения последовательностью относительно простых элементов — цифр, значков, электрических импульсов различной формы и т. д. При этом каждому сообщению соответствует определенная комбинация этих элементарных сигналов, по которой на приемной стороне можно однозначно восстановить сообщение. Обратное преобразование принятых сигналов в сообщения называется декодированием.

Наиболее просто осуществляется кодирование дискретных сообщений, составленных из конечного числа знаков алфавита — четко отличающихся друг от друга возможных значений сообщения, которое можно расположить в определенном порядке и пронумеровать.

Число m разных элементов кода (основание кода) можно выбрать равным числу знаков алфавита. При этом каждый знак алфавита передается одним элементом кода, а общее число n всех элементов в сигнале равно числу передаваемых знаков (например, числу букв в телеграмме). Такой способ кодирования энергетически невыгоден. При большом числе m элементов кода сигнал должен обладать значительной энергией, чтобы в условиях помех можно было отличать один элемент от другого. Пусть, например, элементами кода являются импульсы различной высоты (или длины). Наименьший импульс должен не менее чем вдвое превышать возможную в данном канале помеху (иначе пауза может быть принята за посылку и наоборот). По этой же причине разность между соседними по величине импульсами также должна более чем в 2 раза превышать значение помехи, чтобы помеха не могла переводить одно значение импульса в соседнее по величине. Таким образом, при выбранном способе кодирования максимальный импульс по крайней мере в $2m$ раз должен превышать помеху по напряжению или в $4m^2$ раз — по энергии.

Поэтому для электрической связи значительно выгоднее использовать коды, у которых число различных элементов m значительно меньше, чем число знаков алфавита. При этом приходится каждый знак алфавита передавать не одним элементом, а той или иной комбинацией из элементов кода (кодовой группой). Чем меньше m по сравнению с числом знаков алфавита, тем более длинными оказываются кодовые группы. Общее число n всех элементов в сигнале в результате этого увеличивается, но зато уменьшается необходимое превышение сигнала над помехой.

В этом отношении особенно выгоден двоичный код ($m=2$), основанный на двоичной системе счисления. В этой системе любое число A представляется в виде суммы степеней числа 2:

$$A = a_k 2^k + a_{k-1} 2^{k-1} + \cdots + a_1 2 + a_0, \qquad (2\text{-}20)$$

где коэффициенты a_i, принимающие лишь значения 0 и 1, называются двоичными цифрами. Для обозначения числа A используется последовательность соответствующих двоичных цифр

$$a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0.$$

При практическом определении двоичных цифр число A, записанное в десятичной системе счисления, последовательно делят на 2 и записывают полученные при делении остатки в обратном порядке. Например, $12=6\cdot2+0$; $6=3\cdot2+0$; $3=1\cdot2+1$; $1=0\cdot2+1$. Поэтому в двоичной системе счисления число 12 обозначается последовательностью 1100.

При использовании двоичного кода в системах электрической связи двоичным цифрам соответствуют два элементарных сигнала, которые технически создать очень легко. Например, одним элементарным сигналом может быть посылка напряжения (или тока), по крайней мере вдвое превышающая помеху, а другим — отсутствие посылки. Столь малое превышение сигнала над помехой, которое необходимо для работы двоичным кодом, достигается благодаря удлинению кодовых групп, т. е. за счет увеличения длительности сигнала (или увеличения ширины его спектра, см. § 2-4).

Кодирование непрерывных сообщений требует предварительной их дискретизации. Дискретизация во времени осуществляется взятием отсчетов передаваемой функции времени $f(t)$ в моменты времени, предписываемые теоремой Котельникова (см. § 2-3). Но отсчеты непрерывной функции времени образуют бесконечное число (континуум) возможных значений. Их кодирование потребовало бы бесконечно длинных кодовых групп. Поэтому, кроме дискретизации функции во времени, необходима дискретизация ее по значениям информативного параметра, в результате которой бесконечное число возможных значений информативного параметра сообщения заменяется конечным числом возможных значений. Такая дискретизация осуществляется путем квантования передаваемой функции времени.

Любая передача информации всегда происходит при наличии помех. В условиях помех имеет смысл различать только те значения передаваемой функции $f(t)$, разность δ между которыми не менее чем вдвое превосходит максимальное значение помехи $\xi_{макс}$:

$$\delta > 2\xi_{макс}.$$

При выполнении этого условия можно различить соседние по величине значения передаваемой функции даже при самом неблагоприятном наложении помехи (рис. 2-15). Уровни соседних по величине

значений функции $f(t)$ оказываются при этом настолько далеки друг от друга, что наложение на сигнал максимально возможной помехи $\xi_{макс}$ не сможет перевести значение функции с одного уровня на соседний по величине уровень.

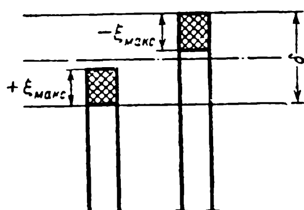


Рис. 2-15. К выбору шага квантования.

Такой способ отсчета позволяет на приемной стороне отделить сигнал от наложенной на него помехи путем возвращения каждого из переданных значений функции к заранее выбранным уровням сигнала.

Число таких «разрешенных» уровней сигнала

$$m = \frac{U_{макс}}{\delta},$$

где $U_{макс}$ — максимальный уровень передаваемого сигнала;

δ — разность между соседними по величине уровнями (**шаг квантования**).

Выбор конечного числа m «разрешенных» уровней для передачи непрерывной функции времени называется **квантованием**.

При квантовании в сигнал вносится ошибка, называемая **шумом квантования**. Но эта ошибка окупается тем новым свойством, которое приобретает сигнал: он может передаваться от ретранслятора к ретранслятору без дальнейших искажений помехами, если только эти помехи, принимаемые каждым ретранслятором, не настолько велики, чтобы переводить значение сигнала с одного уровня на другой. Внося помеху квантования, можно избавиться от всех других помех, если только при каждой ретрансляции эти помехи не превышают половину шага квантования δ. Возвращением сигнала к «разрешенным» уровням при каждой ретрансляции можно устранить неприятнейшее свойство помех — накапливаться при каждой ретрансляции сигнала.

При квантовании число передаваемых значений сигнала становится конечным. Если принятый сигнал лежит между двумя «разрешенными» уровнями, то ему приписывается ближайший уровень и ошибка не совершается, если выполнено условие

$$\xi_{макс} < \frac{\delta}{2}.$$

Квантование сигнала и дискретизация его во времени открывают возможности кодирования непрерывной функции времени.

Приняв выбранные уровни за элементы кода, т. е. взяв число m за основание кода, мы можем передать каждый отсчет функции $f(t)$ одним импульсом, высота которого кратна шагу квантования (рис. 2-16, *б*):

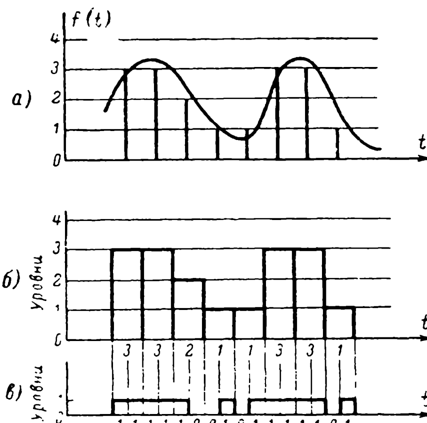


Рис. 2-16. Кодирование непрерывной функции времени.

а — дискретизация; *б* — код с основанием, равным числу уровней квантования; *в* — двоичный код.

$$U = i\delta, \quad \text{где } i = 1, 2, \ldots, m.$$

Полное число таких элементов (импульсов) в сигнале длительностью T (см. § 2-3)

$$n = 2FT.$$

Однако выгодней передавать значения непрерывной функции кодом с меньшим основанием m. В этом случае каждое значение функции передается не одним элементом кода, а той или иной комбинацией из элементов кода. Следовательно, число n элементов сигнала возрастает, но число уровней закодированного сигнала уменьшается, что приводит к энергетическому выигрышу.

Наиболее выгодной является передача непрерывного сообщения при помощи двоичного кода (рис. 2-16, *в*), так как в этом случае сигнал должен лишь вдвое превосходить максимальную помеху, чтобы можно было отличить наличие посылки от ее отсутствия. Этот случай называется **кодово-импульсной модуляцией** (КИМ).

В системах связи с кодово-импульсной модуляцией передаваемый первичный сигнал ограничивается по спектру так, чтобы исключить все частоты выше некоторой частоты F. После этого с сигнала снимаются отсчеты со скоростью $2F$ отсчетов в секунду. Отсчеты затем квантуются и кодиру-

ются. С помощью полученных кодовых групп осуществляется тот или иной вид модуляции (АИМ, ДИМ, ЧИМ или ФИМ) высокочастотного переносчика. Модулированные колебания излучаются, распространяются в виде электромагнитных волн до места приема, принимаются приемником и детектируются. Принятые кодовые группы декодируются и образуют последовательность импульсов, пропорциональных первоначальным отсчетам (не считая искажений, вызванных квантованием). Эти импульсы пропускаются через фильтр нижних частот с частотой среза $f_{ср}=F$ для восстановления первоначального сигнала.

Кодово-импульсная модуляция позволяет получить значительно большую помехоустойчивость, чем все другие системы связи, так как допускает прием при самом низком отношении сигнала к помехе. Повышение помехоустойчивости достигается путем расширения спектра сигнала. Действительно, чтобы передать сигнал с шириной спектра F при помощи кодово-импульсной модуляции, необходимо передавать $2F$ отсчетов в секунду. Если каждый отсчет состоит из одного импульса, то достаточной оказывается полоса $2F$. Если же осуществлен переход к коду с меньшим основанием и каждый отсчет передается кодовой группой из n импульсов, то требуется в n раз более широкая полоса:

$$F' = n \cdot 2F,$$

где n — число импульсов в кодовой группе.

В условиях рис. 2-16 переход к двоичному коду потребовал удвоения числа импульсов и, следовательно, всего лишь удвоения требуемой полосы. В реальных системах КИМ требуется, конечно, значительно большее увеличение полосы пропускания, но соответственно достигается и значительно больший выигрыш в помехоустойчивости.

Кодово-импульсная модуляция находит применение в радиорелейных линиях, используемых для связи, телеметрии и управления. Весьма перспективно использование КИМ в каналах связи, предназначенных для ввода информации в электронно-вычислительные машины и для извлечения информации из них.

2-7. ОПТИМАЛЬНОЕ КОДИРОВАНИЕ

Чем больше число событий или состояний какого-либо объекта, подлежащих кодированию (например, чем больше число m «разрешенных» уровней квантованного сигнала), тем больше двоичных символов содержат кодовые группы. Легко понять, что кодовыми группами из n_1 двоичных символов можно закодировать

$$m = 2^{n_1}$$

событий. Действительно, существуют лишь две кодовые группы, состоящие из одного символа (0, 1), четыре группы, состоящие из двух символов (00, 01, 10, 11), восемь групп, состоящих из трех символов (000, 001, 010, 100, 011, 101, 110, 111) и т. д.

Практически более важным является обратный вопрос: из скольких двоичных символов состоят кодовые группы при кодировании m событий? Ответ на этот вопрос

$$n_1 = \log_2 m \qquad (2\text{-}21)$$

представляется очевидным лишь для случаев, когда число m является целой степенью двух. Однако справедливость этого ответа может быть продемонстрирована для любого целого числа m, если под n_1 понимать минимально необходимое среднее число двоичных символов в кодовой группе, достигаемое при оптимальном кодировании. При этом оптимальным кодом называют такой код, который не только будет иметь в среднем наиболее короткие кодовые группы, но и полностью исключает возможность ошибок, связанных с неоднозначностью декодирования.

Одним из примеров оптимального кода является код Фэно. При использовании этого кода все кодируемые события делят на две группы, которые обозначают символами 1 и 0. Затем каждую из групп событий делят на две подгруппы, которые обозначают символами 1 и 0 во втором разряде и продолжают такое разбиение до тех пор, пока все подгруппы событий не будут содержать лишь по одному событию. При этом максимальной экономичности (т. е. наименьшего числа символов на одно событие) можно добиться, если каждый раз осуществлять разбиение на две подгруппы, насколько можно близкие по размеру.

Например, для кодирования шести событий код Фэно дает следующий результат:

Событие	Первое разбиение	Второе разбиение	Третье разбиение	Результат кодирования
А	1	11	—	11
Б	1	10	101	101
В	1	10	100	100
Г	0	01	—	01
Д	0	00	001	001
Е	0	00	000	000

При декодировании такого кода ошибка из-за неоднозначности невозможна, так как ни одна длинная кодовая группа не совпадает в своем начале с короткой. Экономичность кода характеризуется средним числом разрядов. Для кодирования всех шести букв алфавита требуется 16 двоичных элементов (сумма знаков всех трех разбиений). Поэтому среднее число раз-

рядов на букву равно 16/6=2,67, что несколько больше, чем

$$n_1 = \log_2 m = \log_2 6 = 2{,}58.$$

Но можно показать, что чем больше m, тем точнее оценивает эта формула среднее число разрядов, получаемое при оптимальном кодировании. Поэтому для повышения экономичности кода часто прибегают к искусственному увеличению числа кодируемых событий, объединяя их в б л о к и из нескольких событий (*АА*, *АБ* и т. д.) и сопоставляя каждому блоку свою кодовую группу (см. ниже).

Приведенное правило получения оптимального кода максимальной плотности (разбиение на две близкие по размеру подгруппы) справедливо лишь в случае равновероятных событий. В случае неравновероятных событий, подлежащих кодированию, это правило должно формулироваться по-новому: при каждом разбиении на две подгруппы событий суммарные вероятности в каждой подгруппе должны быть насколько можно близкими.

Пусть, например, нужно закодировать события *А*, *Б*, *В* и *Г* с вероятностями наступления соответственно 1/2, 1/4, 1/8 и 1/8:

События	Вероятности наступления событий $P(i)$	Первое разбиение	Второе разбиение	Третье разбиение	Результат кодирования	Количество разрядов в кодовой группе n_i
А	$\frac{1}{2}$	1			1	1
Б	$\frac{1}{4}$	0	01		01	2
В	$\frac{1}{8}$	0	00	001	001	3
Г	$\frac{1}{8}$	0	00	000	000	3

Среднее число разрядов

$$n_1 = \Sigma P(i)\, n_i = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{8}\cdot 3 + \frac{1}{8}\cdot 3 = 1\frac{3}{4}.$$

В подобных случаях, когда

$$P(i) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n_i}$$

или

$$n_i = -\log_2 P(i),$$

среднее число разрядов может быть подсчитано по формуле

$$n_1 = \sum_{i=1}^{m} P(i)\, n_i = -\sum_{i=1}^{m} P(i) \log_2 P(i).$$

Если же вероятности наступления кодируемых событий принимают какие угодно значения, не подчиняющиеся условию

$$P(i) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n_i},$$

то разбиение на строго равновероятные группы невозможно и среднее число разрядов окажется несколько большим, чем

$$-\Sigma P(i) \log_2 P(i).$$

Это различие будет особенно заметным при небольшом количестве событий и при больших отклонениях от равновероятности их наступления. Пусть, например, кодируются два события *А* и *Б* с вероятностями наступления $P(A)=0{,}8$; $P(Б)=0{,}2$. Результат кодирования в этом случае очень простой: событию *А* сопоставляется символ 1, событию *Б* — символ 0. В среднем получается один символ на событие. Между тем, полученная формула дает:

$$n_1 = -\sum_{i=1}^{2} P(i) \log_2 P(i) = -0{,}8 \log_2 0{,}8 - 0{,}2 \log_2 0{,}2 = 0{,}722.$$

Один символ на событие на 28% хуже, чем 0,722 символа на событие.

Однако есть возможность приблизиться к цифре 0,722. Как и раньше, нужно искусственно увеличить число кодируемых событий. Это можно сделать, например, объединяя попарно события, передаваемые в сообщении, т. е. вместо сообщения

ААБАББББААА

передавать пары (блоки)

АА, *БА*, *ББ*, *БА*, *АА*.

Число возможных событий при этом возрастает до четырех. Если события *А* и *Б* независимы, то вероятности наступления блоков из двух событий равны произведениям вероятностей $P(A)$ и $P(Б)$. Кодирование этих «укрупненных» событий приводит к следующему результату:

События	Вероятности наступления событий $P(i)$	Первое разбиение	Второе разбиение	Третье разбиение	Результат кодирования	Количество разрядов в кодовой группе n_i
АА	0,64	1			1	1
АБ	0,16	0	01		01	2
БА	0,16	0	00	001	001	
Б	0,44	0	00	000	000	3

Среднее число разрядов на пару событий

$$\sum_{=1}^{4} P(i)\, n_i = 0{,}64 \cdot 1 + 0{,}16 \cdot 2 + + 0{,}16 \cdot 3 + 0{,}04 \cdot 3 = 1{,}56.$$

Следовательно, на одно событие приходится 0,78 разряда, что всего лишь на 7,7% отличается от значения 0,722.

Объединяя передаваемые события в блоки по три, четыре и более события, можно добиться еще более эффективного кодирования и еще большего приближения к пределу, равному 0,722.

Таким образом, если данная ситуация делится на m событий с вероятностями наступления $P(i)$, то каждое событие может быть закодировано при помощи некоторого числа двоичных символов, в среднем не превышающего

$$n_1 = -\sum_{i=1}^{m} P(i) \log_2 P(i).$$

В итоге можно сформулировать следующую основную теорему кодирования: при кодировании сообщения, разбитого на блоки по N событий в каждом, можно, выбрав N достаточно большим, добиться того, чтобы среднее число двоичных элементарных сигналов на одно событие исходного сообщения было сколь угодно близким к

$$n_1 = -\sum_{i=1}^{m} P(i) \log_2 P(i). \qquad (2\text{-}22)$$

Основным в этом утверждении является разбиение сообщения на длинные блоки. Что касается способов оптимального кодирования, то они могут быть различными. При отсутствии помех можно воспользоваться кодом Фэно. При наличии помех кодирование длинных блоков также позволяет сжать сигнал, но методы кодирования при этом существенно изменяются.

2-8. СИГНАЛ КАК СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС

Представление сигнала некоторой функцией времени $f(t)$ не отражает существа процесса передачи информации. Если на приемной стороне сигнал может быть заранее представлен некоторой функцией времени, то не имеет смысла передавать такой сигнал по каналу связи, так как заранее известны все будущие значения сигнала.

В действительности о сигнале на приемной стороне могут быть известны лишь совокупность его возможных значений, вероятности их появления, а также некоторые основные (или средние) характеристики сигнала. Появление того или иного сигнала на приемной стороне является случайным событием.

Возможные значения такого случайного сигнала называют выборочными значениями, а все множество возможных значений — выборочным пространством. Например, в случае двоичного кодирования выборочное пространство состоит из двух элементов (посылка и пауза). Напряжение теплового шума в цепях аппаратуры связи может принимать любое значение, и, следовательно, выборочным пространством в этом случае является вся действительная прямая ($-\infty \leqslant x \leqslant +\infty$).

В процессе связи одни значения сигнала сменяются другими, образуя выборочные функции или реализации случайного сигнала. Форма реализации случайного сигнала зависит от передаваемого сообщения и, следовательно, меняется от опыта к опыту. Таким образом, случайный сигнал может быть представлен функцией времени лишь в рамках данной его реализации. Если же зафиксировать внимание на данном моменте времени, но иметь в виду все возможные реализации случайного сигнала, то случайный сигнал превращается в случайную величину.

Объединяя в себе свойства функции времени и случайной величины, сигнал связи должен рассматриваться как случайный процесс (см. § 1-18).

В соответствии с отмеченной двойственностью случайного сигнала он может быть задан двояким образом. По одному из этих способов случайный сигнал считается заданным, если известны все его реализации и их вероятности. Другой способ задания случайного сигнала заключается в указании закона распределения для случайных величин, представляющих сигнал в различные моменты времени.

Удобным, хотя и менее подробным способом описания случайного сигнала является указание его средних характеристик:

математического ожидания, совпадающего с постоянной составляющей всех типичных и достаточно длинных реализаций сигнала;

дисперсии, которая равна мощности переменных составляющих сигнала, выделяемой на единичном сопротивлении;

спектра мощности, характеризующего распределение энергии сигнала по частоте, и

функции корреляции, определяющей степень взаимной зависимости значений сигнала в различные моменты времени.

Определения указанных средних характеристик приведены в § 1-18. Несмотря на их широкое применение, ни одна из них не характеризует сигнал с точки зрения содержащейся в нем информации.

Между тем, сигнал связи ценен лишь тем, что содержит в себе информацию. До приема сигнала ситуация для получателя является неопределенной, а получение сигнала и извлечение из него информации разрушает или, по крайней мере, уменьшает

эту неопределенность. При этом чем более неопределенной была ситуация до приема сообщения и чем менее неопределенной она стала после этого приема, т. е. чем больше неопределенности снято при приеме сообщения, тем большая информация получена на приемной стороне.

Таким образом, для оценки количества информации, заключенной в сигнале (сообщении), необходимо оценивать сигнал с точки зрения неопределенности, обусловленной его законом распределения. Количественную меру неопределенности очередного значения сигнала называют **энтропией**.

В случае дискретного сигнала X, который может принимать m различных значений с вероятностями P_1 P_2, ..., P_k, ..., P_m, энтропия определяется величиной

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{m} P_k \log P_k. \quad (2\text{-}23)$$

Логарифмы в этом выражении могут быть взяты при любом основании, но чаще всего выбирается основание 2. Тогда при $m=2$ и $P_1=P_2=0{,}5$ энтропия $H(x)=1$. Это значение энтропии называют **двоичной единицей** (1 дв. ед. или 1 *бит*). Одна двоичная единица энтропии связана с неопределенностью выбора одного из двух равновероятных значений сигнала. Например, если ответом на заданный вопрос могут быть с одинаковой априорной вероятностью утверждение «да» или отрицание «нет», то неопределенность ответа равна 1 дв. ед., т. е. 1 **биту**.

Из определения энтропии вытекают следующие ее свойства:

1. Энтропия сигнала равна нулю лишь в том случае, если вероятность наступления одного из его значений равна единице (вероятности остальных значений при этом равны нулю). Такой сигнал не обладает неопределенностью, так как достоверно известно одно единственно возможное его значение. Во всех других случаях, когда имеет место та или иная неопределенность значения сигнала, энтропия является положительной величиной.

2. Наибольшей энтропией обладает сигнал с равномерным законом распределения вероятностей, т. е. сигнал, обладающий наибольшей неопределенностью исхода. При равновероятности любого из m символов $P_k = 1/m$ и

$$H_{\text{макс}}(X) = \log m. \quad (2\text{-}24)$$

3. При объединении независимых ансамблей случайных событий их энтропии складываются.

Пусть ансамбль X из m случайных элементов $x_i (i=1, 2, ..., m)$ и ансамбль Y из n случайных элементов $y_j (j=1, 2, ..., n)$ независимы и имеют энтропии:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{m} P(x_i) \log P(x_i);$$

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^{n} P(y_j) \log P(y_j).$$

Тогда случайный объект XY, состояния которого образуются совместной реализацией состояний X и Y, имеет mn состояний с вероятностями

$$P(x_i y_j) = P(x_i) P(y_j).$$

Энтропия такого объекта

$$H(XY) = -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} P(x_i y_i) \log P(x_i y_i) =$$

$$= -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} P(x_i) P(y_j) [\log P x_i + \log P(y_j)] =$$

$$= -\sum_{i=1}^{m} P(x_i) \log P(x_i) \sum_{j=1}^{n} P(y_j) -$$

$$- \sum_{j=1}^{n} P(y_j) \log P(y_j) \sum_{i=1}^{m} P(x_i),$$

т. е.

$$H(XY) = H(X) + H(Y). \quad (2\text{-}25)$$

Эти свойства подтверждают, что энтропия может служить мерой неопределенности состояния различных случайных объектов и, в частности, таких объектов, как сигналы связи и их источники.

Однако основное определение энтропии учитывает лишь неравновероятность появления различных значений сигнала и не учитывает вероятностные взаимосвязи между этими значениями. Между тем, интуитивно чувствуется, что вероятностные взаимозависимости между элементами сигнала уменьшают его неопределенность. Если после данного элемента сигнала x_i возможно появление не любого, а лишь некоторых из m возможных элементов сигнала или если появление элемента x_i влияет на вероятности появления последующих элементов, делая одни из них более вероятными, а другие — менее вероятными, то это значит, что элемент x_i вносит некоторую ясность в вопрос о последующих значениях сигнала еще до их появления, т. е. уменьшает общую неопределенность ситуации. Если взаимозависимость между элементами сигнала делать все более жесткой, то в пределе после данного значения сигнала с вероятностью единица станет возможным появление лишь одного определенного значения сигнала. В этом предельном случае вероятностный процесс превращается в функциональную зависимость значения сигнала от времени, неопределенность ситуации полностью исчезает и энтропия должна стать равной нулю.

Пусть, например, передается сигнал, в котором вероятностные взаимозависимости наблюдаются лишь между соседними элементами (цепь Маркова). Зафиксируем внимание только на тех элементах x_j, ко-

торые появляются сразу после элементов x_i. Если в достаточно длинной реализации, состоящей из n элементов, число таких элементов x_j равно n_{ij}, то *условная вероятность* появления элемента x_j после элемента x_i равна:

$$P_{x_i}(x_j) = \frac{n_{ij}}{n}.$$

Чтобы оценить неопределенность появления того или иного элемента сигнала после того, как был принят элемент x_i, необходимо воспользоваться определением энтропии (2-23), но для условных вероятностей:

$$H_i(X) = -\sum_{j=1}^{m} P_{x_i}(P_{x_i}) \log x_i(x_j).$$

Для различных элементов сигнала $i = 1, 2, ..., m$ величина этой неопределенности различна, а так как эти элементы появляются случайно, то $H_i(X)$ является случайной величиной. Энтропией сигнала в целом целесообразно считать математическое ожидание этой случайной величины:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{m} P(x_i) H_i(X).$$

Таким образом, энтропия сигнала при наличии вероятностной взаимозависимости между двумя соседними элементами сигнала определяется выражением

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{m} P(x_i) \sum_{j=1}^{m} P_{x_i}(x_j) \times \log P_{x_i}(x_j). \qquad (2\text{-}26)$$

При распространении вероятностных взаимозависимостей на несколько последующих значений сигнала выражения для определения энтропии усложняются, но методика вычислений остается прежней.

Полученные выражения позволяют вычислить среднее значение энтропии, приходящееся на один элемент сигнала. Энтропия сигнала длительностью в n элементов может быть определена как средняя энтропия одного элемента, увеличенная в n раз.

Приведенные определения энтропии, справедливые для дискретных сигналов, не могут быть непосредственно использованы для оценки неопределенности непрерывного сигнала (или непрерывного источника). Поскольку непрерывный сигнал имеет бесконечно большое число возможных значений, неопределенность исхода одного из них может быть как угодно велика. Действительно, обращаясь к дифференциальному закону распределения вероятностей и обозначая через $p(x)$ плотность вероятности (§ 1-17), мы можем считать, что при достаточно малом Δx вероятность попадания сигнала в интервал $(x_k, x_k+\Delta x)$ равна:

$$P_k = p(x_k)\Delta x.$$

Следовательно,

$$H(x) = -\lim_{\Delta x \to 0} \sum_k p(x_k)\Delta x \log [p(x_k)\Delta x] =$$
$$= -\lim_{\Delta x \to 0} \sum_k p(x_k) \log p(x_k)\Delta x -$$
$$- \lim_{\Delta x \to 0} \sum_k p(x_k)\Delta x \log \Delta x.$$

При предельном переходе обе суммы превращаются в интегралы и

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x)\, dx -$$
$$- \lim_{\Delta x \to 0} \log \Delta x.$$

Полученное выражение подтверждает высказанное предположение о бесконечно больших значениях энтропии непрерывного сигнала.

Однако из этого не следует вывод о непригодности понятия энтропии для непрерывных сигналов. Во-первых, ниже будет показано, что количество полученной информации всегда выступает как разность двух значений энтропии (до приема и после приема сигнала), что и приводит к уничтожению второго члена в предыдущем выражении. Во-вторых, имеется возможность оценивать неопределенность непрерывного сигнала не абсолютным, а относительным значением энтропии путем сравнения ее с энтропией $H_0(x)$ равномерного распределения в интервале $x_2 - x_1 = \delta$. Относительная энтропия носит название *дифференциальной энтропии*:

$$H_\delta(x) = H(x) - H_0(x). \qquad (2\text{-}27)$$

Поскольку при равномерном распределении, выбранном за стандартный образец для сравнения, $p(x) = 1/\delta$, то

$$H_0(x) = -\int_{x_1}^{x_2} p(x) \log p(x)\, dx -$$
$$-\lim_{\Delta x \to 0} \log \Delta x = \log \delta - \lim_{\Delta x \to 0} \log \Delta x.$$

Поэтому

$$H_\delta(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x)\, dx - \log \delta =$$
$$= -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log [\delta p(x)]\, dx. \qquad (2\text{-}28)$$

Поскольку образец для сравнения можно выбирать произвольно, положим $\delta = 1$, и тогда энтропия непрерывного сигнала

$$H_\delta(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x)\, dx. \qquad (2\text{-}29)$$

Свойства энтропии непрерывного сигнала аналогичны свойствам энтропии дискретного сигнала. Однако при этом не следует забывать относительности дифференциальной энтропии.

2-9. КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ

В процессе связи получатель судит о состоянии интересующего его источника информации, находящегося на передающей стороне, по принятому сигналу, т. е. по характеру сигналов на выходе приемника

До принятия сигнала на приемной стороне неизвестно, в каком состоянии находится объект (источник информации), но если известны вероятности наступления всех возможных его состояний, то неопределенность ситуации до приема сигнала может быть оценена энтропией $H(x)$ этих состояний. Часто эту энтропию называют априорной энтропией.

После принятия сигнала неопределенность ситуации, во всяком случае, не увеличивается. Она остается прежней, если принятый сигнал не отражает состояния источника, интересующего получателя (например, в случае отсутствия связи или принятия сигнала другой станции). Она уменьшается, если между принятым сигналом и состоянием источника имеется некоторая степень соответствия. Наконец, неопределенность ситуации после приема сигнала может полностью исчезнуть, если между состоянием источника и состоянием отражающего его сигнала установлено однозначное соответствие (это возможно лишь при отсутствии помех и искажений).

Неопределенность ситуации после принятия сигнала оценивают апостериорной энтропией $H_y(x)$. Индекс y в этом обозначении указывает на то, что энтропия состояний источника x вычисляется при условии, что известно состояние сигнала y.

Таким образом, в результате приема сигнала происходит уменьшение неопределенности с $H(x)$ до $H_y(x) \leqslant H(x)$.

Представляется естественным оценивать количество информации $I(x, y)$ о состоянии источника x, содержащейся в сигнале y, количеством снятой в результате приема сигнала неопределенности, т. е. разностью априорной и апостериорной энтропий:

$$I(x, y) = H(x) - H_y(x). \qquad (2\text{-}30)$$

Из определения (2-30) вытекают следующие свойства количества информации:

1. Количество информации измеряется в тех же единицах, что и энтропия (см. § 2-8), чаще всего в двоичных единицах.

2. Количество информации всегда неотрицательно:

$$I(x, y) \geqslant 0.$$

3. Никакое преобразование сигнала не может увеличить содержащейся в нем информации о состоянии источника информации. Действительно, первый член выражения для количества информации является энтропией источника информации и поэтому не зависит от преобразований принятого сигнала. Что касается второго члена, то обратимые преобразования (например, усиление) его не изменяют, а необратимые преобразования и искажения могут лишь увеличить апостериорную энтропию. Следовательно, обратимые преобразования сигнала не изменяют содержащегося в нем количества информации, а обратимые преобразования могут разрушать эту информацию.

4. Количество информации $I(x, y)$ о каком-либо источнике x, содержащееся в сигнале y, не больше энтропии этого источника:

$$I(x, y) \leqslant H(x).$$

Это следует из того, что энтропия $H_y(x)$ не может быть отрицательной величиной.

5. Количество информации, содержащееся в источнике x о самом себе, равно его энтропии:

$$I(x, x) = H(x).$$

В частном случае, когда m возможных состояний источника равновероятны и независимы друг от друга, каждое его состояние несет информацию

$$I(x, x) = \log m,$$

а последовательность, состоящая из n состояний (например, телеграмма длиной в n знаков, составленная из m равновероятных символов), несет информацию

$$I(x, x) = n \log m = \log m^n. \qquad (2\text{-}31)$$

Нетрудно заметить, что

$$N = m^n.$$

представляет собой число возможных равновероятных последовательностей состояний такого источника длиной n.

Таким образом, в данном частном случае количество информации, содержащееся в источнике информации, определяется логарифмом числа возможных последовательностей состояний источника (числа возможных равновероятных событий), из которых осуществляется выбор при получении информации.

2-10. СВЯЗЬ МЕЖДУ ДВУМЯ ГРУППАМИ СОБЫТИЙ

Ниже дана методика вычисления количества информации, содержащейся в одном объекте (y) о другом объекте (x). Состояния этих объектов образуют две группы событий, между которыми может существовать та или иная степень вероятностной связи (рис. 2-17). Пусть при этом известны вероятности $P(x_i)$ наступления событий x, вероятности $P(y_j)$ наступления событий y, а также вероятности $P(x_i, y_j)$ совместного наступления событий x_i и y_j.

Такая система двух групп случайных событий особенно важна для технических приложений, поскольку к ней сводится всякое устройство связи. Действительно, за

группу событий x могут быть приняты различные состояния передатчика (посылка сигнала), а за группу событий y — различные состояния приемника (прием или неприем сигнала). Связь между двумя группами событий осуществляется по линии связи.

Однако рассматриваемый случай имеет значительно более широкое применение. Схема рис. 2-17 может быть использована при анализе взаимосвязи между двумя классами явлений. При этом явления x и y

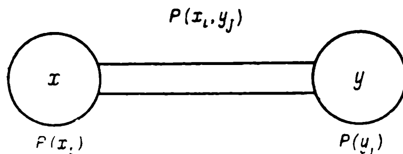


Рис. 2-17. Схема двух групп событий.

вовсе не обязательно должны поддаваться количественной оценке. Можно например, интересоваться, какое количество информации несет форма обнаруженных под микроскопом бактерий о ходе болезни. Однако события x (так же как и события y) должны быть хорошо различимыми и должна иметься возможность оценить вероятность наступления этих событий.

В системе двух групп событий можно определить несколько значений энтропии.

Неопределенность наступления событий x может быть оценена энтропией

$$H(x) = -\sum_i P(x_i) \log P(x_i).$$

Неопределенность наступления событий y может быть оценена энтропией

$$H(y) = -\sum_j P(y_j) \log P(y_j).$$

Кроме того, можно обратить внимание на события, заключающиеся в совпадении события x_i с событием y_j, и оценить неопределенность состояния всей системы энтропией

$$H(x,y) = -\sum_i \sum_j P(x_i, y_j) \log P(x_i, y_j).$$

В частном случае, когда события x независимы от событий y (например, линия связи оборвана), энтропия системы равна сумме энтропий обеих групп событий (см. § 2-8):

$$H_m(x,y) = H(x) + H(y).$$

Однако это произойдет лишь при отсутствии взаимосвязи между событиями x и событиями y. Если же события x и события y в какой-то степени взаимосвязаны, то

$$H(x,y) < H(x) + H(y).$$

Таким образом, наличие внутренних связей уменьшает (разрушает) неопределенность системы. Но всякое разрушение неопределенности означает получение информации (см. § 2-9). Следовательно, количество информации, получаемой благодаря внутренним взаимосвязям системы, может быть оценено как разность неопределенностей системы до и после установления связи:

$$I(x,y) = H(x) + H(y) - H(x,y). \qquad (2\text{-}32)$$

Обратим теперь внимание на условные вероятности $P_{x_i}(y_j)$ наступления события y_j при условии, что имеет место событие x_i. Условные вероятности могут быть заданы или определены по формуле

$$P(x_i, y_j) = P(x_i) P_{x_i}(y_j) = P(y_j) P_{y_j}(x_i).$$

По условным вероятностям могут быть вычислены условные энтропии. Например, неопределенность события y при условии, что событие x_i известно, может быть оценена энтропией:

$$H_{x_i}(y) = -\sum_j P_{x_i}(y_j) \log P_{x_i}(y_j).$$

В зависимости от i эта величина меняет свои значения случайным образом. Поэтому для характеристики неопределенности событий y при условии, что x известно, используют среднюю величину $H_x(y)$, являющуюся математическим ожиданием случайной величины $H_{x_i}(y)$:

$$H_x(y) = \sum_i P(x_i) H_{x_i}(y) =$$

$$= -\sum_i P(x_i) \sum_j P_{x_i}(y_j) \log P_{x_i}(y_j).$$

Подставляя сюда

$$P_{x_i}(y_j) = \frac{P(x_i y_j)}{P(x_i)},$$

получим:

$$H_x(y) = -\sum_i \sum_j P(x_i y_j) \log P(x_i y_j) +$$

$$+ \sum_i \sum_j P(x_i, y_j) \log P(x_i) =$$

$$= -\sum_i \sum_j P(x_i y_j) \log P(x_i y_j) +$$

$$+ \sum_i P(x_i) \log P(x_i).$$

Таким образом,

$$H_x(y) = H(x,y) - H(x).$$

Аналогичным образом можно получить

$$H_y(x) = H(x,y) - H(y).$$

Представив эти выражения в виде

$$H(x,y) = H(x) + H_x(y), \qquad (2\text{-}33)$$

$$H(x,y) = H(y) + H_y(x). \qquad (2\text{-}34)$$

можно следующим образом сформулировать полученный вывод: совместная неоп-

ределенность системы двух групп событий равна сумме неопределенности события одной группы и условной неопределенности другой группы при условии, что событие первой группы известно.

Если события x представляют собой состояния передатчика, а события y — состояния приемника, то условная энтропия $H_x(y)$ может быть названа неоднозначностью приемника, так как она характеризует неопределенность состояния приемника при условии, что сигнал, посланный передатчиком, известен. Причиной этой неопределенности являются помехи и искажения, существующие в системе связи. В этих терминах полученные выражения означают, что совместная неопределенность состояния системы связи складывается из неопределенности состояния передатчика и неоднозначности приемника (или наоборот: из неопределенности состояния приемника и неоднозначности передатчика). Лишь в частном случае отсутствия помех и искажений, когда $H_x(y)=H_y(x)=0$, неопределенность состояния системы связи равна неопределенности состояния передатчика или (что для этого частного случая то же) неопределенности состояния приемника.

В технических системах связи получатель судит о сигнале на передающей стороне по сигналу, принятому приемником. Поэтому представляет интерес выяснить, насколько уменьшается неопределенность событий x, если событие y известно. Для ответа на этот вопрос необходимо найти разность энтропий $H(x)$ и $H_y(x)$:

$$H(x)-H_y(x)=H(x)+H(y)-H(x,y).$$

Аналогично этому можно определить уменьшение неопределенности события y, если событие x известно:

$$H(y)-H_x(y)=H(y)+H(x)-H(x,y).$$

Правые части обоих этих выражений равны количеству информации $I(x, y)$, получаемой благодаря внутренним связям, присущим системе

$$I(x,y)=H(x)-H_y(x); \qquad (2\text{-}35)$$

$$I(x,y)=H(y)-H_x(y), \qquad (2\text{-}36)$$

т. е. количество информации, передаваемой системой, определяется выигрышем в уверенности относительно одной группы событий, который может быть получен путем наблюдения за другой группой событий, или в терминах техники связи: передаваемое системой количество информации может быть вычислено как разрушение неопределенности состояний передатчика, вызванное наблюдением за состояниями приемника (или наоборот).

Полученные выражения полностью характеризуют неопределенность системы из двух групп случайных событий и ее частей, а также позволяют вычислить количество информации, передаваемой из одной части системы в другую.

При отсутствии в системе искажений и помех, т. е. при $H_x(y)=H_y(x)=0$, количество передаваемой информации становится равным неопределенности передатчика (или приемника, или всей системы):

$$I(x,y)=H(x)=H(y)=H(x,y). \qquad (2\text{-}37)$$

Во всех формулах настоящего параграфа количество информации отнесено к одному событию.

Пример 1. Имеются два канала, предназначенных для передачи информации в двоичном коде. В канал I в 80% случаев поступают посылки (1) и в 20% случаев — паузы (0); вероятность ошибочного приема составляет 0,02. В канал II посылки поступают с такой же вероятностью, как и паузы; вероятность ошибочного приема составляет 0,03. Требуется сравнить оба канала по количеству информации, приходящейся на один символ.

Решение. Запишем совместные вероятности для канала I:

$$P(1,1)=0{,}8\cdot 0{,}98=0{,}784;$$
$$P(1,0)=0{,}8\cdot 0{,}02=0{,}016;$$
$$P(0,1)=0{,}2\cdot 0{,}02=0{,}004;$$
$$P(0,0)=0{,}2\cdot 0{,}98=0{,}196.$$

Вероятности появления посылок и пауз на выходе приемника канала I:

$$P(1)=P(1,1)+P(0,1)=0{,}784+$$
$$+0{,}004=0{,}788;$$
$$P(0)=P(1,0)+P(0,0)=$$
$$=0{,}016+0{,}196=0{,}212.$$

Неопределенность состояния передатчика канала I:

$$H(x)=-(0{,}8\log_2 0{,}8+0{,}2\log_2 0{,}2)=$$
$$=0{,}722 \text{ дв. ед.}$$

Неопределенность состояния приемника канала I:

$$H(y)=-(0{,}788\log_2 0{,}788+$$
$$+0{,}212\log_2 0{,}212)=0{,}743 \text{ дв. ед.}$$

Совместная неопределенность канала I:

$$H(x,y)=-(0{,}784\log_2 0{,}784+$$
$$+0{,}016\log_2 0{,}016+0{,}004\log_2 0{,}004+$$
$$+0{,}196\log_2 0{,}196)=0{,}863 \text{ дв. ед.}$$

Количество информации на один символ сообщения, передаваемого по каналу I:

$$I(x,y)=H(x)+H(y)-H(x,y)=$$
$$=0{,}722+0{,}743-0{,}868=0{,}6 \text{ дв. ед.}$$

Совместные вероятности для канчала II:

$$P(1,1)=0{,}5\cdot 0{,}97=0{,}485;$$
$$P(1,0)=0{,}5\cdot 0{,}03=0{,}015;$$
$$P(0,1)=0{,}5\cdot 0{,}03=0{,}015;$$
$$P(0,0)=0{,}5\cdot 0{,}97=0{,}485.$$

Вероятность появления посылок и пауз на выходе приемника канала II:

$$P(1) = P(1,1) + P(0, 1) =$$
$$= 0,485 + 0,015 = 0,5;$$
$$P(0) = P(1, 0) + P(0,0) =$$
$$= 0,015 + 0,485 = 0,5.$$

Неопределенность состояния передатчика (приемника) канала II:

$$H(y) = H(x) = -2(0,5 \log_2 0,5) =$$
$$= 1 \text{ дв. ед.}$$

Совместная неопределенность канала II:

$$H(x,y) = -2(0,485 \log_2 0,485 +$$
$$+ 0,015 \log_2 0,015) = 1,19 \text{ дв. ед.}$$

Количество информации на один символ сообщения, передаваемого по каналу II:

$$I(x,y) = H(x) + H(y) - H(x,y) =$$
$$= 1 + 1 - 1,19 = 0,81 \text{ дв. ед.},$$

т. е. на 35% больше, чем в канале I.

Таким образом, несмотря на бо́льшую вероятность ошибочного приема, канал II оказался лучше приспособленным к передаче информации.

2-11. ИЗБЫТОЧНОСТЬ ИСТОЧНИКА ИНФОРМАЦИИ

Энтропия источника информации зависит от его статистических характеристик. Источник обладает максимальной энтропией $H(x)$, если вероятности появления символов одинаковы. Если одни символы появляются чаще, а другие реже, то энтропия источника уменьшается. При возникновении корреляционной связи между символами энтропия становится еще меньше. Чем сильнее корреляционная связь между символами, тем меньше становится энтропия источника, стремясь к нулю по мере приближения корреляционной связи к функциональной зависимости. Таким образом, чем дальше статистические характеристики источника от случая равновероятных и независимых символов, тем меньшее количество информации приходится на каждый символ, выдаваемый источником.

Оценить источник с этой точки зрения позволяет величина и з б ы т о ч н о с т и источника

$$R = \frac{H_{\text{макс}} - H(x)}{H_{\text{макс}}}, \qquad (2\text{-}38)$$

которая показывает в относительных единицах, насколько отличается энтропия $H(x)$ источника, имеющего m возможных состояний, от максимально возможной энтропии $H_{\text{макс}} = \log m$ (когда все m состояний источника равновероятны и независимы). Избыточность имеет пределы изменения от нуля до единицы, причем нуль относится к случаю равновероятных и независимых символов, а единица — к случаю, когда процесс, вырабатываемый источником, утрачивает свойства случайности и приобретает свойства функциональной зависимости.

Для выдачи одинакового количества информации источник с избыточностью должен выработать более длинный сигнал, чем источник без избыточности, так как

$$n_0 H_{\text{макс}} = nH(x)$$

и

$$n = n_0 \frac{H_{\text{макс}}}{H(x)},$$

где n_0 — количество символов в сигнале при равновероятном и независимом их появлении.

Избыточность источника представляет собой относительное число избыточных символов в сигнале:

$$R = \frac{n - n_0}{n}. \qquad (2\text{-}39)$$

Например, в английском языке используются 26 букв и один промежуток между словами. Если бы эти буквы встречались в речи с одинаковой вероятностью и появление одной из них никак не влияло бы на вероятность появления других, то энтропия английской речи составляла бы

$$H_{\text{макс}} = \log_2 m = \log_2 27 = 4,75 \text{ дв. ед.}$$

Если учесть неравновероятность появления различных букв английского языка, то энтропия уменьшается до значения

$$H_1 = 4,03 \text{ дв. ед.}$$

Учет влияния предыдущей буквы на вероятности появления последующей, двух последующих и т. д. приводит к дальнейшему снижению энтропии английской речи:

$$H_2 = 3,32; \quad H_3 = 3,1; \quad H_5 = 2,15;$$
$$H_8 = 1,86 \text{ дв. ед.}$$

Дальнейший учет корреляционных связей между буквами и словами английской речи оказался чрезвычайно трудным. Однако удалось установить, что энтропия H_N уменьшается до $N \approx 30$, а затем практически не изменяется. Большинство оценок сходится на том, что эта «предельная» энтропия английской речи заключена в пределах от 0,675 до 1,33 дв. ед. Приняв ее равной 1 дв. ед, можно определить избыточность английской речи:

$$R = \frac{H_{\text{макс}} - H_{\text{пред}}}{H_{\text{макс}}} = \frac{4,75 - 1}{4,75} = 0,79,$$

т. е. на каждые 100 букв английского текста 79 букв являются избыточными.

Увеличение избыточности источника увеличивает объем сигнала (при том же самом количестве информации) и, следовательно, снижает эффективность связи.

Для уменьшения избыточности сигнал перекодируют таким образом, чтобы сделать равномерным распределение вероятностей появления различных его элементов. Однако равномерное распределение энергетически невыгодно, так как при этом распределении большие и малые значения сигнала появляются одинаково часто. Чтобы снизить избыточность, сохранив среднюю мощность сигнала, необходимы другие законы распределения, например при передаче непрерывного сигнала — нормальное распределение (§ 1-17).

Другим способом уменьшения избыточности является декорреляция сигнала, т. е. разрушение вероятностных взаимосвязей между элементами сигнала. Известны два метода декорреляции сигнала: укрупнение элементов сигнала и предсказание.

Метод укрупнения элементов сигнала заключается в таком перекодировании сигнала, при котором несколько элементов сигнала объединяются в группы (блоки) и каждой из возможных групп сигналов присваивается свой символ. Если первоначальное число возможных элементов было равно m и декорреляция заключалась в попарном объединении элементов, то возможное число элементов увеличивается до m^2 и т. д. Таким образом, декорреляция сигнала методом укрупнения по существу заключается в переходе от кода с основанием m к коду с более высоким основанием m^l, где l — число первоначальных элементов, объединяемых в одну группу. Смысл этого метода заключается в том, что вероятностные связи между группами (укрупненными элементами) оказываются слабее, чем между элементами первоначального, неукрупненного сигнала. Если бы группы оказались совершенно независимыми, то укрупненный сигнал был бы полностью декоррелирован. В действительности корреляция между группами сохраняется, но она тем слабее, чем длинней группа, так как не вся предшествующая группа, а лишь последние ее элементы оказывают влияние на первые элементы последующей группы.

Метод предсказания заключается в приближенном предсказании будущих значений сигнала, которое основано на знании принятых значений сигнала и его вероятностных характеристик. Такое предсказание должно осуществляться одинаковым образом на передающей и приемной сторонах. При этом на передающей стороне осуществляется передача не данного элемента сигнала, а лишь разности между предсказанным и действительным значением этого элемента. На приемной стороне осуществляется сложение указанной разности, поступающей из линии связи, и предсказанного значения сигнала. Так восстанавливается истинное значение каждого элемента сигнала. Смысл такого способа передачи заключается в том, что разностный сигнал оказывается в значительной мере декоррелированным и обладает более выгодным распределением вероятностей.

В простейшем случае предсказанным значением сигнала может быть просто предыдущее значение сигнала:

$$x_{n\,\text{пр}} = x_{n-1}.$$

Тогда истинным значением является сумма

$$x_n = x_{n\,\text{пр}} + \Delta x,$$

где Δx — разность между предсказанным и истинным значением, равная в данном случае приращению сигнала. Приращение определяется на передающей стороне и передается по линии связи.

При более совершенном предсказании можно учесть тенденцию изменения сигнала, приняв за предсказанное значение величину

$$x_{n\,\text{пр}} = x_{n-1} + \frac{\partial x}{\partial t}\Delta t,$$

т. е. положив в основу предсказания идею о линейном изменении сигнала со скоростью $\partial x/\partial t$, которая определяется путем наблюдения прошлых значений функции сигнала $x(t)$.

Примером использования метода предсказания является способ передачи информации, получивший название дельта-модуляции. За предсказанное значение сигнала в этом способе принимается предыдущее значение сигнала. Предсказание осуществляется как на приемном, так и на передающем конце. По линии связи передается не приращение сигнала Δx, а лишь знак этого приращения. Иначе говоря, каждая посылка несет сообщение лишь о том, увеличивается в данный момент сигнал или уменьшается. Этого оказывается достаточно для передачи информации.

2-12. ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА

Количество информации, приходящейся на один символ, создаваемый источником X, равно энтропии $H(x)$ источника (см. § 2-9, свойство 5). Если источник создает символы через равные промежутки времени τ, то скорость создания информации

$$T(x) = \frac{H(x)}{\tau}.$$

Если же символы создаются источником через различные промежутки времени, то могут быть вычислены математическое ожидание промежутка времени между двумя соседними символами

$$\tau_{\text{ср}} = M\tau$$

и скорость создания информации

$$T(x) = \frac{H(x)}{\tau_{\text{ср}}}. \qquad (2\text{-}40)$$

Это простое определение скорости создания информации как энтропии источника, приходящейся на единицу времени, пригодно лишь для дискретных источников. Для непрерывных источников информации абсолютная энтропия бесконечна, а относительная энтропия определяется с точностью до произвольной постоянной (см. § 2-8). Действительно, если считать, что источник точно воспроизводит все бесконечное множество мгновенных значений непрерывной реализации процесса, подлежащего передаче по каналу связи, то естественно приписать такому источнику бесконечно большую энтропию и бесконечно большую скорость создания информации.

Но реальные источники никогда не воспроизводят заданный непрерывный сигнал с абсолютной точностью. Изменение во времени напряжения на выходе микрофона не совпадает во всех деталях с изменением давления воздуха на мембрану. Отклонения чувствительного элемента измерительного прибора следуют за изменениями измеряемой величины всегда с некоторой погрешностью. Процесс на выходе любого датчика несколько отличается от процесса на его входе.

Скоростью создания информации такими непрерывными источниками называют минимальное количество информации в единицу времени, необходимое для того, чтобы реализация случайного процесса на выходе источника с заданной точностью ε воспроизводила реализацию процесса на входе источника. При этом точность (верность) воспроизведения оценивается по величине максимальной разности между соответствующими значениями реализаций, по дисперсии ошибки воспроизведения или каким-либо иным образом. Понятие скорости создания информации непрерывного источника ввел А. Н. Колмогоров. Он предложил называть эту величину *ε-энтропией*.

По аналогии с понятием скорости создания информации можно ввести понятие *скорости передачи информации*. Для этого необходимо отнести к единице времени не все количество информации, создаваемой источником, а лишь то количество информации, которое передано по каналу связи на приемную сторону (см. § 2-8):

$$T(x,y) = \frac{H(x) - H_y(x)}{\tau_{ср}}. \qquad (2\text{-}41)$$

Скорость передачи информации определяется свойствами источника информации, приемника, а также особенностями помех в канале связи.

Однако в теории связи чаще возникает необходимость оценить *потенциальные* возможности данного канала связи в отношении скорости передачи информации. При такой постановке вопроса среди всех возможных способов передачи и приема сигналов (чаще всего подразумеваются различные способы кодирования) по данному каналу отыскивается такой способ, при котором достигается наибольшая скорость передачи информации по данному каналу. Эта максимально возможная скорость передачи информации по данному каналу, т. е. наибольшее количество информации, которое канал может пропускать в единицу времени, называется *пропускной способностью канала*:

$$C = \max T(x,y). \qquad (2\text{-}42)$$

Если и сигнал и помеха представляют собой стационарные процессы с нормальным законом распределения, то пропускная способность следующим образом зависит от основных характеристик канала (*формула Шеннона*):

$$C = F_к \log_2 \left(1 + \frac{P_с}{P_п}\right), \qquad (2\text{-}43)$$

т. е. возможная скорость передачи информации тем больше, чем шире полоса пропускания $F_к$ и динамический диапазон $P_с/P_п$ канала.

Введение понятия пропускной способности канала позволяет сформулировать следующую *теорему Шеннона*.

Если скорость $T(x)$ создания информации источником на входе шумящего канала меньше пропускной способности C канала, то существует такой код, при котором вероятность ошибки на приемной стороне как угодно мала, а скорость передачи информации $T(x, y)$ как угодно близка к скорости $T(x)$ создания информации. Если же $T(x) > C$, то не существует способа кодирования, при котором можно было бы передать все сообщения с малой вероятностью ошибки.

Теорема справедлива как для дискретных, так и для непрерывных источников информации, если в последнем случае под скоростью создания информации понимать ε-энтропию Приведенная теорема указывает на существование способа кодирования, при котором вероятность ошибки произвольно мала, а скорость передачи информации не уменьшается по сравнению со скоростью создания информации источником, если только $T(x) < C$, но она не разъясняет, как найти этот способ кодирования. Можно лишь показать, что вероятность ошибки тем меньше, а скорость передачи тем ближе к скорости создания информации, чем более длинными являются кодируемые последовательности сообщения (блоки).

Обращает на себя внимание утверждение о возможности сохранить скорость передачи при сколь угодно малой вероятности ошибочного приема. Ведь сам по себе факт беспредельного уменьшения вероятности ошибки путем введения избыточности в сигнал (например, путем повторения сигнала, см. § 2-14) никого удивить не

может. Но, казалось бы, избыточность при этом должна неограниченно возрастать, а скорость передачи — неограниченно уменьшаться. Теорема Шеннона показывает ошибочность такого вывода. Оказывается, можно закодировать сигнал источника таким образом, что скорость передачи не уменьшается, а вероятность ошибки будет сколь угодно мала.

2-13. ПОМЕХИ РАДИОСВЯЗИ

Помехами называются посторонние электромагнитные возмущения, накладывающиеся на передаваемые сигналы и препятствующие правильному приему сигналов.

Помехи радиосвязи весьма разнообразны по своему происхождению и по физическим свойствам. Напряжение помех может иметь самые различные формы: оно бывает синусоидальным (помехи от медицинских аппаратов диатермии, установок высокочастотной закалки и др.), импульсным — в виде отдельных импульсов или групп импульсов (например, помехи от систем зажигания двигателей внутреннего сгорания) или хаотическим (например, тепловой шум).

Характер мешающего воздействия радиопомех зависит не только от физических свойств помехи, но и от особенностей радиоканала (вид модуляции, принятый в данной системе, метод приема, параметры приемника и т. д.). Например, если на входе приемника помехи представляют собой хаотически следующие друг за другом импульсы, каждый из которых вызывает переходные процессы в цепях приемника, то форма и характер затухания этих процессов на выходе приемника зависят от ширины полосы пропускания приемника. При редких импульсах на входе и широкой полосе пропускания переходный процесс, вызванный любым импульсом, успевает затухнуть к моменту прихода следующего импульса, и в этом случае помеха на выходе приемника имеет импульсный характер. При частых импульсах на входе и узкой полосе пропускания переходные процессы перекрывают друг друга во времени и в результате помеха на выходе имеет гладкий характер.

Если в канале связи помеха ξ складывается с сигналом u

$$x = u + \xi,$$

то такая помеха называется аддитивной.

Если же воздействие помехи эквивалентно изменению коэффициента передачи канала (μ)

$$x = \mu u,$$

то такую помеху называют мультипликативной.

Ниже перечислены основные виды аддитивных помех радиосвязи и указаны физические причины их возникновения, различия в мешающем действии и возможные меры борьбы с ними.

Помехи соседних радиоканалов. Эти помехи возникают из-за перекрытия спектров соседних по несущей частоте радиоканалов или из-за попадания в полосу частот одного канала гармоник несущей другого канала (рис. 2-18).

Они проявляются в наложении на программу собственного радиоканала программы, передаваемой по соседнему радиоканалу, или в свисте, обусловленном биениями между несущими частотами соседних радиоканалов.

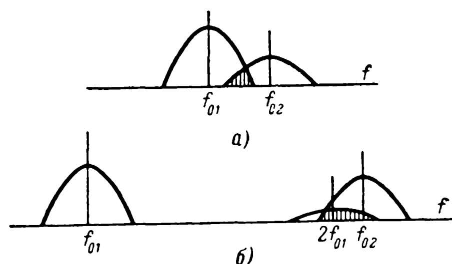


Рис. 2-18. Помехи соседних радиоканалов.
а — взаимное перекрытие спектров; *б* — попадание гармоник.

Мерами борьбы с подобными помехами могут быть:

раздвигание несущих частот соседних радиоканалов не менее чем на две полуширины спектров сигналов;

фильтрация на передающей стороне частот передаваемого сигнала; выходящих за пределы отведенной полосы;

фильтрация на передающей стороне гармоник несущей частоты;

установление и выдерживание расписания работы радиоканалов;

применение направленных антенн.

Промышленные помехи. К промышленным помехам относят электромагнитное излучение, вызванное возникновением затухающих колебаний при искрообразовании в различных электрических устройствах (электросварочные установки, электрический транспорт, системы зажигания автомобильных двигателей и т. д.).

Эти помехи проявляются в беспорядочном треске и щелчках в телефонах, в частных и беспорядочных разрывах изображения на экранах электроннолучевых трубок. Особенно сильное действие оказывают эти помехи на радиооборудование подвижных объектов (автомобили, самолеты, суда и т. д.), где радиоприемная аппаратура не может быть удалена от источников помех.

Бороться с такими помехами можно путем:

предотвращения или уменьшения искрообразования;

использования фильтров для замыкания накоротко путей высокочастотных колеба-

ний, возникающих в тех или иных электрических устройствах;

экранирования радиоаппаратуры.

К промышленным помехам относят также электромагнитное излучение высокочастотных промышленных, медицинских и бытовых установок (высокочастотная плавка, закалка, сушка и т. д.). Эти помехи создают упорядоченное шипение или треск в телефонах; они могут быть заметны в виде вуали на экране электроннолучевой трубки. Устраняются эти помехи путем экранирования высокочастотных установок, создающих помехи, или применением направленных антенн.

Атмосферные помехи. Причиной атмосферных помех является электромагнитное излучение грозовых разрядов и других электрических атмосферных явлений. Они проявляются главным образом на длинных и средних волнах в виде сильного нерегулярного треска в телефонах. От атмосферных помех можно избавиться переходом в ультракоротковолновый диапазон, свободный от этого вида помех. Кроме того, атмосферные помехи могут быть ослаблены путем применения направленного приема, так как наибольшие атмосферные помехи приходят из одних и тех же районов наиболее интенсивной грозовой деятельности, расположенных в экваториальной Африке, Индии и некоторых других местах.

Космические помехи. Космическими помехами является электромагнитное излучение Галактики и Солнца. Эти помехи особенно сильно проявляются в случае применения антенн с большим усилением, направленных на Солнце или в центр Галактики. Они заметны лишь на метровых и дециметровых волнах, поскольку для более длинных волн непрозрачной является ионосфера, а для более коротких — тропосфера. Статистические свойства и спектральный состав этих помех еще мало изучены, но уже сейчас ясно, что на метровых волнах они являются основным фактором, ограничивающим чувствительность приемников.

Флюктуационные помехи. Все перечисленные выше помехи порождаются внешними источниками. В отличие от них флюктуационные помехи являются внутренними шумами. Под флюктуационными помехами подразумеваются случайные колебания токов и напряжений в элементах радиоаппаратуры, обусловленные дискретной природой электричества.

Например, флюктуации постоянного тока объясняются некоторыми различиями в числе электронов, пересекающих поперечное сечение проводника в одинаковые промежутки времени, по сравнению со средним значением этого числа, определяющим силу постоянного тока. Флюктуации тока питания анодной цепи первой лампы приемника вызывают флюктуации напряжения на нагрузке, которые, будучи усиленными в последующих каскадах, могут создать ощутимую помеху на выходе приемника. Такая помеха называется дробовым эффектом.

Практически более заметными являются флюктуации напряжения, вызванные хаотическим тепловым движением свободных электронов во входных сопротивлениях приемника и в антенне. Этот вид флюктуационной помехи носит название теплового шума.

Флюктуационные помехи представляют собой последовательность чрезвычайно коротких импульсов, имеющих случайную величину и следующих друг за другом через случайные промежутки времени. Поскольку в основе явления лежит тепловое движение, интервалы между импульсами имеют порядок времени пробега молекул и электронов, а длительность импульсов еще меньше. Столь короткие импульсы имеют чрезвычайно широкий и практически равномерный спектр. Спектральную плотность мощности $G(\omega)$ этих помех считают постоянной во всем диапазоне радиоволн, а мощность $P_п$ флюктуационной помехи, воздействующей на приемник, определяют как произведение спектральной плотности на полосу частот $F_{пр}$, пропускаемых приемником. Таким образом, мощность флюктуационных помех оказывается пропорциональной полосе пропускания приемника. Кроме того, мощность тепловых флюктуаций, естественно, тем больше, чем больше абсолютная температура T «шумящего» сопротивления.

Таким образом, средняя мощность тепловых флюктуаций

$$P_п = kTF_{пр}, \qquad (2\text{-}44)$$

где k — коэффициент пропорциональности (постоянная Больцмана)

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ вт \cdot сек/град.$$

Средний квадрат $\overline{\mathcal{E}^2}$ э. д. с., обусловленной тепловыми флюктуациями в «шумящем» сопротивлении R, может быть вычислен по формуле Найквиста

$$\overline{\mathcal{E}^2} = 4kTF_{пр}R. \qquad (2\text{-}45)$$

Колоссальная ширина спектра флюктуационных помех, превосходящая ширину диапазона радиоволн, а также равномерность этого спектра свидетельствуют о том, что флюктуационные помехи являются процессом, функция корреляции которого отлична от нуля лишь при $\tau=0$. Однако ограничение ширины спектра помехи вследствие фильтрации в приемнике вносит корреляцию.

Что касается высоты импульсов тепловых флюктуаций, то наиболее вероятны, конечно, мелкие выбросы. Тем не менее случайный характер суммирования громадного числа мелких электрических возмущений допускает появление сколь угодно больших значений; однако чем больше значение флюктуации, тем меньше его вероят-

ность. Обычно флюктуации во входных цепях приемника состоят из отдельных импульсов, но эти импульсы возникают один за другим настолько часто, что нестационарные явления в приемнике от отдельных импульсов накладываются друг на друга. При большом количестве взаимно накладывающихся переходных процессов к их сумме можно применить центральную предельную теорему теории вероятностей. Эта теорема говорит о том, что закон распределения суммы независимых случайных величин, имеющих одинаковые функции распределения, стремится по мере увеличения числа слагаемых к нормальному независимо от того, каков закон распределения слагаемых. Именно таким случаем является сложение огромного числа тепловых флюктуаций и вызванных ими нестационарных процессов. Независимо от того, каков закон распределения первичных флюктуаций, огромное число суммирующих членов приводит к нормальному закону распределения результирующего напряжения флюктуационной помехи (см. § 1-17):

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}, \qquad (2\text{-}46)$$

где

$$\sigma^2 = M(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x)\,dx$$

— удельная мощность нормальной флюктуационной помехи.

Вероятность того, что флюктуация не превзойдет по абсолютной величине некоторую заданную величину ε, может быть определена с помощью интеграла вероятностей $\Phi(x)$:

$$P(|\xi| < \varepsilon) = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\,\sigma}\right). \qquad (2\text{-}47)$$

Вероятность того, что флюктуация превысит по абсолютной величине некоторую заданную величину ε, также просто выражается через интеграл вероятностей (см. § 1-17):

$$P(|\xi| > \varepsilon) = 1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\,\sigma}\right).$$

Отмеченные свойства флюктуационных помех заставляют считать их наиболее вредным и неизбежным видом помех. Поэтому при анализе помехоустойчивости радиосвязи исходят из наличия именно этой наиболее опасной для радиосвязи помехи.

2-14. СПОСОБЫ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СВЯЗИ

Помехоустойчивость. Под помехоустойчивостью системы связи понимают способность ее передавать сообщения в условиях помех. Различают также и помехоустойчивость отдельных звеньев системы связи, осуществляющих то или иное преобразование сигнала (помехоустойчивость приемника, помехоустойчивость кода, помехоустойчивость видов модуляции и т. д.).

При данном виде помех помехоустойчивость связи тем выше, чем больше степень соответствия между принятым и переданным сигналом. Но критерий этого соответствия не может быть единым. В зависимости от условий связи и требований, предъявляемых к сигналам, в качестве критерия соответствия могут быть приняты вероятность ошибочного приема, максимальное отклонение, среднеквадратичное отклонение и многие другие критерии. По этой причине единое количественное определение помехоустойчивости отсутствует; ниже указаны наиболее употребительные частные определения.

Помехи вносят ошибки в передаваемые сообщения, в результате чего вместо переданных сообщений на приемной стороне воспроизводятся другие сообщения. Сообщения передаются тем точнее, чем меньше вероятность ошибочного приема, т. е. чем меньше *вероятность искажения* $P_{иск}$. Поэтому количественная оценка помехоустойчивости связи может быть дана с помощью величины, обратной вероятности искажения. Этот способ оценки помехоустойчивости особенно удобен при передаче дискретной информации. В телеграфии вероятность искажения $P_{иск}$ практически равна проценту искажения телеграфных знаков при большом числе принятых знаков.

При передаче отдельных параметров (например, в телеметрии) воспроизведенное на приемной стороне значение параметра под действием помехи может оказаться отличным от переданного значения. При воздействии на приемник флюктуационной помехи, распределенной по нормальному закону, ошибка θ воспроизведения параметра приемным устройством будет также случайной величиной, подчиняющейся нормальному закону распределения вероятностей. В этом случае помехоустойчивость часто характеризуют обратной величиной *среднего квадратического значения ошибки воспроизведения* передаваемого параметра:

$$\overline{\theta^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta^2 p(\theta)\,d\theta.$$

При передаче непрерывных сообщений для количественной оценки помехоустойчивости часто используется способ, основанный на сравнении отношений средних мощностей сигнала и помехи на выходе приемников $(P_с/P_п)_{вых}$ при условии, что на входе сравниваемых приемников эти отношения $(P_с/P_п)_{вх}$ одинаковы. Если, например, применение того или иного способа или устройства для защиты от помех привело к увеличению отношения $(P_с/P_п)_{вых}$ в

10 раз, то говорят, что помехоустойчивость увеличилась в 10 раз.

Иногда для оценки помехоустойчивости того или иного радиотехнического устройства используют понятие коэффициента подавления, т. е. отношения

$$k_п = \frac{P_п}{P_с}$$

— средней мощности помехи на входе приемника к средней мощности сигнала на входе приемника, которое необходимо для полного подавления работы приемного устройства.

При отсутствии в канале связи помех и искажений переданная информация равна неопределенности источника или приемника (см. § 2-10):

$$I_0(x,y) = H(x) = H(y).$$

В реальных каналах, обладающих искажениями и помехами, переданная информация меньше на величину неоднозначности приемника (или источника):

$$I(x,y) = H(y) - H_x(y) < I_0(x,y).$$

Отсюда следует, что для передачи заданного количества информации $I_0(x, y)$ по каналу с шумом необходимо некоторое избыточное количество информации, равное, по крайней мере, неоднозначности $H_x(y)$, обусловленной шумом. Таким образом, при наличии помех не имеет смысла сильно сокращать избыточность (см. § 2-11). Наоборот, в этих условиях целесообразно допустить некоторую избыточность источника информации и распорядиться ею так, чтобы повысить помехоустойчивость связи.

Приведенные ниже в качестве примеров методы повышения помехоустойчивости связи подтверждают, что увеличение помехоустойчивости может быть достигнуто лишь ценой увеличения объема сигнала, т. е. за счет избыточности сигнала по длительности, ширине спектра или превышения его над помехой.

Накопление. Для отделения сигнала от помехи может быть использовано любое различие между ними. Однако затруднение заключается в том, что на приемной стороне различия между сигналом и помехой часто отсутствуют, так как и сигнал и помеха есть случайные процессы с перекрывающимися спектрами. Для повышения помехоустойчивости связи в этом случае целесообразно заранее наделить сигнал каким-либо свойством, отличающим его от помехи, и использовать это отличие для разделения сигнала и помехи.

Метод накопления состоит в том, что на передающей стороне сигнал наделяют свойством периодичности в ограниченном интервале времени, т. е., попросту говоря, n раз повторяют каждое значение сигнала h. На приемной стороне все принятые образцы сигнала и наложенной на него флюктуационной помехи ξ складывают в каком-либо накопителе (конденсатор, электроннолучевая трубка с послесвечением, потенциалоскоп и др.). При этом сигнал и помеха складываются по-разному. Все образцы сигнала одинаковы; поэтому их напряжения складываются арифметически и в результате дают значение nh. Напряжение помехи при каждом повторении может иметь разные значения и знаки; поэтому они складываются алгебраически и накопление значений помехи

$$\sum_{i=1}^{n} \xi_i$$

происходит медленней, чем накопление сигнала. При достаточно большом числе повторений отношение напряжений накопленных сигнала и помехи

$$\frac{nh}{\sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i} = \frac{h}{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i}$$

теоретически может достигнуть сколь угодно больших значений. Действительно, флюктуационная помеха флюктуирует около нуля, и среднее арифметическое ее значений

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \xi_i$$

тем меньше, чем больше число n повторений.

В реальных системах число повторений n всегда конечно. В этом случае ошибка при приеме будет отсутствовать, если абсолютная величина флюктуации накопленной помехи

$$\left| \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \xi_i - \bar{\xi} \right|$$

не превысит усредненный сигнал h. Флюктуации накопленной помехи подчинены нормальному закону распределения. Поэтому вероятность правильного приема

$$P\left\{ \left| \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \xi_i - \bar{\xi} \right| < h \right\}$$

может быть вычислена (см. § 1-17, 2-13) с помощью интеграла вероятностей $\Phi(x)$, в аргументе $x = \varepsilon / \sqrt{2}\sigma$ которого нужно положить $\varepsilon = h$, а вместо σ подставить $\sigma / \sqrt{n}$, так как при независимых ξ_i дисперсия флюктуации накопленной помехи

$$D\left\{ \left| \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \overline{\xi_i - \bar{\xi}} \right| \right\} = D\left(\frac{\xi_1}{n}\right) + \left(\frac{\xi_2}{n}\right) +$$

$$+\cdots+D\left(\frac{\xi_n}{n}\right)=\frac{1}{n^2}D(\xi_1)+$$
$$+\frac{1}{n^2}D(\xi_2)+\cdots+\frac{1}{n^2}D(\xi_n)=$$
$$=\frac{n\sigma^2}{n^2}=\frac{\sigma^2}{n}.$$

В результате

$$P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\overline{\xi}\right|<h\right\}=$$
$$=\Phi\left(\frac{h}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{2}}\right). \qquad (2\text{-}48)$$

Из этого выражения по заданной вероятности P правильного приема может быть найдено необходимое число n повторений.

Метод накопления называют интегральным приемом, если вместо суммирования дискретных отсчетов h осуществляется интегрирование непрерывной функции $x(t)=h+\xi(t)$ за время T, равное длительности элементарной посылки. В этом случае $n=T/\tau_0$, где τ_0 — интервал корреляции помехи.

Для накопления сигнала необходимо время, и, следовательно, повышение помехоустойчивости по этому методу достигается за счет увеличения длительности сигнала.

Однако можно обойтись и без увеличения длительности сигнала, передавая необходимое количество n одинаковых образцов сигнала к приемнику по n каналам связи, полосы которых не перекрывают друг друга. Если при этом все образцы сигнала идентичны, а помехи в каналах независимы, то сложение принятых образцов сигнала и наложенной на них помехи приведет к аналогичным результатам. Увеличение помехоустойчивости в этом случае достигается за счет расширения спектра сигнала.

Выбор вида модуляции. Степень мешающего воздействия различных помех сильно зависит от вида модуляции, принятого в данной системе связи. Поэтому, зная ожидаемый вид помех, можно повысить помехоустойчивость связи путем выбора малочувствительной к этим помехам модуляции.

При узкополосных видах модуляции (например, АМ) повышение помехоустойчивости в отношении флюктуационных помех может быть достигнуто лишь за счет интегрирования на интервале корреляции модулирующей функции $\Delta\tau=1/2F$, т. е. путем использования метода накопления. Различная закономерность накопления коррелированного сигнала и слабо коррелированной помехи приводит к тем большему увеличению отношения $P_c/P_п$ на выходе приемника, чем шире интервал корреляции модулирующей функции (чем уже ее спектр).

Широкополосные виды модуляции (ЧМ, ФИМ, КИМ), т. е. такие, у которых спектр модулированного колебания значительно шире спектра модулирующей функции, обладают еще одной возможностью повышения помехоустойчивости. Осуществляемое детектором свертывание широкополосного сигнала в узкополосный сопряжена с суммированием сильно коррелированных спектральных составляющих сигнала, в то время как спектральные составляющие флюктуационной помехи коррелированы тем слабей, чем шире полоса частот, в которой осуществляется их суммирование при свертке. В результате отношение $P_c/P_п$ на выходе приемника тем больше, чем шире спектр модулированного колебания по сравнению со спектром модулирующей функции. Этот выигрыш может быть весьма существенным и достигается не в результате увеличения мощности сигнала или его длительности (как в методе накопления), а лишь за счет расширения спектра сигнала.

Оценка этого выигрыша может быть получена путем сравнения превышения сигнала над помехой на выходе широкополосного и узкополосного приемников при одном и том же превышении на их входе.

Сравнение ЧМ с АМ дает:

$$\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{ЧМ}\approx 3{,}3\beta^2\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{АМ}, \qquad (2\text{-}49)$$

где β — максимальный индекс частотной модуляции, т. е. индекс, соответствующий наибольшему частотному отклонению. Например, в ЧМ радиовещании принята девиация частоты $f_д=75$ *кгц* при спектре модулирующего сигнала $F=5$ *кгц*, $\beta=15$ и

$$\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{ЧМ}\approx 700\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{АМ},$$

т. е. применение частотной модуляции эквивалентно увеличению мощности сигнала на несколько порядков. Выигрыш получается тем больший, чем шире спектр ЧМ сигнала (см. § 2-5).

Сравнение ДИМ и АИМ дает:

$$\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{ДИМ}\approx 3{,}76\alpha\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{АИМ}, \qquad (2\text{-}50)$$

где $\alpha=\tau/\mu$ — отношение длительности τ используемого импульса (до модуляции) к длительности μ фронтов этого импульса.

Сравнение ФИМ с АИМ дает:

$$\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{ФИМ}\approx 1{,}88\gamma^2\alpha\left(\frac{P_c}{P_п}\right)_{АИМ}, \qquad (2\text{-}51)$$

где $\gamma=T/\tau$ — скважность.

Таким образом, помехоустойчивость АИМ и ФИМ увеличивается при увеличении α, т. е. при увеличении ширины спектра сигнала. У ФИМ имеется дополнительная возможность повышения помехоустойчивости за счет увеличения скважности, т. е. за счет расширения спектра или увеличения длительности сигнала.

Нужно, однако, иметь в виду, что указанные преимущества в помехоустойчивости широкополосных видов модуляции проявляются лишь при сравнительно небольших помехах $\left(\text{при } \frac{P_c}{P_п} \geqslant 1\right)$.

Оптимальная фильтрация. Если на вход линейного фильтра поступает смесь сигнала и помехи

$$x(t) = u_c(t) + \xi_п(t),$$

то уместно поставить вопрос о том, как наилучшим образом выделить сигнал из этой смеси. Известными считаются статистические характеристики (спектр или корреляционная функция) случайных процессов, представляющих сигнал и помеху. Искомой является передаточная функция (частотная характеристика) оптимального фильтра.

Задача об оптимальной фильтрации решается по-разному в зависимости от того смысла, который вкладывается в понятие оптимальности. Рассмотрим в этой связи два наиболее важных случая оптимальной фильтрации.

В первом случае форма сигнала известна и от фильтра требуется не сохранение формы сигнала, а сохранение полезного сообщения, заключенного в сигнале, т. е. сохранение неискаженным помехой информативного параметра сигнала. Такая задача может быть поставлена при фильтрации сигналов, форма которых известна на приемной стороне (например, обнаружение сигнала в радиотелеграфии и радиолокации). Фильтр при этом называют оптимальным, если в некоторый момент времени t_0 на его выходе обеспечивается максимальное отношение пикового значения напряжения сигнала к среднеквадратичному значению напряжения шума. Такой фильтр может быть интегратором. При этом он должен лучше пропускать те частоты, на которых больше интенсивность спектральных составляющих сигнала и меньше интенсивность помех. И действительно, теория дает следующее выражение для передаточной функции (см. § 5-2) такого оптимального фильтра:

$$K(j\omega) = ae^{-j\omega t_0}\frac{\Phi^*(j\omega)}{G_п(\omega)}, \qquad (2\text{-}52)$$

где a — произвольная постоянная;

$\Phi^*(j\omega) = \Phi(-j\omega)$ — величина, комплексно-сопряженная амплитудному спектру сигнала;

$G_п(\omega)$ — спектр мощности помехи.

В случае помехи с равномерным спектром частотная характеристика оптимального фильтра с точностью до постоянного множителя совпадает с амплитудным спектром сигнала:

$$|K(j\omega)| = a|\Phi(j\omega)|. \qquad (2\text{-}53)$$

Например, при приеме сигнала в виде периодически повторяющихся импульсов, спектр которого состоит из отдельных узких полос (см. рис. 1-62, *б*), фильтр должен пропускать лишь эти полосы. Периодический сигнал пройдет через такой фильтр без искажений, а мощность помехи уменьшится, так как она будет складываться из мощностей лишь тех спектральных составляющих помехи, которые попадут в полосы прозрачности фильтра. Такой фильтр для приема последовательностей импульсов получил название *гребенчатого фильтра*. Его применение приводит к тем большему увеличению превышения сигнала над помехой, чем у́же полоса прозрачности фильтра. В свою очередь полосы прозрачности могут быть сделаны тем более узкими, чем больше сигнал приближается к периодическому (в пределе полосы спектра периодического сигнала превращаются в линии). Но приближение к периодическому сигналу, т. е. достаточно многократное его повторение, приводит к увеличению длительности сигнала. Таким образом, оптимальная фильтрация в этом случае повышает помехоустойчивость за счет увеличения длительности сигнала.

Во втором случае форма сигнала неизвестна и от фильтра требуется сохранение формы сигнала. Например, фильтрация после детектора, осуществляемая в усилителях низкой частоты радиоприемных устройств, должна обеспечить наилучшее воспроизведение на фоне шума не одного или нескольких параметров сигнала, а всего напряжения сигнала $u_c(t)$. В этом случае в качестве критерия точности воспроизведения сигнала удобно принять среднеквадратическую ошибку, т. е. средний квадрат уклонения воспроизведенного сигнала от переданного. Если сигнал и помеха являются независимыми и стационарными случайными процессами, то частотная характеристика оптимального фильтра, обеспечивающего минимальную среднеквадратическую ошибку, определяется спектрами мощности сигнала $S_c(\omega)$ и помехи $S_п(\omega)$:

$$|K(j\omega)| = \frac{S_c(\omega)}{S_c(\omega) + S_п(\omega)}. \qquad (2\text{-}54)$$

Фильтр ослабляет те спектральные составляющие, которые сильней поражены помехой (для которых больше отношение $S_п(\omega)/S_c(\omega)$, а на тех частотах, где помеха отсутствует, коэффициент передачи $K=1$.

Корреляционный прием. Выделение длительного периодического сигнала $u_c(t)$ из смеси сигнала с помехой

$$x(t) = u_c(t) + \xi_п(t)$$

может быть осуществлено путем исследования функции корреляции этой смеси. Корреляционный приемник, осуществляющий такое исследование, содержит блок перемножения и блок усреднения (интегратор).

При *взаимокорреляционном приеме* приемник, располагая образцом сигнала, определяет функцию взаимной

корреляции между принятой смесью $x(t)$ и образцом сигнала $u_c(t)$:

$$K(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[u_c(t)+\xi_п(t)]\times$$
$$\times[u_c(t+\tau)]\,dt=K_{с.с}(\tau)+K_{п.с}(\tau).$$

Если сигнал и помеха некоррелированы, то $K_{п.с}(\tau)=0$ и напряжение $K_{с.с}(\tau)$ на выходе коррелятора будет свидетельствовать о наличии сигнала в смеси $x(t)$.

Автокорреляционный прием используется при отсутствии априорных сведений о частоте сигнала. Приемник в этом случае определяет автокорреляционную функцию принятой смеси:

$$K(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[u_c(t)+\xi_п(t)]\times$$
$$\times[u_c(t+\tau)+\xi_п(t+\tau)]\,dt=$$
$$=K_{с.с}(\tau)+K_{п.п}(\tau)+K_{с.п}(\tau)+K_{п.с}(\tau).$$

При отсутствии корреляции между сигналом и помехой последние два слагаемых исчезают. Что касается оставшихся двух слагаемых, то первое из них носит черты периодичности, так как является функцией автокорреляции сигнала близкого к периодическому, а второе обращается в нуль, если сдвиг τ больше интервала корреляции помехи $\tau_п$. Таким образом, при достаточно большом сдвиге τ и времени усреднения T напряжения $K_{с.с}(\tau)$ на выходе коррелятора свидетельствует о наличии периодического сигнала в смеси.

Однако реальные сигналы связи не являются периодическими, а ограничены некоторой длительностью τ_c. Следовательно, при $\tau>\tau_c$ автокорреляционная функция сигнала становится равной нулю (рис. 2-19). С другой стороны, интервал корреляции помехи $\tau_п$ возрастает тем больше, чем большему ограничению подвергается спектр помехи в приемнике. При оптимальной фильтрации до коррелометра $\tau_п$ может превысить τ_c и корреляционный прием не даст никакого выигрыша.

Таким образом, автокорреляционный прием эффективен только в том случае, если $\tau_c>\tau_п$, т. е. при широкой полосе пропускания приемника и достаточно длительных сигналах. Повышение помехоустойчивости достигается за счет избыточности сигнала по длительности.

Корректирующие коды. При передаче кодированных сигналов в условиях помех некоторые из передаваемых сигналов могут превращаться в другие — ошибочные. Для обнаружения и исправления этих ошибок необходимо создавать кодированные сигналы с определенной степенью избыточности.

В каналах, имеющих обратную связь, достаточно обнаружить ошибку, потребовать повторения передачи и, таким образом, устранить ошибку. Так поступают в системах телеграфии с перезапросом. В этих системах используются коды, обнаруживающие ошибки.

Однако имеются каналы, в которых обратная связь невозможна или затруднительна. Например, перезапрос может быть невозможен при обнаружении ошибки в сведениях, хранящихся в долговременной памяти вычислительной машины. На перезапрос не остается времени в системах

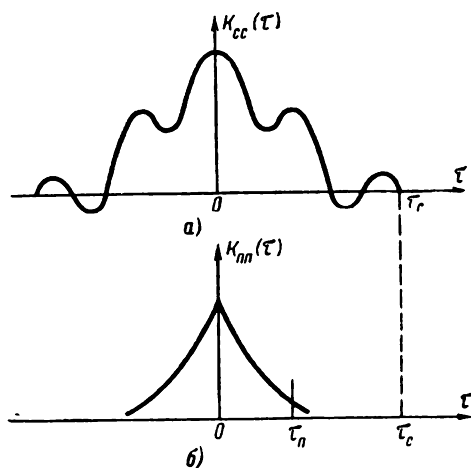


Рис. 2-19. Функция автокорреляции сигнала (*а*) и помехи (*б*).

управления ракетами. Перезапрос может оказаться слишком сложной процедурой при приеме информации с искусственного спутника Земли и т. д. В подобных случаях необходимо применять коды, исправляющие ошибки.

Самым простым, хотя и не очень экономичным способом обнаружения ошибки является повторение сигнала и сличение двух его образцов.

Например, приняв по аппарату Бодо кодовую группу 01010, можно посчитать ее за букву *Г* в то время как передавалась буква *Д*, но четвертый знак оказался искаженным. Повторение сообщения и сличение двух образцов: 01010, 01000 позволяет обнаружить ошибку. В этом случае для обнаружения ошибки потребовалось столько же избыточных знаков, сколько и для передачи сообщения, т. е. избыточность $R=0{,}5$.

Сличение двух образцов позволяет обнаружить, но не исправить ошибку. Для исправления ошибки необходима еще бо̀льшая избыточность. Приняв, например, 4 сигнала (об одном и том же сообщении): 01010, 01000, 01000, 01000, т. е. допустив избыточность $R=0{,}75$, можно с некоторой уверенностью утверждать, что передавалась не буква *Г*, а буква *Д*.

Более экономичным способом обнаружения ошибки является способ подписи сигнала. Подписью может служить сумма цифр, составляющих кодовую группу. Например, вместо кодовой группы 83755 передается группа 8375528.

Сличение переданной суммы (28) с суммой принятых цифр позволяет обнаружить ошибку при избыточности $R=2/7=0{,}29$. Еще меньшая избыточность потребуется, если в качестве подписи передавать лишь последнюю цифру суммы 837558.

В качестве подписи к кодовым группам Бодо можно использовать двоичную цифру 0 или 1, выбирая ее так, чтобы сумма цифр полученной шестизначной кодовой группы составила четное число. В этом случае принятая кодовая группа 010100 должна быть признана буквой *Г*, кодовая группа 010001 буквой *Д*, а кодовая группа 010101 должна считаться ошибочной. Для обнаружения одиночной ошибки в этом случае нужен лишь один избыточный знак на шестизначную группу, т. е. $R=0{,}167$.

Для обнаружения двойных ошибок и для исправления ошибок невозможно обойтись столь простыми подписями, а приходится строить более мощные корректирующие коды.

Можно пояснить общую идею создания корректирующих кодов на примере n-значного двоичного кода. Если для передачи сообщений используются все 2^n кодовых групп этого кода, то ошибка в каком-либо знаке приводит к приему сообщения, отличного от переданного, и не может быть ни обнаружена, ни исправлена. Но можно допустить один избыточный знак в каждой группе. Число возможных групп (2^{n+1}) удвоится. Половину этих групп можно использовать для передачи 2^n сообщений. Эти группы называют разрешенными. Их подбирают так, чтобы среди них не было пар, отличающихся только в одном знаке. Тогда ошибка в одном знаке будет переводить группу из половины разрешенных групп в половину запрещенных групп. Таким путем избыточность $R=\frac{1}{n+1}$ может быть использована для обнаружения одиночной ошибки.

Для исправления одиночной ошибки нужно допустить столько избыточных знаков в каждой кодовой группе, чтобы получить еще больше возможных кодовых комбинаций и отобрать в качестве 2^n разрешенных кодовых групп только такие, которые различаются друг от друга тремя и более знаками. Тогда ошибка в одном знаке может быть не только обнаружена (так как она образует запрещенную комбинацию), но и исправлена, так как она создает комбинацию, отличную в одном знаке от действительно переданной группы и не менее чем в двух знаках от любой другой из разрешенных групп. Таким образом, за истинную группу следует принимать наиболее близкую из разрешенных групп.

Аналогично может быть решен вопрос об обнаружении или исправлении кодовых групп, в которых допущены не одна, а две, три и т. д. ошибок. Для оценки способности двоичного кода обнаруживать и исправлять ошибки вводится понятие расстояния Хэмминга. Расстояние Хэмминга между двумя кодовыми группами равно числу мест, в которых эти группы отличаются друг от друга. Например, расстояние Хэмминга между группами 00000 и 01011 равно трем.

Для того чтобы код мог обнаружить все кодовые группы, в которых допущено не более μ ошибок, необходимо, чтобы минимальное расстояние Хэмминга между разрешенными кодовыми группами было равно $\mu+1$. В этом случае никакая комбинация из $\mu'\leqslant\mu$ ошибок не сможет перевести одну разрешенную группу в другую.

Для того чтобы код мог исправить все кодовые группы, в которых допущено не более ν ошибок, необходимо, чтобы минимальное расстояние Хэмминга между разрешенными кодовыми группами было равно $2\nu+1$. В этом случае любая кодовая группа, в которой допущено $\nu'\leqslant\nu$ ошибок, отличается от переданной группы в ν' символах, а от любой другой разрешенной группы — в $2\nu+1-\nu'>\nu'$ символах, т. е. за переданную группу нужно принимать ближайшую разрешенную группу.

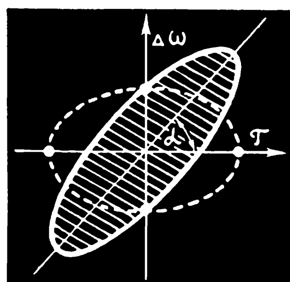
Для того чтобы код мог обнаружить все кодовые группы, в которых допущено не более μ ошибок, и одновременно исправить все кодовые группы, в которых допущено $\nu\leqslant\mu$ ошибок, необходимо, чтобы минимальное расстояние Хэмминга между разрешенными кодовыми группами было равно $\mu+\nu+1$.

ЛИТЕРАТУРА

Харкевич А. А., Очерки общей теории связи, Гостехиздат, 1955

Харкевич А. А., Борьба с помехами, Физматгиз, 1963

Котельников В. А., Теория потенциальной помехоустойчивости, Госэнергоиздат, 1956.



РАЗДЕЛ 3

ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ



СОДЕРЖАНИЕ

3-1. ВВЕДЕНИЕ

Теория информации, основные идеи которой были изложены в предыдущей главе, позволяет сформулировать ряд принципиальных положений, определяющих потенциальные характеристики каналов передачи информации.

Одно из этих положений утверждает, что при передаче заданного сообщения существует наивыгоднейший метод кодирования сигналов, требующий минимального времени передачи при сохранении информации. Согласно второму положению передача любого сообщения по каналу связи может осуществляться со скоростью, сколь угодно близкой к ее максимально допустимому значению (равному пропускной способности канала), при произвольно малой вероятности ошибки, если выбрать оптимальный метод кодирования, который в принципе всегда существует.

Однако теория информации в настоящее время не позволяет дать ответ на вопрос, как составить этот оптимальный или наивыгоднейший код применительно к передаче конкретного сообщения. В лучшем случае теория информации позволяет оценить, насколько какой-либо выбранный метод кодирования близок к оптимальному.

Следовательно, опираясь только на теорию информации, мы не можем решать задачи синтеза каналов связи, наилучшим образом передающих заданные сообщения. Здесь на помощь приходит теория помехоустойчивости, обосновывающая принципы построения такой радиоаппаратуры, которая передает информацию при наличии помех с минимумом искажений. Основу теории помехоустойчивости составляет принцип оптимальной фильтрации.

Наиболее часто термин оптимальная фильтрация относят к наилучшему решению задачи обнаружения, являющейся главной и хронологически первой в процессе анализа сигналов. При этом разрешение и точность измерения анализируются по выходному напряжению приемника, оптимального для обнаружения. Именно так и рассматривается вопрос об оптимальной фильтрации в данной главе. Следует заметить, что если сигналы принимаются совместно с нормальным гладким шумом, то фильтр, оптимальный при обнаружении сигналов, будет оптимальным и при измерении их параметров. В дальнейшем мы будем предполагать, что помеха близка к нормальному гладкому шуму.

В процессе радиопередачи информации большое значение имеет обработка радиосигналов в приемнике. Радиосигналами называются электромагнитные колебания, законы изменения параметров которых заключают в себе полезную информацию.

Радиосигналы всегда сопровождаются помехами естественного или искусственного происхождения. К помехам естественного происхождения относятся радиоизлучение небесных тел, радиоизлучение грозовых разрядов, флюктуации токов и напряжений в радиотехнических цепях и др. Искусственные помехи создаются с помощью специальных устройств, например передатчиков помех.

Извлечение полезной информации, переносимой радиосигналами, связано с разделением сигналов и помех. В некоторых случаях удается почти полностью отделить (отселектировать) сигналы от помех. Если сигналы и помехи поступают к приемнику в разные моменты времени, то целесообразна временна́я селекция сигналов. Так, например, при радиолокационном наблюдении за целями с помощью наземных станций, работающих в импульсном режиме, временна́я селекция позволяет устранить помехи, вызванные отражениями от близко расположенных местных предметов (домов, деревьев, складок местности и др.). Отражения от местных предметов приходят к приемнику вскоре после излучения зондирующих импульсов, а сигналы от целей приходят со значительным запаздыванием. Запирая приемник на некоторое время после излучения каждого зондирующего импульса, можно исключить появление помех на выходе приемника.

При большом различии между частотными спектрами сигналов и помех может быть применена частотная селекция. Так, например, при приеме сигналов заданной радиостанции мешающее действие излучения других станций может быть устранено или сильно ослаблено при использовании в приемнике *узкополосных перестраиваемых фильтров*.

При различии вида поляризации сигналов и помех можно использовать поляризационную селекцию. Например, применяя излучение радиоволн с круговой поляризацией и используя *поляризационные фильтры* в приемнике, можно добиться увеличения соотношения мощностей полезных сигналов и мешающих отражений от гидрометеоров в сотни и тысячи раз.

Можно, наконец, использовать пространственную селекцию сигналов, которая эффективна, когда источники сигналов и помех расположены в удаленных одна от другой точках пространства. Пространственная селекция осуществляется с помощью антенных устройств, с *узкими диаграммами направленного действия*.

Однако такое почти полное разделение сигналов и помех можно осуществить далеко не всегда. Часто временны́е, частотные и другие характеристики сигналов и помех имеют не очень значительные отличия. Именно так, например, обстоит дело, если сравнивать сигналы и собственные шумы приемника: независимо от направления и времени прихода радиоволн к приемнику сигналы всегда будут сопровождаться шумом; спектр сигналов всегда перекрывается спектром шума. В этих условиях полностью разделить сигналы и помехи невозможно и полезная информация, содержащаяся в сигналах, заведомо будет искажена помехами. Мешающее воздействие помех может быть уменьшено при использовании в приемнике для обработки смеси сигналов и помех специальных устройств, которые называются оптимальными (наилучшими) фильтрами; процесс выделения переданной информации называется оптимальной фильтрацией. Оптимальность фильтров состоит в том, что они позволяют в данных конкретных условиях выделить полезную информацию с минимально возможными искажениями.

Критерии качества выделения передаваемой информации зависят от метода кодирования радиосигналов. Информация может быть заключена в самом факте наличия или отсутствия сигнала, т. е. код образуется всего двумя ситуациями — сигнал есть и сигнала нет. Информация может быть заключена в количестве приходящих сигналов (кодирование через число сигналов) и в значениях параметров этих сигналов. Для выделения информации необходимо обнаруживать сигналы (т. е. давать ответ на вопрос — есть сигнал или его нет), разрешать их между собой (т. е. отвечать на вопрос о том, сколько различных сигналов имеется на входе приемника) и измерять их параметры (т. е. указывать значения амплитуды, частоты, фазы и др.). Оптимальная фильтрация позволяет наилучшим образом ответить на любой из перечисленных вопросов.

3-2. ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ

Критерий оптимальности системы обработки

При обнаружении сигналов в присутствии помех возможны четыре ситуации. Если сигнал действительно имеется, то, анализируя напряжение на выходе приемного устройства, можно принять два решения: первое — сигнал есть (это будет правильное обнаружение сигнала), второе — сигнала нет (это называют пропуском сигнала). Если в действительности сигнала на входе приемника нет, а есть одна помеха, то, наблюдая выходное напряжение, мы сможем выбирать из тех же двух решений: приняв помеху за сигнал, считать, что сигнал имеется (ложная тревога), или правильно решить, что сигнала нет (правильное необнаружение). Так как сигналы и помехи являются случайными функциями времени, то принятие того или иного решения носит случайный характер и возможность возникновения перечисленных ситуаций следует оценивать соответствующими вероятностями: вероятностью правильного обнаружения

($W_{п.о}$)*, вероятностью пропуска ($W_{пр}$), вероятностью ложной тревоги ($W_{л.т}$) и вероятностью правильного необнаружения ($W_{п.но}$). Из этих четырех вероятностей независимыми являются только две, так как есть два уравнения, связывающих перечисленные величины между собой. При наличии сигнала правильное обнаружение и пропуск сигнала составляют полную группу несовместных событий, поэтому $W_{п.о}+W_{пр}=1$; аналогично при отсутствии сигнала полную группу несовместных событий составляют ложная тревога и правильное необнаружение, т. е. $W_{л.т}+W_{п.но}=1$. Обычно независимыми считают вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги, которые и используются для характеристики устройств обнаружения.

Пропуск сигнала и ложная тревога являются ошибками при обнаружении. В соответствии с критерием так называемого идеального наблюдателя системой оптимальной фильтрации при обнаружении считается такая система обработки, с помощью которой обеспечивается минимум вероятности ошибок. При таком критерии в приемном устройстве должно осуществляться определение вероятностей наличия и отсутствия сигнала на входе приемника и сравнение между собой этих вероятностей. В соответствии с тем, какая из вероятностей больше, и принимается решение о наличии или отсутствии сигнала. Вероятность совершить ошибку при этом, естественно, оказывается наименьшей. Под входным напряжением приемника обычно понимается напряжение на нагрузке антенны. Здесь же под входным понимается напряжение на входе оптимального фильтра. Это напряжение связано с напряжением на нагрузке антенны линейными преобразованиями (усиление, смещение по частоте).

Критерий Неймана—Пирсона

Оптимальность фильтрующего устройства может оцениваться также по критерию Неймана—Пирсона, в соответствии с которым при заданном значении вероятности ложной тревоги должно быть получено наибольшее значение вероятности правильного обнаружения. Устройство оптимального фильтра остается одним и тем же при использовании как одного, так и другого критерия.

Структура достаточного приемника

Если входное напряжение приемника представляет собой сумму напряжений сигнала $u_с(t)$ и помехи $u_п(t)$, т. е.

$$u(t)=u_с(t)+u_п(t),$$

то, воспользовавшись теоремой Бейеса (см. § 1-17) и считая распределение напряжения помехи нормальным, можно прийти к следующим выражениям вероятностей наличия и отсутствия сигнала в заданном $u(t)$:

$$W_u(u_с)=kW(u_с)\exp\left(-\frac{E_с}{E_п}\right)\times$$

$$\times\exp\left[\frac{2}{E_п}\int_0^{T_н}u(t)\,u_с(t)\,dt\right] \quad (3\text{-}1)$$

и

$$W_u(0)=kW(0). \quad (3\text{-}2)$$

Здесь $W_u(u_с)$ — апостериорная (т. е. полученная с учетом результатов обработки смеси сигнала и шума) вероятность наличия сигнала $u_с(t)$ во входном напряжении $u(t)$;
$W_u(0)$ — апостериорная вероятность отсутствия сигнала во входном напряжении $u(t)$;
$W(u_с)$ — априорная (т. е. известная до опыта) вероятность существования сигнала $u_с(t)$ на входе приемника;
$W(0)$ — априорная вероятность отсутствия сигнала на входе приемника;
$E_с$ — полная энергия сигнала;
$T_н$ — время наблюдения сигнала;
$E_п$ — спектральная плотность мощности или энергия помехи;
k — коэффициент пропорциональности.

Значения величин $W(u_с)$, $W(0)$, $E_с$, $E_п$ можно считать заранее известными или заданными.

Априорные вероятности наличия $W(u_с)$ и отсутствия $W(0)$ сигнала могут быть определены на основании известной статистики передачи сообщений. Пусть, например, осуществляется радиолокационное обнаружение самолетов, прилетающих в московский аэропорт Внуково. Самолеты весь день подлетают к аэропорту один за другим через малые случайные промежутки времени. В этих условиях в каждый данный момент с равной вероятностью можно считать, что сигнал есть на входе приемника радиолокационной станции и что его нет, т. е. априорные вероятности одинаковы и равны 0,5:

$$W(u_с)=W(0)=0{,}5.$$

Другая ситуация будет при обнаружении самолетов той же станцией в небольшом городе, где в день прилетает несколько самолетов. Здесь априорные вероятности наличия и отсутствия сигналов будут резко различаться. В моменты времени, соответствующие по расписанию прилету самолетов, априорная вероятность наличия сигнала будет много больше вероятности его отсутствия. В остальное время преобладаю-

* Обычно вероятность обозначается символом P, но в этом разделе в виде исключения принято W, так как P обозначает мощность сигнала.

щей будет априорная вероятность отсутствия сигнала. Абсолютные значения вероятностей будут зависеть от точности выдерживания расписания, возможности случайных посадок самолетов и т. д.

Зная характеристики станции обнаружения, метеорологические условия и свойства цели можно рассчитать энергию сигнала $E_с$ на входе приемника: $E_с = P_с \tau_с$. Энергия помехи $E_п$ может быть определена через ее мощность $P_п$ и полосу частот $\Delta f_п$, в которой распределена помеха,

$$E_п = \frac{P_п}{\Delta f_п}.$$

В приемном устройстве достаточно сравнивать значения монотонных функций, аргументами которых являются $W_u(u_с)$ и $W_u(0)$.

Удобно сравнивать логарифмы вероятностей:

$$\ln W_u(u_с) = \ln k + \ln W(u_с) - \frac{E_с}{E_п} + \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u(t)\, u_с(t)\, dt \qquad (3\text{-}3)$$

и

$$\ln W_u(0) = \ln k + \ln W(0), \qquad (3\text{-}4)$$

т. е. следует определить, что больше:

$$\ln k + \ln W(u_с) - \frac{E_с}{E_п} + \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u(t)\, u_с(t)\, dt \text{ или } \ln k + \ln W(0).$$

Сравнение указанных многочленов равнозначно сравнению величин

$$q = \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u(t)\, u_с(t)\, dt \qquad (3\text{-}5)$$

и

$$A = \ln \frac{W(0)}{W(u_с)} + \frac{E_с}{E_п}. \qquad (3\text{-}6)$$

Если $q > A$, то принимается решение о том, что сигнал есть; при $q < A$ принимается решение о том, что сигнала нет. Операции образования интеграла q и сравнения его значения с величиной A, называемой порогом, являются принципиальными при обработке сигналов в приемнике, имеющем оптимальный фильтр. Приемник, в котором операции обнаружения сигналов выполняются с наименьшей вероятностью ошибок, называется достаточным приемником.

Подынтегральное выражение в формуле для q равно произведению входного напряжения и напряжения, представляющего собой копию принимаемого сигнала, которое называется опорным. Если представить напряжение принимаемых сигналов как функцию трех основных переменных — времени t, частоты ω и начальной фазы ψ: $u_с(t, \omega, \psi)$, то в общем случае точные значения параметров принимаемых сигналов известны не будут и опорное напряжение можно представить как

$$u_с(t - \tau,\ \omega - \Delta\omega,\ \psi - \Delta\psi),$$

где τ, $\Delta\omega$ и $\Delta\psi$ — неточности в априорном знании характеристик принимаемых сигналов; они могут иметь любой знак: плюс или минус.

Практически в приемнике может быть образовано напряжение, пропорциональное интегралу вида

$$q = \int_0^{T_н} u(t, \omega, \psi) \times u_с(t - \tau, \omega - \Delta\omega, \psi - \Delta\psi)\, dt$$

или, с учетом постоянного множителя,

$$q = \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u(t, \omega, \psi)\, u_с(t - \tau, \omega - \Delta\omega, \psi - \Delta\psi)\, dt. \qquad (3\text{-}7)$$

Если учесть, что входное напряжение состоит из двух составляющих, то интеграл q может быть представлен двумя слагаемыми:

$$q(t, \omega, \psi) = S(t, \omega, \psi) + H(t, \omega, \psi). \qquad (3\text{-}8)$$

Первое слагаемое

$$S(t, \omega, \psi) = \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u_с(t, \omega, \psi) \times u_с(t - \tau, \omega - \Delta\omega, \psi - \Delta\psi)\, dt$$

— так называемая сигнальная функция, с точностью до постоянного множителя совпадающая с автокорреляционной функцией сигнала.

Второе слагаемое

$$H(t, \omega, \psi) = \frac{2}{E_п}\int_0^{T_н} u_п(t) \times u_с(t - \tau, \omega - \Delta\omega, \psi - \Delta\psi)\, dt$$

— функция взаимной корреляции сигнала и помехи (см. § 1-18), так называемая шумовая функция; среднее значение шумовой функции равно нулю, а дисперсия равна удвоенному значению отношения энергии сигнала и помехи:

$$D(H) = \frac{2E_с}{E_п}.$$

Значение априорных сведений о сигнале

Техническая реализация оптимального приемного устройства зависит от объема априорных знаний о принимаемых сигналах. Если предположить, что все характеристики сигнала заранее точно известны, т. е. известно, в какой момент времени может появиться сигнал и каков будет закон изменения высокочастотной фазы колебаний во времени (неизвестно только, появится сигнал или нет), то в приемнике можно создать точную копию ожидаемого сигнала. Система оптимальной обработки сигналов будет включать (рис. 3-1) схему перемножения сигнала и опорного напряжения, схему суммирования результатов перемножения за время наблюдения $T_н$ и пороговое устройство, где выходное напряжение будет сравниваться с пороговым уровнем [величина A, формула (3-6)]. Так как $W(u_с)$, $W(0)$, $E_с$ и $E_п$ известны, то напряжение, пропорциональное величине A, может быть рассчитано заранее и введено в пороговое устройство. В том случае если выходное напряжение превысит пороговый уровень, будет приниматься решение о том, что сигнал на входе приемника есть; в противном случае будет принято решение об отсутствии сигнала.

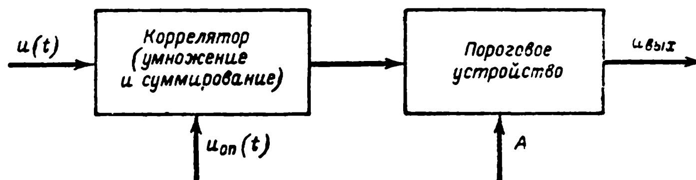


Рис. 3-1. Блок-схема оптимальной обработки сигналов.

Такая система обработки называется корреляционной в соответствии с тем, что выходное напряжение образуется по закону [см. выражение (3-7)], представляющему с точностью до постоянного множителя взаимнокорреляционную функцию входного напряжения и опорного.

Для обработки смеси сигнала и помехи может быть использован не только коррелятор, но и согласованный с сигналом фильтр. Для одиночного сигнала $x(t)$ *согласованным* является фильтр, передаточная функция которого с точностью до амплитудного множителя и постоянной временно́й задержки является комплексно-сопряженной со спектром сигнала. Если спектр сигнала определяется формулой

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j\omega t)\, dt,$$

то передаточная функция согласованного фильтра будет:

$$K(j\omega) = k \exp(-j\omega t_0) S^*(j\omega),$$

где k — амплитудный множитель;
$\exp(-j\omega t_0)$ — член, характеризующий постоянную временну́ю задержку t_0;
$S^*(j\omega)$ — величина, комплексно сопряженная со спектром сигнала.

Роль опорного напряжения при использовании согласованного фильтра играют собственные колебания, возникающие в фильтре при приложении вынуждающих колебаний. Математическая интерпретация этого обстоятельства может быть дана с помощью интеграла Дюамеля. Как известно, напряжение на выходе четырехполюсника равно:

$$u_{вых}(t) = \int_0^t u_{вх}(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau,$$

где $u_{вых}(t)$ — выходное напряжение;
$g(t-\tau)$ — свободные колебания на выходе четырехполюсника, возникающие под действием единичного импульса на входе в момент τ (импульсная функция);
τ — переменная интегрирования.

Накопление будет проявляться в постепенном увеличении амплитуды колебаний на выходе фильтра в течение всего времени действия сигнала (рис. 3-2). Сравнение выходного напряжения с порогом нужно производить во вполне определенный момент, соответствующий максимальному значению сигнала на входе фильтра. На рис. 3-2 этот момент обозначен t_0. Так как мы предположили, что все параметры сигнала заранее известны, то можно заранее определить и положение момента t_0 на временно́й оси.

В реальных приемных устройствах используются фильтры, согласованные с отдельным сигналом лишь по ширине спектра, т. е. ширина амплитудно-частотной характеристики фильтра по уровню 0,5 (или 0,7) выбирается равной ширине спектра сигнала на этом же уровне. Такое неидеальное согласование фильтра с сигналом приводит к некоторому уменьшению отношения сигнала и помехи на выходе реального фильтра по сравнению с идеально согласованным. Амплитуда напряжения на выходе фильтра пропорциональна энергии входного сигнала. Поэтому, говоря о входном соотношении

сигнал/помеха, мы будем иметь в виду отношение энергий $E_c/E_п$, а под выходным будем понимать отношение напряжений: для сигнала пикового значения, а для шума, например, эффективного.

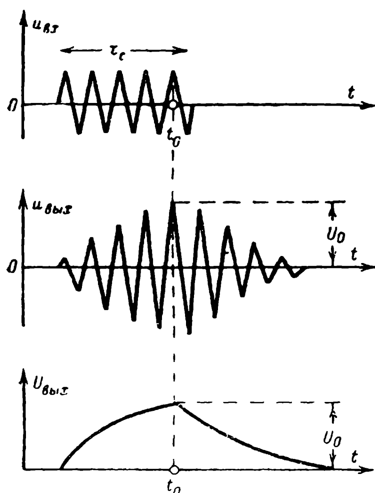


Рис. 3-2. Форма напряжения сигнала на выходе фильтра.

Примером неидеально согласованного фильтра является резонансный усилитель промежуточной частоты, полоса пропускания которого обратно пропорциональна длительности одиночного сигнала:

$$\Delta f_{пр} \approx \frac{1}{\tau_c}.$$

В зависимости от формы сигнала и вида амплитудно-частотной характеристики фильтра отношение сигнал/помеха на выходе фильтра, согласованного с сигналом только по ширине спектра, уменьшаются на 15—20% по сравнению с характеристиками идеально согласованного фильтра.

Если момент прихода сигнала известен заранее только с точностью до периода высокочастотных колебаний или, как говорят, неизвестна начальная фаза сигнала, то точную копию сигнала создавать уже невозможно. Анализ показывает, что в этом случае в системе обработки приходится использовать два опорных напряжения, находящихся в квадратуре (рис. 3-3). Выходные напряжения в каждом из каналов системы обработки нужно возводить в квадрат, потом суммировать квадраты напряжений и только после этого подводить полученный результат к пороговому устройству. Такая система обработки сигналов также может быть названа корреляционной. Ее результатом является получение огибающей выходного напряжения и сравнение ее с порогом.

Метод оптимальной обработки

Можно построить значительно более простую в техническом выполнении оптимальную систему обработки сигналов с неизвестной фазой. Эта система будет состоять из высокочастотного фильтра, согласованного с принимаемыми сигналами, детектора огибающей колебаний и порогового устройства (рис. 3-4). Как уже говорилось выше, практически достаточно осуществить согласование фильтра с сигналом лишь по ширине спектра последнего. Для устранения высокочастотного заполнения, которое при незнании начальной фазы сигнала только мешает произвести отсчет, используется детектор огибающей. Мы знаем временно̀е положение момента t_0 с точностью до периода высокой частоты, и если бы детектора не было, то в момент сравнения выходного напряжения фильтра с порогом значение этого напряжения могло бы принимать любое значение в пределах от $+U_0$ до $-U_0$. Детектор, позволяющий получить огибающую выходного напряжения ($U_{вых}$ на рис. 3-2), устраняет этот недостаток: в какой бы момент вблизи t_0 (в пределах периода высокочастотных колебаний) мы ни сравнивали $U_{вых}$ с порогом — эффект будет практически одинаковым.

Обычно амплитуда сигнала также не бывает известна заранее, в силу влияния ряда факторов она может претерпевать случайные изменения. Как показывает анализ, схема оптимальной обработки не изменяется при учете амплитудных флюктуаций сигналов. Поэтому схема, изображенная на

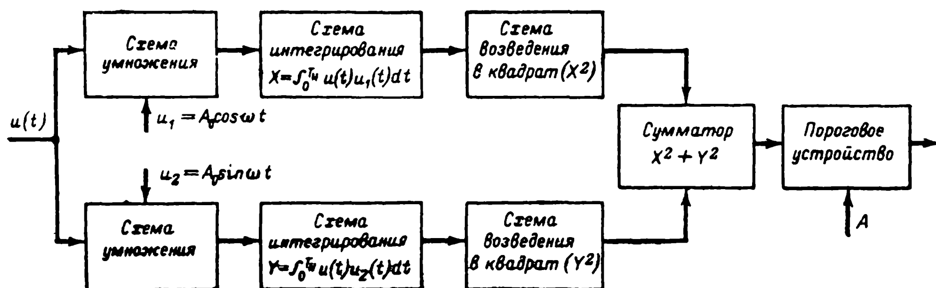


Рис. 3-3. Блок-схема системы обработки сигналов с двумя опорными напряжениями.

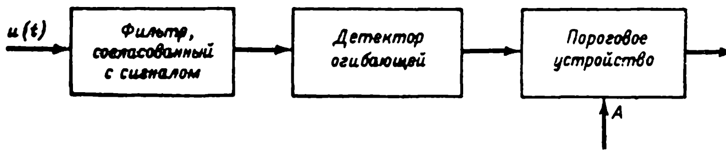


Рис. 3-4. Блок-схема простой оптимальной системы обработки сигналов.

Рис. 3-5. Рабочие характеристики приемника.

рис. 3-4, будет оптимальной при приеме сигналов с неизвестными заранее и фазой и амплитудой.

Рабочие характеристики приемника

Для оценки эффективности работы системы оптимальной фильтрации при обнаружении сигналов используются **рабочие характеристики**, представляющие собой зависимость вероятности правильного обнаружения от вероятности ложной тревоги при заданном отношении энергии сигнала к энергии помех $R=E_c/E_п$ (рис. 3-5). Для того чтобы из одной точки данной рабочей характеристики (R=const) перейти в

другую, характеризующуюся иными значениями $W_{п\cdot о}$ и $W_{л\cdot т}$, нужно изменить значение порога. Чем выше порог, тем левее лежит рабочая точка на характеристике. Каждой паре значений $W_{п\cdot о}$ и $W_{л\cdot т}$ соответствует определенное значение энергетического отношения сигнала к помехе на входе приемника. Оптимальная система фильтрации

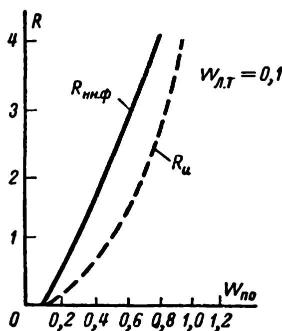


Рис. 3-6. График изменения R.

обеспечивает обнаружение сигналов с заданными значениями $W_{п\cdot о}$ и $W_{л\cdot т}$ при наименьшем отношении энергии сигнала к энергии помехи ($R=R_{мин}$); при использовании неоптимального приемника потребуется большее R при прочих равных условиях.

Обнаруживаемый сигнал известен полностью. При этом требуемое отношение сигнал/помеха на входе приемника связано с вероятностями правильного обнаружения и ложной тревоги следующим приближенным соотношением:

$$R \approx \left(\sqrt{\ln \frac{1}{W_{л.т}} - 1,4} + \sqrt{\ln \frac{1}{1-W_{п.о}} - 1,4}\right)^2. \quad (3\text{-}9)$$

Погрешность вычислений не превышает 0,5 *дб* при $W_{л\cdot т} \leqslant 0,1$ и $W_{п\cdot о} \geqslant 0,9$.

Соответствующие характеристики изображены на рис. 3-5 сплошными линиями.

Сигнал с неизвестной начальной фазой. В этом случае требуемое соотношение сигнал/шум определяется выражением

$$R \approx \left(\sqrt{\ln \frac{1}{W_{л.т}}} + \sqrt{\ln \frac{1}{1-W_{п.о}} - 1,4}\right)^2, \quad (3\text{-}10)$$

которое характеризуется такой же высокой точностью результатов расчета при $W_{л.т} \leqslant 0,1$ и $W_{п.о} \geqslant 0,9$.

Незнание начальной фазы сигнала приводит к необходимости иметь большее значение R на входе приемника для получения тех же $W_{п.о}$ и $W_{л.т}$. На рис. 3-6 приведены графики, характеризующие изменение R при переходе от обнаружения полностью известного сигнала ($R_п$) к сигналу с неизвестной начальной фазой ($R_{н.н.ф}$) для $W_{л.т}=0,1$.

Медленно флюктуирующий сигнал

На рабочие характеристики приемника существенно влияет незнание амплитуды сигналов. Для медленно флюктуирующих сигналов, изменения амплитуды которых подчиняются релеевскому закону распределения (см. § 1-17), справедлива следующая формула:

$$R_{ср} = \frac{\ln \frac{1}{W_{л.т}}}{\ln \frac{1}{W_{п.}}} - 1, \quad (3\text{-}11)$$

где $R_{ср}=E_{ср}/E_п$ — отношение среднего значения энергии сигнала к энергии помехи на входе приемника.

Рабочие характеристики оптимального приемника при обнаружении сигналов с неизвестной начальной фазой и флюктуирующей амплитудой изображены на рис. 3-5 пунктирными линиями.

Формулы (3-9)—(3-11) и графики на рис. 3-5 позволяют определять количественные значения величин $W_{п.о}$, $W_{л.т}$ и R. В практике чаще всего приходится определять значение соотношения сигнал/шум на входе приемника, при котором достигаются заданные значения вероятностей $W_{п.о}$ и $W_{л.т}$. Например, требуется определить значение R, необходимое для обнаружения полностью известного сигнала с вероятностью правильного обнаружения 0,95 при вероятности ложной тревоги 10^{-8}; по графикам на рис. 3-5 определяем: $R=30$ (сплошная линия). Если бы обнаруживался сигнал с неизвестными фазой и амплитудой, то при тех же значениях вероятностей требуемое среднее значение отношения сигнал/шум оказалось бы равным приблизительно 350 (пунктирные линии). При том же значении вероятности правильного обнаружения (0,95) и увеличении вероятности ложной тревоги до 10^{-2} для обнаружения сигнала с неизвестными параметрами понадобилось бы иметь среднее значение отношения сигнал/шум на входе приемника равным приблизительно 100 (пунктирные линии).

Метод накопления сигналов

Практически в одном сигнале создать требуемое отношение $E_с/E_п$ в большинстве случаев оказывается невозможным (не хватает мощности передатчика). Для достижения необходимого отношения сигнал/шум накапливают несколько сигналов. В этих случаях в оптимальном приемнике перед пороговым устройством должна включать-

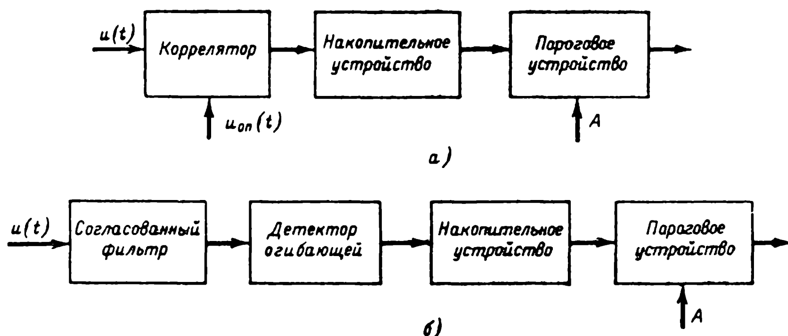


Рис. 3-7. Блок-схемы оптимальных приемников.

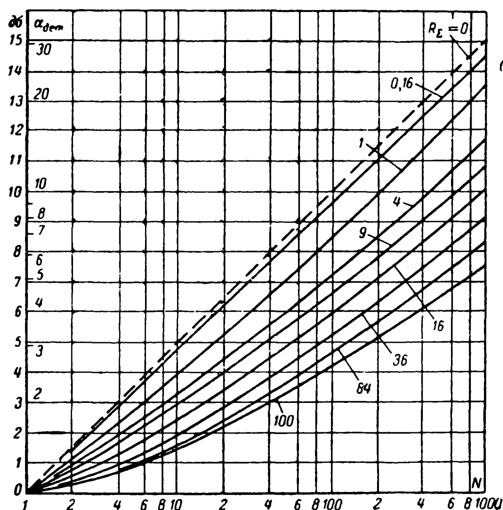


Рис. 3-8. Графики потерь в детекторе.

ся схема накопления сигналов. На рис. 3-7 изображены функциональные схемы оптимальных приемников при накоплении сигналов полностью известных (рис. 3-7, *а*) и с неизвестными значениями параметров (рис. 3-7, *б*). Здесь следует еще раз подчеркнуть, что с порогом сравнивается напряжение, образующееся на выходе фильтра. Когда мы говорим о накоплении сигналов, то имеем в виду увеличение амплитуды выходного напряжения. Но так как это напряжение пропорционально энергии на входе, то можно говорить о суммировании входной энергии сигналов, об увеличении или накоплении этой энергии или об увеличении энергетического отношения сигнал/шум.

Эффективность накопления существенно различна для сигналов с известными и неизвестными параметрами. При приеме сигналов с полностью известными параметрами и использовании корреляционной системы обработки результирующее отношение сигнал/шум пропорционально числу накапливаемых сигналов

$$R_\Sigma = R_1 N,$$

где R_Σ — отношение сигнал/шум на входе устройства накопления;

R_1 — отношение сигнал/шум на входе приемника для одиночного сигнала;

N — число накапливаемых сигналов.

При прохождении через коррелятор сигнала и шума их отношение не изменяется.

Наличие амплитудного детектора в системе обработки (при приеме сигналов с неизвестными параметрами) ухудшает эффективность накопления. Если на входе детектора отношение сигнал/шум равно $R_{вх}$, а после детектора $R_{вых}$, то всегда справедливо неравенство $R_{вых}<R_{вх}$ — после детектора вследствие нелинейности его характеристики отношение сигнал/шум уменьшается. Теоретически детектор не ухудшает отношения сигнал/шум только при бесконечно большом превышении сигнала над шумом, т. е. $R_{вых}=R_{вх}$ при $E_с/E_ш \to \infty$. Если же входное отношение сигнал/шум стремится к нулю, то теоретически детектор возводит его в квадрат: $R \; = R_{вх}^2$ при $E_с/E_ш \to 0$.

На практике принято говорить о потерях в детекторе, понимая под ними уменьшение отношения сигнал/шум в детекторе,

$$\alpha_{дет} = \frac{R_{вх}}{R_{вых}}; \quad \alpha_{дет} > 1.$$

Потери в детекторе возрастают при уменьшении отношения сигнал/шум на его входе. Поэтому уменьшение требуемого суммарного отношения сигнал/шум R_Σ и увеличение числа накапливаемых сигналов приводят к увеличению потерь в детекторе. На рис. 3-8 приведены графики, характеризующие потери в детекторе в зависимости от R_Σ и N.

С учетом потерь в детекторе эффективность последетекторного накопления сигналов может быть охарактеризована формулой

$$R_\Sigma = \frac{R_1 N}{\alpha_{дет}}.$$

Если, например $R_\Sigma = 9$ и $N=600$, то $\alpha_{дет}=10$ (рис. 3-8). Это значит, что наличие детектора уменьшает эффективность накопления в 10 раз.

Требуемое соотношение сигнала и помехи

При конструировании элементов линии передачи информации необходимо знать коэффициент различимости, равный отношению энергии единичного сигнала к энергии помех,

$$K_р = \frac{E_с}{E_п} = R_1.$$

Значение коэффициента различимости определяется числом накапливаемых сигналов N, требуемым суммарным соотношением сигнал/помеха R_Σ и ухудшением отношения сигнал/помеха в различных узлах приемного устройства:

$$K_р = \frac{R_\Sigma}{N} \prod_{i=1}^{n} \alpha_i, \qquad (3\text{-}12)$$

где α_i — ухудшение соотношения сигнал/помеха в i-м узле приемника.

О некоторых источниках потерь (ухудшении соотношения $E_с/E_п$) выше речь уже шла; это были неидеальное согласование фильтра с сигналом и потери в детекторе при передаче малых соотношений сигнал/помеха. Кроме того, в приемнике имеется еще много мест, где ухудшается соотношение сигнал/помеха. К ним можно отнести, например, видеоусилитель, полоса пропускания которого неточно согласована со спектром сигнала, электроннолучевой индикатор, развертка луча на экране которого осуществляется с конечной скоростью и др.

Конкретные данные о коэффициентах потерь имеются в специальной литературе. Здесь же будут приведены сведения о наиболее часто встречающихся потерях.

Выше было сделано предположение о постоянстве энергии сигналов, поступающих на вход приемного устройства. В действительности же вследствие часто имеющего место перемещения диаграммы направленности антенны станции в пространстве амплитуда принимаемых сигналов модулируется по закону диаграммы направленности. Поэтому при оценке эффекта накопления N сигналов следует учитывать изменение их амплитуды. Можно поступить и иначе: считать, что энергия сигналов одинакова и равна максимальному значению, но требуется увеличить отношение сигнал/шум в $\alpha_а$ раз. Коэффициент $\alpha_а$ можно условно назвать потерями в антенне. Расчеты показывают, что если провести усреднение по реально используемым формам диаграмм направленности антенны, числам накапливаемых сигналов и видам характеристик нелинейных элементов в приемнике, то

$$(\alpha_а)_{ср} = 1{,}5.$$

Потери вследствие согласования фильтра с сигналом только по полосе α_f можно принять равными 1,2.

Если по каким-либо причинам (например, из-за нестабильности частоты передатчика) полосу пропускания фильтра $\Delta f_{пр}$ приходится брать значительно большей $1/\tau_с$, то возникает дополнительное ухудшение соотношения сигнал/шум. Соответствующий коэффициент потерь $\alpha_{\Delta f}$ можно вычислить следующим образом. Если

$$\Delta f_{пр} / \frac{1}{\tau_с} = \rho_f,$$

число накапливаемых сигналов N и суммарное отношение сигнал/шум R_Σ, то по графику на рис. 3-8 при $R=R_\Sigma$, находят коэффициенты потерь для $\rho_f N$ сигналов $(\alpha_{\rho N})$ и для N сигналов (α_N), а их частное будет определять дополнительные потери:

$$\alpha_{\Delta f} = \frac{\alpha_{\rho N}}{\alpha_N}.$$

Полоса пропускания оконечного усилителя приемника может быть не согласована с сигналом, и это также приводит к дополнительному уменьшению выходного соотношения сигнал/шум. Для исключения потерь в оконечном усилителе его полоса пропускания должна была бы быть бесконечно большой.

При использовании реальной полосы пропускания $\Delta F_у$ потери можно вычислить почти таким же путем, как это предлагалось делать при несогласовании полосы пропускания фильтра с шириной спектра сигнала. Сначала нужно определить

$$\rho_у = \frac{\Delta F_у + \frac{1}{2\tau_с}}{\Delta F_у},$$

затем по графикам на рис. 3-8 определяются $\alpha_{\rho N}$ и α_N и вычисляется частное от деления $\alpha_{\rho N}$ на α_N:

$$\alpha_у = \frac{\alpha_{\rho N}}{\alpha_N}.$$

С учетом перечисленных потерь коэффициент различимости приемника будет равен:

$$K_р = \frac{R_\Sigma}{N} \alpha_а \alpha_f \alpha_{\Delta f} \alpha_{дет} \alpha_у.$$

Определим значение коэффициента различимости, если требуется обнаруживать пачку из 100 медленно флюктуирующих сигналов с вероятностями $W_{п.о}=0{,}7$ и $W_{л.т}=10^{-5}$ при использовании некогерентной станции (т. е. принимаются сигналы с неизвестной начальной фазой), в которой полоса пропускания фильтра соответствует ширине спектра сигнала, а для полосы оконечного усилителя справедливо $\Delta F_у=1/2\tau_с$. По графикам на рис. 3-5 (пунктирные кривые) определяем $R_\Sigma=36$. Коэффициент $\alpha_{\Delta f}$ в данном случае равен единице. Потери в детекторе определяются по графикам

на рис. 3-8 (R_Σ =36 и N=100): $\alpha_{дет}$=3,5. Потери в видеоусилителе также определяются по графикам на рис. 3-8:

$$R_\Sigma = 36;\ \rho_у = 2;\ \rho N = 200 \text{ и } \alpha_у = = \alpha_{\rho N}/\alpha_N = \frac{4,2}{3,5} = 1,2.$$

В соответствии со сказанным выше

$$\alpha_а = 1,5 \text{ и } \alpha_f = 1,2.$$

Таким образом, коэффициент различимости (отношение энергии одного сигнала к энергии помехи на входе приемника) должен быть равен:

$$K_р = \frac{E_с}{E_п} = \frac{36}{100} \cdot 1,5 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot 1,2 = 2,7.$$

Приведенный пример позволяет оценить потери в тракте: $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i$=7,6. Здесь были учтены далеко не все потери, имеющие место в реальных станциях, и тем не менее потребовалось увеличить отношение сигнал/шум почти в 8 раз из-за несовершенства отдельных элементов приемного тракта.

Коэффициент различимости является очень важным связующим звеном между основными показателями канала передачи информации. Если под помехами понимать собственные шумы приемника канала, то

$$E_ш = K_ш\ kT_0,$$

где $K_ш$ — коэффициент шума приемника;
k — постоянная Больцмана (1,38×$\times 10^{-23}$ *вт·град/гц*);
T — абсолютная эффективная шумовая температура приемника с антенной.

При использовании в канале связи, например, прямого излучения (передатчик — приемник) энергия принимаемых сигналов будет равна:

$$E_с = \frac{P_{изл}\,\tau_с\, G S_А}{4\pi D^2},$$

где $P_{изл}$ — мощность излучаемых передатчиком колебаний;
$\tau_с$ — длительность сигналов;
G — коэффициент направленного действия антенны передатчика;
$S_А$ — эффективная площадь антенны приемника;
D^2 — расстояние между передатчиком и приемником.

Тогда для обнаружения сигнала с заданными вероятностями $W_{п.о}$ и $W_{л.т}$ должно быть выполнено условие

$$\frac{P_{изл}\,\tau_с\, G S_А}{4\pi D^2}\,\frac{1}{K_ш k T_0} = K_р,$$

где $K_р$ определяется по формуле (3-12).

3-3. ПРИМЕРЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ДОСТАТОЧНОГО ПРИЕМНИКА

Коррелятор

Коррелятор предназначен для перемножения входного напряжения с опорным и интегрирования результатов перемножения за время существования сигнала.

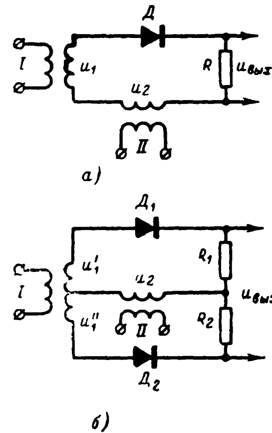


Рис. 3-9. Простейшая (*а*) и балансная (*б*) схемы умножающего устройства.

Работа умножающих устройств основана на том, что два независимых напряжения действуют в одной и той же нелинейной цепи. Простейшая схема умножающего устройства изображена на рис. 3-9, *а*. Здесь последовательно с детектором *Д* и нагрузкой *R* включаются два источника напряжения u_1 и u_2. Если характеристика нелинейного элемента может быть представлена полиномом *n*-й степени

$$i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \cdots + a_n u^n,$$

то при наличии двух входных напряжений падение напряжения на нагрузке будет:

$$u_{вых} = iR = [a_0 + a_1(u_1 + u_2) + + a_2(u_1 + u_2)^2 + \cdots]R.$$

Член, содержащий произведение напряжений $u_1 u_2$, получается только за счет наличия квадратичного члена разложения $(u_1 + + u_2)^2 = u^2 + 2u_1u_2 + u^2_2$. Помимо интересующего нас члена, на выходе образуются и много других, нежелательных. От некоторых из этих нежелательных членов можно избавиться при использовании более сложных схем.

На рис. 3-9, *б* приведена так называемая балансная схема перемножителя. Каждая половина балансной схемы работает так же, как и рассмотренная ранее схема, но только если в верхней половине напряжения u'_1

и u_2 суммируются, то в нижней — фаза напряжения u''_1 отлична от фазы u'_1 на 180° и можно говорить о вычитании u''_1 из u_2. Выходное напряжение балансной схемы равно разности падений напряжений на R_1 и R_2.

Если $R_1=R_2=R$ и $|u'_1|=|u''_1|=|u_1|$, то

$$u_{вых}=\{[a_0+a_1(u_1+u_2)+ a_2(u_1+u_2)^2+\cdots]-[a_0+a_1(u_2-u_1)+ a_2(u_2-u_1)^2+\cdots]\}R.$$

После приведения подобных членов получим:

$$u_{вых}=2R\left[a_1u_1+4a_2u_1u_2+ a_3\left(3u_1u_2^2+u_1^3\right)+\cdots\right].$$

Как видно, на выходе балансной схемы отсутствуют некоторые члены, имевшиеся в выходном напряжении простейшей схемы.

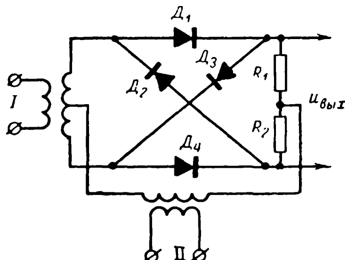


Рис. 3-10. Кольцевая схема умножающего устройства.

Можно провести дальнейшее устранение ненужных членов, если применить так называемую кольцевую схему, представляющую собой совмещение двух балансных схем, отличающихся одна от другой только тем, что действующие в каждой из них напряжения u_1 и u_2 различаются по фазе на 180°. Кольцевая схема изображена на рис. 3-10. Простой анализ показывает, что для кольцевой схемы $u_{вых}=8a_2Ru_1u_2+$ +члены высших порядков.

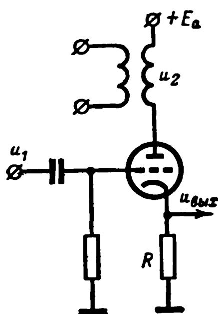


Рис. 3-11. Схема умножителя на триоде.

При использовании симметричной кольцевой схемы осуществляется чистое перемножение входных напряжений в том случае, если характеристику детекторов можно выразить полиномом не выше третьей степени и обязательно содержащим член второй степени. При использовании кольцевой схемы в качестве умножителя коррелятора напряжение u_1 представляет собой входное напряжение приемника, а u_2 — опорное напряжение.

В качестве интегрирующего элемента применяется фильтр низких частот, устройство и характеристики которого рассматриваются в конце данного параграфа.

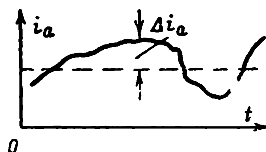


Рис. 3-12. Изменение анодного тока в триодном умножителе.

В низкочастотных трактах используют в качестве умножителей ламповые схемы с управлением анодным током по аноду и управляющей сетке. На рис. 3-11 приведена одноламповая схема на триоде, к сетке которого приложено напряжение u_1, а к анодной цепи напряжение u_2. Если бы u_1 и u_2 были равны нулю, то через лампу протекал бы постоянный ток I_0. Напряжения u_1 и u_2 заставляют изменяться анодный ток (рис. 3-12). Приращение анодного тока Δi_a равно:

$$\Delta i_a=S_д u_1,$$

где $S_д$ — динамическая крутизна лампы, зависящая от переменной составляющей анодного напряжения,

$$S_д=ku_2.$$

Следовательно,

$$\Delta i_a=ku_1u_2$$

и выходное напряжение

$$u_{вых}=kRu_1u_2.$$

Оптимальный фильтр одиночного сигнала

Если речь идет о фильтрации сигналов с синусоидальным заполнением, то в качестве оптимального фильтра, согласованно-

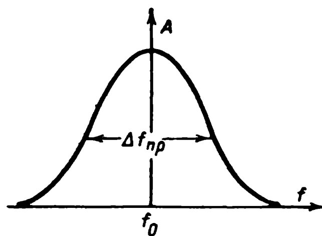


Рис. 3-13. Резонансная характеристика фильтра.

го с сигналом по полосе пропускания, может быть использован колебательный контур или резонансный усилитель любого вида. На рис. 3-13 приведена резонансная характеристика фильтра: частота настрой-

ки f_0 должна быть равна частоте заполнения сигнала f_c, а полоса пропускания $\Delta f_{пр}$ — согласована с шириной спектра сигнала. Если сигналы имеют прямоугольную форму и длительность τ_c, то полоса пропускания фильтра должна быть равна $\Delta f_{пр} = 1/\tau_c$. Под воздействием сигнала колебания в фильтре нарастают по экспоненте с постоянной времени

$$\tau_ф = \frac{Q}{\pi f_0},$$

где Q — добротность фильтра, равная $Q = f_0/\Delta f_{пр}$. Следовательно, для постоянной времени фильтра можно привести и другое выражение:

$$\tau_ф = \frac{1}{\pi \Delta f_{пр}}.$$

Последняя формула показывает, что к моменту окончания входного сигнала, длительность которого будет в π раз больше постоянной времени согласованного фильтра

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta f_{пр}} = \pi \tau_ф$$

колебания на выходе фильтра практически достигнут установившегося значения. После окончания сигнала амплитуда колебаний будет убывать по экспоненте с той же постоянной времени $\tau_ф$. Именно этот характер колебаний отражают графики на рис. 3-2. При оптимальном выборе параметров фильтра, т. е. $f_0 = f_c$ и $\Delta f_{пр} = 1/\tau_c$, на выходе фильтра будет наибольшее отношение сигнал/шум. Если же частота настройки фильтра не будет согласована с сигналом, то выходное соотношение сигнал/шум уменьшится, возникнут потери.

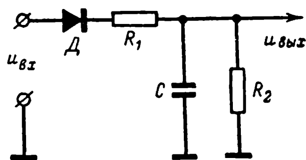


Рис. 3-14. Схема RC-фильтра.

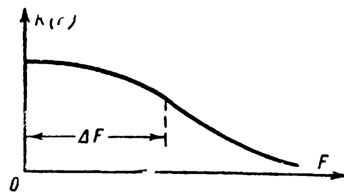


Рис. 3-16. Частотная характеристика фильтра.

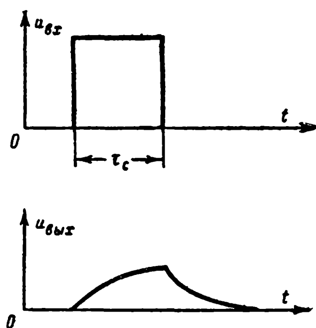


Рис. 3-15. Форма входного и выходного напряжения.

Для оптимальной фильтрации видеоимпульсов обычно используются RC-фильтры нижних частот. На рис. 3-14 изображена подобная схема, включающая интегрирующую цепь R_1C и цепь разряда емкости R_2C. Под воздействием входного прямоугольного импульса конденсатор будет заряжаться через диод $Д$ и нагрузку R_1, а по окончании сигнала конденсатор будет разряжаться на R_2. Если постоянные времени заряда цепи R_1C и разряда цепи R_2C будут выбраны в соответствии с длительностью входного сигнала, т. е.

$$R_1C \approx R_2C \approx \frac{1}{3}\tau_c,$$

то фильтр будет согласован с сигналом. Так как $R_1 = R_2$, то амплитуда выходного напряжения будет в 2 раза меньше, чем на входе. Форма входного и выходного напряжения показана на рис. 3-15. Частотная характеристика RC-фильтра приведена на рис. 3-16. Полоса пропускания такого фильтра будет равна $\Delta F = 1/2\pi RC$ или $\Delta F = 1/2\tau_c$.

Накопительное устройство

Как правило, накопительные устройства работают с огибающими сигналов, без высокочастотного заполнения. Один из распространенных типов накопителей включает сумматор и искусственную линию задержки (рис. 3-17). Сумматор представляет собой

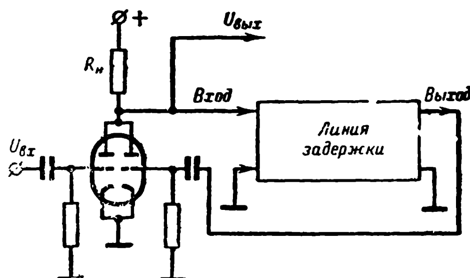


Рис. 3-17. Схема накопительного устройства.

двойной триод с общей анодной нагрузкой. Входные сигналы подаются на левую сетку триода. Параллельно анодной нагрузке $R_н$ включена искусственная линия задержки, с выхода которой сигналы поступают на правую сетку суммирующего каскада. Если пренебречь анодной реакцией в лампе, то можно считать падение напряжения на нагрузке пропорциональным сумме токов правой

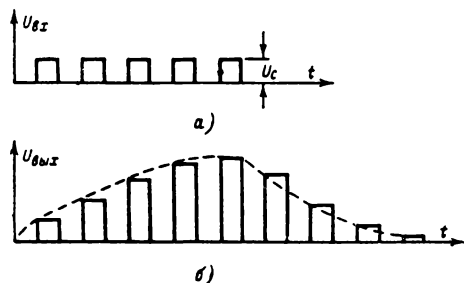


Рис. 3-18. Форма напряжения на выходе накопительного устройства.

и левой половин, а сами токи пропорциональными управляющим сеточным напряжениям.

Приняв коэффициенты передачи по напряжению каждой половины равными единице, получим, что напряжение на нагрузке равно сумме напряжений, подведенных к управляющим сеткам лампы.

Линия задержки характеризуется некоторым затуханием сигнала, и ее коэффициент передачи пусть будет $\beta<1$. Задержка в линии должна быть точно равна интервалу между сигналами. При этих условиях при воздействии на вход накопительного устройства N импульсных сигналов с постоянной амплитудой (рис. 3-18, *а*) на выходе накопителя мы получим импульсы с нарастающей амплитудой (рис. 3-18, *б*). Нетрудно видеть, что максимальное значение амплитуды на выходе равно:

$$(U_{вых})_{макс}=U_0+\beta U_0+\beta^2 U_0+\cdots+\beta^{N-1}U_0.$$

Так как

$$\beta<1, \text{ то } (U_{вых})_{макс}<NU_0,$$

т. е. в реальном накопительном устройстве накопление осуществляется хуже, чем в теоретически мыслимом. Реальное накопление осуществляется по экспоненциальному закону.

По окончании пачки входных импульсов на выходе накопителя импульсы будут еще некоторое время существовать, так как осуществляется обратная связь с выхода на вход через линию задержки. Но амплитуда импульсов вследствие затухания в линии задержки будет уменьшаться и в какой-то момент станет равной нулю.

Казалось бы, что можно добиться линейности нарастания выходного напряжения как функции входного напряжения $U_{вх}$, если общий коэффициент передачи правой половины лампы вместе с линией задержки сделать равным единице. Технически такая задача решается просто, но так делать нельзя, потому что это привело бы к самовозбуждению системы: достаточно было бы подать на вход накопителя один сигнал и на выходе образовалась бы бесконечная последовательность таких сигналов с интервалами, равными времени задержки в линии. Следовательно, в цепи обратной связи коэффициент передачи обязательно должен быть меньше единицы. Чем этот коэффициент меньше, тем быстрее уменьшается выходной сигнал после окончания входного, но в то же время хуже идет накопление. Анализ показывает, что для каждого числа входных сигналов N можно найти такое $\beta(N)<1$, при котором наилучшим образом разрешается противоречие между уменьшением эффективности накопления и затягиванием выходного процесса. Можно считать, таким образом, что накопительное устройство является своеобразным фильтром, параметры которого (β) должны выбираться с учетом вида сигнала (N).

Распространенным накопительным устройством является электроннолучевая трубка с послесвечением экрана. Если через определенные интервалы времени в одну и ту же точку на экране трубки падает электронный поток, управляемый входными сигналами, то яркость свечения этой точки будет постепенно нарастать. Таким образом, накопление сигналов будет выражаться в увеличении яркости свечения отдельных точек на экране индикатора. Закономерности нарастания и спадания яркости отметки полностью соответствуют рассмотренным выше процессам в накопителе с линией задержки.

Пороговое устройство

Пороговое устройство должно вырабатывать какой-то сигнал или выполнять какую-то операцию, если выходное напряжение фильтра или накопителя превысит установленный порог.

Простым пороговым устройством является блокинг-генератор в заторможенном режиме. Схема такого устройства приведена на рис. 3-19. Лампа блокинг-генератора заперта отрицательным напряжением $U_з$, поступающим на сетку с сопротивления R_2. Положение рабочей точки лампы на ее сеточной характеристике иллюстрирует график на рис. 3-20. Блокинг-генератор остается запертым до тех пор, пока внешнее переменное напряжение не отопрет лампу. В соответствии со схемой на рис. 3-19 внешнее напряжение подводится к анодной обмотке трансформатора, следовательно, если поступил отрицательный выброс, то на сетке лампы образуется положительный скачок напряжения и лампа может быть отперта. Тогда блокинг-генератор формирует стандартный импульс напряжения. Для то-

го чтобы схема сработала, должно быть выполнено условие

$$K_{тр} U_{вх} > U_з - U_{с0},$$

где $K_{тр}$ — коэффициент передачи трансформатора. Разность напряжений $U_з - U_{с0}$ служит порогом, который можно изменять, перемещая ползун потенциометра R_2.

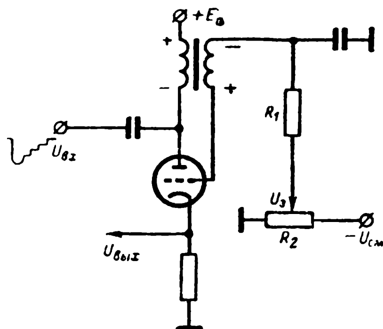


Рис. 3-19. Пороговое устройство по схеме блокинг-генератора в заторможенном режиме.

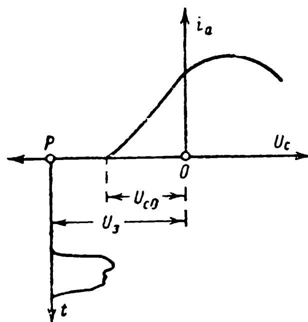


Рис. 3-20. Сеточная характеристика порогового устройства.

На рис. 3-21 изображен другой вариант порогового устройства — запертая отрицательным смещением лампа, в анодную цепь которой включена обмотка реле. Пусть для срабатывания реле необходим ток I_0, которому соответствует напряжение между сеткой и катодом лампы U_0. Если входное напряжение будет достаточно большим и медленно меняющимся, то при

$$U_{вх} \geqslant U_з - U_0$$

гок в обмотке реле достигнет (или превысит) значение I_0, реле сработает и замкнет контакты K, управляющие работой какой-то схемы. Разность напряжений $U_з - U_0$ служит порогом, изменяемым с помощью ползуна потенциометра R_2.

В качестве порогового устройства может быть использована электроннолучевая трубка. Если отметка амплитудная, то пороговый уровень определяется выбранной оператором величиной отклонения пятна от среднего положения. Если реальное отклонение больше порогового, считают, что сигнал есть; в противном случае считается, что сигнал отсутствует. При использовании мо-

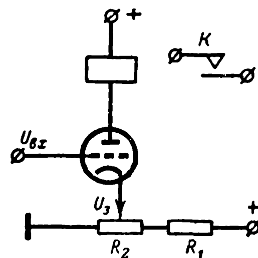


Рис. 3-21. Пороговое устройство на запертом триоде.

дуляции отметки по яркости порогом является некоторый уровень яркости изображения.

3-4. РАЗРЕШЕНИЕ СИГНАЛОВ

При одновременном приеме нескольких сигналов на фоне помех возникает необходимость разделения (разрешения) этих сигналов. Разрешение может осуществляться по одному какому-либо параметру сигнала или одновременно по нескольким. Наиболее актуальными случаями являются разрешение по времени прихода сигнала, по его частоте и одновременное разрешение по этим двум параметрам. Процесс разрешения неотделим от процесса обнаружения.

Разрешение — это обнаружение двух (в простейшем случае) подобных сигналов; надо дать ответ, что обнаружено: шум (сигнала нет), два сигнала или один сигнал (и какой именно из двух).

Надежность обнаружения одного сигнала, как это следует из предыдущего, зависит только от отношения энергии сигнала к спектральной плотности шума (помехи). При разрешении двух сигналов надежность правильного ответа будет зависеть не только от относительной энергии сигналов и шума, но и от степени перекрытия этих сигналов, а также от их протяженности по разрешаемому параметру. Чем меньше протяженность выходного сигнала по этому параметру, тем ближе может находиться другой сигнал при условии надежного разрешения и тем лучше будет разрешающая способность.

При оценке разрешающей способности обычно считают отношение сигнал/шум настолько большим, что шумовой функцией в формуле (3-8) можно пренебречь. Такое допущение является практически оправданным. При этом условии выходное напряжение будет представлять собой только сигнальную функцию. Следовательно, разрешающая способность по какому-либо пара-

метру будет определяться шириной сигнальной функции по оси этого параметра.

Условно принимают за величину разрешающей способности такой сдвиг по параметру разрешения между двумя одинаковыми выходными сигналами, при котором они перекрываются на уровне 0,5 от максимума. Тогда величина разрешающей способности определяется как ширина сигнальной функции, отсчитанная на уровне 0,5 от максимального значения. Определенная таким образом разрешающая способность называется потенциальной (предельно достижимой), так как способ оценки не учитывает расширения выходного сигнала в цепях приемника по сравнению с идеальным случаем оптимальной фильтрации.

Для вычисления разрешающей способности по времени необходимо вычислить для заданного вида входного сигнала его автокорреляционную функцию и определить ее ширину на уровне 0,5. В комплексной записи автокорреляционная функция имеет вид:

$$\Psi(\tau) = \mathrm{Re} \int_0^{T_\text{и}} \dot u_\text{c}(t)\, \dot u_\text{c}^*(t-\tau)\, dt, \qquad (3\text{-}13)$$

где знак * обозначает комплексно-сопряженную величину. Записывая сигналы в виде

$$\dot u_\text{c}(t) = \dot F(t) \exp(j\omega t);$$

$$\dot u_\text{c}^*(t-\tau) = \dot F^*(t-\tau) \exp[-j\omega(t-\tau)],$$

где $\dot F(t)$ и $\dot F^*(t-\tau)$ есть комплексные амплитуды входного и сопряженного опорного сигналов, получим:

$$\Psi(\tau) = \mathrm{Re}\left[\exp(j\omega\tau) \int_0^{T_\text{и}} \dot F(t)\, \dot F^*(t-\tau)\, dt\right].$$

При $\tau=0$ значение $\Psi(0)$ оказывается равным удвоенной энергии сигнала. Вводя нормирующий множитель $^1/_2E_\text{c}$, получим нормированную автокорреляционную функцию

$$\Psi_0(\tau) = \frac{1}{2E_\text{c}} \mathrm{Re}\,[\exp(j\omega\tau) \times$$

$$\times \int_0^{T_\text{и}} \dot F(t)\, \dot F^*(t-\tau)\, dt].$$

Экспоненциальный множитель перед интегралом характеризует высокочастотное заполнение. Обычно информация, связанная с высокочастотным заполнением, практически не может быть использована и интерес представляет лишь нормированная автокорреляционная функция огибающей входного сигнала

$$|\Psi_0(\tau)| = \frac{1}{2E_\text{c}} \mathrm{Re} \int_0^{T} \dot F(t)\, \dot F^*(t-\tau)\, dt. \qquad (3\text{-}14)$$

Используя выражение (3-14) и задаваясь входным сигналом в виде импульса длительностью $\tau_\text{и}$ с прямоугольной формой огибающей, получим:

$$\dot F(t) = \dot F(t-\tau) = A;$$

$$|\Psi_0(\tau)| = \frac{1}{2E_\text{c}} A^2 \int_{-0{,}5\tau_\text{и}+\tau}^{0{,}5\tau_\text{и}} dt = A^2 \tau_\text{и} \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_\text{и}}\right).$$

Так как $A^2\tau_\text{и} = 2E_\text{c}$, где E_c — энергия сигнала, то

$$|\Psi_0(\tau)| = 1 - \frac{|\tau|}{\tau_\text{и}}, \qquad (3\text{-}15)$$

а ширина $|\Psi_0(\tau)|$ на уровне 0,5 (потенциальная разрешающая способность по времени)

$$\delta(\tau)_\text{пот} = 2\,|\tau_{0,5}| = \tau_\text{и}. \qquad (3\text{-}16)$$

Для входного сигнала с гауссовой формой огибающей будем иметь:

$$\dot F(t) = A_0 \exp(\quad t^2);$$

$$\dot F(t-\tau) = A_0 \exp[-\gamma^2 (t-\tau)^2],$$

где γ — коэффициент, характеризующий скорость изменения огибающей импульса. Если принять нормировку

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{\tau_\text{и}}, \qquad (3\text{-}17)$$

то значение γ совпадает со значением эффективной ширины спектра сигнала $\Delta f_\text{сп}$, определяемой из соотношения

$$\Delta f_\text{сп} = 2\pi \sqrt{M_2(f)}, \qquad (3\text{-}18)$$

где

$$M_2(f) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |G(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df}, \qquad (3\text{-}19)$$

а $G(f)$ — спектральная плотность комплексной амплитуды. При такой нормировке $\tau_\text{и}$ является длительностью импульса, отсчитанной на уровне ~0,46.

Выражение для модуля нормированной автокорреляционной функции импульса гауссовой формы имеет вид:

$$|\Psi_0(\tau)| = \exp\left(-\frac{\gamma^2\tau^2}{2}\right). \qquad (3\text{-}20)$$

Ширина $|\Psi_0(\tau)|$ на уровне 0,5

$$\delta(\tau)_\text{пот} = 2\,|\tau_{0,5}| =$$

$$= \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{\gamma} \approx 1{,}3\,\tau_\text{и}. \qquad (3\text{-}21)$$

Из полученных результатов (3-16) и (3-21) следует вывод, что повышение разрешаю-

щей способности по времени при рассмотренных видах сигналов может быть достигнуто путем уменьшения длительности импульсов. Однако при этом, при прочих равных условиях, уменьшается энергия сигнала, что снижает дальность обнаружения. Противоречие может быть разрешено путем применения частотно-модулированных импульсов, имеющих при той же длительности более широкий спектр и согласно соотношению Хинчина — Винера более узкую автокорреляционную функцию.

Если входной частотно-модулированный сигнал проходит через оптимальный фильтр (достаточный приемник), то выходной сигнал, представляющий автокорреляционную функцию, будет сжат по длительности по сравнению с входным. Это дает возможность при большой длительности (большой энергии) излучаемого сигнала получить хорошее разрешение по времени при приеме. Покажем это, вычислив разрешающую способность по времени при входном сигнале в виде импульса гауссовой формы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией. Полагая девиацию частоты равной $\Delta\omega_м$, получим

$$\omega(t) = \omega + \frac{\Delta\omega_м}{\tau_и} t$$

и текущее значение фазы

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(\xi)\, d\xi = \omega t + \frac{\Delta\omega_м}{2\tau_и} t^2 = \omega t + b t^2,$$

где $b = \Delta\omega/2\tau_и$ — коэффициент, характеризующий скорость изменения частоты.

Для частотно-модулированного сигнала с гауссовой огибающей справедливо соотношение

$$\dot u(t) = A_0 \exp(-\gamma^2 t^2) \exp[j(\omega t + b t^2)] = \dot F(t) \exp(j\omega t),$$

где

$$\dot F(t) = A_0 \exp[-(\gamma^2 - jb) t^2].$$

Сопряженный опорный сигнал

$$\dot u^*(t-\tau) = \dot F^*(t-\tau) \exp[-j\omega(t-\tau)],$$

где

$$\dot F^*(t-\tau) = A_0 \exp[-(\gamma^2 + jb)(t-\tau)^2].$$

Выражение для модуля нормированной автокорреляционной функции имеет вид:

$$|\Psi_0(\tau)| = \exp\left(-\frac{\gamma^2\tau^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{b^2\tau^2}{2\gamma^2}\right). \quad (3\text{-}22)$$

Ширина $|\Psi_0(\tau)|$ на уровне 0,5

$$\delta(\tau)_{пот} = 2|\tau_{0,5}| = \frac{2\gamma\sqrt{2\ln 2}}{\sqrt{\gamma^4 + b^2}} = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{\gamma\sqrt{1 + \frac{b^2}{\gamma^4}}}. \quad (3\text{-}23)$$

Сравнение выражений (3-21) и (3-23) показывает, что выходной сигнал при ЧМ входном сигнале получается более узким, чем при немодулированном импульсе такой же длительности. Деля (3-21) на (3-23), получим коэффициент сжатия:

$$K_{сж} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{\gamma^4}} = \sqrt{1 + \Delta f_м^2\, \tau_и^2}. \quad (3\text{-}24)$$

Учитывая, что практически всегда должно быть

$$\Delta f_м\, \tau_и^2 \gg 1,$$

получим:

$$K_{сж} \approx \Delta f_м\, \tau_и. \quad (3\text{-}25)$$

С учетом выражения (3-24) формула (3-23) может быть представлена в другом виде:

$$\delta(\tau)_{пот} = 2|\tau_{0,5}| = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\tau_и}{K_{сж}} = 1{,}3\frac{\tau_и}{K_{сж}} = \frac{1{,}3}{\Delta f_м}. \quad (3\text{-}26)$$

Следовательно, при заданной длительности входного сигнала можно получить, в принципе, сколь угодно большое разрешение по времени, если неограниченно расширять спектр сигнала путем увеличения девиации частоты.

Так как всякая дополнительная модуляция сигнала приводит к расширению его спектра, а следовательно, и к сужению его автокорреляционной функции, то применение внутриимпульсной частотной модуляции не является единственным методом повышения разрешающей способности по времени. Для этой цели могут быть применены любые виды модуляции внутри импульса: амплитудная по гармоническому закону, амплитудная шумовая, различные виды фазовой модуляции и т. д.

Для определения величины разрешающей способности по частоте необходимо вычислить нормированную автокорреляционную функцию входного сигнала по частоте (условно принятый термин):

$$|\Psi_0(\Delta\omega)| = \frac{1}{2E_c} \operatorname{Re} \int_0^{T_н} \dot u(t,\omega) \times \dot u_c^*(t, \omega + \Delta\omega)\, dt. \quad (3\text{-}27)$$

Для сигнала в виде импульса гауссовой формы:

$$\dot u_c(t,\omega) = \dot F(t) \exp(j\omega t);$$

$$\dot u_c^*(t, \omega+\Delta\omega) = \dot F^*(t) \exp[-j(\omega+\Delta\omega)t];$$

$$\dot F(t) = \dot F^*(t) = A_0 \exp(-\gamma^2 t^2)$$

и

$$|\Psi_0(\Delta\omega)| = \exp\left(-\frac{\Delta\omega^2}{8\gamma^2}\right). \qquad (3\text{-}28)$$

Ширина $|\Psi_0(\Delta\omega)|$ на уровне 0,5 (потенциальная разрешающая способность по частоте)

$$\delta(\Delta\omega)_{\text{пот}} = 2|\Delta\omega_{0,5}| =$$

$$= 4\sqrt{2\ln 2}\,\gamma = \frac{8,3}{\tau_{\text{и}}}. \qquad (3\text{-}29)$$

Для импульса с прямоугольной огибающей вычисления дают:

$$\delta(\Delta\omega)_{\text{пот}} = 2|\Delta\omega_{0,5}| = \frac{7,6}{\tau_{\text{и}}}. \qquad (3\text{-}30)$$

Вычисления ширины $|\Psi_0(\Delta\omega)|$ для частотно-модулированных импульсов с теми же огибающими дают те же значения, что в формулах (3-29) и (3-30), т. е. ширина $|\Psi_0(\Delta\omega)|$ не зависит от того, модулирован сигнал или нет.

Результаты (3-29) и (3-30) показывают, что если ставится задача разрешения только по частоте, то она наилучшим образом решается при применении сигналов большой длительности (в идеальном случае — при непрерывном излучении).

Рассмотрим случай одновременного разрешения по времени прихода сигналов и по частоте.

В этом случае сигнальная функция может быть представлена в виде

$$S(t, \omega) = \frac{2E_{\text{с}}}{E_{\text{п}}}\Psi_0(\tau, \Delta\omega) =$$

$$= 2R\Psi_0(\tau, \Delta\omega), \qquad (3\text{-}31)$$

где $\Psi_0(\tau, \Delta\omega)$ — смешанная автокорреляционная функция входного сигнала (нормированное по энергии значение).

Задача состоит в вычислении нормированной смешанной автокорреляционной функции входного сигнала и определении ее ширины на принятом уровне 0,5. Выполним это для сигнала в виде одиночного радиоимпульса с гауссовой огибающей и внутриимпульсной линейной частотной модуляцией.

Выражая опорный сигнал в виде

$$\dot{u}^*_{\text{с}}(t-\tau, \omega+\Delta\omega) =$$

$$= F^*(t-\tau)\exp[-j(\omega+\Delta\omega)(t-\tau)],$$

где

$$\dot{F}^*(t-\tau) = A_0\exp[-(\gamma^2+jb)(t-\tau)^2],$$

получим модуль смешанной автокорреляционной функции по времени и частоте

$$|\Psi_0(\tau, \Delta\omega)| = \exp\left(-\frac{\gamma^2\tau^2}{2}\right)\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{(2b\tau-\Delta\omega)^2}{8\gamma^2}\right]. \qquad (3\text{-}32)$$

Вид функции (3-32) показан на рис. 3-22. Эта фигура носит название «тела неопределенности».

Для более наглядного суждения о ширине функции (3-32) по интересующим нас осям следует рассмотреть форму сечения

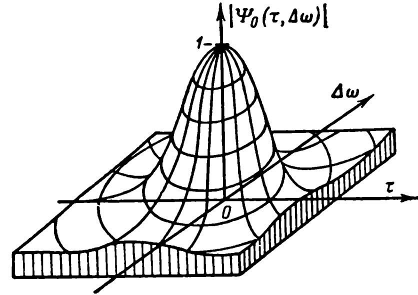


Рис. 3-22. Фигура — «Тело неопределенности»

$|\Psi_0(\tau, \Delta\omega)|$ плоскостью, параллельной плоскости $(\tau, \Delta\omega)$ и расположенной на уровне 0,5. Это сечение представляет собой эллипс, повернутый под углом a к оси τ, где

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{b}{{}^1/_4-(\gamma^4+b^2)} \qquad (3\text{-}33)$$

(см. рис. 3-23).

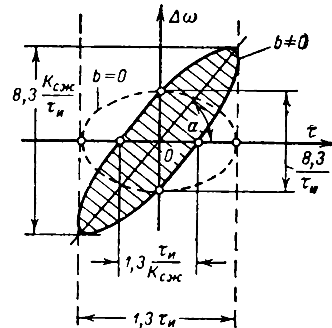


Рис. 3-23. Определение разрешающей способности.

Диаметр эллипса, совпадающий с осью τ, определяет величину разрешающей способности по времени при известной частоте приходящего сигнала (сдвиг $\Delta\omega$ опорного сигнала по частоте равен нулю). Этот диаметр определяется формулой (3-26) [или формулой (3-21) при немодулированном сигнале].

Диаметр эллипса, совпадающий с осью $\Delta\omega$, определяет величину разрешающей способности по частоте при известном времени прихода принимаемого сигнала (сдвиг τ по времени опорного напряжения относительно сигнала равен нулю). Этот диаметр определяется формулой (3-29).

При необходимости одновременного разрешения и по времени и по частоте

(время прихода и частота принимаемого сигнала точно неизвестны и $\tau \neq 0$, $\Delta\omega \neq 0$) разрешающая способность определяется всем «размахом» эллипса по соответствующей координате.

По оси τ «размах» не зависит от модуляции сигнала и равен $1{,}3\tau_и$. Это соответствует разрешающей способности по времени, определяемой выражением (3-21). По оси $\Delta\omega$ «размах» равен:

$$\delta(\Delta\omega)_{пот} = 2\left|\Delta\omega'_{0,5}\right| = 4\sqrt{2\ln 2}\,\gamma \cdot \sqrt{1 + \frac{b^2}{\gamma^4}} = \frac{8{,}3}{\tau_и} K_{сж}. \quad (3\text{-}34)$$

Полученные результаты показывают, что при одновременном разрешении по времени и частоте применение частотно-модулированных сигналов не улучшает разрешения по времени, как это имело место при раздельном разрешении, и ухудшает в $K_{сж}$ раз разрешение по частоте. При увеличении девиации частоты «размах» эллипса по оси $\Delta\omega$ увеличивается, сам эллипс все более вытягивается по оси $\Delta\omega$ и поворачивается относительно осей координат. При $b \to \infty$, угол $\alpha \to \pi/2$ (см. рис. 3-23), эллипс вырождается в вертикальную линию. При этом разрешение по частоте теряется. Сечение эллипса при $b = 0$ (немодулированный сигнал) показано пунктиром.

Объем, заключенный под поверхностью $|\Psi_0(\tau, \Delta\omega)|^2$ является постоянной величиной для любого вида сигнала. Математической формулировкой этого положения, называемого в радиотехнике принципом неопределенности, является равенство

$$\iint_{\tau\Delta\omega} |\Psi_0(\tau, \Delta\omega)|^2 d\tau\, d(\Delta\omega) = 2\pi \quad (3\text{-}35)$$

или, учитывая, что $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$,

$$\iint_{\tau\Delta f} |\Psi_0(\tau, \Delta f)|^2 d\tau\, d(\Delta f) = 1. \quad (3\text{-}36)$$

Принцип неопределенности заключается в том, что нельзя изменить объем тела неопределенности путем изменения вида сигнала. Можно лишь перераспределить этот объем на плоскости $(\tau, \Delta\omega)$.

Примером такого «распределенного» сигнала является пачка когерентных импульсов, т. е. последовательность импульсов, имеющих взаимосвязь по фазе колебаний. Выражение для модуля нормированной смешанной функции автокорреляции прямоугольной пачки гаусовых импульсов имеет вид:

$$|\Psi_{N0}(\tau', \Delta\omega)| = \left| \frac{\sin \frac{1}{2}\Delta\omega T_и (N - |p|)}{N \sin \frac{1}{2}\Delta\omega T_и} \right| \times \exp\left(-\frac{\gamma^2\tau^2}{2}\right) \exp\left[-\frac{\Delta\omega^2}{8\gamma^2}\right]. \quad (3\text{-}37)$$

Здесь p — количество периодов $T_и$, на которое сдвинут опорный сигнал по оси τ ($p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N$);
$T_и$ — период повторения импульсов;
τ — сдвиг опорного сигнала в пределах длительности импульса;
$\tau' = pT_и + \tau$ — общий сдвиг опорного сигнала по оси времени;
N — число импульсов в пачке.

На рис. 3-24 показано сечение тела неопределенности при таком виде сигнала. Качество разрешения определяется размерами центрального сечения. Видно, что разрешающая способность по времени такая же, как и в случае одиночного импульса, а разрешающая способность по частоте улучшилась по сравнению с одиночным сигналом и равна

$$\delta(\Delta\omega)_{пот} = 2|\Delta\omega_{0,5}| = \frac{2\pi}{NT_и}. \quad (3\text{-}38)$$

Обычно применяемый сигнал в виде пачки некогерентных импульсов никакого выигрыша в разрешении по сравнению с одиночными импульсом не дает.

Реальная разрешающая способность может оказаться значительно хуже ее потенциального значения. Ухудшение возникает из-за искажений формы сигнала в различных элементах устройства обработки сигнала. В общем случае ухудшение происходит в различной степени в каждом из его узлов. Поэтому реальная величина разрешающей способности по какому-либо параметру α может быть представлена в виде

$$\delta(\alpha) = \delta(\alpha)_{пот} + \Sigma\,\delta(\alpha)_i = \delta(\alpha)_{пот}\left[1 + \frac{\Sigma\,\delta(\alpha)_i}{\delta(\alpha)_{пот}}\right] = \eta_\alpha\,\delta(\alpha)_{пот},$$

где $\delta(\alpha)_{пот}$ — величина потенциальной разрешающей способности;
$\delta(\alpha)_i$ — дополнительное ухудшение разрешающей способности в i-м узле;
η_α — коэффициент ухудшения разрешающей способности.

Применительно, например, к радиолокационной станции наибольшие ухудшения вносит выходное индикаторное устройство из-за конечных размеров рисующего пятна электроннолучевой трубки. Поэтому при приближенной оценке в таких случаях можно принимать, что

$$\eta_\alpha = 1 + \frac{\Sigma\,\delta(\alpha)_{инд}}{\delta(\alpha)_{пот}}. \quad (3\text{-}39)$$

В качестве примера подсчитаем коэффициент ухудшения разрешающей способности по дальности с индикатором, имеющим шкалу дальности $D_{шк} = 300$ *км*, диаметр экрана трубки $d_э = 300$ *мм*, диаметр пятна $d_п = 1$ *мм*. Зондирующий сигнал — немоду-

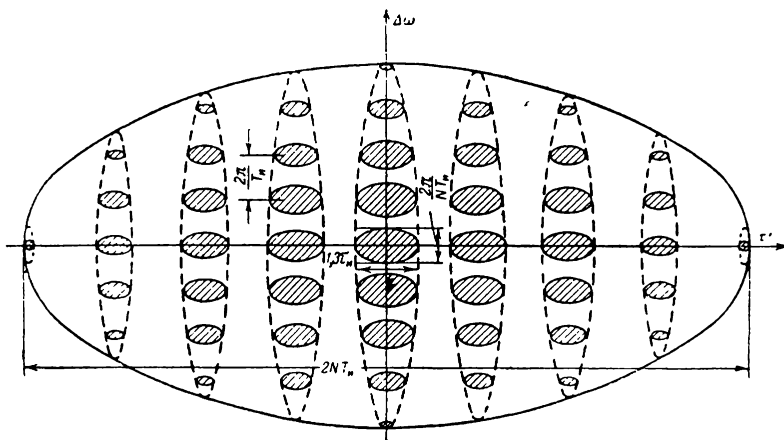


Рис. 3-24. Сечение тела неопределенности для пачки когерентных сигналов.

лированные импульсы с прямоугольной огибающей длительностью 3 *мксек*.

Найдем величину потенциальной разрешающей способности по дальности, используя выражение (3-16),

$$\delta(D)_{пот} = \frac{c}{2}\,\delta(\tau)_{пот} = \frac{c\tau_и}{2} = 0{,}45\ км. \quad (3\text{-}40)$$

Конечные размеры пятна увеличивают протяженность отметки сигнала по шкале дальности на величину диаметра пятна. Поэтому дополнительное ухудшение разрешающей способности в индикаторе можно найти, вычислив цену пятна в километрах:

$$\delta(D)_{инд} = d_п\,\frac{D_{шк}}{d_э} = \frac{1\cdot 300}{300} = 1\ км. \quad (3\text{-}41)$$

Отсюда

$$\eta_D = 1 + \frac{1}{0{,}45} \approx 3$$

и реальная разрешающая способность

$$\delta(D) = 3\cdot 0{,}45 \approx 1{,}5\ км.$$

Аналогичным образом могут быть определены коэффициенты ухудшения и величины реальных разрешающих способностей и по другим параметрам.

3-5. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ

Наличие помех на входе и внутри приемного устройства приводит к появлению случайных ошибок измерений параметров сигнала (систематические ошибки в принципе могут быть всегда устранены). Точность измерений определяется величиной ошибки с обязательным указанием ее категории (средняя, среднеквадратическая и т. д.). Наиболее часто пользуются среднеквадратическими ошибками. Закон распределения ошибок в большинстве случаев является нормальным.

Факторами, влияющими на точность измерения параметров сигнала являются: отношение энергии принимаемого сигнала к энергии шумов, форма входного сигнала, степень совершенства выполнения отдельных узлов радиотехнического устройства, метод отсчета и допускаемое время измерения, условия распространения радиоволн.

Точность работы устройства может быть определена экспериментально или расчетным путем. Экспериментальный метод надежен и прост, но применим к уже действующей аппаратуре. При проектировании устройства, к которому предъявляются определенные требования по точности, приходится применять расчетный метод, основанный на расчете отдельных составляющих общей ошибки, соответствующих каждому из факторов, влияющих на точность измерений.

При этом общую ошибку измерения можно разделить на потенциальную ошибку, определяемую формой входного сигнала и отношением энергий сигнал/шум, и ошибку, вызываемую всеми остальными факторами. Такое разделение удобно, потому что потенциальная ошибка определяет предельно-достижимую точность измерений при данных входном сигнале и шумах, а вторая слагающая ошибки характеризует в основном степень совершенства выполнения отдельных узлов радиоустройства (и влияние условий распространения).

Рассмотрим вначале вопрос о потенциальной точности измерения параметров сигнала. При измерении следует получить значение параметра (или, как принято считать, оценку), наиболее близкое к истинному. Полученная в конкретном измерении оценка будет случайной величиной. Поэтому следует определить дисперсию оценки, характеризующую разброс оценок относи-

тельно истинного значения. Потенциальная точность измерения будет реализована, если будет получена оценка параметра, в среднем наилучшим образом приближающаяся к истинному его значению и имеющая наименьшую дисперсию. Наилучшей оценкой α^*_0 параметра α (времени прихода, частоты) будет оценка, среднее значение которой по множеству измерений совпадает с истинным значением α_0, т. е.

$$\overline{\alpha_0^*} = \alpha_0. \qquad (3\text{-}40)$$

Такая оценка называется несмещенной. Если к тому же дисперсия оценки является наименьшей из возможных, то такая оценка называется еще и эффективной. Возникает вопрос, как выбрать способ оценки, чтобы получить эти ее положительные качества — несмещенность и эффективность. Процесс оценки (измерение) должен производиться по выходному напряжению приемника (3-8). Будем это выражение в дальнейшем использовать в виде

$$q(\alpha) = S(\alpha) + H(\alpha), \qquad (3\text{-}41)$$

где α — измеряемый параметр.

Наибольшее распространение имеет способ оценки по максимуму выходного напряжения. Процесс отдельного измерения состоит при этом в определении положения максимума на оси параметра α и соответствующего ему значения параметра α^*_0. Оценка α^*_0, полученная таким методом, при условии большого отношения энергий сигнала и шума является несмещенной и асимптотически эффективной.

Регулярная составляющая выходного напряжения (сигнальная функция) всегда имеет максимум при истинном значении параметра α_0, равный $2R=2E_c/E_ш$, и является четной функцией α. Случайная составляющая (шумовая функция) имеет среднеквадратическое напряжение, равное корню квадратному из дисперсии, т. е.

$$\sqrt{\frac{2E_c}{E_ш}} = \sqrt{2R}. \qquad (3\text{-}42)$$

Если бы случайная составляющая в выходном напряжении отсутствовала, то оценка параметра α^*_0 всегда совпадала бы с истинным значением α_0, а дисперсия оценки была бы равна нулю. Наличие случайной составляющей приводит к случайному смещению максимума выходного напряжения в каждом из измерений, благодаря чему оценка параметра приобретает дисперсию (оставаясь в среднем несмещенной), тем большую, чем меньше R. Так как при $R \ll 1$ $\sqrt{R} \gg R$, то и случайная составляющая в выходном напряжении преобладает над регулярной. Однозначное измерение параметра α в этом случае невозможно. При $R \approx 1$ ($\sqrt{R} \approx R$) уже выявляется максимум, соответствующий регулярной составляющей выходного напряжения. При $R \gg 1$ ($\sqrt{R} \ll R$) случайная составляющая весьма мало влияет на общий характер процесса и выходное напряжение приближенно можно представить в виде сигнальной функции. Именно такие условия и характерны при измерении параметров.

Вследствие симметрии сигнальной функции относительно истинного значения параметра α_0 оценка является несмещенной (т. е. $\overline{\alpha^*_0} - \alpha_0 = 0$).

Сигнальная функция в большинстве случаев может быть аппроксимирована гауссовой кривой. Это означает, что оценка является также и эффективной, так как гауссово распределение имеет по сравнению с другими видами распределения наименьшую дисперсию. Учитывая физику явлений и суть метода оценки по максимуму выходного напряжения можно заранее предполагать, что точность измерений будет тем выше, чем уже пик автокорреляционной функции и чем больше максимум этой функции по сравнению со среднеквадратическим значением шумов (чем больше отношение энергий сигнал/шум). Следовательно, условия, благоприятные с точки зрения разрешения, установленные в предыдущем параграфе, будут также наиболее благоприятными и с точки зрения повышения точности.

Определим дисперсию оценки в случае измерения одного параметра. Оценка параметра α находится из уравнения, определяющего условия существования максимума выходного напряжения $q(\alpha)$,

$$\frac{d}{d\alpha} q(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} S(\alpha) + \frac{d}{d\alpha} H(\alpha) = 0. \qquad (3\text{-}43)$$

Дисперсия оценки, полученная из этого уравнения, имеет вид:

$$\sigma^2(\alpha) = -\frac{1}{2R\Psi_0''(\Delta\alpha)_{\Delta\alpha=0}}. \qquad (3\text{-}44)$$

Эта формула имеет ясную интерпретацию: вторая производная от $\Psi_0(\Delta\alpha)$ при $\Delta\alpha=0$ выражает скорость изменения функции вблизи ее максимума или, другими словами, остроту пика функции, и чем больше эта острота, тем выше точность измерения. Точность, естественно, увеличивается при увеличении отношения энергий сигнал/шум. Обычно информация, содержащаяся в высокочастотном заполнении функции $\Psi_0(\Delta\alpha)$, практически не используется. Проводя выкладки для огибающих сигнальной и шумовой функций, придем к практически используемой формуле

$$\sigma^2(\alpha) = -\frac{1}{2R\left|\Psi_0''(\Delta\alpha)\right|_{\Delta\alpha=0}}, \qquad (3\text{-}45)$$

где $|\Psi_0''(\Delta\alpha)_{\Delta\alpha=0}$ — значение второй производной от модуля нормированной автокорреляционной функции по параметру α при $\alpha=0$.

Определим дисперсию оценки времени прихода сигнала в виде частотно-модулированного импульса с гауссовой огибающей

Нормированная автокорреляционная функция по времени для этого случая определяется выражением (3-22).

Вторая производная по τ имеет вид:

$$|\Psi_0''(\tau)|_{\tau=0} = -\left(\gamma^2 + \frac{b^2}{\gamma^2}\right). \quad (3\text{-}46)$$

Дисперсия в соответствии с выражением (3-45) равна:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2R\left(\gamma^2 + \frac{b^2}{\gamma^2}\right)} = \frac{1}{2R\gamma^2 K_{сж}^2} = \frac{\tau_и^2}{2\pi R K_{сж}^2}. \quad (3\text{-}47)$$

Потенциальная среднеквадратическая ошибка измерения

$$\sigma(\tau)_{пот} = \frac{\tau_и}{\sqrt{2\pi R}\, K_{сж}}. \quad (3\text{-}48)$$

Анализируя выражения (3-47) и (3-48), заключаем, что ошибка измерения тем меньше, чем больше частотная девиация (чем шире спектр сигнала). При отсутствии частотной модуляции ($b=0$)

$$\sigma(\tau)_{пот} = \frac{\tau_и}{\sqrt{2\pi R}}. \quad (3\text{-}49)$$

Таким образом, применение частотно-модулированных сигналов позволяет получить большую точность измерения времени по сравнению с немодулированными сигналами той же длительности.

Определим дисперсию оценки частоты для того же вида сигнала. Нормированная автокорреляционная функция сигнала по частоте определяется выражением (3-28). Ее вторая производная в точке $\Delta\omega=0$ равна:

$$|\Psi_0''(\Delta\omega)|_{\Delta\omega=0} = -\frac{1}{4\gamma^2}$$

и

$$\sigma^2(\Delta\omega) = \frac{4\gamma^2}{2R} = \frac{2\pi}{R\tau_и^2}. \quad (3\text{-}50)$$

Потенциальная среднеквадратическая ошибка измерения частоты

$$\sigma(\Delta\omega)_{пот} = \frac{2\gamma}{\sqrt{2R}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{R}\,\tau_и}. \quad (3\text{-}51)$$

Из выражений (3-50) и (3-51) видно, что точность измерения частоты тем выше, чем больше длительность импульса и чем больше отношение энергий сигнал/шум. Эта точность одинакова как для немодулированных, так и для ЧМ сигналов, ибо ширина выходного сигнала, отсчитанная по оси $\Delta\omega$ при $\tau=0$, не изменяется при изменении девиации частоты (см. § 3-4).

Рассмотрим случай одновременной оценки двух параметров. Оценка параметров α и β находится по методу максимума путем решения системы уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha} S(\alpha,\beta) + \frac{\partial}{\partial\alpha} H(\alpha,\beta) = 0; \quad (3\text{-}52)$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta} S(\alpha,\beta) + \frac{\partial}{\partial\beta} H(\alpha,\beta) = 0. \quad (3\text{-}53)$$

Выражения для дисперсий оценок имеют вид:

$$\sigma^2(\alpha) = -\frac{1}{2R|\Psi_0''(\Delta\alpha)|_{\Delta\alpha=0}}\frac{1}{1-r^2}; \quad (3\text{-}54)$$

$$\sigma^2(\beta) = -\frac{1}{2R|\Psi''(\Delta\beta)|_{\Delta\beta=0}}\frac{1}{1-r^2}, \quad (3\text{-}55)$$

где

$$r^2 = \frac{|\Psi_0''(\Delta\alpha,\Delta\beta)|^2_{\Delta\alpha=\Delta\beta=0}}{|\Psi_0''(\Delta\alpha)|_{\Delta\alpha=0}|\Psi_0''(\Delta\beta)|_{\Delta\beta=0}}. \quad (3\text{-}56)$$

При наличии корреляции величин α и β, множитель $\frac{1}{1-r^2}$ больше единицы и точность измерений ухудшается по сравнению со случаем оценки одного параметра.

При отсутствии взаимной корреляции α и β $\Psi''_0(\Delta\alpha, \Delta\beta) \equiv 0$ и выражения (3-54) и (3-55) переходят в (3-45).

Определим дисперсии оценок времени прихода и несущей частоты сигнала в виде частотно-модулированного импульса с гауссовой огибающей.

Нормированные автокорреляционные функции, вторые производные которых входят в (3-54)—(3-56), определяются выражениями (3-32), (3-22) и (3-28).

Значения их вторых производных соответственно равны:

$$\Psi_0''(\tau,\Delta\omega)_{\substack{\tau=0\\ \Delta\omega=0}} = \frac{b}{2\gamma^2};$$

$$\Psi_0''(\tau)_{\tau=0} = -\left(\gamma^2 + \frac{b^2}{\gamma^2}\right);$$

$$\Psi_0''(\Delta\omega)_{\Delta\omega=0} = -\frac{1}{4\gamma^2}.$$

Отсюда

$$r^2 = \frac{b^2}{\gamma^2\left(\gamma^2 + \frac{b^2}{\gamma^2}\right)} \quad (3\text{-}57)$$

и

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2R}\frac{1}{\gamma^2} = \frac{\tau_и^2}{2\pi R}; \quad (3\text{-}58)$$

$$\sigma^2(\Delta\omega) = \frac{2\gamma^2}{R} + \frac{2b^2}{R\gamma^2} = \frac{2\gamma^2}{R}\left(1 + \frac{b^2}{\gamma^4}\right) = \frac{2\gamma^2}{R}K_{сж}^2 = \frac{2\pi K_{сж}^2}{R\tau_и^2}. \quad (3\text{-}59)$$

Потенциальные среднеквадратические ошибки измерения времени и частоты соответственно равны:

$$\sigma(\tau)_{пот} = \frac{\tau_и}{\sqrt{2\pi R}}; \quad (3\text{-}60)$$

$$\sigma(\Delta\omega)_{пот} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{R}} \frac{K_{сж}}{\tau_и} \approx$$

$$\approx \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{R}} \Delta f_м. \quad (3\text{-}61)$$

Анализ этих выражений позволяет сделать следующие выводы. При одновременном измерении наличие корреляции между временем и частотой в частотно-модулированном сигнале ухудшает точность измерения. Точность измерения частоты ухудшается пропорционально девиации частоты. Точность измерения времени прихода сигнала такая же, как и при отсутствии частотной модуляции. Этот же результат можно было бы получить при анализе эллипса неопределенности. При неизвестной частоте оценку τ следует производить по всему «размаху» эллипса по оси τ, а он постоянен при различной частотной девиации и равен (на уровне 0,5) $1{,}3\tau_и$.

Реальная ошибка измерения может значительно превосходить потенциальную из-за несовершенства отсчетных устройств, ухудшения отношения энергий сигнал/шум в узлах приемника вследствие неоптимальности выбора их характеристик, и искривления траекторий радиоволн при их распространении в среде.

Результирующая ошибка измерения параметра может быть представлена в виде

$$\sigma(\alpha) = \sqrt{\sigma^2(\alpha)_{пот} + \sigma^2(\alpha)_{распр} + \Sigma\sigma^2(\alpha)_i}\,. \quad (3\text{-}62)$$

Здесь $\sigma(\alpha)_{пот}$ — потенциальная ошибка, рассчитанная по приведенным выше формулам;

$\sigma(\alpha)_{распр}$ — ошибка из-за искривления траекторий радиоволн;

$\sigma(\alpha)_i$ — ошибка, вызванная ухудшением в i-м узле приемника.

Результирующую ошибку (3-62) можно представить в виде

$$\sigma(\alpha) = \gamma_\alpha\, \sigma(\alpha)_{пот}, \quad (3\text{-}63)$$

где

$$\gamma_\alpha = \sqrt{1 + \frac{\sigma^2(\alpha)_{распр}}{\sigma^2(\alpha)_{пот}} + \frac{\Sigma\sigma^2(\alpha)_i}{\sigma^2(\alpha)_{пот}}} \quad (3\text{-}64)$$

— называется коэффициентом ухудшения точности.

Если можно пренебречь ошибками распространения, а из аппаратурных ошибок учитывать только ошибки выходного устройства, то

$$\gamma_\alpha \approx \sqrt{1 + \frac{\Sigma\sigma^2(\alpha)_{вых.устр}}{\sigma^2(\alpha)_{пот}}}\,. \quad (3\text{-}65)$$

Значения γ_α для различных случаев могут колебаться в довольно широких пределах (приблизительно от единицы до 10—15). В качестве примера подсчитаем коэффициент ухудшения точности в радиолокационной станции при измерении дальности на индикаторе с электронной шкалой $D_{шк} = 300$ *км* при диаметре трубки $d_э = 300$ *мм*. Сигнал имеет гауссову огибающую, длительность $\tau_и = 3$ *мксек*, отношение сигнал/шум $R = 8$. При измерении встретятся следующие ошибки: из-за нестабильности электронной шкалы; неточного определения положения метки; ошибка интерполяции отметки цели по двум соседним меткам и т. п.

Наибольшей из этих ошибок будет ошибка интерполяции. Ее среднеквадратическое значение можно приближенно вычислить по формуле

$$\sigma(D)_{инт} \approx 0{,}1\, l M_D\,,$$

где l — интервал между метками;

$$M_D = \frac{D_{шк}}{L_{шк}} = \frac{D_{шк}}{K_э d_э} \text{ — масштаб}$$

дальности;

$K_э$ — коэффициент использования экрана, равный 0,8—0,9. Принимая $l = 10$ *мм*, получим ошибку интерполяции

$$\sigma(D)_{инт} \approx 0{,}1 \cdot 10 \cdot \frac{300}{0{,}8 \cdot 300} = 1{,}25 \text{ км}.$$

Потенциальная ошибка измерения дальности

$$\sigma(D)_{пот} = \frac{c}{2}\sigma(\tau) = \frac{3\cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^5}{2\sqrt{2\pi \cdot 8}} =$$

$$= 0{,}635 \text{ км}.$$

Пренебрегая остальными ошибками отсчета, получим:

$$\gamma_D = \sqrt{1 + \left(\frac{1{,}25}{0{,}635}\right)^2} \approx 2{,}25.$$

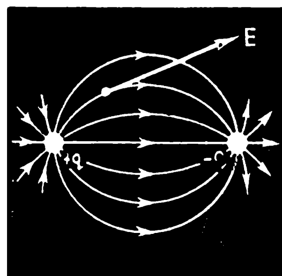
Результирующая ошибка измерения будет равна:

$$\sigma(D) = \sqrt{0{,}635^2 + 1{,}25^2} \approx 1{,}41 \text{ км}.$$

ЛИТЕРАТУРА

Гуткин Л. С., Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах, Госэнергоиздат, 1961.

Васин В. В. и Степанов Б. М., Выходные сигналы радиотехнических устройств при оптимальной фильтрации, изд-во «Энергия», 1967.



РАЗДЕЛ 4

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА



СОДЕРЖАНИЕ

4-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Электрические свойства вещества

Все вещества окружающего нас мира представляют собой соединения небольшого количества элементов (водорода, кислорода, углерода и т. д.). Каждый элемент построен из атомов — лишь ему присущих мельчайших частиц, которые не дробятся ни при каких химических реакциях. Различные атомы, соединяясь друг с другом в определенных соотношениях, образуют молекулы того или иного вещества, которые являются наиболее мелкими частицами вещества, сохраняющими его свойства.

Атомы построены из элементарных частиц, которые могут быть разделены на три группы. Частицы, принадлежащие к первой и второй группам, помимо обычных сил гравитационного притяжения, испытывают силы взаимного отталкивания от частиц той же самой группы и силы взаимного притяжения к частицам другой группы. Эти силы притяжения и отталкивания получили название электрических сил, а частицы, между которыми возникают подобные силы, были названы заряженными частицами, т. е. частицами, имеющими некоторый электрический заряд. К третьей группе относятся частицы, между которыми возникают лишь гравитационные взаимодействия, т. е. электрически нейтральные частицы (нейтроны).

Из заряженных частиц наименьшим зарядом обладают электроны, самые легкие частицы, непременно входящие в состав любого атома. Заряд электрона условились считать отрицательным. В целом нейтральный атом содержит ровно столько положительно заряженных частиц, чтобы они могли скомпенсировать заряд, создаваемый электронами. Положительно заряженные и нейтральные частицы во много раз тяжелей электронов и поэтому в основном они, а не электроны определяют массу атома. Атом по своему строению напоминает планетарную систему: положительный заряд сосре-

доточен в массивном центральном ядре, а вокруг его по орбитам вращаются электроны, находящиеся под действием электрической силы притяжения ядра.

Имеется много способов (механическое трение, химические реакции, ионизация и т. д.) для нарушения нейтральности атомов. Общее количество заряженных частиц при этом не изменяется, а происходит лишь их перераспределение: атомы одних тел теряют электроны и тела становятся положительно заряженными; эти электроны переходят к другим телам и делают их отрицательно заряженными (закон сохранения заряда).

Опыт показывает, что после такого перераспределения заряженных частиц резко изменяются свойства среды вокруг электрически заряженных тел. Состояние среды (или пространства), обусловленное присутствием заряженных тел, называется электрическим полем. Это состояние характеризуется наличием в каждой точке пространства силы, которая действует на электрический заряд, помещенный в этой точке.

В отношении электрического поля все тела могут быть разделены на три группы — диэлектрики, проводники и полупроводники. В диэлектриках электрическое поле может длительно оставаться неизменным. В проводниках под действием электрического поля происходит перемещение заряженных частиц, в результате чего возникает новое электрическое поле, компенсирующее первоначальное (внутри идеальных проводников электрическое поле существовать не может). Полупроводники занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками.

Детальное изучение электрических свойств полупроводников открыло новые возможности их применения, рассмотренные в разд. 9.

Системы единиц измерения

Измерение любой физической величины u заключается в сравнении этой величины с однородной ей величиной u_0, принятой за единицу измерения.

Числовое значение физической величины

$$U = \frac{u}{u_0}$$

показывает, сколько единиц u_0 содержится в ней. Это число обратно пропорционально размеру единицы измерения u_0.

Поскольку физические величины связаны между собой определенными закономерностями, то и между единицами измерения различных физических величин также должны существовать некоторые связи. Лишь некоторые из единиц удается выбрать независимо. Их называют основными единицами и воспроизводят в виде возможно более точных эталонов. Остальные единицы считаются производными; их размеры устанавливаются путем подстановки основных единиц (и уже определенных производных единиц) в уравнения, представляющие собой математическую запись законов физики. В качестве уравнений, определяющих производные единицы, используются наиболее простые и практически важные закономерности, а размер единиц стремятся выбрать так, чтобы в этих уравнениях избавиться от коэффициентов пропорциональности.

Совокупность основных и производных единиц измерения физических величин называется системой единиц. Например, в гауссовой системе СГС в качестве основных единиц приняты сантиметр, грамм и секунда, а магнитная и электрическая проницаемости пустоты считаются отвлеченными числами, равными единице. В системе единиц МКСА имеются четыре основные единицы: метр, килограмм, секунда и ампер.

Использовавшиеся прежде системы единиц (СГС, МКСА и др.) не являлись универсальными (т. е. применимыми для любой области физики) и вызывали неудобства, связанные с переводом числовых значений физических величин из одной системы единиц в другую. Для устранения этих трудностей была разработана Международная система единиц СИ (SI), которая введена в Советском Союзе как предпочтительная с 1 января 1963 г. (ГОСТ 9867-61).

Международная система единиц СИ

Эта система единиц состоит из шести основных единиц (метр, килограмм, секунда, ампер, градус Кельвина и свеча), двух дополнительных единиц (радиан, стерадиан) и двадцати семи производных единиц.

Основные единицы системы СИ определены следующим образом:

Метр (*м*) — длина, равная 1650763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86.

Килограмм (*кг*) — масса международного прототипа килограмма.

Секунда (*сек*) — 1/31556925,9747 часть тропического года (для 1900 г. января 0 в 12 *ч* эфемеридного времени).

Ампер (*а*) — сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 *м* один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ *н* (единиц силы Международной системы) на каждый метр длины.

Градус Кельвина (°К) — единица измерения температуры по термодинамической стоградусной шкале, на которой для температуры тройной точки (точка фазового равновесия льда, воды и водяного пара) установлено значение 273,16° (точно).

Таблица 4-1

Производные электрические и магнитные единицы системы СИ

Название физической величины	Название единицы измерения	Обозначение единицы измерения	Формула, определяющая единицу измерения
Энергия, работа	джоуль	*дж*	$A = Fl \cos \alpha$
Мощность	ватт	*вт*	$P = \frac{dA}{dt}$
Электрический заряд, количество электричества	кулон	*к*	$q = \int I\,dt$
Напряжение, разность потенциалов, электродвижущая сила	вольт	*в*	$V = \frac{P}{I}$
Поток электрической индукции	кулон	*к*	$\oint_S D\,dS = q$
Электрическая индукция	кулон на квадратный метр	$\frac{к}{м^2}$	$D = \frac{dq}{dS}$
Напряженность электрического поля	вольт на метр	$\frac{в}{м}$	$E = \frac{dU}{dl}$
Электрическое сопротивление	ом	*ом*	$R = \frac{U}{I}$
Электропроводность	сименс	*сим*	$G = \frac{I}{U}$
Электрическая емкость	фарада	*ф*	$C = \frac{q}{U}$
Магнитный поток	вебер	*вб*	$d\Phi = IR\,dt$
Магнитная индукция	тесла (вебер на квадратный метр)	*тл* $\left(\frac{вб}{м^2}\right)$	$B = \frac{d\Phi}{dS}$
Магнитодвижущая сила	ампер (ампер-виток)	*а* (*ав*)	$F = \oint H\,dl$
Напряженность магнитного поля	ампер на метр	*а/м*	$H = \frac{I}{2\pi r}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	генри	*гн*	$L = \frac{\Phi}{I}$
Электрическая проницаемость	фарада на метр	*ф/м*	$C = \frac{\varepsilon S}{d}$
Магнитная проницаемость	генри на метр	*гн/м*	$\mu = \frac{B}{H}$
Полная мощность Активная мощность Реактивная мощность	вольт-ампер ватт вар	*ва* *вт* *вар*	$P = UI$ $Q = UI \underline{\cos \varphi}$ $S = UI \overline{\sin} \varphi$

Свеча (*св*) — единица силы света, значение которой принимается таким, чтобы яркость полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 свечам на 1 квадратный сантиметр.

Дополнительные единицы. Кроме основных единиц, в систему СИ включены две дополнительные единицы: радиан и стерадиан.

Радиан (*рад*) — угол между двумя радиусами круга, вырезающий на его окружности дугу, длина которой равна радиусу.

Стерадиан (*стер*) — телесный угол, вершина которого расположена в центре сферы и который вырезает на поверхности сферы площадь, равновеликую площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Производные единицы системы СИ определяются с помощью уравнений, устанавливающих наиболее существенные связи между физическими величинами и не содержащих числовых коэффициентов. В результате этого все производные единицы образуются из основных путем умножения и деления без введения числовых коэффициентов.

Например, обратная пропорциональность периода T и частоты колебаний

$$f = \frac{1}{T}$$

позволяет определить единицу частоты *герц* (*гц*) как частоту колебания, при котором один цикл колебания совершается за одну секунду.

Определения скорости v и ускорения a

$$v = \frac{dl}{dt}; \quad a = \frac{d^2l}{dt^2}$$

позволяют за единицу скорости принять *метр в секунду* (*м/сек*), а за единицу ускорения *метр в секунду в квадрате* (*м/сек*^{2}).

Второй закон Ньютона

$$F = ma$$

свидетельствует, что за единицу силы должна быть принята такая сила, которая телу массой в 1 *кг* сообщает ускорение в 1 *м/сек*^{2}. Эта единица получила название *ньютон*. Следовательно, за единицу давления теперь следует принимать *ньютон на квадратный метр*, а за единицу удельного веса — *ньютон на кубический метр*.

Единицей измерения работы, энергии и количества теплоты является *джоуль* (*дж*), а единицей мощности — *ватт* (*вт*).

Использование дополнительной единицы измерения плоского угла (*радиан*) и зависимости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

позволяет ввести единицу измерения угловой скорости (угловой частоты) — радиан в секунду и т. д.

Аналогичным образом определяются производные электрические и магнитные единицы. В табл. 4-1 приведены производные электрические и магнитные единицы системы СИ, их названия, обозначения, а также уравнения, определяющие эти единицы. Используя указанные уравнения, можно дать следующие определения наиболее употребительным электрическим и магнитным единицам.

Кулон (*к*) — заряд, переносимый через поперечное сечение проводника в 1 *сек* при токе в 1 *а*.

Вольт (*в*) — напряжение на концах резистора, в котором выделяется мощность 1 *вт* при токе 1 *а*.

Ом — сопротивление такого резистора, по которому течет ток 1 *а* при напряжении на концах резистора 1 *в*.

Фарада (*ф*) — емкость проводника, потенциал которого повышается на 1 *в* при внесении на него заряда 1 *к*.

Вебер (*вб*) — магнитный поток, при убывании которого до нуля за 1 *сек* в контуре, сцепленном с этим потоком, возникает э. д. с. индукции, равная 1 *в*.

Тесла (*тл*) — индукция такого однородного магнитного поля, в котором магнитный поток через площадь в 1 *м*^{2}, перпендикулярную направлению поля, равен 1 *вб*.

Ампер на метр (*а/м*) — напряженность магнитного поля, создаваемого прямолинейным бесконечно длинным током, равным 2π *а*, на расстоянии 1 *м* от проводника с током.

Генри (*гн*) — индуктивность такого контура, с которым сцеплен магнитный поток 1 *вб*, когда по контуру течет ток 1 *а*.

Фарада на метр (*ф/м*) — абсолютная электрическая проницаемость диэлектрика, при заполнении которым плоский конденсатор с пластинами площадью 1 *м*^{2} каждая, расположенными на расстоянии 1 *м*, обладает емкостью 1 *ф*.

Генри на метр (*гн/м*) — абсолютная магнитная проницаемость вещества, в котором при напряженности магнитного поля 1 *а/м* магнитная индукция равна 1 *тл*.

Нужно иметь в виду, что уравнения, определяющие производные единицы системы СИ, записываются в так называемой рационализированной форме. Это означает следующее.

Если исходить из закона Кулона (см. § 4-2), написанного в форме

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

то в ряде важных формул и, в частности, в уравнениях Максвелла (см. § 4-8) появляется множитель 4π. Представляется целесообразным так изменить форму написания уравнений, чтобы множитель 4π исчез из наиболее важных и часто применяемых уравнений, но зато появился в законе Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2}$$

и в ряде других формул, относящихся к частным случаям.

Иногда размер основных или производных единиц оказывается неудобным (мал или велик) для измерения или расчета. В этих случаях используются кратные или дольные единицы, которые получа-

Таблица 4-2

Десятичные приставки

Показатель	Кратность (дольность)	Наименование приставки	Обозначения приставки
12	10^{12}	Тера	*Т*
9	10^9	Гига	*Г*
6	10^6	Мега	*М*
3	10^3	Кило	*к*
2	10^2	Гекто	*г*
1	10	Дека	*да*
−1	10^{-1}	Деци	*д*
−2	10^{-2}	Санти	*с*
−3	10^{-3}	Милли	*м*
−6	10^{-6}	Микро	*мк*
−9	10^{-9}	Нано	*н*
−12	10^{-12}	Пико	*п*

ются путем умножения основных и производных единиц на 10^n. У кратных единиц целое число n больше нуля, у дольных — меньше нуля. Названия кратных и дольных единиц образуются из названий основных и производных единиц путем добавления к ним приставок. Степени кратности (дольности) и приставки, предусмотренные ГОСТ 7663-55, приведены в табл. 4-2.

4-2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Закон Кулона

По значению силы взаимодействия между заряженными телами можно судить о величине сообщенных им зарядов. Согласно закону Кулона сила взаимодействия

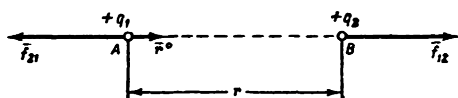


Рис. 4-1. Силы взаимодействия двух точечных зарядов.

F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в однородном диэлектрике, пропорциональна произведению величин зарядов q_1 и q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними (рис. 4-1)

$$\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_a r^2} \mathbf{r}^0. \qquad (4\text{-}1)$$

Здесь $1/4\pi$ является коэффициентом рационализации (см. § 4-1), $\mathbf{r}^0$ — орт направления (см. § 1-14).

Величина ε_a называется абсолютной диэлектрической проницаемостью среды, в которой происходит взаимодействие зарядов, и является одним из важнейших параметров вещества. В свободном от вещества пространстве (пустоте) и, с большой степенью приближения, в воздухе абсолютная диэлектрическая проницаемость (электрическая постоянная) равна

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}, \ ф/м.$$

Отношение

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0}$$

называется (относительной) диэлектрической проницаемостью. Это число показывает во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в данном веществе меньше, чем в свободном от вещества пространстве. В табл. 4-3 приведены значения относительной диэлектрической проницаемости некоторых веществ.

Таблица 4-3

Относительная диэлектрическая проницаемость

Вещество	ε
Вакуум	1
Воздух	1,0006
Трансформаторное масло	2,2
Фторопласт (политетрафторэтилен)	2
Полистирол	2,2
Полиэтилен	2,3
Плексиглас	2,7—3,2
Кварц	4,27—4,34
Стекло	5—7
Слюда	5,7—7
Вода (дистиллированная)	81
Керамика (фарфор)	6—7
Керамика специальная (рутил, титанаты)	150—200

Напряженность электрического поля

Основной характеристикой электрического поля является вектор напряженности электрического поля. Напряженностью электрического поля **E** называется отношение силы, с которой поле действует на внесенный в него маленький пробный заряд, к величине этого пробного заряда. Например, если в условиях рис. 4-1 считать, что электрическое поле создано зарядом $q_1 = q$ и в точку B этого поля помещен маленький пробный заряд q_2, то напряженность поля в этой точке

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{f}_{12}}{q_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a r^2} \mathbf{r}^0. \qquad (4\text{-}2)$$

При создании электрического поля не одним, а несколькими точечными зарядами результирующая напряженность поля может быть найдена как геометрическая сумма векторов напряженности поля, созданных каждым из точечных зарядов.

Любой точечный заряд q, внесенный в электрическое поле **E**, будет испытывать со стороны поля силу

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E} \qquad (4\text{-}3)$$

независимо от того, какими зарядами (источниками) создано это поле.

Для создания геометрических образов электрического поля вводят линии напряженности электрического поля (силовые линии), подразумевая под ними такие линии, в каждой точке которых вектор напряженности **E** направлен по касательной к линии. На рис. 4-2 представлена

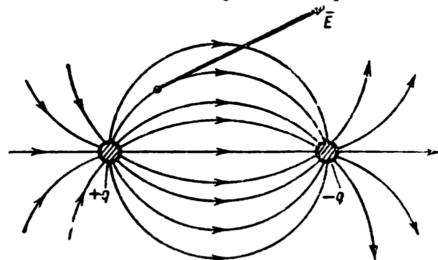


Рис. 4-2. Электрическое поле двух разноименных зарядов.

система линий напряженности поля зарядов разного знака (диполь).

Электрический потенциал. Значение электрического потенциала φ в данной точке поля определяется работой, которую совершают силы поля, переносящие единицу положительного заряда из данной точки за пределы поля (в бесконечно удаленную точку). Например, если поле создано точечным положительным зарядом q, то на расстоянии r от заряда поле имеет потенциал

$$\varphi = \int_r^\infty \mathbf{E}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a r}.$$

Если поле создано отрицательным зарядом, то удаление положительного единичного заряда за пределы поля осуществляется не силами поля, а внешними силами, действующими **против** сил поля.

Перенося единичный положительный заряд из одной точки в другую, поле совершает работу, равную разности потенциалов в этих точках:

$$A_1 = \int_{l_{1-2}} \mathbf{E}\,ds = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Если же поле переносит заряд q, то оно совершает работу

$$A = q\int_{l_{1-2}} \mathbf{E}\,ds = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В стационарном электрическом поле работа переноса заряда не зависит от формы пути, по которому перемещается заряд, а определяется потенциалами начальной (φ_1) и конечной (φ_2) точек этого пути. Для замкнутого пути $\varphi_1=\varphi_2$ и, следовательно, циркуляция (см. § 1-15) вектора напряженности поля равна нулю:

$$\oint \mathbf{E}\,ds = 0.$$

Такое поле называется потенциальным (безвихревым).

Для каждой точки потенциального поля может быть составлена потенциальная функция $\varphi(\mathbf{r})$, производная которой, взятая по какому-либо направлению $\mathbf{s}_0$ с обратным знаком, дает значение составляющей напряженности поля по этому направлению

$$-\frac{d\varphi}{ds} = \mathbf{E}\mathbf{s}_0$$

или (учитывая § 1-15)

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi. \qquad (4\text{-}4)$$

Знак минус в этих выражениях выбран произвольно и лишь потому, что принято направлять вектор $\mathbf{E}$ от положительного заряда к отрицательному, т. е. в сторону убывания потенциала φ.

Предыдущие выражения не дают однозначного определения потенциала (добавление к φ постоянной величины не меняет их). Для наделения потенциала $\varphi(\mathbf{r})$ однозначностью необходимо определить его хотя бы в одной точке поля. За такую точку обычно принимают бесконечно удаленную точку, полагая в ней $\varphi(\infty)=0$, так как поле конечной системы зарядов в бесконечности исчезает.

Геометрическое место точек с одинаковыми потенциалами называется эквипотенциальной поверхностью. Поскольку вдоль этой поверхности потенциал неизменен

$$d\varphi = -\mathbf{E}\,ds = 0,$$

то вектор $\mathbf{E}$ направлен перпендикулярно к эквипотенциальной поверхности в каждой ее точке, а линии напряженности электрического поля ортогональны к эквипотенциальным поверхностям.

Разность потенциалов между двумя точками называют напряжением

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E}\,ds. \qquad (4\text{-}5)$$

Электрическая емкость

Система из двух проводников (обкладок), разделенных тонким слоем диэлектрика (рис. 4-3), называется конденсатором.

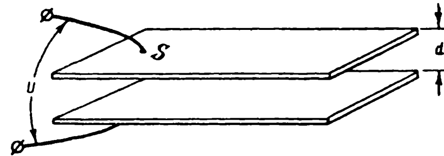


Рис. 4-3. Конденсатор.

В заряженном конденсаторе силовые линии начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой. Электрическое поле почти полностью сосредоточено между обкладками, внешние тела и поля на него не влияют.

Отношение заряда q на обкладке конденсатора к напряжению U между обкладками называется емкостью конденсатора

$$C = \frac{q}{U}. \qquad (4\text{-}6)$$

Величина емкости зависит от размеров, формы и относительного расположения проводников, составляющих конденсатор. Например, емкость (в фарадах) воздушного конденсатора с плоскими и параллельными друг другу обкладками (рис. 4-3) равна:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \qquad (4\text{-}7)$$

где S — площадь обкладок, *м*;

d — расстояние между обкладками, *м*.

Поляризация диэлектрика. Если диэлектрик помещен в электрическое поле, то кулоновские силы:

а) вызывают относительное смещение зарядов вследствие деформации симметричных молекул диэлектрика (индуцированная поляризация);

б) поворачивают несимметричные молекулы, которые подобно диполям имеют смещенные заряды (ориентационная поляризация).

Результирующее поле **E** внутри диэлектрика определяется внешним полем $\mathbf{E}_0$ (полем в отсутствие диэлектрика) и средним значением $\mathbf{E}_{\text{ср}}$ микроскопических полей, созданных поляризационными зарядами диэлектрика. Для диэлектриков конечных размеров необходимо еще учитывать поле поверхностных связанных зарядов, появившихся вследствие поляризации. Поэтому результат зависит от формы диэлектрика и в общем виде не может быть получен.

Простейший случай плоского конденсатора (рис. 4-3) позволяет выяснить основные соотношения. Поляризационное поле противоположно по направлению результирующему полю и для большинства диэлектриков пропорционально ему по величине

$$\mathbf{E}_{\text{ср}} = -\varkappa \mathbf{E},$$

где $\varkappa$ — электрическая восприимчивость диэлектрика;

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{\text{ср}},$$

т. е.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1+\varkappa}.$$

Здесь величина $1+\varkappa$ показывает, во сколько раз поле без диэлектрика больше, чем в диэлектрике, т. е. представляет собой диэлектрическую проницаемость:

$$\varepsilon = 1 + \varkappa.$$

В системе единиц СИ для характеристики электрического поля в отсутствие диэлектрика пользуются вектором, в ε_0 раз большим:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0.$$

Поэтому

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

или

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_a}, \qquad (4\text{-}8)$$

где $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$ — абсолютная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Вектор **D**, называемый вектором *электрической индукции*, не зависит от электрических свойств материала диэлектрика (поскольку характеризует поле в отсутствие диэлектрика). Он определяется лишь системой зарядов, создающих поле: поток этого вектора через замкнутую поверхность S равен суммарному заряду, заключенному внутри S:

$$\oint \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \Sigma q. \qquad (4\text{-}9)$$

Это выражение представляет собой теорему Гаусса (см. § 1-15), справедливость которой для стационарных электрических полей легко доказывается с помощью закона Кулона. Для переменных полей эта теорема выступает в качестве основного постулата теории электромагнитного поля (см. § 4-8).

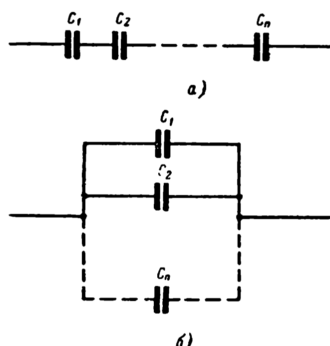


Рис. 4-4. Последовательное (*а*) и параллельное (*б*) соединение конденсатора.

Поляризация диэлектрика является причиной увеличения емкости конденсатора при введении между его обкладками диэлектрика. Если обкладки изолированы ($q=$ $=\text{const}$), то при введении между ними диэлектрика напряженность электрического поля и напряжение между обкладками уменьшается в ε раз:

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}} = \frac{U_0}{U},$$

следовательно, в ε раз возрастает емкость

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q\varepsilon}{U_0} = \varepsilon C_0$$

(индекс 0 относится к конденсатору до введения диэлектрика между обкладками).

Например, емкость плоского конденсатора с диэлектриком

$$C = \frac{\varepsilon_a S}{d}. \qquad (4\text{-}10)$$

Соединение конденсаторов. При *последовательном* соединении (рис. 4-4, *а*) общая емкость C батареи из n конденсаторов определяется по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}. \qquad (4\text{-}11)$$

При этом общая емкость батареи оказывается меньше, чем емкость любого из конденсаторов, составляющих батарею.

Параллельное соединение конденсаторов (рис. 4-4, *б*) используется для увеличения емкости. Общая емкость C батареи равна сумме емкостей всех конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n. \qquad (4\text{-}12)$$

4-3. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Закон Ома

Электрический ток в проводниках обусловлен наличием свободных электрических зарядов (в металлах — электронов, в растворах — ионов), которые под действием

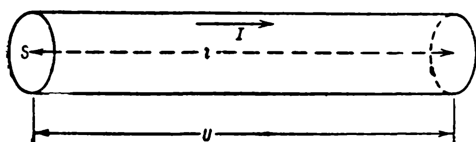


Рис. 4-5. Отрезок прямолинейного провода.

внешнего электрического поля легко приходят в упорядоченное поступательное движение. Это движение характеризуют вектором плотности тока $\mathbf{j}$, величина которого равна заряду, проходящему в единицу времени через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока. За положительное направление вектора плотности тока условились принимать направление движения положительных зарядов.

Полный ток I через некоторую поверхность S равен сумме токов через элементарные поверхности, образующие S, т. е. равен полному заряду, прошедшему через S в единицу времени:

$$I = \int_S \mathbf{j}\, dS = \frac{dq}{dt}. \qquad (4\text{-}13)$$

Для большинства проводников при сравнительно слабых электрических полях существует пропорциональность между плотностью тока и напряженностью поля (закон Ома):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \qquad (4\text{-}14)$$

где σ — электропроводность материала проводника.

В случае прямолинейного проводника постоянного сечения (рис. 4-5)

$$\mathbf{j} = \frac{I}{S}; \quad \mathbf{E} = \frac{U}{l}$$

и поэтому закону Ома можно придать вид

$$I = \frac{U}{R}. \qquad (4\text{-}15)$$

Здесь

$$R = \frac{\rho l}{S} \qquad (4\text{-}16)$$

называется сопротивлением проводника, а

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad (4\text{-}17)$$

удельным электрическим сопротивлением материала проводника. В табл. 4-4 приведены значения удельного сопротивления некоторых веществ при $t = 20°$.

Таблица 4-4

Удельное сопротивление

Вещество	ρ, *ом*
Серебро	$1{,}5 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$
Алюминий	$2{,}6 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9 \cdot 10^{-8}$
Бронза	$18 \cdot 10^{-8}$
Латунь	$2\text{—}6 \cdot 10^{-8}$
Манганин	$39 \cdot 10^{-8}$
Константан	$47 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$105 \cdot 10^{-8}$
Шифер	10^{6}
Мрамор	10^{8}
Текстолит	$10^{8}\text{—}10^{10}$
Стекло	$5 \cdot 10^{11}$
Слюда	$5 \cdot 10^{14}$
Парафин	$10^{14}\text{—}10^{16}$

Величина, обратная сопротивлению,

$$G = \frac{1}{R} \qquad (4\text{-}18)$$

называется проводимостью проводника.

Мощность электрического тока

При протекании тока в проводнике выделяется тепло. Это объясняется тем, что в результате столкновений движущихся электронов с ионами кристаллической решетки часть кинетической энергии электронов переходит в энергию тепловых колебаний ионов решетки.

Поскольку заряд dq, проходя через сопротивление R под действием напряжения U, совершает работу dqU за время dt, то мощность электрического тока, выделяемая в сопротивлении R (закон Ленца—Джоуля),

$$P = \frac{dq}{dt} U = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}, \qquad (4\text{-}19)$$

Электрическая цепь

Электрическая цепь постоянного тока состоит из источников тока и проводников. В простейшем случае цепь образует один замкнутый контур (рис. 4-6). Источник тока (генератор, аккумулятор, батарея, термоэлемент и т. д.) характеризуется электродвижущей силой (э. д. с.) $\mathscr{E}$ и

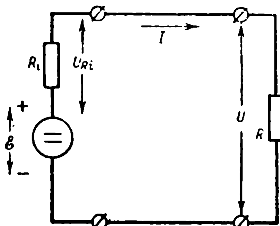


Рис. 4-6. Замкнутая цепь электрического тока.

внутренним сопротивлением R_i. Проводники, подключенные к источнику, характеризуются сопротивлением R.

Работа единичного электрического заряда, переносимого вдоль замкнутого контура, равна нулю:

$$-\mathscr{E}+U_{R_i}+U=-\mathscr{E}+IR_i+IR=0.$$

Отсюда следует закон Ома для замкнутой цепи

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R+R_i}, \qquad (4\text{-}20)$$

а также соотношение

$$U=\mathscr{E}-IR_i, \qquad (4\text{-}21)$$

показывающее, что э. д. с. источника тока равна напряжению на его зажимах, если цепь разомкнута ($I=0$).

Уравнения Кирхгофа

Разветвленной цепью называется электрическая цепь, образующая несколько замкнутых контуров. Всякая точка разветвленной цепи, в которой сходятся не менее трех проводников, называется узлом.

Расчет токов $I_к$ в проводниках разветвленной цепи по известным сопротивлениям $R_к$ этих проводников и э. д. с. $\mathscr{E}_i$ источников может быть осуществлен с помощью уравнений Кирхгофа.

Первая система уравнений Кирхгофа относится к узлам электрической цепи. Токи, текущие к узлу, будем считать положительными, а токи, направленные от узла, — отрицательными. Поскольку заряд в узле накапливаться не может, алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k=0. \qquad (4\text{-}22)$$

Вторая система уравнений Кирхгофа относится к замкнутым контурам, которые можно выделить в разветвленной цепи. Применяя закон Ома к этим контурам, можно заметить, что в любом контуре сумма э. д. с. равна сумме произведений токов на сопротивления соответствующих участков контура (т. е. сумме падений напряжения на сопротивлениях контура, включая и внутренние сопротивления источников тока):

$$\sum_{l=1}^{n} \mathscr{E}_l=\sum_{k=1}^{m} I_kR_k. \qquad (4\text{-}23)$$

В этих уравнениях токи и э. д. с. считаются положительными, если их направления совпадают с выбранным направлением обхода контура, и отрицательными, если не совпадают.

При составлении уравнений Кирхгофа нужно следить за тем, чтобы число уравнений равнялось числу искомых величин и чтобы одни уравнения не являлись следствием других. Для этого контуры выбирают так, чтобы в них вошли все ветви схемы, но в каждый из контуров входило бы возможно меньшее число ветвей.

Соединение сопротивлений. При последовательном соединении сопротивлений (рис. 4-7, *а*) общее сопротивление R равно сумме сопротивлений, составляющих цепь,

$$R=R_1+R_2+\dots+R_n. \qquad (4\text{-}24)$$

При параллельном соединении сопротивлений (рис. 4-7, *б*) общее сопротивление

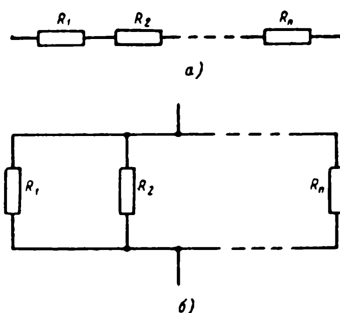


Рис. 4-7. Последовательное (*а*) и параллельное (*б*) соединение сопротивлений.

ние R меньше любого из соединяемых сопротивлений и может быть определено по формуле

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\dots+\frac{1}{R_n}. \qquad (4\text{-}25)$$

Режимы работы источника тока

Различные приборы, подключенные к источнику тока, представляют для него нагрузку, эквивалентную некоторому сопротивлению R.

Режим, при котором нагрузка R источника тока значительно больше его внутреннего сопротивления ($R \gg R_i$), называется режимом холостого хода. В режиме холостого хода падение напряжения на внутреннем сопротивлении генератора незначительно и напряжение на нагрузке постоянно (слабо зависит от тока и сопротивления нагрузки). Поэтому источник тока в режиме холостого хода называют генератором напряжения (рис. 4-8,*а*).

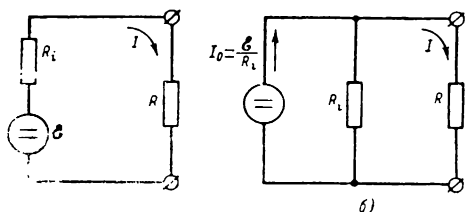


Рис. 4-8. Схемы генератора напряжения (*а*) и генератора тока (*б*).

Режим, при котором нагрузка генератора значительно меньше его внутреннего сопротивления ($R \ll R_i$), называется режимом короткого замыкания. В режиме короткого замыкания величина тока в цепи постоянна, так как она определяется внутренним сопротивлением генератора и слабо зависит от сопротивления нагрузки. Поэтому источник тока в режиме короткого замыкания называют генератором тока. Для этого случая более удобной может оказаться схема на рис. 4-8, *б*.

Применяя закон Ома, можно легко показать, что обе схемы на рис. 4-8 эквивалентны в отношении тока нагрузки

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_i} \qquad (4\text{-}26)$$

и напряжения на нагрузке

$$U = \mathcal{E}\frac{R}{R + R_i}. \qquad (4\text{-}27)$$

Если сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению генератора ($R = R_i$), то такую нагрузку называют согласованной с генератором. В этом режиме источник тока отдает в нагрузку максимально возможную мощность

$$P_{\text{макс}} = UI = \frac{\mathcal{E}I}{2},$$

равную половине мощности источника. Вторая половина мощности источника расходуется на его внутреннем сопротивлении.

4-4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное поле тока

Важнейшим свойством электрического тока является его способность создавать вокруг себя магнитное поле. Магнитные заряды в природе отсутствуют; все магнитные поля создаются электрическими токами.

Магнитное поле, созданное вокруг проводника с током, может быть обнаружено по силам, действующим на движущиеся пробные заряды (т. е. токи), на стрелку компаса или на элементарную рамку.

Элементарной рамкой называют виток проводника, по которому течет ток I_0 и площадь которого S настолько мала, что во всех точках вблизи витка магнитное поле можно считать одинаковым по величине и направлению. Максимальный момент M_m, действующий на рамку, помещенную в некоторой точке магнитного поля, оказывается пропорциональным произведению I_0S. Коэффициент пропорциональности

$$H = \frac{M_m}{I_0 S},$$

характеризующий интенсивность поля, называют напряженностью магнитного поля.

Напряженность магнитного поля — векторная величина. Направление вектора $\mathbf{H}$ определяется направлением положительной нормали рамки, когда она под действием лишь сил поля займет положение устойчивого равновесия (направление положительной нормали определяется по правилу движения правого буравчика, рукоятка которого вращается по направлению тока в рамке).

Для создания геометрических образов магнитного поля вводят линии напряженности магнитного поля, подразумевая под ними такие линии, в каждой точке которых вектор напряженности направлен по касательной к линии. На рис. 4-9—4-11 показаны примеры структуры магнитных полей.

Во всех случаях линии напряженности магнитного поля оказываются замкнутыми линиями, окружающими ток, создающий магнитное поле. Они не могут, подобно электрическим силовым линиям, начинаться и заканчиваться на зарядах, так как магнитных зарядов не существует.

Поэтому циркуляция напряженности (см. § 1-15) $\mathbf{H}$ магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура может быть отличной от нуля. Иными словами, в отличие от электрического поля магнитное поле является соленоидальным (вихревым) полем.

Циркуляция напряженности магнитного поля вдоль любого замкнутого контура C равна полному току, который проходит внутри этого контура (закон полного тока):

$$\oint\limits_{(C)} \mathbf{H}\,d\mathbf{s} = \int\limits_{(S)} \mathbf{j}\,d\bar{\sigma} = I_{\text{полн}}. \qquad (4\text{-}28)$$

Это важное соотношение устанавливает связь между напряженностью магнитного

поля и током, создающим это поле. В простейших случаях, когда форма линий напряженности может быть предсказана, интегрирование вдоль этих линий быстро приводит к расчетным зависимостям.

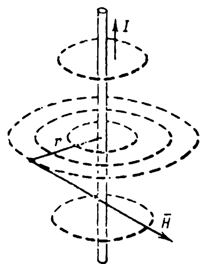


Рис. 4-9. Линии напряженности магнитного поля прямолинейного тока.

Например, в случае поля вокруг прямолинейного проводника (рис. 4-9) линии поля образуют концентрические окружности и напряженность H имеет одинаковое значение в любой точке такой окружности:

$$\oint \mathbf{H}\,d\mathbf{s} = H \cdot 2\pi r = I,$$

т. е.

$$H = \frac{I}{2\pi r}. \quad (4\text{-}29)$$

Внутри прямолинейного проводника круглого сечения линии напряженности магнитного поля охватывают лишь часть тока, текущего по проводнику,

$$\oint \mathbf{H}\,d\mathbf{s} = H \cdot 2\pi r = I\,\frac{\pi r^2}{\pi a^2},$$

где a — радиус сечения проводника.

Таким образом,

$$H = \frac{I}{2\pi a^2}\,r. \quad (4\text{-}30)$$

Соленоид (катушка, образованная N витками провода) большой длины l по сравнению с диаметром D (рис. 4-10) обладает сильным однородным полем внутри катушки и сравнительно слабым полем вне катушки. Полагая последнее равным нулю, получим:

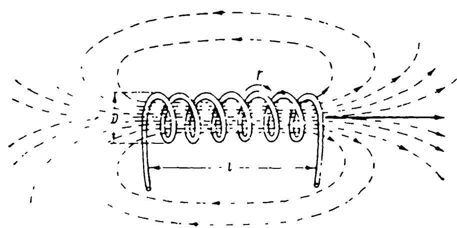


Рис. 4-10. Линии напряженности магнитного поля соленоида.

$$\oint \mathbf{H}\,d\mathbf{s} = Hl = NI,$$

т. е.

$$H = \frac{NI}{l}. \quad (4\text{-}31)$$

В тороидальной катушке (рис. 4-11) магнитное поле однородно, а его линии образуют окружности, целиком лежащие внутри катушки,

$$\oint \mathbf{H}\,d\mathbf{s} = H \cdot 2\pi r = NI,$$

т. е.

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \quad (4\text{-}32)$$

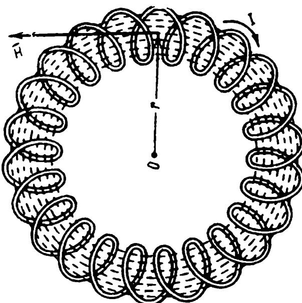


Рис. 4-11. Линии напряженности магнитного поля тороидальной катушки.

Расчет магнитных полей в более сложных случаях может быть осуществлен по формуле Био-Савара и Лапласа (которую легко вывести из закона полного тока):

$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi}\,\frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}. \quad (4\text{-}33)$$

Эта формула дает величину и направление элементарного вектора $d\mathbf{H}$, созданного элементом тока $I\,d\mathbf{s}$ на расстоянии $\mathbf{r}$ от него (рис. 4-12). Поле $\mathbf{H}$ в точке M равно векторной сумме элементарных полей $d\mathbf{H}$.

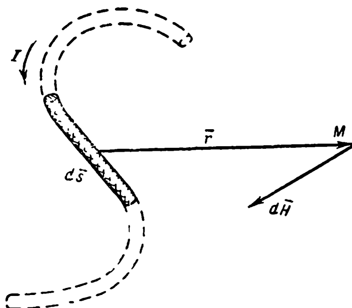


Рис. 4-12. К формуле Био — Савара и Лапласа.

Направление вектора напряженности магнитного поля может быть определено по правилу Ампера: наблюдатель, как бы плывущий вдоль электрического тока, видит магнитные силовые линии направленными справа налево.

Магнитное поле в веществе

Вещества, оказывающие влияние на магнитное поле, называются магнетиками. Физической причиной этого влияния являются элементарные магнитные поля, создаваемые круговым движением электронов в атомах и молекулах магнетика. В отсутствие внешнего магнитного поля плоскости этих замкнутых микроскопических токов расположены хаотически и их среднее магнитное поле равно нулю. Внешнее магнитное поле **H** оказывает ориентирующее действие на замкнутые микроскопические токи, в результате чего среднее значение $\mathbf{H}_{ср}$ микроскопических полей становится отличным от нуля и добавляется к внешнему магнитному полю. Таким образом, полное магнитное поле в магнетике имеет напряженность

$$\mathbf{H}_{полн} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_{ср}.$$

Все магнетики делятся на три группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

В диамагнетиках вектор $\mathbf{H}_{ср}$ направлен противоположно внешнему полю **H**, т. е. наблюдается эффект ослабления поля, (аналогичный описанному в § 4-2).

В парамагнетиках векторы **H** и $\mathbf{H}_{ср}$ совпадают по направлению, т. е. вещество усиливает магнитное поле.

В ферромагнетиках (железо, кобальт, никель и их сплавы, ферриты, а также сплавы меди, марганца и алюминия) эффект усиления магнитного поля веществом наиболее сильно выражен.

Для всех веществ, за исключением ферромагнитных, средняя напряженность $\mathbf{H}_{ср}$ микроскопических полей пропорциональна напряженности **H** внешнего магнитного поля

$$\mathbf{H}_{ср} = \chi\,\mathbf{H},$$

где χ — магнитная восприимчивость магнетика.

Поэтому

$$\mathbf{H}_{полн} = \mathbf{H} + \chi\,\mathbf{H} = (1 + \chi)\,\mathbf{H} = \mu\,\mathbf{H}.$$

Здесь величина

$$\mu = 1 + \chi$$

называется магнитной проницаемостью вещества. Она показывает, во сколько раз поле в магнетике больше, чем в пустоте. В диамагнетиках $\mu < 1\,(\chi < 0)$, в парамагнетиках $\mu > 1\,(\chi > 0)$, в ферромагнетиках $\mu \gg 1$. В вакууме и немагнитных веществах $\mu = 1$.

В системе единиц СИ для характеристики магнитного поля в магнетике пользуются не вектором $\mathbf{H}_{полн}$, а вектором в μ_0 раз большим:

$$\mathbf{B} = \mu_0\,\mathbf{H}_{полн} = \mu_0\mu\,\mathbf{H}$$

или

$$\mathbf{B} = \mu_a\,\mathbf{H}. \qquad (4\text{-}34)$$

Этот вектор называется магнитной индукцией. Все физические действия магнитного поля и, в частности, силы взаимодействия между магнитными полями (или полями и токами) определяются магнитной индукцией **B**, а не напряженностью поля **H**.

Величина

$$\mu_a = \mu_0\mu \qquad (4\text{-}35)$$

называется абсолютной магнитной проницаемостью и является важнейшим параметром вещества (наряду с электропроводностью σ и абсолютной электрической проницаемостью ε_a).

В вакууме $\mu = 1$ и поэтому $\mu_a = \mu_0$. Таким образом, величина μ_0 соответствует магнитной проницаемости вакуума. В системе единиц СИ эта величина равна:

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ гн/м.$$

Поток магнитной индукции

Для создания геометрических образов магнитного поля в веществе вводят линии магнитной индукции, подразумевая под ними такие линии, в каждой точке которых вектор магнитной индукции **B** направлен по касательной к линии. Таким образом, линии магнитной индукции характеризуют направление магнитного поля в различных точках пространства. Чтобы дать, кроме того, количественную характеристику поля в этих точках, через единицу площади, нормальной к вектору магнитной индукции **B**, проводят число линий индукции, равное численному значению индукции в пределах данной площадки. В результате чем больше магнитная индукция, тем гуще располагаются линии индукции.

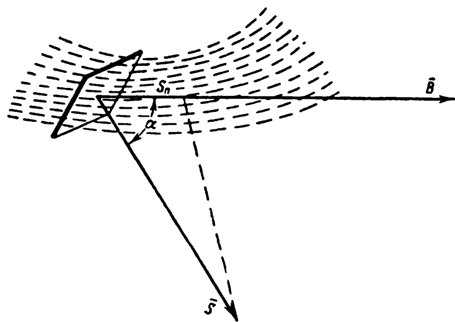


Рис. 4-13. К определению потока магнитной индукции через площадку S.

Полное число линий, пронизывающих нормальную к ним небольшую площадку S_n, определяет поток магнитной индукции

$$\Phi = \mathbf{BS} = BS_n = BS\cos\alpha$$

через площадку **S** (рис. 4-13).

Поток магнитной индукции через криволинейную поверхность Σ

$$\Phi = \int\limits_{(\Sigma)} \mathbf{B} d\mathbf{S}. \qquad (4\text{-}36)$$

Таким образом, магнитная индукция численно представляет собой плотность потока магнитной индукции

$$B = \frac{\partial\Phi}{\partial S}. \qquad (4\text{-}37)$$

Взаимодействие магнитного поля и электрического тока

Магнитное поле **B** действует на элемент провода $d\mathbf{s}$, по которому протекает

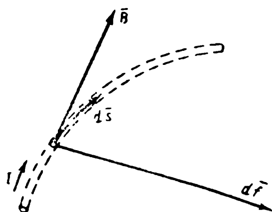


Рис. 4-14. Проводник с током в магнитном поле.

электрический ток I, с силой $d\mathbf{f}$, которую можно определить следующим образом (рис. 4-14):

$$d\mathbf{f} = I(d\mathbf{s} \times \mathbf{B}). \qquad (4\text{-}38)$$

Эта сила носит название пондермоторной силы. Подобные силы обусловливают все механические эффекты магнитного поля. На действии пондермоторных сил магнитного поля основаны конструкции гальванометров, вольтметров, амперметров, электродвигателей, громкоговорителей и других приборов.

Аналогичным образом можно определить силу, действующую не на элемент тока, а на отдельный электрон, движущийся со скоростью **v** и обладающий зарядом e,

$$\mathbf{f}_1 = e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \qquad (4\text{-}39)$$

Эта сила называется силой Лоренца.

Таким образом, взаимодействие магнитного поля и электрического тока определяется магнитной индукцией **B**, а не напряженностью поля **H**.

4-5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Закон Фарадея

Изменение потока магнитной индукции, проходящего через поверхность, ограниченную замкнутым контуром C (рис. 4-15), приводит к возникновению в контуре C э. д. с. индукции, которая пропорциональна скорости изменения потока (закон Фарадея):

$$\oint\limits_{(C)} \mathbf{E} d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (4\text{-}40)$$

При этом изменение во времени потока Φ может быть вызвано либо относительным движением поля и контура C, либо изменением во времени вектора **B**, пересекающего неподвижные проводники.

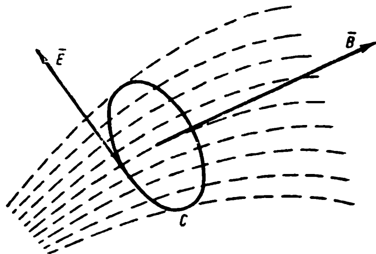


Рис. 4-15. К закону Фарадея.

Знак минус в математической формулировке закона имеет важный физический смысл. Он определяет полярность э. д. с. индукции. Если замкнутый контур C является металлическим проводником, то в нем возникает ток индукции, вызывающий магнитное поле, противодействующее изменению потока Φ. Эффект, возникающий при электромагнитной индукции, противодействует причине, которая его вызывает (правило Ленца).

Обращает на себя внимание также то, что согласно закону Фарадея циркуляция (см. § 1-15) вектора напряженности электрического поля **E** не равна нулю. Это означает, что в отличие от поля неподвижных электрических зарядов (см. § 4-2) поле **E**, созданное при электромагнитной индукции, не является потенциальным, а обнаруживает вихревые свойства. Силовые линии такого электрического поля являются замкнутыми; они охватывают линии магнитной индукции, а магнитные линии в свою очередь охватывают их (как звенья цепи).

Взаимная индукция

Важным частным случаем электромагнитной индукции является взаимная индукция — возникновение э. д. с. в одном проводнике вследствие изменения величины тока в другом проводнике.

Обозначим через Φ_1 весь поток магнитной индукции, создаваемый током контура 1, и через $\Phi_{1,2}$ — часть этого потока, пронизывающую контур 2 (рис. 4-16, a). Поток $\Phi_{1,2}$ создан током I_1 и поэтому пропорционален (см. § 4-4) этому току:

$$\Phi_{1,2} = M_{1,2} I_1.$$

Коэффициент пропорциональности $M_{1,2}$ носит название коэффициента взаимной индукции. Он численно равен

потоку магнитной индукции, который создается током в 1 *а* одного из контуров и пронизывает другой контур.

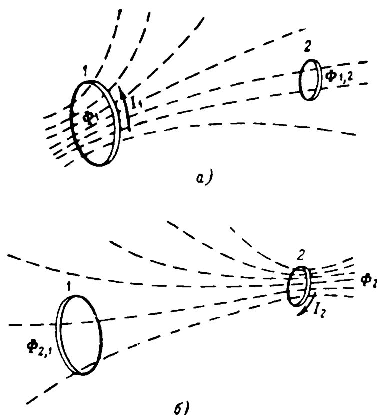


Рис. 4-16. К определению коэффициента взаимной индукции.

Изменение тока I_1 приводит к изменению потока $\Phi_{1,2}$ и появлению э. д. с. взаимной индукции $\mathcal{E}_2$ во втором контуре:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{1,2}}{dt} = -M_{1,2}\frac{dI_1}{dt}.$$

Если за основной контур, создающий магнитное поле, считать контур *2* (рис. 4-16, *б*), то контур *1* пронизывается потоком

$$\Phi_{2,1} = M_{2,1} I_2,$$

изменение которого вызывает появление в контуре *1* э. д. с. взаимной индукции

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{2,1}}{dt} = -M_{2,1}\frac{dI_2}{dt}.$$

Можно показать, что всегда

$$M_{1,2} = M_{2,1} = M.$$

Этот общий результат является свидетельством взаимности явления индукции.

Величина коэффициента взаимной индукции M двух контуров определяется геометрической формой, размерами и относительным положением этих контуров. В качестве примера вычислим коэффициент взаимной индукции между двумя длинными катушками, из которых одна находится внутри другой (рис. 4-17).

Ток I_1, протекающий по внешней катушке, создает внутри ее магнитное поле с индукцией (см. § 4-4)

$$B = \mu_a H = \frac{\mu_a N_1 I_1}{l_1},$$

где N_1 — число витков внешней катушки; l_1 — длина внешней катушки.

Поток, пронизывающий один виток внутренней катушки,

$$\Phi' = BS_2 = \frac{\mu_a N_1 S_2 I_1}{l_1},$$

где S_2 — площадь сечения внутренней катушки.

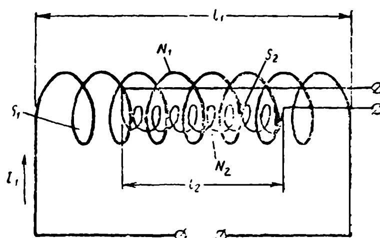


Рис. 4-17. Две сильно связанные катушки.

Поток (потокосцепление), участвующий в создании э. д. с. взаимной индукции, в N_2 раз больше (N_2 — число витков внутренней катушки):

$$\Phi_{1,2} = \Phi' N_2 = \frac{\mu_a N_1 N_2 S_2}{l_1} I_1.$$

Следовательно, коэффициент взаимной индукции

$$M = \mu_a \frac{N_1 N_2}{l_1} S_2. \qquad (4\text{-}41)$$

Самоиндукция

Явление самоиндукции заключается в возникновении э. д. с. индукции в контуре в результате изменения тока в этом же

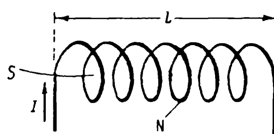


Рис. 4-18. Катушка индуктивности.

контуре. Способность контура к самоиндукции характеризует коэффициент самоиндукции (индуктивность) L, который представляет собой коэффициент пропорциональности между током I в проводнике и величиной потока Φ магнитной индукции, созданного током I,

$$\Phi = LI. \qquad (4\text{-}42)$$

Чем больше индуктивность, тем больше э. д. с. самоиндукции, наводимая в контуре вследствие изменения собственного тока,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (4\text{-}43)$$

Величина индуктивности определяется геометрической формой и размерами проводника. Наиболее сильно индуктивность проявляется когда провод намотан на катушках. В качестве примера вычислим индуктивность L длинной катушки из N витков (рис. 4-18).

Ток I, протекающий по катушке, создает внутри ее магнитное поле с индукцией

$$B=\mu_a H=\frac{\mu_a NI}{l}.$$

Поток (потокосцепление), участвующий в создании э. д. с. самоиндукции,

$$\Phi=NSB=\mu_a\frac{N^2S}{l}I.$$

Следовательно, индуктивность

$$L=\mu_a\frac{N^2S}{l}. \qquad (4\text{-}44)$$

4-6. ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Синусоидальный ток

Ток, изменяющийся во времени по величине или направлению, называется переменным током. В технике наибольшее применение получил переменный ток, являющийся синусоидальной функцией времени (синусоидальный ток)

$$i=I_m\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\psi\right),$$

где I_m — амплитуда (максимальное значение) тока;

T — период тока;

$\left(\frac{2\pi}{T}t+\psi\right)$ — фаза тока;

ψ — начальная фаза тока (фаза в начальный момент времени $t=0$).

Величина, обратная периоду, называется частотой:

$$f=\frac{1}{T}. \qquad (4\text{-}45)$$

Величина

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f \qquad (4\text{-}46)$$

измеряет скорость изменения фазы и называется угловой частотой.

Если у двух синусоидальных токов одной частоты начальные фазы не равны (рис. 4-19, *б*), то говорят, что они сдвинуты по фазе. Например, в случае рис. 4-19,*б* ток i_1 опережает по фазе ток i_2 на угол $\varphi=\psi_1-\psi_2>0$.

Поскольку механическое и тепловое действие тока пропорционально квадрату его значения, принято судить о величине периодического тока i по его действующему значению

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt}. \qquad (4\text{-}47)$$

Действующее значение синусоидального тока равно величине такого постоянного тока, который, проходя через сопротивление, выделяет в нем за то же самое время одинаковое количество тепла. Это значение I связано с амплитудой I_m следующей зависимостью:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (4\text{-}48)$$

Приведенные здесь основные определения справедливы не только для синусоидальных токов, но и для других электрических величин, изменяющихся синусоидально во времени (э. д. с., напряжений, напряженностей поля и др.).

Метод комплексных амплитуд

Синусоидально изменяющийся ток

$$i_1=I_{m1}\sin(\omega t+\psi_1)$$

символически можно представить (см. § 1-3) вектором OA (рис. 4-19, *а*), который расположен под углом ψ_1 к горизонтальной оси (положительные ψ откладываются против, а отрицательные — по направлению движения часовой стрелки) и имеет длину I_{m1}. Если представить себе, что, начиная с $t=0$, такой вектор будет вращаться против часовой стрелки (или оси координат будут вращаться по часовой стрелке) с угловой скоростью ω, то окажется, что в любой момент t проекция вектора OA на вертикальную ось в принятом масштабе равна мгновенному значению тока i_1.

Считая Ox и Oy осями действительных и мнимых величин комплексной числовой плоскости (см. § 1-7), можно сопоставить вектору OA комплексное число

$$\dot I_{m1}=I_{m1}e^{j\psi_1}=I_{m1}(\cos\psi_1+j\sin\psi_1), \qquad (4\text{-}49)$$

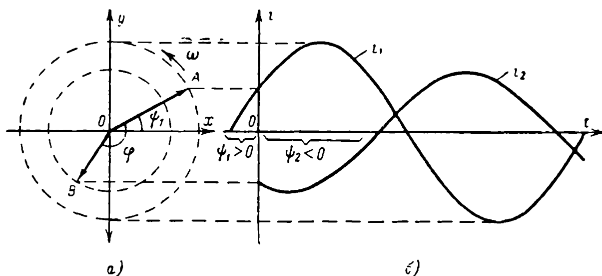


Рис. 4-19. Символическое (*а*) и графическое (*б*) изображения синусоидальных токов, сдвинутых по фазе.

которое называется комплексной амплитудой тока i_1.

Чтобы от комплексной амплитуды тока перейти к мгновенным значениям, нужно умножить комплексную амплитуду на $e^{j\omega t}$

$$\dot{I}_{m1}e^{j(\omega t+\psi_1)} = I_{m1}\cos(\omega t+\psi_1) + jI_{m1}\sin(\omega t+\psi_1)$$

и взять коэффициент при мнимой части полученного выражения, т. е.

$$i_1 = Jm\left(\dot{I}_{m1}e^{j\omega t}\right). \quad (4\text{-}50)$$

Иногда переменный ток представляют не синусоидальной, а косинусоидальной функцией. Этот ток также может быть представлен вектором на комплексной числовой плоскости, но его мгновенное значение будет определяться проекцией вектора на ось действительных величин:

$$i_1 = \mathrm{Re}\left(\dot{I}_{m1}e^{j\omega t}\right). \quad (4\text{-}51)$$

Угол сдвига фаз двух синусоидальных токов i_1 и i_2 соответствует углу φ между изображающими эти токи векторами (рис. 4-19, *а*).

Приведенные символические представления (символический метод) в равной степени справедливы и для других синусоидально меняющихся электрических величин (э. д. с., напряжений, напряженностей поля и др.).

Электрическая цепь переменного тока

Переменный ток по сравнению с постоянным представляет собой значительно более сложное явление. Помимо внешних э. д. с., в цепях переменного тока действуют э. д. с. самоиндукции и взаимоиндукции, наводимые переменными магнитными полями, окружающими проводники цепи. Энергия электрического тока преобразуется в проводниках и окружающем проводники пространстве в тепловую и механическую энергию, а также в энергию излучения (см. § 4-8). Области потерь энергии и области, занятые электрическим и магнитным полями, как правило, взаимно перекрываются. В этих случаях параметры электрической цепи переменного тока (сопротивление, индуктивность, емкость), распределены по длине проводников цепи (равномерно или неравномерно). Такую цепь называют цепью с распределенными параметрами (см. § 5-8 и 5-11).

Однако в ряде случаев (в основном на сравнительно низких частотах) удается отвлечься от рассмотрения столь сложной картины и полагать, что электрические поля, магнитные поля и области потерь энергии локализованы в соответствующих элементах цепи — конденсаторах, катушках индуктивности и резисторах, а эти элементы соединены монтажными проводами с нулевыми сопротивлениями, вокруг которых не образуются электрические и магнитные поля. Такая идеализированная цепь называется цепью с сосредоточенными параметрами. Если при этом элементы цепи не зависят от тока и напряжения, то цепь является линейной.

Свойства элементов электрической цепи переменного тока определяются уравнениями, связывающими ток, протекающий через элемент, с напряжением на его концах. Если положительные направления токов и напряжений (э. д. с.) выбрать совпадающими (рис. 4-20), то эти уравнения имеют следующий вид:

для сопротивления

$$u_R = Ri; \quad (4\text{-}52)$$

для индуктивности

$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}; \quad (4\text{-}53)$$

для емкости

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i\,dt. \quad (4\text{-}54)$$

В качестве примера рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательного соединения R, L и C (рис. 4-21), по которой протекает ток

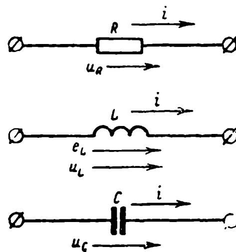


Рис. 4-20. Положительные направления токов, э. д. с. и напряжений в элементах электрической цепи переменного тока.

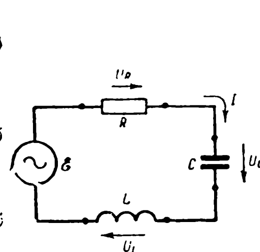


Рис. 4-21. Электрическая цепь переменного тока.

$$i = I_m\sin(\omega t+\psi).$$

Напряжения на элементах цепи:

$$u_R = RI_m\sin(\omega t+\psi);$$

$$u_L = \omega LI_m\sin\left(\omega t+\psi+\frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega C}\sin\left(\omega t+\psi-\frac{\pi}{2}\right)$$

или в символической записи (см. выше):

$$\dot{U}_R = R\dot{I};$$

$$\dot{U}_L = \omega L\dot{I}e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega L\dot{I};$$

$$\dot{U}_c = \frac{\dot{I}}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{\dot{I}}{j\omega C}.$$

Таким образом, напряжение на сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности опережает ток по фазе на угол $\pi/2$, а напряжение на емкости отстает по фазе от тока на угол $\pi/2$.

В любой момент времени сумма напряжений на элементах цепи равна приложенной к цепи э. д. с.

$$e = u_R + u_L + u_C$$

или

$$\dot{\mathcal{E}} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C.$$

Отсюда следует закон Ома для цепи переменного тока:

$$\dot{\mathcal{E}} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\dot{I} \qquad (4\text{-}55)$$

или

$$\mathcal{E} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\, I. \qquad (4\text{-}56)$$

Отношение комплексных амплитуд напряжения (э. д. с.) и тока называется комплексным сопротивлением:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\, e^{j\varphi}. \qquad (4\text{-}57)$$

Модуль комплексного сопротивления

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} \qquad (4\text{-}58)$$

называется полным (кажущимся) сопротивлением.

Аргумент комплексного сопротивления равен разности фаз напряжения и тока $\varphi = \psi_u - \psi_i$ (угол φ отсчитывается в направлении от вектора $\dot{I}$ к вектору $\dot{U}$).

Комплексное сопротивление может быть представлено в виде суммы действительной и мнимой частей:

$$Z = |Z|\, e^{j\varphi} = |Z| \cos\varphi + j|Z| \sin\varphi = R + jX. \qquad (4\text{-}59)$$

Здесь

$$R = |Z| \cos\varphi \qquad (4\text{-}60)$$

называется активным сопротивлением;

$$X = |Z| \sin\varphi \qquad (4\text{-}61)$$

называется реактивным сопротивлением.

При этом

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}; \qquad (4\text{-}62)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{X}{R}. \qquad (4\text{-}63)$$

Например, для цепи на рис. 4-21

$$Z = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Реактивное сопротивление

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \qquad (4\text{-}64)$$

может иметь любой знак, в то время как индуктивное сопротивление

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \omega L \qquad (4\text{-}65)$$

и емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{1}{\omega C} \qquad (4\text{-}66)$$

являются величинами положительными.

Свойства цепи на высоких частотах

Одна и та же электрическая цепь может быть представлена различными схемами в зависимости от задач исследования цепи и от диапазона частот, в котором цепь используется. На низких частотах катушки и конденсаторы цепи могут быть представлены на схеме лишь индуктивностями L и емкостями C. Но на высоких частотах иногда нельзя не учитывать активную проводимость диэлектрика конденсатора (утечка, потери в диэлектрике), активное сопротивление проводов катушки, емкость обмотки катушки и т. д. Основанием для подобного усложнения схемы является степень совпадения результатов теоретического и экспериментального исследования цепи.

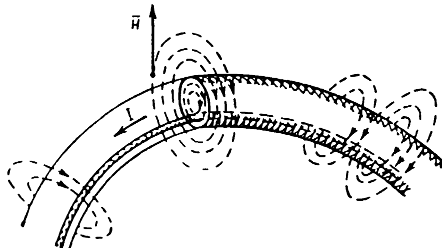


Рис. 4-22. К объяснению явления поверхностного эффекта.

Важным свойством проводников цепи переменного тока, проявляющимся на высоких частотах, является поверхностный эффект, который заключается в увеличении активного сопротивления проводника из-за вытеснения тока к его поверхности. На рис. 4-22 выделена нить тока и показано, что чем ближе такая нить расположена к центру сечения проводника, тем с большим числом магнитных линий она сцеплена и, следовательно, тем большая э. д. с. самоиндукции, противодействующая изменениям тока, возникнет в этой нити. В результате плотность тока оказывается неравномерно распределенной по поперечному сечению проводника; она больше к периферии проводника и меньше к его оси. Неравномерность плотности тока

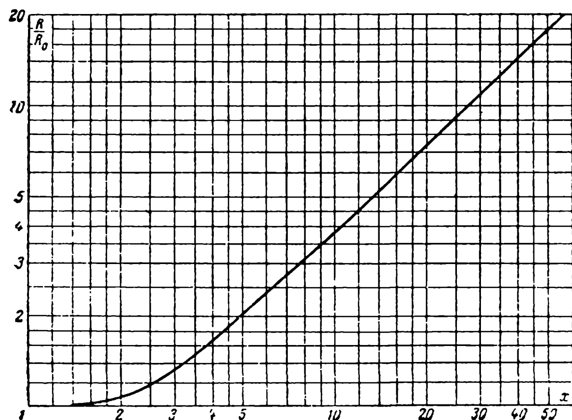


Рис. 4-23. К вычислению активного сопротивления круглого провода.

возрастает с увеличением частоты, диаметра провода, магнитной проницаемости и электропроводности материала проводника. В проводниках с высокой электропроводностью весь ток на высоких частотах концентрируется в тонком слое у поверхности проводника, поперечное сечение провода используется хуже и тепловые потери возрастают. Поэтому сопротивление постоянному току оказывается меньше сопротивления переменному току (**активное сопротивление**).

Для определения активного сопротивления R провода круглого сечения переменному току необходимо вычислить величину

$$x = 0{,}044d\sqrt{\frac{f}{\rho}}, \qquad (4\text{-}67)$$

где d — диаметр провода, *мм*; f — частота, *кгц*; ρ — удельное сопротивление, *ом · мм²/м*, и по ней из графика на рис. 4-23 определить отношение R/R_0, где R_0 — сопротивление провода постоянному току (см. § 4-3).

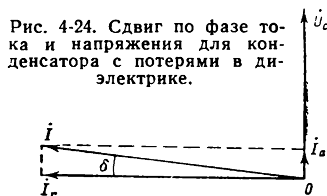


Рис. 4-24. Сдвиг по фазе тока и напряжения для конденсатора с потерями в диэлектрике.

Для медного провода

$$x = 10{,}5d\sqrt{\frac{f}{1\,000}}. \qquad (4\text{-}68)$$

Потери в диэлектрике конденсаторов, проявляющиеся на высоких частотах, приводят к появлению составляющей тока $\dot I_a$, которая совпадает по фазе с напряжением $\dot U_C$, приложенным к конденсатору (рис. 4-24). Конденсатор с потерями в диэлектрике принято характеризовать емкостью C и **углом потерь** δ. Зная эти параметры, можно представить конденсатор с потерями любой из эквивалентных схем на рис. 4-25, в которых емкости практически одинаковы

$$C_a = C_б = C,$$

а активные сопротивления

$$R_a = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\omega C}; \qquad (4\text{-}69)$$

$$R_б = \frac{1}{\omega C \operatorname{tg}\delta}. \qquad (4\text{-}70)$$

Отношение

$$d_C = \frac{R_a}{X_C} = R_a\,\omega C = \operatorname{tg}\delta \qquad (4\text{-}71)$$

называют **коэффициентом потерь** конденсатора.

Величина, обратная коэффициенту потерь,

$$Q_C = \frac{1}{d_C} = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta} \qquad (4\text{-}72)$$

называется **добротностью конденсатора**.

Тепловые потери в проводах (и в сердечнике) катушки индуктивности учитываются активным сопротивлением R, включаемым на схемах последовательно катушке. Это сопротивление увеличивается с возрастанием частоты и может быть оценено с помощью графика на рис. 4-23. В результате зависимости активного сопротивления катушки от частоты **добротность катушки**

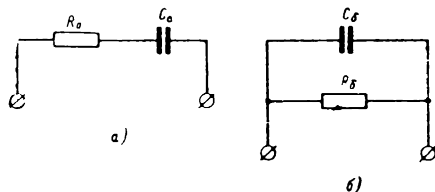


Рис. 4-25. Эквивалентные схемы конденсатора с потерями в диэлектрике.

$$Q_L = \frac{\omega L}{R} \qquad (4\text{-}73)$$

непропорциональна частоте и в некотором диапазоне частот может оставаться постоянной.

На высоких частотах начинают проявлять себя межвитковые емкости катушек индуктивности. Появляются межвитковые емкостные токи и токи в витках катушки становятся неодинаковыми. На очень высоких частотах в результате влияния межвитковых емкостей эквивалентное реактивное сопротивление катушки может даже стать емкостным.

Векторная диаграмма

Векторной диаграммой называется совокупность синусоидальных напряжений и токов данной электрической цепи, представленных графически своими комплексными амплитудами в виде векторов на комплексной числовой плоскости. Поскольку частота всех напряжений и токов цепи одинакова, все векторы вращаются с одной и той же скоростью, но сдвинуты (по фазе) на постоянные углы друг относительно друга. Это позволяет считать векторы неподвижными, а оси — вращающимися в противоположную сторону. Общий поворот такой системы векторов не меняет соотношений между ними, и его можно не принимать во внимание, начиная построение диаграммы с вектора тока (или напряжения), направленного вдоль действительной оси.

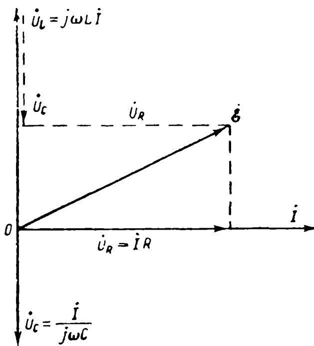


Рис. 4-26. Векторная диаграмма для цепи на рис. 4-21.

Например, построение векторной диаграммы для цепи на рис. 4-21 можно начать с вектора тока $\dot I$, отложив его в масштабе тока вдоль горизонтальной оси (рис. 4-26). Падение напряжения на активном сопротивлении $\dot U_R = \dot I R$ совпадает по фазе с током. Напряжение на индуктивности $\dot U_L = j\omega L\dot I$ опережает ток на $\pi/2$, а напряжение на емкости $\dot U_C = \dot I/j\omega C$ отстает на $\pi/2$ от тока. Геометрическая сумма напряжений $\dot U_R$, $\dot U_L$ и $\dot U_C$ равна приложенной к цепи э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}$.

Уравнения Кирхгофа для цепей переменного тока

Метод комплексных амплитуд создает значительные удобства при использовании уравнений Кирхгофа для анализа цепей переменного тока. Представив синусоидально изменяющиеся напряжения и токи комплексными числами, мы получаем возможность геометрические операции над векторами заменить алгебраическими операциями над комплексными числами и, таким образом, формально свести все соотношения и законы переменного тока к соотношениям и законам постоянного тока. Конечно, это можно сделать лишь для случая установившегося режима в линейной цепи с синусоидальными э. д. с. одинаковой частоты. Для такой цепи алгебраическая сумма мгновенных значений токов в проводах, сходящихся в узел, равна нулю, а алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на всех сопротивлениях (включая и внутренние сопротивления источников) любого замкнутого контура равна алгебраической сумме мгновенных значений э. д. с. всех источников тока, действующих в этом контуре.

После замены суммирования мгновенных значений синусоидальных величин суммированием изображающих их комплексных амплитуд законы Кирхгофа можно выразить следующим образом.

Сумма комплексных амплитуд токов в проводах, сходящихся в узел, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} \dot I_k = 0. \qquad (4\text{-}74)$$

Сумма комплексных амплитуд э. д. с. всех источников тока в любом замкнутом контуре схемы равна сумме комплексных амплитуд напряжений на всех сопротивлениях этого контура:

$$\sum_{i=1}^{n} \dot{\mathcal{E}}_i = \sum_{k=1}^{m} \dot I_k Z_k. \qquad (4\text{-}75)$$

Мощность переменного тока

При рассмотрении энергетических процессов в цепи переменного тока используют несколько понятий мощности.

М г н о в е н н а я м о щ н о с т ь равна произведению мгновенных значений тока и напряжения на участке цепи:

$$p = ui = U_m \sin \omega t\, I_m \sin(\omega t - \varphi) = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi), \qquad (4\text{-}76)$$

где U и I — действующие значения напряжения и тока.

Отрицательный знак мгновенной мощности в некоторые моменты времени означает, что в эти моменты энергия направляется не от источника тока к данному участку цепи, а, наоборот, возвращается источнику тока.

А к т и в н а я м о щ н о с т ь характеризует потери энергии тока за 1 *сек* в активных сопротивлениях цепи (на нагревание, излучение или осуществление механической работы). Она измеряется в ваттах и определяется средним значением мгновенной мощности за период:

$$P = UI\cos\varphi = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \qquad (4\text{-}77)$$

Р е а к т и в н а я м о щ н о с т ь связана с реактивными сопротивлениями, которые периодически накапливают энергию, а затем возвращают ее источнику, но сами энер-

гию не поглощают. Единица измерения реактивной мощности называется вольт-ампер реактивный (*вар*). Реактивная мощность может быть вычислена по формуле

$$Q = UI\sin\varphi = I^2X = \frac{U^2}{X}. \qquad (4\text{-}78)$$

Реактивная мощность положительна при отстающем токе ($\varphi>0$) и отрицательна при опережающем токе ($\varphi<0$).

Например, если через индуктивность L протекает ток с действующим значением I, то

$$Q = \omega LI^2. \qquad (4\text{-}79)$$

Если к конденсатору C приложено напряжение с действующим значением U, то

$$Q = -\omega CU^2. \qquad (4\text{-}80)$$

Полная мощность определяется произведением действующих значений напряжения и тока в участке цепи

$$S = UI. \qquad (4\text{-}81)$$

Единица измерения полной мощности называется вольт-ампер (*ва*).

Отношение активной мощности к полной

$$\frac{P}{S} = \cos\varphi \qquad (4\text{-}82)$$

называется коэффициентом мощности.

Активная, реактивная и полная мощности связаны следующими соотношениями:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}; \qquad (4\text{-}83)$$

$$\frac{Q}{P} = \operatorname{tg}\varphi. \qquad (4\text{-}84)$$

Активная и реактивная мощности могут быть вычислены по комплексным амплитудам напряжения и тока. Для этого нужно умножить комплексное напряжение $\dot{U}$ на число, сопряженное с комплексным током $\dot{I}$. Это произведение называется комплексной мощностью $\tilde{S}$. Действительная часть комплексной мощности равна активной мощности, а коэффициент при мнимой части — реактивной мощности:

$$\tilde{S} = \dot{U}\,\dot{I}^* = P + jQ. \qquad (4\text{-}85)$$

Модуль комплексной мощности равен полной мощности:

$$|\tilde{S}| = S.$$

Некоторые авторы определяют комплексную мощность $\tilde{S}'$ как произведение комплексного тока $\dot{I}$ и числа, сопряженного с комплексным напряжением $\dot{U}$. В этом случае

$$\tilde{S}' = \dot{U}^*\dot{I} = P - jQ;$$

$$|\tilde{S}'| = S.$$

4-7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Колебания

Электрическими колебаниями называются многократно повторяющиеся изменения напряжений и токов в проводниках или напряженностей электрического и магнитного полей в пространстве вблизи этих проводников.

Такой колебательный процесс может возникнуть, например, если зарядить конденсатор C до напряжения U_0, а затем замкнуть его на катушку индуктивности L (рис. 4-27). Возникающий в контуре LC

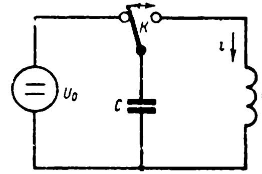


Рис. 4-27. Схема разряда конденсатора на катушку индуктивности.

разрядный ток i, проходя через катушку, создает магнитное поле, которое продолжает расти до тех пор, пока ток не достигнет максимального значения. При этом вся энергия, запасенная электрическим полем конденсатора, переходит (с точностью до потерь в активном сопротивлении проводников) в энергию магнитного поля катушки. Несмотря на то, что конденсатор полностью разрядился и напряжение на нем упало до нуля, ток в контуре LC не прекратится, а будет поддержан э. д. с. самоиндукции, и конденсатор начнет заряжаться в обратном направлении. В конце первого полупериода конденсатор оказывается снова заряженным (за вычетом потерь) и энергия магнитного поля катушки снова переходит в энергию электрического поля конденсатора. Начиная с этого момента, ток в контуре меняет знак и процесс воспроизводится в обратном направлении. Так заканчивается полный период колебательного разряда конденсатора на катушку индуктивности. Система возвращается в исходное положение, и начинается следующий период колебаний.

Если предположить, что колебания осуществляются без потерь энергии, то, применяя второй закон Кирхгофа к цепи разряда конденсатора, получим:

$$L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0.$$

Дифференцируя это уравнение по времени, получим дифференциальное уравнение второго порядка (см. § 1-9)

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0,$$

решение которого имеет вид

$$i = I_m \sin \omega_0 t,$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (4\text{-}86)$$

называется частотой собственных колебаний.

Напряжение на конденсаторе

$$u = L\frac{di}{dt} = \omega_0 L I_m \cos \omega_0 t = U_m \cos \omega_0 t$$

опережает ток по фазе на угол $\pi/2$.

Если сообщенная конденсатору энергия не расходуется на покрытие каких-либо потерь, амплитуда колебаний тока (напряжения) поддерживается постоянной в течение сколь угодно долгого времени.

Из условия равенства энергий электрического и магнитного полей

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

вытекает соотношение между амплитудами тока и напряжения

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Величина

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \qquad (4\text{-}87)$$

имеет размерность сопротивления и называется характеристическим сопротивлением контура.

В рассмотренном примере колебательный процесс протекал за счет энергии, сообщенной системе в начальный момент, после чего все происходящее в системе определяется лишь ее внутренними свойствами. Возможны и другие способы сообщения энергии колебательной системе. В зависимости от этих способов различают следующие основные виды электрических колебательных процессов:

собственные колебания, возникают в изолированной системе в результате начального внешнего воздействия (толчка), доставляющего энергию для всего процесса. Таким толчком могут быть включение (выключение) э. д. с., замыкание (размыкание) участка цепи, пробой искрового промежутка и др.;

вынужденные колебания, возникают под воздействием внешней периодической э. д. с. Колебательный процесс в этом случае зависит как от характера вынуждающей э. д. с., так и от свойств самой системы (см. § 5-3);

параметрические колебания, возникают также под воздействием внешней периодической силы, но она сообщает системе энергию путем изменения какого-либо параметра системы — емкости, индуктивности и др. (см. § 5-12);

автоколебания, поддерживаются в цепи за счет внешнего источника энергии путем автоматического регулирования поступления энергии в цепь, при котором потери энергии колебаний в цепи пополняются энергией, поступающей от источника.

Переходные процессы

Переходными электрическими процессами называются явления в электрических системах, возникающие в результате внезапных внешних воздействий на систему или резких изменений внутри системы. Чаще всего эти явления сопровождают переход от одного установившегося процесса (состояние покоя или длительный колебательный процесс) к другому установившемуся процессу.

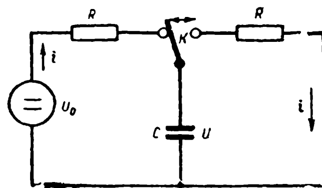


Рис. 4-28. Схема зарядки и разрядки конденсатора через сопротивление.

Например, при заряде (рис. 4-28, переключатель K в левом положении) и разряде (переключатель K в правом положении) конденсатора C ток i в начальный момент максимален, а затем постепенно ослабевает.

На основании второго закона Кирхгофа для заряда справедливо выражение

$$U_0 = iR + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

(при $t=0$, $u=0$),

для разряда

$$0 = iR + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

(при $t=0$, $u=U_0$).

После дифференцирования для обоих случаев получаем одно и то же дифференциальное уравнение

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0.$$

Его решение (см. § 1-9):

$$i = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Постоянная времени

$$\tau = RC \qquad (4\text{-}8)$$

характеризует скорость убывания тока (рис. 4-29). Касательная к кривой изменения тока, проведенная в ее начальной точке, пересекает ось абсцисс в точке, соответствующей моменту τ. В этот момент ток заряда (разряда) падает в $e=2{,}71...$ раз по сравнению со своим начальным значением.

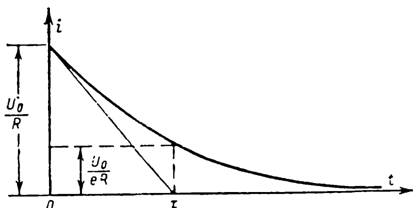


Рис. 4-29. Ток заряда (разряда) конденсатора.

При включении катушки самоиндукции на напряжение U_0 (см. § 1-9, пример 8) ток катушки

$$i=\frac{U_0}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

а при выключении

$$i=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t}.$$

В обоих случаях постоянная времени (рис. 4-30)

$$\tau=\frac{L}{R}. \qquad (4\text{-}89)$$

Рассмотрение подобных примеров переходных процессов показывает, что конечные значения токов и напряжений являются стационарными значениями и могут быть вычислены на основании уравнений Кирхгофа. Что касается начальных значений переходного процесса, то при их определении следует исходить из того, что при любых переключениях в цепи энергия, запасенная магнитным полем катушки индуктивности или электрическим полем конденсатора, не может измениться мгновенно, так как это привело бы к выделению в катушках и конденсаторах бесконечно больших мощностей, что лишено физического смысла. Энергия магнитного поля катушки определяется током в катушке, а энергия электрического поля конденсатора — напряжением на его обкладках. Невозможность скачкообразного изменения энергии, запасенной этими элементами, приводит, таким образом, к следующим двум правилам нахождения начальных значений в ветвях цепи:

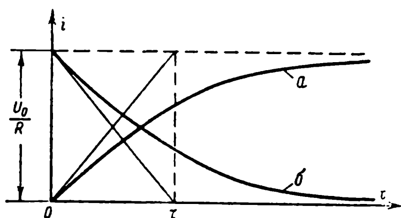


Рис. 4-30. Ток в катушке при ее включении (*а*) или выключении (*б*).

1. В любой ветви, содержащей индуктивность, ток в момент переключения сохраняет то значение, которое он имел до переключения, и дальше начинает изменяться именно с этого значения.

2. В любой ветви, содержащей емкость, напряжение (заряд) на емкости сохраняет в момент переключения то значение, которое оно имело до переключения, и дальше начинает изменяться именно с этого значения.

Что касается напряжения на катушке индуктивности и тока, протекающего через конденсатор, то они могут изменяться скачкообразно.

Электрический колебательный контур

В радиотехнике широко используются свободные колебания, возникающие при разряде конденсатора C на цепь, с катушкой индуктивности L и сопротивлением R.

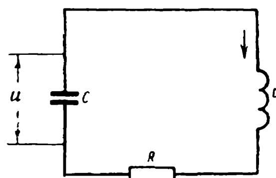


Рис. 4-31. Электрический колебательный контур.

Эта система (рис. 4-31) называется электрическим колебательным контуром. В примерах 3 и 10 § 1-9 было найдено выражение для напряжения на конденсаторе колебательного контура

$$u=e^{-\alpha t}(C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t),$$

где

$$\alpha=\frac{R}{2L}; \qquad (4\text{-}90)$$

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}. \qquad (4\text{-}91)$$

Используя начальные условия.

$$\left.\begin{aligned}u&=U_0\\ i&=0\end{aligned}\right\}\text{при } t=0$$

можно найти коэффициенты

$$C_1=U_0;\ C_2=\frac{\alpha}{\omega}U_0$$

и выражения для тока в контуре и напряжения на емкости:

$$i = I_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t;$$

$$u = U_0 e^{-\alpha t} \sin (\omega t + \varphi),$$

где

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega}{\alpha}.$$

Эти выражения записаны в форме, удобной лишь для контура с малым коэффициентом затухания

$$\alpha = \frac{R}{2L}.$$

(При увеличении α разряд конденсатора становится апериодическим и понятие сдвига фаз между напряжением и током теряет смысл.)

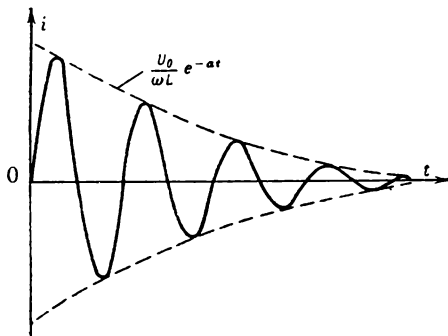


Рис. 4-32. Экспоненциональное затухание колебаний в контуре.

Полученные выражения показывают, что при малых коэффициентах затухания в контуре происходят свободные колебания, которые отличаются от синусоидальных лишь тем, что их амплитуда экспоненциально затухает (рис. 4-32). Постоянную времени для такого переходного процесса характеризует величина

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{2L}{R}. \qquad (4\text{-}92)$$

Отношение активного сопротивления к характеристическому сопротивлению контура принято называть затуханием контура:

$$d = \frac{R}{\rho} = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{\omega_0 L} = R\omega_0 C, \qquad (4\text{-}93)$$

Обратное отношение называют добротностью контура:

$$Q = \frac{1}{d}. \qquad (4\text{-}94)$$

Чем больше добротность и постоянная времени, тем дольше сохраняют колебания в контуре свою амплитуду.

Частота колебаний в контуре зависит не только от реактивных элементов контура, но и от активного сопротивления:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{2\rho}\right)^2}.$$

Но поскольку в радиотехнических контурах $R \ll \rho$, то

$$\omega \approx \omega_0 \left(1 - \frac{R^2}{8\rho^2}\right).$$

Таким образом, если активное сопротивление контура мало по сравнению с характеристическим сопротивлением, то частота свободных колебаний в контуре с потерями мало отличается от частоты свободных колебаний в контуре без потерь:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

4-8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ВОЛНЫ

Ток смещения

Д. К. Максвелл выдвинул гипотезу о том, что переменное электрическое поле возбуждает в окружающем пространстве магнитное поле (подобно тому как переменное магнитное поле возбуждает электрическое поле, см. § 4-5). Возбуждение переменными электрическими и магнитными полями новых магнитных и электрических полей в соседних областях пространства является причиной распространения этих полей в пространстве, т. е. образования электромагнитной волны. Это позволило создать единую теорию электромагнитного поля и найти математическое описание электромагнитных волн.

Предположение Максвелла равносильно допущению в законе полного тока (см. § 4-4), помимо тока проводимости, еще одной причины, вызывающей появление магнитного поля, — тока смещения. Например, в пространстве между обкладками конденсатора (где ток проводимости отсутствует) можно допустить наличие тока смещения (рис. 4-33), по величине равного току проводимости в проводах, соединяющих обкладки конденсатора с источником тока,

$$I_{см} = \frac{\partial q}{\partial t} = C\frac{\partial u}{\partial t} = Cd\frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon_a S \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Плотность тока смещения

$$j_{см} = \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t}. \qquad (4\text{-}95)$$

Таким образом, ток в цепи оказывается замкнутым: линии тока в проводах продолжены линиями тока смещения между обкладками.

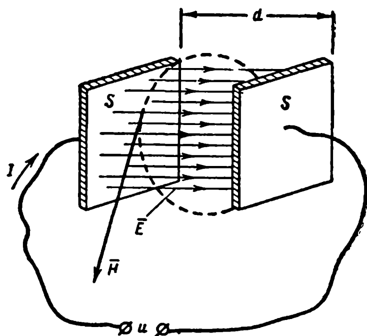


Рис. 4-33. К определению тока смещения.

Для медленных электрических процессов (постоянный ток, низкие частоты) токи смещения себя не проявляют. Но для быстропеременных электрических процессов полный ток в данной точке пространства нужно считать равным сумме тока проводимости и тока смещения:

$$j_{поля} = j + \frac{\partial D}{\partial t}. \qquad (4\text{-}96)$$

Уравнения Максвелла

Введение тока смещения как одного из источников магнитного поля позволяет сформулировать полную систему уравнений, устанавливающих связь электрических и магнитных полей между собой, а также с их источниками (зарядами и токами).

Интегральный вид уравнений Максвелла

Закон полного тока (см. § 4-4):

$$\oint_C H ds = \int_S j dS + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS. \qquad (4\text{-}97)$$

Закон электромагнитной индукции (см. § 4-5):

$$\oint_C E ds = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S B dS. \qquad (4\text{-}98)$$

Теорема Гаусса, устанавливающая связь электрического поля с его источниками (электрическими зарядами) (см. § 1-15 и 4-2):

$$\oint_S D dS = \int_V \rho dV. \qquad (4\text{-}99)$$

Соотношение, устанавливающее отсутствие в природе магнитных зарядов (см. § 4-4):

$$\oint_S B dS = 0. \qquad (4\text{-}100)$$

Для того чтобы учесть основные электрические свойства среды, к этим уравнениям необходимо добавить линейные зависимости между векторами электромагнитного поля (см. §§ 4-2—4-4):

$$j = \sigma E; \qquad (4\text{-}101)$$

$$D = \varepsilon_a E; \qquad (4\text{-}102)$$

$$B = \mu_a H. \qquad (4\text{-}103)$$

Дифференциальный вид уравнений Максвелла

Воспользовавшись теоремой Стокса и теоремой Гаусса — Остроградского (см. § 1-15), можно представить уравнения электромагнитного поля в виде следующих дифференциальных соотношений:

$$1)\ \mathrm{rot}\, H = j + \frac{\partial D}{\partial t}; \qquad (4\text{-}104)$$

$$2)\ \mathrm{rot}\, E = -\frac{\partial B}{\partial t}; \qquad (4\text{-}105)$$

$$3)\ \mathrm{div}\, D = \rho; \qquad (4\text{-}106)$$

$$4)\ \mathrm{div}\, B = 0. \qquad (4\text{-}107)$$

Линейные соотношения между векторами поля, учитывающие электрические свойства среды, остаются прежними.

Уравнения Максвелла (и его гипотеза о токе смещения) не являются результатом строгого математического вывода. Доказательством этих уравнений является волновой характер распространения электромагнитных процессов и многочисленные практические подтверждения выводов, вытекающих из этих уравнений.

Волновые уравнения

Решение уравнений Максвелла в большинстве случаев сводится к решению **волновых уравнений** для векторов поля.

Волновые уравнения легко могут быть получены из первого и второго дифференциальных уравнений. Для этого сначала следует исключить векторы $D = \varepsilon_a E$ и $B = \mu_a H$ (считаем, что ε_a и μ_a не зависят ни от времени, ни от координат, т. е. среда однородна и изотропна). После этого ко второму уравнению применяется операция ротора и с помощью первого уравнения ис-

ключается вектор **H**. Имея в виду, что для любого вектора **A**

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A},$$

легко получим волновые уравнения

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_a \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_a} \text{grad } \rho; \quad (4\text{-}108)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \text{rot } \mathbf{j}. \quad (4\text{-}109)$$

Здесь для краткости символом ∇^2 обозначен оператор Лапласа (лапласиан). В прямоугольной системе координат для любого вектора

$$\mathbf{A} = \mathbf{i} A_x + \mathbf{j} A_y + \mathbf{k} A_z$$

лапласиан

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{i} \nabla^2 A_x + \mathbf{j} \nabla^2 A_y + \mathbf{k} \nabla^2 A_z,$$

где

$$\nabla^2 A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \text{ и т. д.}$$

Для решения волновых уравнений необходимо знать распределение (в пространстве и во времени) источников поля (токов **j** и зарядов ρ).

Но волновые уравнения имеют ненулевые решения и для тех областей пространства, в которых $\mathbf{j}=0$ и $\rho=0$, т. е.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0; \quad (4\text{-}110)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (4\text{-}111)$$

Это означает, что при определенных условиях электромагнитное поле может потерять связь со своими источниками и существовать самостоятельно при полном отсутствии токов и зарядов. Подобные электромагнитные поля называются электромагнитными волнами. Эти волны распространяются в пространстве с конечной скоростью (см. § 6-1).

Плоские электромагнитные волны в идеальном диэлектрике

В идеальном однородном диэлектрике свободные заряды отсутствуют ($\rho=0$), а электрические параметры не зависят от координат точки наблюдения, причем $\sigma=0$. Для этого случая можно найти решение волнового уравнения, которое зависит лишь от координаты вдоль одного направления (например, Ox) и остается неизменным в каждой плоскости (yOz), перпендикулярной этому направлению. Электромагнитное поле, соответствующее этому решению, называется плоской электромагнитной волной. Составляющие векторов плоской волны могут быть представлены в виде

$$E_z = f\left(t \mp \frac{x}{v}\right); \; E_x = E_y = 0;$$

$$H_y = \mp \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \, f\left(t \mp \frac{x}{v}\right); \; H_x = H_z = 0,$$

где

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \quad (4\text{-}112)$$

называется скоростью распространения волны (*м/сек*).

Знак минус в этом решении соответствует бегущей волне, распространяющейся в направлении оси Ox, а знак

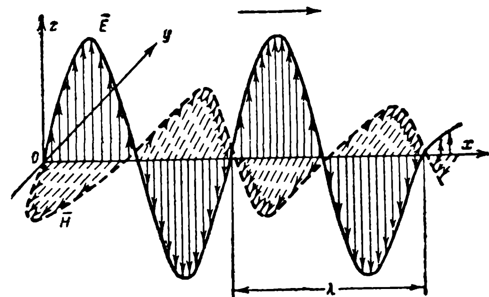


Рис. 4-34. Напряженности электрического и магнитного полей плоской волны.

плюс — волне, распространяющейся в обратном направлении. Эти две волны распространяются независимо друг от друга, и результирующее поле представляет собой сумму этих волн. Однако если отражения волн не происходит, то обратная волна отсутствует и в формулах следует оставить лишь верхний знак.

Вид функции $f\left(t - \frac{x}{v}\right)$ зависит от начальных условий. Для радиоволн наибольшее значение имеют периодические функции, т. е. (рис. 4-34)

$$E_z = E_m \cos \omega \left(t \mp \frac{x}{v}\right); \; E_x = E_y = 0; \quad (4\text{-}113)$$

$$H_y = \mp \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \, E_m \cos \omega \left(t \mp \frac{x}{v}\right); \quad H_x = H_z = 0. \quad (4\text{-}114)$$

Чтобы получить наглядную картину распространения плоской волны, необходимо представить, что графики на рис. 4-34 перемещаются вдоль оси Ox со скоростью v.

Плоская волна в идеальном однородном диэлектрике является поперечной волной (в ней отсутствуют составляющие поля вдоль оси распространения).

Электрическое и магнитное поля плоской волны распространяются с одной и той

же скоростью и в каждой точке пространства имеют одинаковую фазу.

Поверхность, во всех точках которой фазы колебаний одинаковы, называется фронтом волны. В плоской волне фронтом волны является плоскость, перпендикулярная направлению распространения. Скорость v, с которой фронт волны перемещается в пространстве, называется фазовой скоростью. Она определяет скорость распространения лишь фазы, но не энергии электромагнитной волны.

В свободном пространстве фазовая скорость равна скорости света

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}, \quad (4\text{-}115)$$

а в идеальном диэлектрике ($\varepsilon = \text{const}$, $\mu = 1$)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (4\text{-}116)$$

Расстояние, проходимое фронтом волны за один период $T = 1/f$ колебаний, называется длиной волны

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}. \quad (4\text{-}117)$$

Длина волны является ее пространственным периодом (рис. 4-34), т. е. наименьшим расстоянием между точками, в которых колебания имеют одинаковую фазу (точнее, отличающуюся на 2π).

Фаза колебаний в бегущей волне линейно зависит от расстояния

$$\psi = \frac{\omega}{v} x = \alpha x, \quad (4\text{-}118)$$

где

$$\alpha = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4\text{-}119)$$

называется волновым числом (постоянной распространения).

Отношение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в плоской волне носит название волнового сопротивления среды

$$Z_0 = \frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}. \quad (4\text{-}120)$$

Для свободного пространства

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} = 120\,\pi = 376{,}6 \text{ ом}.$$

Перенос электромагнитной энергии волной характеризуется вектором Умова — Пойнтинга

$$\mathbf{p} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \text{ вт/м}^2, \quad (4\text{-}121)$$

который определяет плотность и направление потока энергии, т. е. количество энергии, проникающее в единицу времени через единичную площадку, нормальную к вектору $\mathbf{p}$.

В плоской волне плотность потока энергии и действующие значения напряженностей связаны следующей зависимостью:

$$p = EH = \frac{E^2}{Z_0} = H^2 Z_0. \quad (4\text{-}122)$$

Например, волна, распространяющаяся в свободном пространстве с плотностью потока энергии 1 *мквт/м²*, обладает действующим значением напряженности электрического поля

$$E = \sqrt{p \cdot 120\pi} = \sqrt{10^{-6} \cdot 120\pi} = 19{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ в/м} \approx 20 \text{ мв/м}.$$

Плоские электромагнитные волны в проводящей среде

В природе идеальные диэлектрики отсутствуют; любая среда обладает некоторой проводимостью. Вопрос о том, куда следует отнести данную среду — к диэлектрику, полупроводнику или проводнику, решается по соотношению между током проводимости

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

и током смещения

$$\mathbf{j}_{см} = \varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

Это соотношение зависит не только от параметров среды, но и от скорости изменения электрического поля во времени. Например, для гармонически изменяющихся полей

$$\frac{j}{j_{см}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_a \omega}. \quad (4\text{-}123)$$

При $\frac{j}{j_{см}} \ll 1$ среда считается диэлектриком, при $\frac{j}{j_{см}} \gg 1$ — проводником, а при $\frac{j}{j_{см}} \approx 1$ — полупроводником.

Для идеального диэлектрика ($\sigma = 0$) первое дифференциальное уравнение Максвелла (см. ур-е 4-104) имеет вид

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

а для проводящей среды

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}.$$

Но для гармонически изменяющихся полей

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{j\omega t}$$

после дифференцирования получим:

$$\mathbf{E} = -\frac{j}{\omega} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

Подставляя это выражение в первое уравнение для проводящей среды, можно придать ему такой же вид, как и для идеального диэлектрика:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \left(\varepsilon_a - j\,\frac{\sigma}{\omega}\right)\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Таким образом, все предыдущие выводы о плоских волнах в идеальном диэлектрике можно распространить на полупроводящую среду, если вещественную электрическую проницаемость ε_a заменить на комплексную электрическую проницаемость

$$\varepsilon_{а.к} = \varepsilon_a - j\,\frac{\sigma}{\omega} \qquad (4\text{-}124)$$

или

$$\varepsilon_к = \frac{\varepsilon_{а.к}}{\varepsilon_0} = \varepsilon - j\,60\,\lambda\sigma. \qquad (4\text{-}125)$$

Например, в выражениях для бегущей волны

$$\dot{E}_z = E_m e^{j\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)};$$

$$\dot{H}_y = -\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_0}}\,E_m e^{j\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)},$$

где

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}},$$

действительное $\sqrt{\varepsilon}$ нужно заменить на комплексное

$$\sqrt{\varepsilon_к} = n - jp = \sqrt{n^2 + p^2}\,e^{-j\,\mathrm{arctg}\,\frac{p}{n}}.$$

При этом

$$\dot{E}_z = E_m e^{-\frac{\omega}{c}px}\,e^{j\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)};$$

$$\dot{H}_y = -\frac{\sqrt{n^2 + p^2}}{120\pi}\,E_m e^{-\frac{\omega}{c}px} \times$$

$$\times\, e^{j\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)}\,e^{-j\,\mathrm{arctg}\,\frac{p}{n}}.$$

Для мгновенных значений напряженностей:

$$E_z = E_m e^{-\delta x}\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right); \qquad (4\text{-}126)$$

$$H_y = -\frac{\sqrt{n^2 + p^2}}{120\pi}\,E_m e^{-\delta x} \times$$

$$\times \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - \mathrm{arctg}\,\frac{p}{n}\right]; \qquad (4\text{-}127)$$

$$E_x = E_y = H_x = H_z = 0,$$

где коэффициент поглощения волны

$$\delta = \frac{\omega}{c}\,p = \alpha p; \qquad (4\text{-}128)$$

скорость распространения волны

$$v = \frac{c}{n}, \qquad (4\text{-}129)$$

причем

$$n = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + (60\lambda\sigma)^2}\right]} \qquad (4\text{-}130)$$

$$p = \sqrt{\frac{1}{2}\left[-\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + (60\lambda\sigma)^2}\right]}. \qquad (4\text{-}131)$$

Таким образом, плоская волна в проводящей среде является поперечной волной.

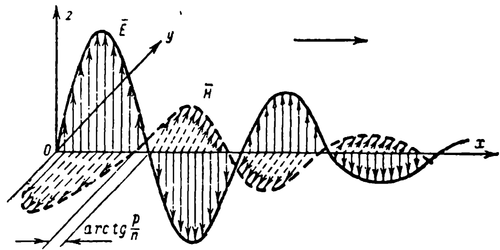


Рис. 4-35. Поглощение плоской волны в проводящей среде.

Векторы напряженности электрического и магнитного полей перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны.

Электрические и магнитные поля распространяются с одной скоростью, но в любой точке магнитное поле отстает по фазе от электрического на угол

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{p}{n}. \qquad (4\text{-}132)$$

При распространении волна теряет часть своей энергии на нагревание полупроводящей среды, т. е. испытывает поглощение. При этом амплитуда волны уменьшается с расстоянием по экспоненциальному закону: $e^{-\delta x}$ (рис. 4-35).

Волновое сопротивление проводящей среды

$$Z_0 = \frac{E_m}{H_m} = \frac{120\pi}{\sqrt{n^2 + p^2}}. \qquad (4\text{-}133)$$

Излучение элементарного вибратора

Элементарным вибратором называется короткий по сравнению с длиной волны ($l \ll \lambda$) прямолинейный отрезок провода, по которому протекает переменный ток

$$i = I_m \cos\omega t$$

с амплитудой, неизменной по длине провода

В отличие от колебательного контура (см. рис. 4-31), в котором электрическое и магнитное поля разобщены, элементарный вибратор является открытой системой. Вокруг него образуются электрическое и

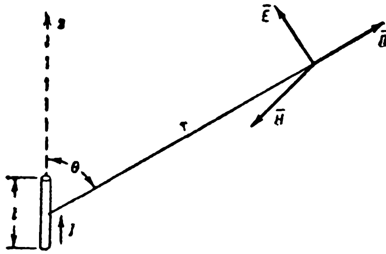


Рис. 4-36. Электромагнитное поле элементарного вибратора.

магнитное поля, что создает предпосылки для возникновения потока энергии $p = E \times H$, направленного от вибратора, т. е. для излучения электромагнитной волны.

Решение уравнений Максвелла в этом случае показывает, что элементарный вибратор образует сферическую волну, распространяющуюся по всем направлениям Θ от вибратора (рис. 4-36). На большом расстоянии от вибратора ($r \gg \lambda$) векторы напряженности электрического и магнитного полей перпендикулярны друг другу и направлению распространения. При этом векторы напряженности электрического поля лежат в плоскостях, проходящих через ось вибратора, а векторы напряженности магнитного поля — в плоскостях, перпендикулярных оси вибратора.

Мгновенные значения напряженностей полей волны определяются соотношениями (в свободном пространстве)

$$H = \frac{I_m}{2}\left(\frac{l}{\lambda}\right)\frac{\sin\Theta}{r}\sin\omega\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (4\text{-}134)$$

$$E = H \cdot 120\pi. \quad (4\text{-}135)$$

Таким образом, в сферической волне, излучаемой элементарным вибратором, амплитуда колебаний изменяется обратно пропорционально расстоянию r и зависит от направления Θ (излучение максимально в направлениях, перпендикулярных оси вибратора, и отсутствует вдоль оси вибратора).

ЛИТЕРАТУРА

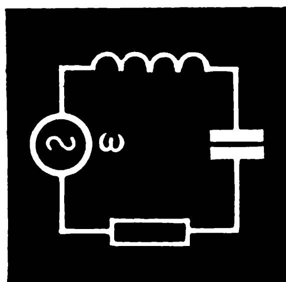
Нейман Л. Р. и Демирчан К. С., Теоретические основы электротехники, изд-во «Энергия», 1967.

Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В. и Страхов С. В. Основы теории цепей, издание третье, изд-во «Энергия», 1965.

Атабеков Г. И., Теоретические основы электротехники, часть 1, изд-во «Энергия», 1966.

Атабеков Г. И., Купалян С. Д., Тимофеев А. Б., Хухриков С. С., Теоретические основы электротехники, части 2 и 3, изд-во «Энергия», 1966.

РАЗДЕЛ 5



РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ



СОДЕРЖАНИЕ

5-1. НАЗНАЧЕНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Основные преобразования сигналов

Электрические процессы обладают свойством быстро перемещаться из одной области пространства в другую в виде электромагнитных волн (см. § 4-8), распространяющихся вдоль проводящих тел, в диэлектриках или в свободном от вещества пространстве. Это позволяет осуществлять в различных электрических устройствах передачу энергии на расстояние. В радиотехнических

устройствах это же свойство электрических процессов используется для передачи сообщений — телеграмм, речи, музыки, команд и т. п.

Для передачи сообщений на передающей стороне первичные преобразователи (телеграфный ключ, микрофон, иконоскоп и др.) осуществляют преобразование сообщения в электрический процесс. Электрический процесс, отобразивший в своих изменениях передаваемое сообщение, называется электрическим сигналом (см. § 2-4). Например, изменения электрического тока или напряжения на выходе микрофона (сигнал) соответствует изменениям давления воздуха, создаваемым перед микрофоном поющим артистом или говорящим оратором (сообщение).

Но первичные сигналы не обладают свойствами, необходимыми для их передачи на значительные расстояния без проводов, и поэтому нуждаются в дальнейших преобразованиях. Для образования электромагнитных волн (радиоволн) в радиотехнических устройствах используются высокочастотные электрические колебания. Первичные сигналы так воздействуют на эти колебания, чтобы отобразить передаваемое сообщение в изменениях какого-либо параметра высокочастотного колебания (радиоволны). Это преобразование называется модуляцией (см. § 2-5). В передатчике сигналы могут подвергаться и иным преобразованиям, которые делают их менее подверженными действию помех (помехоустойчивое кодирование), более скрытыми и т. д.

Модулированные высокочастотные колебания излучаются с помощью передающей антенны, распространяются в виде радиоволн до места приема и принимаются приемной антенной. В приемнике принятый сигнал также подвергается ряду преобразований. Приемник усиливает принятый сигнал, отделяет (фильтрует) его от посторонних сигналов (помех) и, наконец, детектирует. Детектированием называется преобразование сигнала, обратное модуляции. Целью этого преобразования является получение низкочастотного (первичного) сигнала из высокочастотного модулированного колебания. Низкочастотный сигнал поступает в оконечный аппарат (громкоговоритель, ондулятор, кинескоп телевизора и др.), который преобразует его в исходное сообщение или в такую форму сообщения, которая удобна для его дальнейшего использования.

Таким образом, в процессе передачи и приема сообщений электрические сигналы, отображающие передаваемые сообщения, подвергаются многочисленным преобразованиям в радиотехнических устройствах, состоящих из радиотехнических цепей. Общей целью этих преобразований является придание сигналам таких свойств, которые необходимы для передачи сообщений на заданное расстояние в заданных условиях.

Классификация радиотехнических цепей

Радиотехнические цепи принято делить на линейные и нелинейные (с сосредоточенными или с распределенными параметрами).

Линейные цепи состоят из линейных элементов (резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов и пр.), параметры которых (R, L и C) не зависят от величины действующих на них напряжений и токов. Токи, протекающие в таких цепях, пропорциональны приложенным напряжениям.

Линейные цепи подчиняются принципу суперпозиции, согласно которому результат воздействий на линейную цепь (или на линейный элемент) нескольких э. д. с. (или нескольких токов) равен сумме результатов, определенных для каждого воздействия в отдельности. Математическое описание процессов, протекающих в линейных цепях, может быть осуществлено с помощью линейных дифференциальных уравнений (см. § 1-9), которые в свою очередь составляются на основании принципа суперпозиции и законов Кирхгофа (см. § 4-6).

Линейные радиотехнические цепи подвергаются воздействиям э. д. с. (или токов), быстро меняющихся во времени. Законы изменения этих воздействий весьма разнообразны. Каждому из них соответствует свой спектр (см. § 1-13), т. е. свой набор гармонических колебаний, которые в сумме дают данный закон изменения воздействия во времени.

Если параметры элементов, составляющих линейную цепь, не меняются во времени, то при любом спектре воздействующей на цепь э. д. с. (или тока) спектры токов и напряжений, возникающих в линейной цепи, не содержат колебаний с частотами, отсутствующими в спектре воздействия. Однако в цепи, составленной из линейных элементов, параметры которых меняются во времени, могут появляться колебания новых частот, не представленных в спектре воздействующей на цепь э. д. с. Явления, возникающие в линейных цепях с переменными параметрами, носят название параметрических (см. 5-12).

В радиотехнических устройствах линейные цепи служат для передачи электрических процессов и поэтому в большинстве случаев представляют собой четырехполюсники, имеющие два входных и два выходных зажима (рис. 5-1). Входной электрический процесс (э. д. с. или ток возбуждающего генератора) называется воздействием, а выходной электрический процесс — откликом[1].

Воздействие эквивалентно действию на входе цепи некоторого источника электрической энергии с внутренним сопротивлением R_i и э. д. с. $\mathcal{E}$. При анализе цепей бывает удобно изъять из источника его внутреннее сопротивление и присовокупить его

[1] В литературе также встречаются термины входной и выходной ток (или напряжение).

к схеме (например, подключить его последовательно входу четырехполюсника). Оставшийся источник без внутреннего сопротивления называют генератором э. д. с. (генератор задающей э. д. с.). Развиваемое им напряжение всегда равно э. д. с., т. е. напряжению холостого хода источника с внутренним сопротивлением.

Иногда бывает удобней задавать не э. д. с. и внутреннее сопротивление источ-

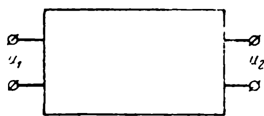


Рис. 5-1. Схема четырехполюсника.

ника, а его ток короткого замыкания $I_{к.з} = \mathcal{E}/Z_i$ и внутреннюю проводимость $Y_i = 1/Z_i$. В этом случае можно изъять из источника его внутреннюю проводимость Y_i и подключить ее к схеме (параллельно зажимам источника). Оставшийся источник называют генератором тока (генератором задающего тока). Задаваемый им ток всегда равен току короткого замыкания источника с внутренней проводимостью (см. § 4-3).

Аналогично этому под откликом цепи можно подразумевать как ток, так и напряжение на выходе цепи.

В основу классификации линейных радиотехнических цепей по их назначению может быть положено соотношение между воздействием и откликом.

Линии передачи предназначены для неискаженной передачи электрических процессов на расстояние; в них отклик должен по возможности точно повторять воздействие.

Линии задержки вызывают необходимое запаздывание отклика по сравнению с воздействием (чаще всего без искажения формы).

Фильтры служат для выделения из спектра воздействия колебаний определенных частот, при этом форма отклика не будет совпадать с формой воздействия.

Нелинейные цепи, помимо линейных элементов, имеют также и нелинейные элементы (например, электронные, полупроводниковые или ионные приборы), параметры которых зависят от величин протекающих через эти приборы токов или величин действующих на эти приборы напряжений. Принцип суперпозиции в таких цепях не выполняется.

При воздействии на нелинейную цепь переменной э. д. с. в цепи возникают токи и напряжения, имеющие новые частоты, не содержащиеся в спектре приложенной э. д. с., т. е. спектр отклика нелинейной цепи всегда богаче спектра воздействия. Поэтому нелинейные радиотехнические цепи используются главным образом для осуществления процессов, связанных с трансформацией (преобразованием) спектров. Например, генераторы электрических колебаний преобразуют энергию источника постоянного напряжения в энергию автоколебаний. Модуляторы осуществляют трансформацию и сдвиг спектра передаваемого сигнала в область более высоких частот, на которых легче осуществить излучение сигнала передающей антенной и прием сигнала приемной антенной. Преобразователи частоты смещают спектр сигнала в ту область, где наиболее целесообразно осуществлять его усиление и фильтрацию, а детекторы (демодуляторы) возвращают спектр принятого высокочастотного сигнала в область низких частот и т. д.

Поскольку трансформация спектра сигнала может быть осуществлена не только нелинейной цепью, но и линейной цепью с меняющимися во времени параметрами, указанная классификация сохраняется и для устройств, использующих для преобразований спектра параметрические явления в линейных цепях. Выбор принципа преобразования спектра (нелинейное или параметрическое) определяется соображениями удобства и экономичности.

5-2. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

Все методы анализа линейных радиотехнических цепей основываются на принципе суперпозиции и уравнениях Кирхгофа (см. § 4-6). Общим методом анализа цепей является метод составления и решения дифференциального уравнения цепи (см. § 1-9, 1-10). Однако при практическом решении задач можно ограничиться более простыми и удобными методами. Ниже дается краткий обзор этих методов. Первые пять из них являются методами отыскания токов и напряжений на участках цепи по заданным нескольким воздействиям в разных частях цепи. Последние два метода относятся к случаю отыскания отклика цепи на одно сложное воздействие.

Метод наложения

При определении токов в ветвях линейной цепи с несколькими источниками можно поочередно оставлять в схеме по одной э. д. с., полагая все остальные э. д. с. источников равными нулю, но оставляя в схеме их внутренние сопротивления. Согласно принципу суперпозиции действительные токи в ветвях цепи равны алгебраической сумме токов, вызываемых каждой э. д. с. в отдельности.

Если цепь содержит как генераторы э. д. с., так и генераторы тока то, применяя метод наложения, находят токи, вызванные каждым генератором, э. д. с. и каждым генератором тока. Действительные токи ветвей определяют алгебраическим суммированием полученных составляющих.

Метод узловых напряжений

Этот метод может применяться после того, как все входящие в цепь генераторы преобразованы в генераторы задающих токов. В цепи выбирают опорный узел (обычно это заземленная точка схемы), тогда всем остальным узлам можно приписать узловые напряжения относительно опорного узла. Генераторы включены между узлами, поэтому каждому узлу можно приписать задающие токи присоединенных к нему генераторов с соответствующими знаками. Уравнения баланса токов в каждом узле образуют систему уравнений узловых напряжений. При записи токов и напряжений комплексными амплитудами (или операционными изображениями) каждое из этих уравнений имеет вид

$$\sum_{i=1}^{l} Y_{ji}\dot U_i = \dot I_{3j}, \qquad (5\text{-}1)$$

где j — номер уравнения в системе, определяемый номером рассматриваемого узла;

$\dot I_{3j}$ — суммарный задающий ток узла j;

$\dot U_i$ — узловое напряжение узла i;

$Y_{ji}=Y_{ij}$ — взаимная проводимость узлов j и i, т. е. сумма проводимостей всех ветвей, соединяющих узлы с номерами j и i;

Y_{jj} — собственная проводимость узла j, т. е. проводимость, действующая между узлом j и всеми остальными узлами, если их соединить накоротко. Число таких уравнений $l=c-1$, где c — число узлов в цепи.

Токи берутся со знаком плюс, если они направлены к рассматриваемому узлу, и со знаком минус при обратном направлении. Если задающий ток $\dot I_{3j}$ действует только на один узел j (т. е. генератор тока $\dot I_j$ включен между узлом j и опорным узлом), то узловое напряжение $\dot U_i$ любого узла i определяется формулой Крамера (см. § 1-16)

$$\dot U_i = \frac{Д_{ji}}{Д}\dot I_{3j}, \qquad (5\text{-}1а)$$

где $Д$ — главный определитель системы узловых напряжений цепи;

$Д_{ji}$ — его алгебраическое дополнение, равное произведению $(-1)^{j+i}$ на минор, получаемый из $Д$ путем вычеркивания в нем строки j и столбца i.

Если генераторы задающих токов действуют на несколько узлов, то напряжение на узле i можно определить как сумму напряжений, создаваемых каждым генератором

$$\dot U_i = \sum_{j=1}^{l}\frac{Д_{ji}}{Д}\dot I_{3j}. \qquad (5\text{-}1б)$$

Зная узловые напряжения, можно определить токи в ветвях схемы по закону Ома.

Пример 1. В схеме рис. 5-2 для применения этого метода заменим источники э.д.с.

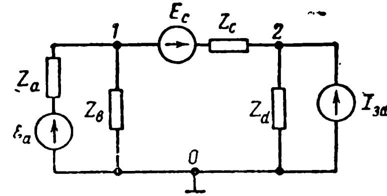


Рис. 5-2. К примеру 1.

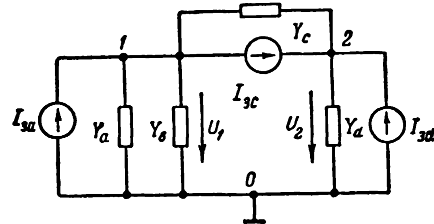


Рис. 5-3. К примеру 2.

$\dot{\mathcal{E}}_a$, Z_a и $\dot{\mathcal{E}}_c$, Z_c источниками задающих токов, как показано на рис. 5-3, где

$$\dot I_{3a} = \dot{\mathcal{E}}_a/Z_a;\ \dot I_{3c} = \dot{\mathcal{E}}_c/Z_c;\ Y_a = 1/Z_a;$$

$$Y_c = 1/Z_c;\ Y_b = 1/Z_b;\ Y_d = 1/Z_d.$$

Для этой схемы имеем

$$\dot I_{31} = \dot I_{3a} - \dot I_{3c};\ \dot I_{32} = \dot I_{3c} + \dot I_{3d};$$

$$Y_{11} = Y_a + Y_b + Y_c;\ Y_{22} = Y_d + Y_c;$$

$$Y_{12} = Y_{21} = Y_c$$

и уравнения узловых напряжений имеют вид

$$Y_{11}\dot U_1 + Y_{12}\dot U_2 = \dot I_{31};$$

$$Y_{21}\dot U_1 + Y_{22}\dot U_2 = \dot I_{32}.$$

Главный определитель этой системы

$$Д = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix} = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21},$$

его алгебраические дополнения

$$Д_{11} = Y_{22};\ Д_{12} = -Y_{21};\ Д_{21} = -Y_{12};$$

$$Д_{22} = Y_{11}.$$

Тогда узловые напряжения определяются выражениями:

$$\dot U_1 = \frac{Д_{11}}{Д}\dot I_{31} + \frac{Д_{21}}{Д}\dot I_{32};$$

$$\dot U_2 = \frac{Д_{21}}{Д}\dot I_{31} + \frac{Д_{22}}{Д}\dot I_{32}.$$

Зная эти напряжения, можно определить токи в проводимостях по закону Ома. Например, ток в проводимости Y_b равен $\dot I_b = \dot U_1 Y_b$, а ток в проводимости Y_c равен $\dot I_c = (\dot U_1 - \dot U_2)Y_c$.

Метод контурных токов

В любой разветвленной цепи можно выбрать взаимно независимые контуры так, чтобы одна из ветвей любого контура входила только в этот контур. Если после этого воспользоваться первой системой уравнений Кирхгофа для исключения из второй системы уравнений Кирхгофа токов тех ветвей, которые являются общими для нескольких контуров, то в результате можно получить систему уравнений только с теми токами, которые не являются общими для нескольких контуров. Можно считать, что каждый из этих токов замыкается в одном из контуров, и назвать эти токи **контурными токами**. Напряжение на любом сопротивлении цепи равно алгебраической сумме напряжений, обусловленных контурными токами своего и смежных контуров. Действительные токи в ветвях, общих для нескольких контуров, равны алгебраической сумме контурных токов.

Если цепь содержит генераторы э. д. с. и генераторы тока, то их можно заменить эквивалентными генераторами э. д. с. (см. § 4-3). После этого вводятся контурные токи и составляется вторая система уравнений Кирхгофа для определения этих токов. Действительные токи в ветвях без генераторов тока определяются алгебраическим суммированием только контурных токов, а в ветвях с генераторами тока к этим суммам добавляются еще токи генераторов тока.

Если токи и напряжения выражаются комплексными амплитудами (или операционными изображениями), то каждое уравнение имеет вид

$$\sum_{i=1}^{l} Z_{ji} \dot{I}_i = \dot{\mathscr{E}}_j, \qquad (5\text{-}2)$$

где j — номер уравнения в системе, определяемый номером обходного контура;

$\dot{\mathscr{E}}_j$ — суммарная э. д. с. действующая в этом контуре j;

$\dot{I}_i$ — контурный ток контура с номером i;

$Z_{ji}=Z_{ij}$ — взаимное сопротивление контуров с номерами j и i (т. е. входящее в оба контура);

Z_{jj} — собственное сопротивление контура j.

Число уравнений равно числу независимых контуров $l=b-(c-1)$, где b — число ветвей в цепи, c — число узлов — точек разветвления.

Если внешняя э. д. с. $\dot{\mathscr{E}}_j$ действует только в одном контуре j, то контурный ток любого контура i определяется формулой Крамера

$$\dot{I}_i = \frac{D_{ji}}{D}\dot{\mathscr{E}}_j, \qquad (5\text{-}2а)$$

где D — главный определитель системы уравнений;

D_{ji} — его алгебраическое дополнение, равное произведению $(-1)^{j+i}$ на минор, получаемый путем вычеркивания в определителе D строки j и столбца i.

Если э. д. с. действует в нескольких контурах, то ток в контуре i

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^{l} \frac{D_{ji}}{D}\dot{\mathscr{E}}_j. \qquad (5\text{-}2б)$$

Пример 2. Для схемы на рис. 5-4 в качестве независимых контуров можно выбрать два соприкасающихся контура, а за положительное направление контурных токов — направление по часовой стрелке.

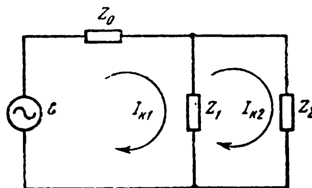


Рис. 5-4. К примеру 2.

Вторая система уравнений Кирхгофа в данном случае примет вид:

$$Z_0\dot{I}_{к1} + Z_1(\dot{I}_{к1} - \dot{I}_{к2}) = \dot{\mathscr{E}};$$

$$Z_2\dot{I}_{к2} + Z_1(\dot{I}_{к2} - \dot{I}_{к1}) = 0.$$

Решая эти уравнения относительно контурных токов, получим:

$$\dot{I}_{к1} = \dot{\mathscr{E}}\frac{Z_1+Z_2}{Z_0Z_1+Z_0Z_2+Z_1Z_2};$$

$$\dot{I}_{к2} = \dot{\mathscr{E}}\frac{Z_1}{Z_0Z_1+Z_0Z_2+Z_1Z_2}.$$

Действительные токи, протекающие по сопротивлениям Z_0, Z_1 и Z_2, соответственно равны:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{к1} = \dot{\mathscr{E}}\frac{Z_1+Z_2}{Z_0Z_1+Z_0Z_2+Z_1Z_2};$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{к1} - \dot{I}_{к2} = \dot{\mathscr{E}}\frac{Z_2}{Z_0Z_1+Z_0Z_2+Z_1Z_2};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{к2} = \dot{\mathscr{E}}\frac{Z_1}{Z_0Z_1+Z_0Z_2+Z_1Z_2}.$$

Если в цепи имеется n узлов и m независимых контуров, то метод контурных токов целесообразно использовать при $(n-1)>m$, а метод узловых потенциалов — при $(n-1)<m$.

Метод эквивалентного генератора

Любая разветвленная цепь, содержащая один или несколько источников и имеющая два выходных зажима A и $Б$, может

быть заменена одним, не имеющим внутреннего сопротивления генератором, создающим напряжение $\dot{U}_{х.х}$, и одним последовательным сопротивлением $Z_{к.з}$. Напряжение $\dot{U}_{х.х}$ генератора равно напряжению между зажимами *А* и *Б* при холостом ходе, т. е. при отключенной нагрузке. Сопротивление $Z_{к.з}$ равно сопротивлению, измеряемому между зажимами *А* и *Б* при отключенной нагрузке, при короткозамкнутых генераторах э. д. с. и при разомкнутых генераторах тока (внутренние сопротивления или проводимости источников при этом должны сохраняться в схеме).

Пример 3. Для определения тока $\dot{I}_2$ в сопротивлении Z_2 (рис. 5-5, *а*) можно считать

Рис. 5-5. К примеру 3.

концы этого сопротивления за выходные зажимы и найти напряжение холостого хода (рис. 5-5, *в*)

$$\dot{U}_{х.х} = \dot{\mathcal{E}} \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1}$$

и сопротивление короткого замыкания (рис. 5-5, *г*)

$$Z_{к.з} = \frac{Z_0 Z_1}{Z_0 + Z_1}.$$

Из эквивалентной схемы (рис. 5-5, *б*) найдем:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{х.х}}{Z_{к.з} + Z_2} =$$

$$= \dot{\mathcal{E}} \frac{Z_1}{(Z_0 + Z_1)\left(\frac{Z_0 Z_1}{Z_0 + Z_1} + Z_2\right)} =$$

$$= \dot{\mathcal{E}} \frac{Z_1}{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2}.$$

Аналогично может быть определен ток в любом другом сопротивлении цепи.

Иногда удобнее пользоваться методом эквивалентного генератора, согласно которому разветвленная цепь, содержащая один или несколько источников и имеющая два выходных зажима *А* и *Б*, может быть заменена одним, не имеющим внутренней проводимости генератором тока, создающим ток $\dot{I}_{к.з}$, и одной параллельной (шунтирующей) проводимостью $Y_{х.х}$. Ток $\dot{I}_{к.з}$ равен току между зажимами при их к о р о т к о м з а м ы к а н и и. Проводимость $Y_{х.х}$ равна проводимости, измеряемой между зажимами *А* и *Б* при отключенной нагрузке, при короткозамкнутых генераторах э. д. с. и при разомкнутых генераторах тока.

Метод матричных преобразований

Если источники и сопротивления разветвленной цепи заданы, то для отыскания токов в о в с е х ветвях цепи необходимо решать полную систему линейных уравнений, составленных на основании законов Кирхгофа. Если же требуется отыскать ток лишь в о д н о й ветви, то имеет смысл использовать метод эквивалентного генератора.

Однако возможен и промежуточный случай, когда необходимо определить токи лишь в нескольких ветвях достаточно сложной разветвленной цепи.

В этом случае могут быть полезны матричные преобразования.

Запишем систему линейных уравнений цепи:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I}_1 + \cdots + Z_{1n} \dot{I}_n; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{U}_n &= Z_{n1} \dot{I}_1 + \cdots + Z_{nn} \dot{I}_n; \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}3)$$

в матричном представлении (см. § 1-16)

$$\|U\| = \|Z\| \, \|I\|. \quad (5\text{-}3а)$$

Если требуется найти лишь m неизвестных токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \ldots, \dot{I}_m$, то матрицы имеют смысл представить в виде

$$\|U\| = \left\| \begin{matrix} \dot{U}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{U}_m \\ \hline \dot{U}_{m+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{U}_n \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} U_{\mathrm{I}} \\ U_{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\|;$$

$$\|Z\| = \left\| \begin{array}{ccc|ccc} Z_1 & \ldots & Z_{1m} & Z_{1(m+1)} & \ldots & Z_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_{m1} & \ldots & Z_{mm} & Z_{m(m+1)} & \ldots & Z_{mn} \\ \hline Z_{(m+1)1} & \ldots & Z_{(m+1)m} & Z_{(m+1)(m+1)} & \ldots & Z_{(m+1)n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_{n1} & \ldots & Z_{nm} & Z_{n(m+1)} & \ldots & Z_{nn} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} Z_{\rm I} & Z_{\rm II} \\ Z_{\rm III} & Z_{\rm IV} \end{array} \right\|.$$

$$\|\dot I\| = \left\| \begin{array}{c} \dot I_1 \\ \vdots \\ \dot I_m \\ \hline \dot I_{m+1} \\ \vdots \\ \dot I_n \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} \dot I_{\rm I} \\ \dot I_{\rm II} \end{array} \right\|;$$

В этих выражениях матрицы $\dot U_{\rm I}$, $\dot U_{\rm II}$, $\dot I_{\rm I}$, $\dot I_{\rm II}$, $Z_{\rm I}$, $Z_{\rm II}$, $Z_{\rm III}$ и $Z_{\rm IV}$ представляют собой части первоначальных матриц $\|\dot U\|$, $\|\dot I\|$ и $\|Z\|$, а волнистая черта — лишь знак мысленного разделения первоначальных матриц на части.

Следовательно, систему уравнений можно представить в виде

$$\left\| \begin{array}{c} \dot U_{\rm I} \\ \dot U_{\rm II} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} Z_{\rm I} & Z_{\rm II} \\ Z_{\rm III} & Z_{\rm IV} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \dot I_{\rm I} \\ \dot I_{\rm II} \end{array} \right\|.$$

Используя правила умножения матриц (см. § 1-16), отсюда получаем систему:

$$\dot U_{\rm I} = Z_{\rm I}\dot I_{\rm I} + Z_{\rm II}\dot I_{\rm II};$$
$$\dot U_{\rm II} = Z_{\rm III}\dot I_{\rm I} + Z_{\rm IV}\dot I_{\rm II},$$

из которой можно исключить не интересующую нас матрицу $\dot I_{\rm II}$ с неизвестными токами $\dot I_{m+1}, \ldots, \dot I_n$.

Из второго уравнения находим

$$\dot I_{\rm II} = Z_{\rm IV}^{-1}\dot U_{\rm II} - Z_{\rm IV}^{-1} Z_{\rm III}\dot I_{\rm I}$$

и подставляем в первое уравнение

$$\dot U_{\rm I} = Z_{\rm I}\dot I_{\rm I} + Z_{\rm II} Z_{\rm IV}^{-1}\dot U_{\rm II} - Z_{\rm II} Z_{\rm IV}^{-1} Z_{\rm III}\dot I_{\rm I}.$$

В результате получаем систему из m уравнений

$$\dot U_{\rm I} - Z_{\rm II} Z_{\rm IV}^{-1}\dot U_{\rm II} = \left(Z_{\rm I} - Z_{\rm II} Z_{\rm IV}^{-1} Z_{\rm III}\right)\dot I_{\rm I},$$

которая не содержит токов $\dot I_{m+1}, \ldots, \dot I_n$ и может быть решена с помощью формулы Крамера (§ 1-16).

В полученном выражении Z_{κ}^{-1} обозначает **обратную матрицу** (см. § 1-16).

Метод интеграла Фурье

С помощью метода интеграла Фурье (см. § 1-12) можно, зная спектр воздействия на линейную цепь, находить спектр отклика цепи. Напряжение $u_1(t)$, воздействующее на вход цепи, может быть представлено в виде суммы

$$u_1(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_1(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega \qquad (5\text{-}4)$$

бесконечного числа синусоидальных колебаний

$$du_1(t) = \frac{1}{2\pi}\Phi_1(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega = d\dot U_1 e^{j\omega t}$$

с бесконечно малыми амплитудами

$$d\dot U_1 = \frac{1}{2\pi}\Phi_1(\omega)\, d\omega$$

и с бесконечно малыми интервалами $d\omega$ по частоте.

Здесь функция

$$\Phi_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t)\, e^{-j\omega t}\, dt \qquad (5\text{-}5)$$

носит название **спектральной плотности амплитуды** (см. § 1-12) или **спектра воздействия**.

Если для любой частоты ω известен коэффициент передачи цепи

$$K(j\omega) = \frac{\dot U_2}{\dot U_1},$$

то по амплитуде элементарного воздействия $du_1(t)$ может быть найдена амплитуда элементарного отклика:

$$du_2(t) = d\dot U_2 e^{j\omega t};$$
$$d\dot U_2 = K(j\omega)\, d\dot U_1.$$

Следовательно, элементарный отклик

$$du_2(t) = \frac{1}{2\pi} K(j\omega)\,\Phi_1(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega.$$

Полный отклик на основании метода наложения найдем суммированием всех элементарных откликов:

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega)\, \Phi_1(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega. \quad (5\text{-}6)$$

С другой стороны, отклик $u_2(t)$ сам по себе может быть представлен интегралом Фурье

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_2(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega,$$

где $\Phi_2(\omega)$ — спектр отклика.

Сравнивая последние выражения, получаем:

$$\Phi_2(\omega) = K(j\omega)\, \Phi_1(\omega), \quad (5\text{-}7)$$

т. е. спектр отклика цепи равен спектру воздействия, умноженному на коэффициент передачи цепи.

Метод интеграла Фурье был изложен на примере отыскания напряжения на выходе цепи (отклик) по напряжению на входе (воздействие). В общем случае воздействие $x(t)$ и отклик $y(t)$ могут быть током и напряжением. При этом

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega)\, \Phi_x(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega;$$

$$\Phi_y(\omega) = K(j\omega)\, \Phi_x(\omega),$$

где $\Phi_y(\omega)$ и $\Phi_x(\omega)$ — соответственно спектры отклика и воздействия; $K(j\omega)$ — передаточная функция.

Математический смысл передаточной функции остается прежним: она представляет собой отклик цепи на синусоидальное воздействие с частотой (ω) и единичной амплитудой. Но физический смысл этой функции варьируется в зависимости от физического смысла воздействия $x(t)$ и отклика $y(t)$. Если и воздействие и отклик являются напряжениями (токами), то передаточная функция называется коэффициентом передачи напряжения (тока). Если воздействием является напряжение, а откликом — ток, то передаточная функция называется проводимостью передачи. Если же воздействием является ток, а откликом напряжение, то передаточная функция называется сопротивлением передачи.

Метод интеграла Дюамеля

Воздействие любого напряжения $u(t)$ на линейный пассивный двухполюсник (рис. 5-6) или четырехполюсник (рис. 5-1) можно представить как последовательность элементарных скачков напряжения (рис. 5-7), имеющих величину

$$\Delta u \approx \Delta\tau\, \mathrm{tg}\, \alpha = \Delta\tau u'(\tau)$$

и смещенных один относительно другого на интервалы $\Delta\tau$.

Если скачок напряжения единичный, т. е. включаемое напряжение постоянно и равно единице, то вызванный им ток

$$i(t) = h(t)$$

называется переходной проводимостью.

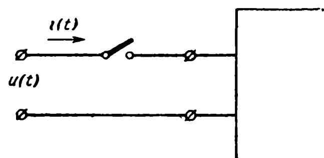


Рис. 5-6. Подключение двухполюсника к источнику напряжения.

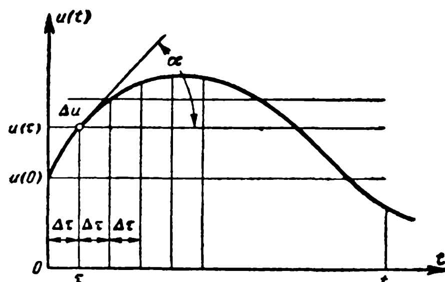


Рис. 5-7. К методу интеграла Дюамеля.

Зная переходную проводимость $h(t)$, можно найти составляющие тока, вызванные начальным скачком:

$$[u(0)\, h(t)],$$

а также любым элементарным скачком Δu, включаемым в момент τ:

$$\Delta u h(t - \tau) = u'(\tau)\, \Delta\tau h(t - \tau).$$

Здесь переходная проводимость имеет аргумент $t - \tau$, так как элементарный скачок начинает действовать на цепь на время τ позднее, чем начальный.

Чтобы определить ток в момент времени t, необходимо сложить составляющие тока от начального скачка и от всех элементарных скачков. Переходя после этого к пределу при $\Delta\tau \to 0$, получим формулу Дюамеля

$$i(t) = u(0)\, h(t) + \int_0^t u'(\tau)\, h(t - \tau)\, d\tau.$$

Эта формула была получена на примере отыскания тока (отклик) по известному напряжению (воздействие). В общем случае воздействие и отклик могут быть как током, так и напряжением. В соответствии с этим меняется физический смысл функции $h(t)$, которая в общем случае называется переходной функцией. Математический смысл переходной функции остается прежним: она представляет собой отклик системы на единичное воздействие (единич-

ный скачок). Но физический смысл этой функции варьируется в зависимости от физического смысла воздействия $x(t)$ и отклика $y(t)$ в формуле Дюамеля:

$$y(t)=x(0)\,h(t)+\int_0^t x'(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau. \quad (5\text{-}8)$$

Если в этой формуле и воздействие $x(t)$ и отклик $y(t)$ являются напряжениями (токами), то $h(t)$ называется переходной функцией напряжения (тока). Если же воздействием является ток, а откликом напряжение, то $h(t)$ называется переходным сопротивлением.

Формула Дюамеля путем замены переменной интегрирования и интегрированием по частям может быть представлена и в других формах записи:

$$y(t)=x(0)\,h(t)+\int_0^t x'(t-\tau)\,h(\tau)\,d\tau;$$

$$y(t)=h(0)\,x(t)+\int_0^t h'(t-\tau)\,x(\tau)\,d\tau;$$

$$y(t)=h(0)\,x(t)+\int_0^t h'(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau;$$

$$y(t)=\frac{d}{dt}\int_0^t x(t-\tau)\,h(\tau)\,d\tau; \quad (5\text{-}9)$$

$$y(t)=\frac{d}{dt}\int_0^t x(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau.$$

Таким образом, задача определения отклика $y(t)$ на воздействие $x(t)$ в данном методе сводится к отысканию переходной функции $h(t)$ и интегрированию по одной из формул Дюамеля, вид которой выбирается так, чтобы максимально упростить интегрирование.

Выше предполагалось, что при $t<0$ воздействие $u(t)=0$, т. е. метод интеграла Дюамеля особенно удобен для исследования переходных процессов, возникающих после начала воздействия ($t=0$). Но начало воздействия можно отнести к любому моменту t_0, положив нижний предел интеграла Дюамеля равным не нулю, а t_0.

Частотные и временные характеристики цепи

Обозначив функцией $x(t)$ воздействие, а функцией $y(t)$ отклик, представим интеграл Фурье и интеграл Дюамеля (при нулевом начальном скачке) в виде

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(\omega)\,\Phi_x(\omega)\,e^{j\omega t}d\omega,$$

$$y(t)=\int_0^t x'(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau.$$

Здесь функции $x(t)$ и $\Phi_x(\omega)$ являются временным и спектральным представлением воздействия (см. § 2-2 и 2-3), а функции $h(t)$ и $K(j\omega)$ — соответственно временной и частотной характеристиками цепи. Поскольку две последние функции являются характеристиками одной и той же системы, одна из них может быть выражена через другую.

Для установления связи между частотными и временными характеристиками цепи используем понятие дельта-функции, введенное в § 1-10 (пример 5):

$$\delta(t)=\frac{d\sigma_0(t)}{dt},$$

где $\sigma_0(t)$ — единичная функция, представляющая воздействие в виде единичного скачка (см. рис. 1-54);

$\delta(t)$ — дельта функция, представляющая воздействие в виде единичного импульса (см. рис. 1-56).

Откликом цепи на единичный скачок является переходная функция $h(t)$, а откликом на единичный импульс является импульсная функция (весовая функция, импульсная реакция)

$$g(t)=\frac{dh(t)}{dt},$$

которая также относится к временным характеристикам цепи.

Поскольку спектральная плотность единичного импульса постоянна (см. § 1-13, пример 2)

$$\Phi_\delta(\omega)=1,$$

отклик системы на единичный импульс (импульсная реакция)

$$g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega)e^{j\omega t}d\omega,$$

т. е. передаточная функция $K(j\omega)$ является спектром импульсной реакции $g(t)$:

$$K(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\,e^{-j\omega t}dt.$$

Таким образом передаточная функция и импульсная реакция связаны между собой преобразованиями Фурье.

При отыскании передаточной функции цепи следует составить дифференциальное уравнение цепи (см. § 1-9)

$$a_0u_2^{(n)}+a_1u_2^{(n-1)}+\dots+a_{n-1}u_2'+$$
$$+a_n\,u_2=b_0u_1^{(m)}+\dots+b_m\,u_1$$

и, воспользовавшись методом комплексных амплитуд (см. § 4-6):

$$u_1=\dot U_1e^{j\omega t};$$
$$u_2=\dot U_2\,e^{j\omega t},$$

заменить в дифференциальном уравнении операции дифференцирования соответствующими степенями от $j\omega$, так как для синусоидальных напряжений

$$u^{(k)} = (j\omega)^k u.$$

В результате получается выражение для определения передаточной функции цепи:

$$K(j\omega) = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{b_0 (j\omega)^m + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + \dots + a_n}.$$

При отыскании переходной функции также исходят из дифференциального уравнения цепи, но записывают его в операторной форме (т. е. производные заменяют степенями оператора p). В результате получается выражение для операционного коэффициента передачи

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)},$$

оригиналом которого является переходная функция

$$h(t) \dot\rightarrow K(p).$$

Пример 4. Определим коэффициент передачи и переходную функцию цепи, содержащей активное сопротивление, индуктивность и емкость (см. рис. 1-42).

Будем исходить из дифференциального уравнения цепи, составленного в § 1-9 (пример 3). Заменяя производные на степени $j\omega$ и p, получим

$$\left(-\omega^2 + \frac{R}{L} j\omega + \frac{1}{LC}\right)\dot U = \frac{\dot e}{LC};$$

$$\left(p^2 + \frac{R}{L} p + \frac{1}{LC}\right) U(p) = \frac{1}{LC}\,\mathcal{E}(p),$$

т. е. коэффициент передачи напряжения цепи

$$K(j\omega) = \frac{\dot U}{\dot e} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\alpha\omega};$$

операционный коэффициент передачи

$$K(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2},$$

где

$$\alpha = \frac{R}{2L};\quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Воспользовавшись второй теоремой разложения Хевисайда (см. § 1-10), получим выражение для переходной функции напряжения $h(t) \dot\rightarrow K(p)$

$$h(t) = 1 - e^{-\alpha t}\left(\frac{\alpha}{\omega_1}\sin\omega_1 t + \cos\omega_1 t\right) \approx$$

$$\approx 1 - e^{-\alpha t}\cos\omega_1 t \ (\text{при } t > 0 \text{ и } \alpha \ll \omega_1)$$

и импульсной реакции

$$g(t) = \frac{dh}{dt} = \frac{\omega_0^2}{\omega_1} e^{-\alpha t}\sin\omega_1 t \approx \omega_0 e^{-\alpha t} \times$$

$$\times \sin\omega_0 t \ (\text{при } t > 0 \text{ и } \alpha \ll \omega_1),$$

где

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}.$$

Таблица 5-1

Операционные соотношения между напряжениями и токами в элементах цепи

Элемент цепи	Соотношение между током и напряжением	Операционные соотношения	
		при ненулевых начальных условиях	при нулевых начальных условиях
R (u, i)	$u(t) = Ri(t)$	$U(p) = RI(p)$	$U(p) = RI(p)$
L (u, i)	$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$ $i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int u(t)\,dt$	$U(p) = pLI(p) - Li(0)$ $I(p) = \frac{1}{p}i(0) + \frac{1}{pL}U(p)$	$U(p) = pLI(p)$
C (u)	$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$ $u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$	$I(p) = pCU(p) - Cu(0)$ $U(p) = \frac{1}{p}u(0) + \frac{1}{pC}I(p)$	$U(p) = \frac{1}{pC}I(p)$

При отыскании переходной функции цепи можно, не составляя дифференциального уравнения, исходить из законов Кирхгофа и операционных соотношений между напряжениями и токами в элементах цепи (табл. 5-1).

Операционные соотношения особенно просты, если при $t \leqslant 0$ цепь не содержит запасов энергии (нулевые начальные условия). В этом случае они подобны соотношениям между комплексными амплитудами при установившемся синусоидальном токе (см. § 4-6) и могут быть получены из последних путем замены $j\omega$ на p. Поэтому один из практических приемов нахождения переходной функции заключается в том, что элементам схемы приписывают операторные выражения сопротивлений R, pL и $1/pC$, после чего к схеме применяются законы Кирхгофа. В результате можно получить:

операционное сопротивление цепи

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)};$$

операционная проводимость цепи

$$Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)};$$

операционный коэффициент передачи цепи

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)},$$

а по ним, переходя к оригиналам, — соответствующие переходные функции.

5-3. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Вынужденные колебания в контуре

Простейший колебательный контур состоит из конденсатора C и катушки индуктивности L, которые образуют замкнутую цепь (рис. 5-8). Активное сопротивление R в такой цепи представлено сопротивлениями потерь и нагрузочными сопротивлениями. Собственные колебания, возникающие в контуре в результате начального внешнего воздействия, рассмотрены в § 4-7. В радиотехнических устройствах чаще используются вынужденные колебания, возникающие в контуре под воздействием периодической э. д. с. и имеющие частоту, равную частоте вынуждающей э. д. с. При совпадении частоты ω вынуждающей э. д. с. с частотой ω_0 собственных колебаний контура (§ 4-7) возникает явление резонанса, на котором основываются многие преобразования сигналов в радиотехнических устройствах.

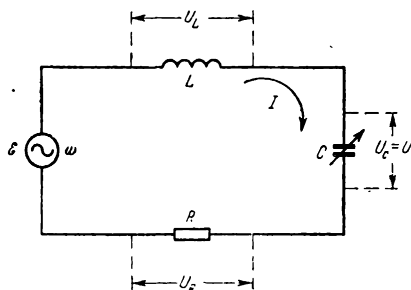


Рис. 5-8. Последовательный колебательный контур.

Источник вынуждающей э. д. с. может быть включен последовательно или параллельно обоим реактивным элементам контура. В первом случае контур называют последовательным колебательным контуром (рис. 5-8), а во втором — параллельным колебательным контуром (рис. 5-11).

Последовательный колебательный контур

Последовательное включение целесообразно использовать при источниках э. д. с. с малым внутренним сопротивлением. Включив это сопротивление в R, получим комплексное сопротивление последовательного контура:

$$Z = \frac{\dot{\mathcal{E}}}{\dot{I}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = |Z|\, e^{j\varphi}.$$

Сопротивление Z становится активным при выполнении условия

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

т. е. при совпадении частоты ω источника колебаний (или несущей частоты принимаемого сигнала) с частотой ω_0 собственных колебаний контура:

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (5\text{-}10)$$

Этот случай носит название последовательного резонанса, а частота $\omega=\omega_0$ называется резонансной частотой.

При резонансе сопротивление последовательного контура сравнительно мало:

$$Z_{\text{рез}} = R. \qquad (5\text{-}11)$$

Ток в контуре при резонансе совпадает по фазе с э. д. с. источника, а амплитуда тока становится наибольшей:

$$I_{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Пропорциональные току амплитуды напряжений на индуктивности и емкости при резонансе достигают максимальной величины

$$U_{L\,\text{рез}} = U_{C\,\text{рез}} = \mathcal{E}\frac{\rho}{R} = Q\mathcal{E},$$

которая может значительно превышать амплитуду $\mathcal{E}$ вынуждающей э. д. с., так как

в радиотехнических контурах, как правило, характеристическое сопротивление (см. § 4-7)

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

во много раз больше, чем активное сопротивление контура (добротность контура Q обычно лежит в пределах от 50 до 200). Поэтому резонанс в последовательном контуре получил название резонанса напряжений.

Для выяснения особенностей колебаний в контуре вблизи резонанса ($\omega \approx \omega_0$) вводится понятие расстройки контура

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0$$

и относительной расстройки контура

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}.$$

Вблизи резонанса

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0 \omega} \approx$$

$$\approx \rho \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \rho\varepsilon,$$

и поэтому комплексное сопротивление контура

$$Z = \rho(d + j\varepsilon).$$

Модуль этого сопротивления

$$|Z| = \rho\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}.$$

Аргумент

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{d},$$

где d — затухание контура (см. § 4-7).

Настройка последовательного контура в резонанс с несущей частотой принимаемого сигнала осуществляется конденсатором переменной емкости (реже — переменной индуктивностью). С этого же конденсатора обычно снимается выходное напряжение, которое при небольших расстройках составляет:

$$U = I \frac{1}{\omega C} \approx \frac{\mathcal{E}}{|Z|} \rho.$$

Следовательно, для частот, близких к резонансной, амплитудно-частотная характеристика (модуль коэффициента передачи) контура может быть представлена выражением

$$A = |K| = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}}.$$

Графическое изображение амплитудно-частотной характеристики контура называется резонансной кривой. Семейство резонансных кривых для различных затуханий контура представлено на рис. 5-9. Чем меньше затухание контура, тем более острую вершину и крутые скаты имеет резонансная кривая.

Фазовая характеристика последовательного контура, выражающая частотную зависимость угла φ отставания тока в контуре от вынуждающей э. д. с., определяется выражением

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{d}.$$

Чем меньше затухание контура, тем более крутыми становятся фазовые характеристики в области частот, близких к резонансу (рис. 5-10). На частотах, превышающих резонансную частоту, комплексное сопротивление контура имеет индуктивную реактивную составляющую ($\varphi > 0$), а на ча-

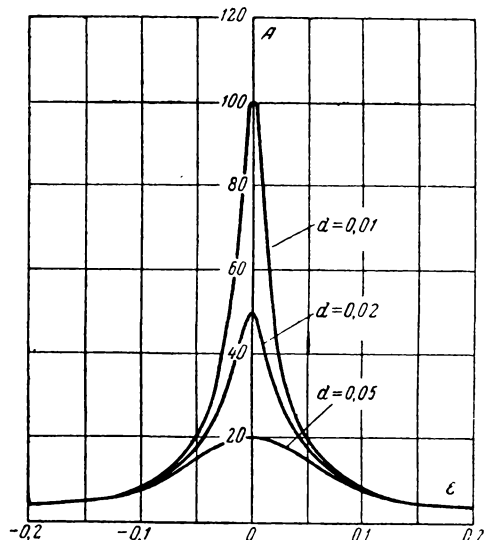


Рис. 5-9. Резонансная кривая колебательного контура.

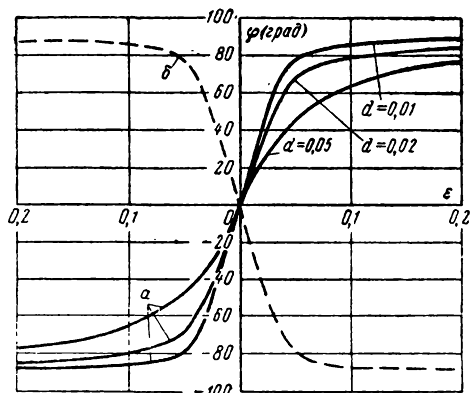


Рис. 5-10. Фазовая характеристика последовательного (а) и параллельного (б) контуров.

стотах меньше резонансной частоты — емкостную реактивную составляющую.

Выражение для амплитудно-частотной характеристики может быть нормировано к единице и представлено в виде

$$\frac{A}{A_{\text{макс}}} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}.$$

Величина

$$a = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} Q$$

называется **обобщенной расстройкой контура**.

Параллельный колебательный контур

Параллельное соединение источника колебаний с колебательным контуром (рис. 5-11) целесообразно использовать при источниках э. д. с. с большим внутренним сопротивлением R_i.

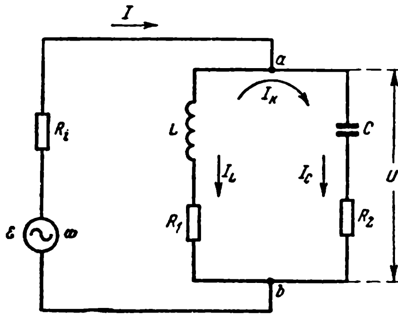


Рис. 5-11. Параллельный колебательный контур.

Комплексное сопротивление контура (между точками a и b)

$$Z = \frac{(R_1 + j\omega L)\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C}\right)}{R_1 + R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Обозначая

$$R = R_1 + R_2$$

и ограничиваясь случаем

$$R_1 \ll \omega L;$$

$$R_2 \ll \frac{1}{\omega C},$$

заметим, что сопротивление контура

$$Z = \frac{L/C}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

становится активным при выполнении условия

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Таким образом, в параллельном контуре с малыми потерями (так же как в последовательном контуре) резонанс наступает при совпадения частоты ω источника колебаний с частотой ω_0 собственных колебаний контура:

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Вблизи резонанса

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} \approx \rho\varepsilon;$$

поэтому

$$Z = \frac{\rho}{d + j\varepsilon};$$

$$|Z| = \frac{\rho}{\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}}.$$

Максимального значения $|Z|$ достигает при резонансе ($\varepsilon = 0$), когда сопротивление контура становится активным и равным

$$Z_{\text{рез}} = \frac{\rho}{d} = \frac{\rho^2}{R} = Q\rho.$$

При резонансе токи в индуктивной и емкостной ветвях контура можно выразить через ток $\dot{I}$ в неразветвленной части схемы (ток источника):

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{I} Z_{\text{рез}}}{R_1 + j\omega_0 L};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{I} Z_{\text{рез}}}{R_2 + \frac{1}{j\omega_0 C}}.$$

Если активные сопротивления ветвей контура малы по сравнению с реактивными, то ток $\dot{I}_L$ отстает, а ток $\dot{I}_C$ опережает ток $\dot{I}$ (и напряжение на контуре $\dot{I}Z_{\text{рез}}$) на угол, близкий к $\pi/2$ (рис. 5-12). Поэтому токи $\dot{I}_L$ и $\dot{I}_C$ сдвинуты между собой по фазе на угол,

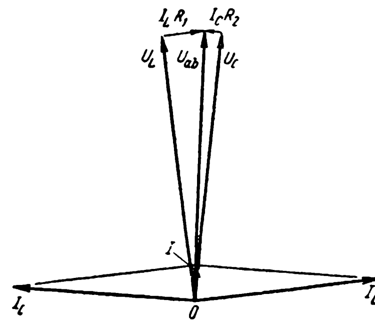


Рис. 5-12. Векторная диаграмма для параллельного контура при резонансе.

близкий к π, а амплитуды их практически одинаковы:

$$I_L = I_C = I\frac{Z_{рез}}{\rho} = IQ.$$

Это позволяет считать, что токи ветвей $\dot{I}_L$ и $\dot{I}_C$ при резонансе образуют как бы один контурный ток $\dot{I}_к$, последовательно обтекающий все элементы контура (рис. 5-11). Амплитуда этого тока во много раз больше амплитуды тока источника

$$I_к = IQ. \qquad (5\text{-}12)$$

Поэтому резонанс в параллельном контуре получил название **резонанса токов**.

Коэффициент передачи параллельного контура

$$K = \frac{\dot{U}}{\dot{\mathcal{E}}} = \frac{\dot{I}Z}{\dot{\mathcal{E}}} = \frac{\mathcal{E}Z}{\dot{\mathcal{E}}(Z+R_i)} = \frac{Z}{Z+R_i}.$$

Если

$$R_i \gg Z_{рез},$$

то вблизи резонанса

$$K = \frac{Z}{R_i} = \frac{\rho}{R_i}\frac{1}{d+j\varepsilon},$$

т. е. амплитудно-частотная характеристика

$$A = |K| = \frac{\rho}{R_i}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2+d^2}}; \qquad (5\text{-}13)$$

фазовая характеристика

$$\varphi = -\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon}{d}. \qquad (5\text{-}14)$$

Таким образом, амплитудно-частотные характеристики параллельного и последовательного контуров вблизи резонанса отличаются лишь постоянным множителем, а их резонансные кривые (рис. 5-9) — лишь масштабом. Нормированные амплитудно-частотные характеристики последовательного и параллельного контуров совпадают.

Фазовые характеристики параллельного и последовательного контуров (рис. 5-10) отличаются лишь знаком угла φ (если выходное напряжение в обоих случаях снимается с реактивности одного знака, например с емкости).

На частотах выше резонансной ($\varepsilon>0$), когда преобладает проводимость емкостной ветви, параллельный контур является комплексным сопротивлением с емкостной реактивной составляющей ($\varphi<0$). На частотах ниже резонансной ($\varepsilon<0$), когда преобладает проводимость индуктивной ветви, контур является комплексным сопротивлением с индуктивной реактивной составляющей ($\varphi>0$). На резонансной частоте контур представляет собой чисто активное сопротивление.

Иногда оказывается более удобной схема параллельного контура, в которой активное сопротивление включено не последовательно, а параллельно реактивным элементам (шунтирует контур). Комплексная проводимость контура (рис. 5-11) может быть представлена в виде суммы трех проводимостей:

$$\frac{1}{Z} = \frac{R+j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{L/C} = \frac{1}{\rho^2/R} + j\omega C - j\frac{1}{\omega L}.$$

Отсюда следует, что последовательное включение в контур сопротивления $R=R_1+R_2$ эквивалентно шунтированию контура сопротивлением

$$R_э = \frac{\rho^2}{R} = Z_{рез}.$$

И наоборот, для перехода от параллельного сопротивления $R_ш$ шунтирующего контур, к сопротивлению R, включенному в контур последовательно, необходимо вычислять это последовательное сопротивление по формуле

$$R = \frac{\rho^2}{R_ш}.$$

В качестве примера использования последней формулы рассмотрим случай, когда параллельный контур с последовательно включенным активным сопротивлением $R=R_1+R_2$ (рис. 5-11) дополнительно шунтирован, например, внутренним сопротивлением R_i источника, соизмеримым с резонансным сопротивлением контура. Если заменить шунтирующее сопротивление R, последовательно включенным в контур сопротивлением ρ^2/R_i, то последовательное активное сопротивление контура окажется равным

$$R' = R + \frac{\rho^2}{R_i},$$

а затухание контура увеличится

$$d' = \frac{R'}{\rho} = d\left(1+\frac{\rho^2}{RR_i}\right).$$

Следовательно, при шунтировании контура его резонансная кривая становится менее острой (в выражение для амплитудно-частотной характеристики вместо d нужно подставлять d').

Полоса пропускания колебательного контура

Острая резонансная кривая колебательного контура свидетельствует о том, что путем настройки контура в резонанс с несущей частотой сигнала можно осуществить **селекцию** (избирательность) полезного сигнала, т. е. выделить его из множества других сигналов, которые имеют другую частоту, попадают на скат резонансной кривой и ослабляются по сравнению с полезным сигналом.

Но полезный сигнал является модулированным колебанием, т. е. представляет собой колебания не одной частоты, а некоторого спектра частот (см. § 1-13 и 2-5). Контур может быть настроен в резонанс лишь с одной из составляющих этого спектра. По сравнению с этой составляющей остальные составляющие спектра будут ослаблены контуром по амплитуде и получат дополнительные сдвиги по фазе, так как для них $\varepsilon \neq 0$.

Таким образом, при прохождении сигнала через контур неизбежны искажения формы сигнала, обусловленные неравномерностью резонансной кривой и кривизной фазовой характеристики. Чтобы ослабить эти искажения, необходимо так выбирать параметры контура, чтобы для спектральных составляющих, содержащих основную часть энергии сигнала, резонансная кривая была достаточно равномерна, а фазовая — достаточно линейна.

Принято считать, что эти условия выполняются в полосе частот вблизи резонанса, на границах которой выходное напряжение U снижается до уровня $1/\sqrt{2} \approx 0{,}7$ от его резонансного значения (при постоянной амплитуде входного напряжения $\mathcal{E}$). Это полоса частот называется **полосой пропускания контура**.

Из выражений для амплитудно-частотных характеристик следует, что значение

$$\frac{A}{A_{рез}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

достигается при $\varepsilon = d$.

Поэтому за ширину полосы пропускания принимают (рис. 5-13)

$$2\Delta_0 f = f_0 d,$$

т. е. полоса пропускания контура тем больше, чем больше его затухание (при шунтировании контура внутренним сопротивлением источника вместо d нужно подставлять d').

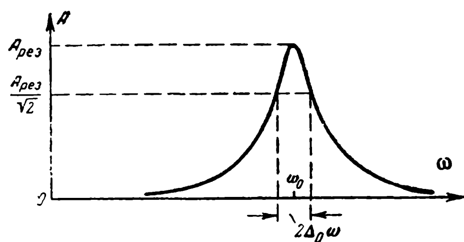


Рис. 5-13. Определение полосы пропускания контура.

На границах полосы пропускания относительное ослабление спектральных составляющих по мощности достигает 50% (—3 *дб*), а дополнительный фазовый сдвиг, вносимый контуром, достигает ±45°.

Сложные параллельные контуры

В **сложных** параллельных контурах индуктивность (или емкость) может содержаться в обеих ветвях контура. Различают три вида параллельных контуров (рис. 5-14). При малом затухании условие резонанса

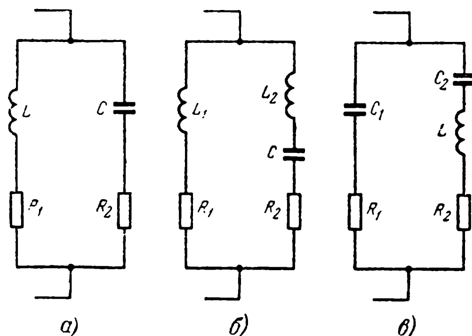


Рис. 5-14. Параллельный контур I вида (*а*), II вида (*б*) и III вида (*в*).

токов для любого из этих контуров остается прежним: полное реактивное сопротивление контура при последовательном обходе его элементов должно равняться нулю. Резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

причем для контура II вида

$$L = L_1 + L_2;$$

для контура III вида

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Резонансное сопротивление сложного контура (между точками разветвления)

$$Z_{рез} = p^2 \frac{\rho^2}{R_1 + R_2}$$

зависит от распределения индуктивностей между ветвями контура II вида

$$p = \frac{X_{L_1}}{X_L} = \frac{L_1}{L}$$

или емкостей между ветвями контура III вида

$$p = \frac{X_{C_1}}{X_C} = \frac{C}{C_1}.$$

Это дает возможность изменения в широких пределах резонансного сопротивления путем перераспределения индуктивности (или емкости) между параллельными ветвями контура (без изменения резонансной частоты). Так, в частности, подбирается наивыгоднейшее сопротивление контура в анодной цепи лампового генератора. При этом наибольшее значение $Z_{рез}$ соответствует случаю, когда вся индуктивность сосредоточена в одной ветви, а емкость — в другой (контур I вида).

При использовании сложного контура нужно помнить, что его резонансная кривая имеет не только максимум при резонансе токов, но еще и минимум при резонансе напряжений в той параллельной ветви, которая содержит индуктивность и емкость.

5-4. СВЯЗАННЫЕ КОНТУРЫ

Виды связи

Если два контура имеют электрическую (через общее электрическое поле) или магнитную (через общее магнитное поле) связь, то изменения электрического состояния в одном контуре вызывают соответствующие

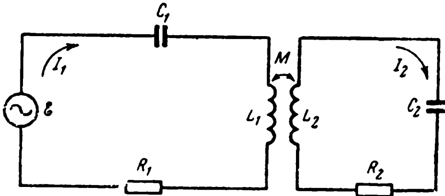


Рис. 5-15. Трансформаторная (индуктивная) связь.

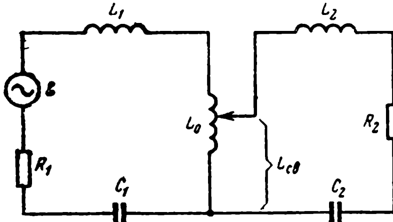


Рис. 5-16. Автотрансформаторная (кондуктивная) связь.

изменения в другом контуре. Общий элемент, через который осуществляется влияние контуров друг на друга, называется элементом связи.

Степень связи контуров определяется коэффициентом связи

$$k_{св} = \sqrt{k_1 k_2}.$$

Здесь k_1 (степень связи первого контура со вторым) определяется при разомкнутом втором контуре долей напряжения, приходящегося на элемент связи, по сравнению с напряжением на полной реактивности первого контура, имеющей одинаковый знак с реактивностью элемента связи. Аналогично определяется k_2 (степень связи второго контура с первым).

Например, при трансформаторной (индуктивной) связи (рис. 5-15)

$$k_1 = \frac{M}{L_1}; \quad k_2 = \frac{M}{L_2}; \quad k_{св} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}.$$

При автотрансформаторной (кондуктивной) связи (рис. 5-16)

$$k_1 = \frac{L_{св}}{L_1 + L_0}; \quad k_2 = \frac{L_{св}}{L_2 + L_{св}};$$

$$k_{св} = \frac{L_{св}}{\sqrt{(L_1 + L_0)(L_2 + L_{св})}}.$$

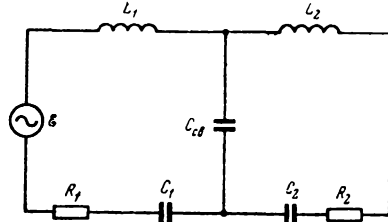


Рис. 5-17. Внутренняя емкостная связь.

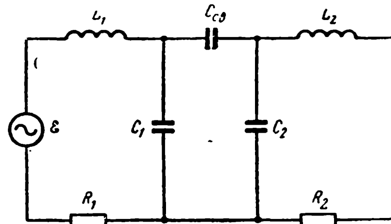


Рис. 5-18. Внешняя емкостная связь

При внутренней емкостной связи (рис. 5-17)

$$k_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_{св}}; \quad k_2 = \frac{C_2}{C_2 + C_{св}};$$

$$k_{св} = \sqrt{\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_{св})(C_2 + C_{св})}}.$$

При внешней емкостной связи (рис. 5-18)

$$k_1 = \frac{C_{св}}{C_2 + C_{св}}; \quad k_2 = \frac{C_{св}}{C_1 + C_{св}};$$

$$k_{св} = \frac{C_{св}}{\sqrt{(C_1 + C_{св})(C_2 + C_{св})}}.$$

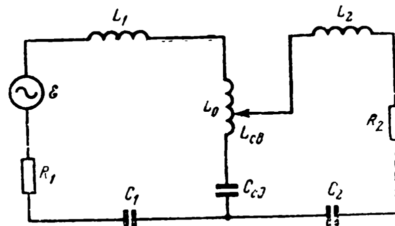


Рис. 5-19. Сложная (комбинированная) связь.

При сложной (комбинированной) связи (рис. 5-19) и при

$$X_{св} = \omega L_{св} - \frac{1}{\omega C_{св}} > 0$$

$$k_1 = \frac{X_{св}}{\omega (L_1 + L_0)}; \quad k_2 = \frac{X_{св}}{\omega (L_2 + L_{св})};$$

$$k_{св} = \frac{L_{св} - \frac{1}{\omega^2 C_{св}}}{\sqrt{(L_1 + L_0)(L_2 + L_{св})}}.$$

В этом случае коэффициент связи зависит от частоты.

Частоты связи

Любую из схем двух связанных контуров (рис. 5-15 — 5-19) можно представить обобщенной схемой (рис. 5-20), для которой

$$Z_{11}\dot{I}_1 - Z_{св}\dot{I}_2 = \dot{\mathcal{E}};$$

$$-Z_{св}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 = 0,$$

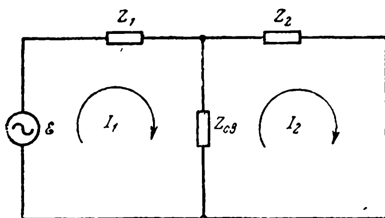


Рис. 5-20. Обобщенная схема двух связанных контуров.

где обозначено:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_{св};$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z_{св}.$$

Определяя ток в первом контуре

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}}{Z_{11} - \frac{Z_{св}^2}{Z_{22}}},$$

замечаем, что влияние второго контура через элемент связи $Z_{св} = jX_{св}$ может быть сведено к внесению в первый контур сопротивления

$$Z_{вн} = \frac{X_{св}^2}{Z_{22}}.$$

Активная часть вносимого сопротивления

$$R_{вн} = \frac{X_{св}^2}{|Z_{22}|^2} R_{22}$$

учитывает потери энергии во втором контуре и определяет увеличение затухания системы связанных контуров по сравнению с затуханием первого контура.

Реактивная часть вносимого сопротивления

$$X_{вн} = -\frac{X_{св}^2}{|Z_{22}|^2} X_{22}$$

изменяет резонансные свойства системы контуров по сравнению с резонансными свойствами первого контура. Как и в случае одиночного контура, условием резонанса является обращение в нуль входной реактивности цепи. Но под влиянием второго контура резонанс напряжений наступит не при $X_{11} = 0$, а при

$$X_{11} - \frac{X_{св}^2}{|Z_{22}|^2} X_{22} = 0.$$

Определим, например, резонансную частоту двух одинаковых индуктивно связанных контуров, каждый из которых в отдельности настроен на частоту ω_0. В этом случае при небольших расстройках (см. § 5-3)

$$X_{11} = X_{22} = \rho\varepsilon; \quad X_{св} = \rho k_{св};$$

$$|Z_{22}| = \rho^2 (d^2 + \varepsilon^2)$$

и условие резонанса системы двух контуров

$$\rho^3 \varepsilon \left(d^2 + \varepsilon^2\right) - \rho^3 \varepsilon k_{св}^2 = 0$$

распадается на два условия:

$$\varepsilon = 0;$$

$$\varepsilon = \pm\sqrt{k_{св}^2 - d^2}.$$

Это означает, что, помимо частоты ω_0, имеются две резонансные частоты, одна из которых ниже, а другая выше ω_0:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \sqrt{k_{св}^2 - d^2}}};$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \sqrt{k_{св}^2 - d^2}}}.$$

Они зависят от коэффициента связи $k_{св}$ и поэтому называются **частотами связи**. Чем больше коэффициент связи,

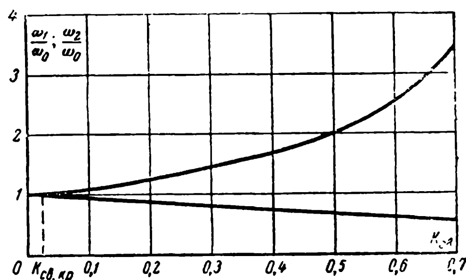


Рис. 5-21. Частоты связи двух одинаковых индуктивно связанных контуров.

тем больше частоты связи отличаются друг от друга. При уменьшении $\kappa_{св}$ частоты связи сближаются и при $\kappa_{св.кр}=d$ (критическая связь) становятся равными: $\omega_1=\omega_2=\omega_0$ (рис. 5-21).

Амплитудно-частотная характеристика

Амплитудно-частотная характеристика двух одинаковых индуктивно связанных контуров при небольших расстройках $\Delta\omega=\omega-\omega_0$ может быть представлена в виде

$$A=\frac{|\dot U|}{|\dot{\mathscr{E}}|}=$$

$$=\frac{\kappa_{св}}{\sqrt{\varepsilon^4+2\varepsilon^2\left(d^2-\kappa_{св}^2\right)+\left(d^2+\kappa_{св}^2\right)^2}}.$$

При слабой связи ($\kappa_{св}<\kappa_{св.кр}=d$) все слагаемые знаменателя положительны, и с увеличением расстройки ε знаменатель растет и значение A уменьшается. Следовательно, при слабой связи резонансная кривая имеет один максимум на резонансной частоте контуров ω_0.

При сильной связи ($\kappa_{св}>\kappa_{св.кр}=d$) второе слагаемое знаменателя отрицательно. Пока расстройка мала ($\varepsilon^4\ll\varepsilon^2$), ее увеличение вызывает уменьшение знаменателя и, следовательно, увеличивается значение A. Это означает, что на частоте ω_0 ($\varepsilon=0$) резонансная кривая имеет минимум. При дальнейшем увеличении расстройки, когда первое слагаемое знаменателя становится больше второго по абсолютной величине, знаменатель увеличивается и значение A уменьшается. Таким образом, при сильной связи резонансная кривая имеет два максимума (рис. 5-22). Причиной возникновения этих максимумов является компенсация собственной реактивности контуров реактивностью, вносимой соседним контуром. Чем сильнее связь, тем больше

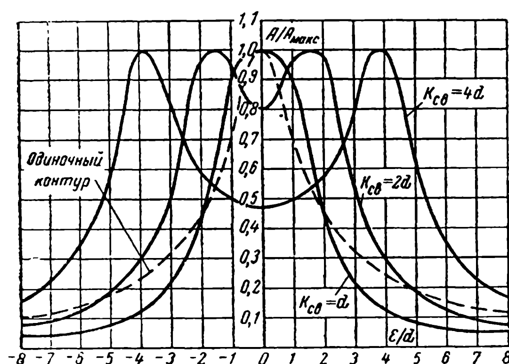


Рис. 5-22. Резонансные кривые двух одинаковых индуктивно связанных контуров.

$|X_{вн}|$ и тем больше собственная реактивность X_{11} (или X_{22}), которую компенсирует вносимая реактивность. Таким образом, при увеличении связи частоты, на которых происходит компенсация реактивностей, все больше отличаются от резонансных частот контуров (ω_0), т. е. максимумы резонансной кривой при увеличении связи раздвигаются.

Это создает возможность регулирования полосы пропускания системы связанных контуров путем изменения степени связи между контурами. При слабой связи ($\kappa_{св}\ll\kappa_{св.кр}$) полоса пропускания двух одинаковых индуктивно связанных контуров мало отличается от полосы пропускания каждого контура (см. § 5-3):

$$2\Delta_0\,\omega_{св}\approx 2\Delta_0\,\omega.$$

Но уже при критической связи ($\kappa_{св.кр}=d$)

$$2\Delta_0\,\omega_{св.кр}=1{,}41\,(2\Delta_0\,\omega).$$

При дальнейшем увеличении связи полоса расширяется, но равномерность пропускания частот ухудшается, так как на резонансной кривой появляется впадина. Такая впадина считается допустимой вплоть до уровня $A_{макс}/\sqrt{2}$, на котором определяется ширина полосы пропускания. Этот предельный случай соответствует коэффициенту связи $\kappa_{св}=2{,}41d$ и полосе пропускания

$$2\Delta_0\,\omega_{св.макс}=3{,}1\,(2\Delta_0\,\omega).$$

Значительная полоса пропускания, дополнительная возможность регулирования ее ширины и более крутые скаты резонансной кривой — таковы преимущества связанных контуров по сравнению с одиночными контурами при осуществлении частотной селекции радиосигналов.

Настройка связанных контуров

Связанные контуры настраиваются обычно путем изменения их параметров или связи между контурами до тех пор, пока не будет достигнут максимум тока во втором контуре (максимум громкости).

Первый частный резонанс достигается подбором параметров первого контура (при неизменных и произвольных параметрах второго контура и неизменной связи между контурами). Второй частный резонанс достигается подбором параметров второго контура.

Частные резонансы позволяют получить максимум тока во втором контуре, но не наибольшее из возможных его значений. Для получения наибольшего из всех возможных максимумов тока во втором контуре необходимо подбирать не только параметры контуров, но и связь между ними.

Настройка, при которой подбираются параметры одного из контуров и устанавливается оптимальная связь, получила название сложного резонанса.

Наконец, полным резонансом называют настройку на частоту генератора

каждого из контуров порознь с последующим подбором оптимальной связи. При этом первоначальная настройка каждого из контуров может производиться при очень слабой связи между контурами или при разомкнутом другом контуре.

Максимальные значения тока во втором контуре при полном и сложном резонансах получаются одинаковыми:

$$I_{2\text{макс}} = \frac{\mathcal{E}}{2\sqrt{R_1 R_2}}.$$

Оптимальной связью при полном резонансе является критическая связь

$$\kappa_{\text{св.кр}} = \sqrt{d_1 d_2}.$$

5-5. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

Уравнения четырехполюсника

Четырехполюсником (см. рис. 5-23) называется любая электрическая цепь, имеющая два входных зажима (к которым присоединяется источник сигналов) и два

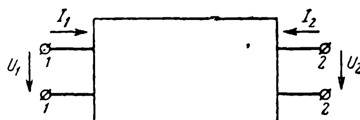


Рис. 5-23. Положительные направления токов и напряжений на входе и выходе четырехполюсника.

выходных (к которым присоединяется нагрузка). Если эта цепь содержит источники энергии, то четырехполюсник называется активным, если не содержит — пассивным.

Независимо от внутренней структуры схемы работа линейного четырехполюсника в установившемся синусоидальном режиме может быть охарактеризована четырьмя комплексными амплитудами входных и выходных токов и напряжений ($\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$), связанными друг с другом линейными уравнениями (рис. 5-23).

Если зависимыми переменными считать напряжения, а независимыми — токи, то уравнения четырехполюсника

$$\dot{U}_1 = z_{11}\dot{I}_1 + z_{12}\dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = z_{21}\dot{I}_1 + z_{22}\dot{I}_2.$$

называют уравнениями в z-параметрах. Все коэффициенты z имеют размерность сопротивлений. Эти коэффициенты могут быть определены или измерены на основании следующих соотношений:

$z_{11} = (\dot{U}_1/\dot{I}_1)_{\dot{I}_2=0}$ — входное сопротивление четырехполюсника при разомкнутом выходе;

$z_{22} = (\dot{U}_2/\dot{I}_2)_{\dot{I}_1=0}$ — выходное сопротивление четырехполюсника при разомкнутом входе;

$z_{12} = (\dot{U}_1/\dot{I}_2)_{\dot{I}_1=0}$ — сопротивление обратной передачи, позволяющее определить напряжение $\dot{U}_1$ на разомкнутом входе по току $\dot{I}_2$, создаваемому внешним источником на выходе четырехполюсника;

$z_{21} = (\dot{U}_2/\dot{I}_1)_{\dot{I}_2=0}$ — сопротивление прямой передачи, позволяющее определить напряжение $\dot{U}_2$ на разомкнутом выходе по току $\dot{I}_1$, создаваемому внешним источником на входе четырехполюсника.

На практике вместо размыкания входной (выходной) цепи в нее включают достаточно большое нагрузочное сопротивление.

Если зависимыми переменными считать токи, а независимыми — напряжения, то уравнения четырехполюсника

$$\dot{I}_1 = y_{11}\dot{U}_1 + y_{12}\dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = y_{21}\dot{U}_1 + y_{22}\dot{U}_2$$

называют уравнениями в y-параметрах. Все коэффициенты y имеют размерность проводимостей. Эти коэффициенты могут быть определены или измерены на основании следующих соотношений:

$y_{11} = (\dot{I}_1/\dot{U}_1)_{\dot{U}_2=0}$ — входная проводимость четырехполюсника при короткозамкнутом выходе;

$y_{22} = (\dot{I}_2/\dot{U}_2)_{\dot{U}_1=0}$ — выходная проводимость четырехполюсника при короткозамкнутом входе;

$y_{12} = (\dot{I}_1/\dot{U}_2)_{\dot{U}_1=0}$ — проводимость обратной передачи при короткозамкнутом входе, которая позволяет определить ток на короткозамкнутом входе, протекающий в результате действия напряжения на выходе четырехполюсника;

$y_{21} = (\dot{I}_2/\dot{U}_1)_{\dot{U}_2=0}$ — проводимость прямой передачи при короткозамкнутом выходе, которая позволяет определить ток на короткозамкнутом выходе, протекающий в результате действия напряжения на входе четырехполюсника.

Режимом короткого замыкания входной (выходной) цепи четырехполюсника считается такой режим, при котором напряжение в цепи не зависит от тока. Практически это осуществляется включением в цепь сопротивления много меньшего, чем входное

(выходное) сопротивление четырехполюсника.

Следует отметить, что

$$z_{11} \neq \frac{1}{y_{11}}; \quad z_{22} \neq \frac{1}{y_{22}},$$

так как эти коэффициенты измеряются в разных режимах.

Если зависимыми переменными считать $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_2$, а независимыми $\dot{I}_1$ и $\dot{U}_2$, то уравнения четырехполюсника

$$\dot{U}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2,$$

называют уравнениями в h-параметрах. Коэффициенты h_{11} и h_{21} безразмерные, а коэффициенты h_{12} и h_{22} имеют соответственно размерности сопротивления и проводимости. Эти коэффициенты могут быть определены или измерены на основании следующих соотношений:

$h_{11} = \left(\dot{U}_1/\dot{I}_1\right)_{\dot{U}_2=0}$ — входное сопротивление четырехполюсника при короткозамкнутом выходе;

$h_{22} = \left(\dot{I}_2/\dot{U}_2\right)_{\dot{I}_1=0}$ — выходная проводимость четырехполюсника при разомкнутом входе;

$h_{12} = \left(\dot{U}_1/\dot{U}_2\right)_{\dot{I}_1=0}$ — коэффициент обратной передачи напряжения при разомкнутом входе;

$h_{21} = \left(\dot{I}_2/\dot{I}_1\right)_{\dot{U}_2=0}$ — коэффициент прямой передачи тока при короткозамкнутом выходе.

Сравнивая коэффициенты различных систем уравнений (после преобразования уравнений к одинаковой форме), легко получить соотношения между коэффициентами различных систем уравнений (табл. 5-2).

Таким образом, соотношения токов и напряжений на входе и выходе любого линейного четырехполюсника независимо от сложности его внутренней схемы полностью определяются четырьмя параметрами (коэффициентами систем z, y или h).

Если четырехполюсник пассивный (не содержит в себе источников энергии), то его сопротивления прямой и обратной передачи одинаковы

$$z_{12} = z_{21} \text{ (условие пассивности).}$$

Если, кроме того, внутренняя схема четырехполюсника симметрична относительно входа и выхода (т. е. замена входа на выход не меняет свойств четырехполюсника), то

$$z_{11} = z_{22} \text{ (условие симметричности).}$$

Следовательно, линейный пассивный четырехполюсник полностью определен тремя независимыми коэффициентами (четвертый может быть найден из условия пассивности), а если он, кроме того, симметричен,— двумя независимыми коэффициентами.

Таблица 5-2

Соотношения между коэффициентами различных систем уравнений линейного четырехполюсника

	z	y	h
z	$\begin{matrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{y_{22}}{\Delta_y} & -\frac{y_{12}}{\Delta_y} \\ -\frac{y_{21}}{\Delta_y} & \frac{y_{11}}{\Delta_y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{matrix}$
y	$\begin{matrix} \frac{z_{22}}{\Delta_z} & -\frac{z_{12}}{\Delta_z} \\ -\frac{z_{21}}{\Delta_z} & \frac{z_{11}}{\Delta_z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta_h}{h_{11}} \end{matrix}$
h	$\begin{matrix} \frac{\Delta_z}{z_{22}} & \frac{z_{12}}{z_{22}} \\ -\frac{z_{21}}{z_{22}} & \frac{1}{z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{y_{11}} & -\frac{y_{12}}{y_{11}} \\ \frac{y_{21}}{y_{11}} & \frac{\Delta_y}{y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{matrix}$

Примечание. В таблице приведены определители вида $\Delta = x_{11}x_{22} - x_{12}x_{21}$, где $x = z$; y; h.

Параметры нагруженного четырехполюсника

Для нагруженного четырехполюсника (рис. 5-24)

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_0 - \dot{I}_1 Z_0;$$

$$\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 Z_н,$$

где $\dot{U}_0$ и $\dot{Z}_0$ — соответственно э. д. с. и внутреннее сопротивление источника, подключенного к четырехполюснику;

$Z_н$ — сопротивление нагрузки четырехполюсника.

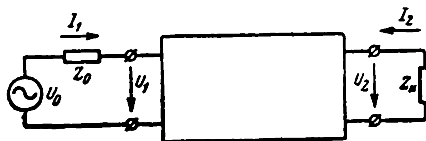


Рис. 5-24. Нагруженный четырехполюсник.

Подставляя это в уравнения в z-параметрах и решая их относительно токов, получим:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_0 \frac{z_{22} + Z_н}{(z_{11} + Z_0)(z_{22} + Z_н) - z_{12} z_{21}};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_0 \frac{z_{21}}{z_{12} z_{21} - (z_{11} + Z_0)(z_{22} + Z_н)}.$$

Таблица 5-3

Параметры нагруженного четырехполюсника для различных систем коэффициентов

Параметры	Параметры четырехполюсника для систем коэффициентов		
	z	y	h
$Z_{вх}$	$\frac{\Delta_z + z_{11} Z_н}{z_{22} + Z_н}$	$\frac{y_{22} + Y_н}{\Delta_y + y_{11} Y_н}$	$\frac{h_{11} + \Delta_h Z_н}{1 + h_{22} Z_н}$
$Z_{вых}$	$\frac{\Delta_z + z_{22} Z_0}{z_{11} + Z_0}$	$\frac{y_{11} + Y_0}{\Delta_y + y_{22} Y_0}$	$\frac{h_{11} + Z_0}{\Delta_h + h_{22} Z_0}$
$K_н$	$\frac{z_{21} Z_н}{(z_{11}+Z_0)(z_{22}+Z_н) - z_{12} z_{21}}$	$\frac{y_{21} Y_0}{y_{12} y_{21} - (y_{11}+Y_0)(y_{22}+Y_н)}$	$\frac{h_{21} h_{22} Z_н}{(\Delta_h+Z_0 h_{22})(1+Z_н h_{22})+h_{12} h_{21}}$
$K_т$	$\frac{z_{21}}{z_{22} + Z_н}$	$-\frac{y_{21} Y_н}{y_{11} Y_н + \Delta_y}$	$-\frac{h_{21}}{1 + h_{22} Z_н}$

Входное сопротивление четырехполюсника

$$Z_{вх} = \frac{\dot U_0}{\dot I_1} - Z_0 = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_н} = \frac{\Delta_z + z_{11} Z_н}{z_{22} + Z_н}.$$

Полагая, что э. д. с. $\dot U_0$ действует в выходной цепи, получим **выходное сопротивление** четырехполюсника из выражения для входного сопротивления путем замены индексов $1 \rightleftarrows 2$ и $Z_н \to Z_0$:

$$Z_{вых} = z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{11} + Z_0} = \frac{\Delta_z + z_{22} Z_0}{z_{11} + Z_0}.$$

Коэффициент передачи напряжения

$$K_н = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = -\frac{\dot I_2}{\dot U_0} Z_н = \frac{z_{21} Z_н}{(z_{11} + Z_0)(z_{22} + Z_н) - z_{12} z_{21}}.$$

Коэффициент передачи тока

$$K_т = -\frac{\dot I_2}{\dot I_1} = \frac{z_{21}}{z_{22} + Z_н}.$$

Параметры нагруженного четырехполюсника в других системах коэффициентов вычисляются аналогично или с помощью табл. 5-2, результаты вычислений сведены в табл. 5-3.

Линейный пассивный симметричный четырехполюсник

Для описания свойств линейного пассивного симметричного четырехполюсника могут быть использованы два независимых коэффициента любой системы (z_{11}, z_{12} или y_{11}, y_{12} и т. д.). Но для практических целей удобнее пользоваться парой чисел, определенных как **входные сопротивления холостого хода** $Z_{х.х}$ и **короткого замыкания** $Z_{к.з}$:

$$Z_{х.х} = Z_{вх}\Big|_{при\ Z_н \to \infty} = z_{11};$$

$$Z_{к.з} = Z_{вх}\Big|_{при\ Z_н \to 0} = \frac{\Delta_z}{z_{11}} = \frac{z_{11}^2 - z_{12}^2}{z_{11}}$$

или парой чисел, определенных как **характеристическое сопротивление**:

$$Z_c = \sqrt{Z_{х.х} Z_{к.з}} = \sqrt{\Delta_z} = \sqrt{z_{11}^2 - z_{12}^2}.$$

и **постоянная передачи**

$$g = \ln \frac{\dot U_1}{\dot U_2}\Big|_{пр.1} = \ln \frac{\sqrt{\Delta_z} + z_{11}}{z_{12}}.$$

Сопротивления холостого хода и короткого замыкания легко могут быть измерены.

Характеристическое сопротивление позволяет воспользоваться свойством повторности, согласно которому симметричный четырехполюсник, нагруженный на характеристическое сопротивление, имеет входное сопротивление, также равное характеристическому:

$$Z_{вх} = \frac{\Delta_z + z_{11} Z_н}{z_{22} + Z_н} = \frac{\Delta_z + z_{11}\sqrt{\Delta_z}}{z_{11} + \sqrt{\Delta_z}} = \sqrt{\Delta_z} = Z_c.$$

В этом режиме постоянная передачи

$$g = b + ja$$

и коэффициент передачи K связаны зависимостью

$$K = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = e^{-g} = e^{-b} e^{-ja}.$$

Множитель

$$e^{-b} = |K| = \frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|}$$

равен отношению амплитуд на выходе и входе четырехполюсника. Поэтому действительную часть постоянной передачи

$$b = \ln \frac{|\dot{U}_1|}{|\dot{U}_2|}$$

называют постоянной затухания четырехполюсника.

Множитель e^{-ja} выражает сдвиг фазы выходного напряжения по отношению к входному. Поэтому коэффициент a при мнимой части постоянной передачи называют фазовой постоянной.

Постоянную передачи можно выразить через сопротивления холостого хода и короткого замыкания:

$$e^g = \frac{\sqrt{\Delta_z} + z_{11}}{\sqrt{z_{11}^2 - \Delta_z}} = \frac{\sqrt{\frac{\Delta_z}{z_{11}}} + \sqrt{z_{11}}}{\sqrt{z_{11} - \frac{\Delta_z}{z_{11}}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{Z_{к.з}} + \sqrt{Z_{х.х}}}{\sqrt{Z_{х.х} - Z_{к.з}}}.$$

Образуя гиперболический тангенс (см. § 1-2), получим:

$$\operatorname{th} g = \frac{e^g - e^{-g}}{e^g + e^{-g}} = \sqrt{\frac{Z_{к.з}}{Z_{х.х}}}.$$

Соединение четырехполюсников

Соединение нескольких четырехполюсников может быть представлено некоторым результирующим четырехполюсником.

При параллельном соединении четырехполюсников (рис. 5-25, *а*) входные (выходные) напряжения равны, а результирующие входные (выходные) токи равны сумме входных (выходных) токов каждого из четырехполюсников. Поэтому, складывая соответственно левые и правые части уравнений в y-параметрах, получим:

$$\dot{I}_1 = (y'_{11} + y''_{11})\dot{U}_1 + (y'_{12} + y''_{12})\dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = (y'_{21} + y''_{21})\dot{U}_1 + (y'_{22} + y''_{22})\dot{U}_2.$$

Следовательно, при параллельном соединении четырехполюсников y-коэффициенты результирующего четырехполюсника могут быть найдены суммированием соответствующих y-коэффициентов соединяемых четырехполюсников:

$$y_{11} = y'_{11} + y''_{11}; \quad y_{12} = y'_{12} + y''_{12};$$

$$y_{21} = y'_{21} + y''_{21}; \quad y_{22} = y'_{22} + y''_{22}.$$

При последовательном соединении четырехполюсников (рис. 5-25, *б*), складывая по частям уравнения в z-параметрах, получим:

$$z_{11} = z'_{11} + z''_{11}; \quad z_{12} = z'_{12} + z''_{12};$$

$$z_{21} = z'_{21} + z''_{21}; \quad z_{22} = z'_{22} + z''_{22},$$

т. е. при последовательном соединении входов и выходов четырехполюсников z-коэффициенты результирующего четырехполюсника могут быть найдены суммированием соответствующих z-коэффициентов соединяемых четырехполюсников.

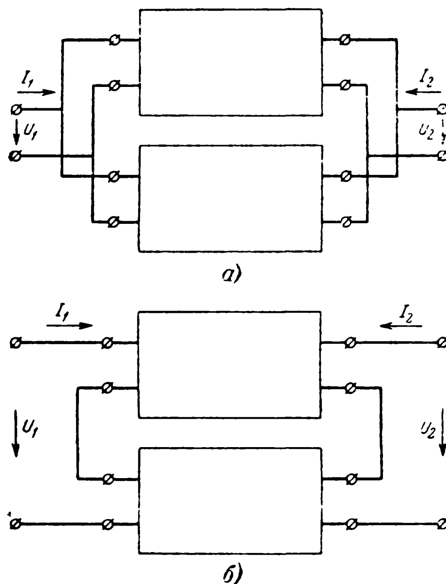


Рис. 5-25. Параллельное (*а*) и последовательное (*б*) соединение четырехполюсников.

Приведенные формулы (для последовательного и параллельного соединений четырехполюсников) справедливы лишь при условии регулярности соединений: равенства токов в прямом и обратном проводе каждого из соединенных четырехполюсников. Это условие выполняется в двух практически важных случаях:

1) вход и выход каждого четырехполюсника имеют лишь индуктивную трансформаторную связь;

2) один входной и один выходной зажимы каждого четырехполюсника имеют одинаковый потенциал (например, заземлены).

При цепном (каскадном) соединении четырехполюсников (рис. 5-26) легко

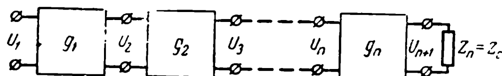


Рис. 5-26. Цепное соединение четырехполюсников.

может быть вычислена результирующая постоянная передачи g всей цепочки, когда четырехполюсники имеют одинаковые характеристические сопротивления и сопротивление нагрузки цепочки равно характеристическому сопротивлению четырехполюсников.

В этом случае постоянная передачи цепочки

$$g = \ln \frac{\dot U_1}{\dot U_{n+1}} = \ln \frac{\dot U_1}{\dot U_2} \cdot \frac{\dot U_2}{\dot U_3} \frac{\dot U_3}{\dot U_4} \times \cdots$$

$$\cdots \times \frac{\dot U_n}{\dot U_{n+1}} = \ln \frac{\dot U_1}{\dot U_2} + \ln \frac{\dot U_2}{\dot U_3} + \cdots +$$

$$+ \ln \frac{\dot U_n}{\dot U_{n+1}}$$

равна сумме постоянных передач звеньев, составляющих цепочку:

$$g = \sum_{i=1}^{n} g_i.$$

5-6. ФИЛЬТРЫ

Полоса прозрачности

Электрическим фильтром называется пассивный четырехполюсник, пропускающий переменные напряжения некоторой полосы частот без ослабления (или с небольшим ослаблением), а напряжения другой полосы частот — с большим ослаблением.

Частоты колебаний, пропускаемых фильтром без заметного ослабления, образуют **полосу прозрачности** (полосу пропускания) фильтра. Частоты колебаний, подавляемых фильтром, образуют **полосу непрозрачности**. Частота, отделяющая полосу прозрачности от полосы непрозрачности, называется **граничной частотой** (**частотой среза**).

В зависимости от расположения полосы прозрачности на шкале частот фильтры делятся на:

фильтры нижних частот, пропускающие колебания с частотами от нуля до некоторой частоты ω_2 и ослабляющие колебания более высоких частот;

фильтры верхних частот, пропускающие колебания с частотами выше некоторой частоты ω_1 и ослабляющие колебания менее высоких частот;

полосовые фильтры, пропускающие колебания в некоторой полосе частот от ω_1 до ω_2 и ослабляющие колебания с частотами, выходящими за пределы этой полосы;

заграждающие фильтры, ослабляющие колебания некоторой полосы частот от ω_1 до ω_2 и пропускающие колебания с частотами, выходящими за пределы этой полосы.

Фильтры конструируются из реактивных элементов — катушек индуктивности и конденсаторов с малыми потерями (иначе невозможно получить малое ослабление в полосе прозрачности). В простейших фильтрах катушка индуктивности и конденсатор соединяются по Г-образной схеме (рис.

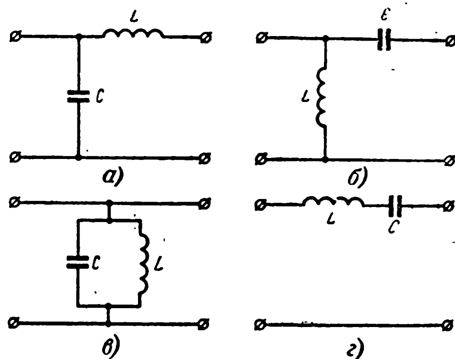


Рис. 5-27. Простейшие фильтры: Г-образный фильтр нижних (а) и верхних (б) частот; полосовой фильтр в виде параллельного (в) и последовательного (г) контуров.

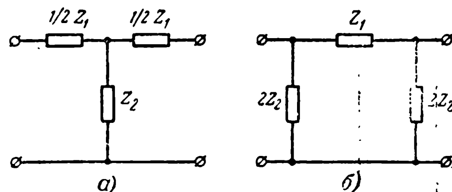


Рис. 5-28. Симметричные звенья фильтров. *а* — Т-образное звено; *б* — П-образное звено.

5-27, *а*, *б*), а также могут соединяться параллельно или последовательно, образуя параллельный или последовательный колебательный контур (рис. 5-27, *в*, *г*). Простейшие фильтры не позволяют достигать резкого разграничения частот пропускаемых и подавляемых колебаний.

Цепные фильтры представляют собой каскадное соединение одинаковых симметричных Т-образных или П-образных звеньев (рис. 5-28) и обладают более высокими показателями.

Полоса прозрачности фильтра определяется из условия отсутствия ослабления колебаний

$$|K| = e^{-b} = 1.$$

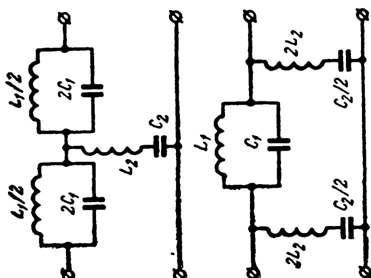
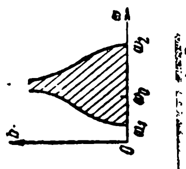
Таким образом, в полосе прозрачности постоянная затухания b равна нулю, а постоянная передачи g — мнимая величина: $g = ja$. Это означает, что в выражении (см. § 5-5)

$$\operatorname{th} g = \operatorname{th} ja = j \operatorname{tg} a = \sqrt{\frac{Z_{к.з}}{Z_{х.х}}}.$$

Таблица 5-4

Схемы и расчетные формулы для фильтров типа *K*

Наименование фильтра	Схема Т-и П-образного звеньев фильтра	Вид частотной характеристики затухания фильтра	Граничны частоты	Характеристическое сопротивление	Формулы для расчета параметров фильтра
Фильтр нижних частот	$L_1/2$, $L_1/2$, C_2; L_1, $C_2/2$, $C_2/2$	b, 0, ω_2, ω	$\omega_1 = 0$ $\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{L_1C_2}}$	$Z_0\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}$ $\frac{Z_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$	$L_1 = \frac{2Z_0}{\omega_2}$ $C_2 = \frac{2}{\omega_2 Z_0}$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$
Фильтр верхних частот	$2C_1$, $2C_1$, L_2; C_1, $2L_2$, $2L_2$	b, 0, ω_1, ω	$\omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{L_2C_1}}$ $\omega_2 = \infty$	$Z_0\sqrt{1-\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2}$ $\frac{Z_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2}}$	$L_2 = \frac{Z_0}{2\omega_1}$ $C_1 = \frac{1}{2\omega_1 Z_0}$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$
Полосовой фильтр	$L_1/2$, $2C_1$, $2C_1$, $L_1/2$, L_2, C_2; C_1, L_1, $2L_2$, $C_2/2$, $2L_2$, $C_2/2$	b, 0, ω_1, ω_0, ω_2, ω	$\omega_1 = \omega_0\left(\sqrt{m^2+1}-m\right)$ $\omega_2 = \omega_0\left(\sqrt{m^2+1}+m\right)$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} =$ $= \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ $m^2 = \frac{L_2}{L_1} = \frac{C_1}{C_2}$	$Z_0\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}{4m^2}}$ $\frac{Z_0}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}{4m^2}}}$	$L_1 = \frac{2Z_0}{\omega_2-\omega_1}$ $C_1 = \frac{\omega_2-\omega_1}{2Z_0\omega_1\omega_2}$ $L_2 = \frac{Z_0(\omega_2-\omega_1)}{2\omega_1\omega_2}$ $C_2 = \frac{2}{Z_0(\omega_2-\omega_1)}$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

Заграждающий фильтр			$\omega_1 = \frac{\omega_0}{4m}\left(\sqrt{16m^2+1}-1\right)$ $\omega_2 = \frac{\omega_0}{4m}\left(\sqrt{16m^2+1}+1\right)$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ $m^2 = \frac{L_2}{L_1} = \frac{C_1}{C_2}$	$Z_0\sqrt{1-\frac{1}{4m^2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$ $\frac{Z_0}{\sqrt{1-\frac{1}{4m^2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}}$	$L_1 = \frac{2Z_0(\omega_2-\omega_1)}{\omega_1\omega_2}$ $C_1 = \frac{1}{2Z_0(\omega_2-\omega_1)}$ $L_2 = \frac{Z_0}{2(\omega_2-\omega_1)}$ $C_2 = \frac{2(\omega_2-\omega_1)}{Z_0\omega_1\omega_2}$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

подкоренное выражение отрицательно. Отсюда следует общее условие для полосы прозрачности фильтра:

$$-\infty < \frac{Z_{к.з}}{Z_{х.х}} < 0. \qquad (5\text{-}15)$$

Фильтры типа K

В звеньях фильтров (рис. 5-28) имеются последовательно Z_1 и параллельно Z_2 включенные реактивные элементы. Если их произведение не зависит от частоты

$$Z_1 Z_2 = K^2$$

(K — некоторая постоянная величина), то такие фильтры называются **фильтрами типа K**.

При одинаковых звеньях цепного фильтра полоса пропускания фильтра совпадает с полосой пропускания звена.

Для Т-образного звена:

$$Z_{к.з} = \frac{1}{2}Z_1 + \frac{\frac{1}{2}Z_1 Z_2}{\frac{1}{2}Z_1 + Z_2} = \frac{1}{2}Z_1\frac{1+4\frac{Z_2}{Z_1}}{1+2\frac{Z_2}{Z_1}};$$

$$Z_{х.х} = \frac{1}{2}Z_1 + Z_2 = \frac{1}{2}Z_1\left(1+2\frac{Z_2}{Z_1}\right).$$

Для П-образного звена:

$$Z_{к.з} = \frac{1}{\frac{1}{2Z_2}+\frac{1}{Z_1}} = 2Z_2\frac{1}{1+2\frac{Z_2}{Z_1}};$$

$$Z_{х.х} = \frac{1}{\frac{1}{2Z_2}+\frac{1}{Z_1+2Z_2}} = 2Z_2\frac{1+2\frac{Z_2}{Z_1}}{1+4\frac{Z_2}{Z_1}}.$$

Поэтому постоянная передачи Т- и П-образного звена определяется одним и тем же выражением

$$\operatorname{th} g = \frac{\sqrt{1+4\frac{Z_2}{Z_1}}}{1+2\frac{Z_2}{Z_1}}. \qquad (5\text{-}16)$$

Подставляя сюда конкретные выражения для Z_1 и Z_2, можно найти зависимость затухания b и фазовой постоянной a Т- или П-образного звена от частоты (табл. 5-4).

В полосе прозрачности постоянная передачи должна быть мнимой величиной, т. е.

$$-\infty < 1 + 4\frac{Z_2}{Z_1} < 0$$

или

$$-1 < \frac{Z_1}{4Z_2} < 0.$$

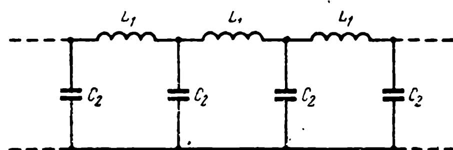


Рис. 5-29. Фильтр нижних частот.

Например, для фильтра нижних частот (рис. 5-29)

$$Z_1 = j\omega L_1; \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2},$$

и поэтому

$$0 < \omega < \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}.$$

Следовательно, граничными частотами фильтра нижних частот являются частоты

$$\omega_1 = 0 \text{ и } \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}.$$

Аналогичным образом могут быть вычислены граничные частоты для других фильтров (табл. 5-4).

Характеристическое сопротивление (см. § 5-5) Т-образного звена фильтра нижних частот

$$Z_c = \sqrt{Z_{к.з} Z_{х.х}} = \frac{1}{2} Z_1 \sqrt{1 + 4\frac{Z_2}{Z_1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}.$$

Аналогичным образом могут быть получены выражения для характеристических сопротивления Т- и П-образных звеньев других фильтров (см. табл. 5-4). Во всех случаях характеристическое сопротивление зависит от частоты, активно в полосе прозрачности и реактивно в полосе непрозрачности. Это создает значительные трудности в согласовании фильтра с нагрузкой, так как практически невозможно осуществить нужную зависимость активной нагрузки от частоты. Поэтому обычно выбирают в качестве нагрузки фильтра активное сопротивление

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

так как в значительной части полосы пропускания характеристическое сопротивление мало отличается от этого значения.

Фильтры типа *M*

Фильтрам типа *K* свойственны следующие недостатки: малая крутизна частотных характеристик затухания и трудности согласования фильтра с источником колебаний и с нагрузкой. Освободиться от этих недостатков позволяет перераспределение реактивных сопротивлений в последовательных и параллельных ветвях звеньев фильтра. Например, в последовательных ветвях фильтра нижних частот оставляют лишь часть индуктивности *M*, а остальную ее

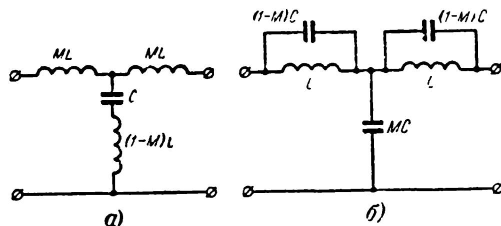


Рис. 5-30. Т-образное звено фильтра нижних частот типа *M*.

часть переносят в параллельную ветвь (рис. 5-30, *а*) или, наоборот, в параллельных ветвях оставляют лишь часть *M* емкости, а остальную ее часть переносят в последовательные ветви (рис. 5-30, *б*). В результате такого переноса в фильтре образуются последовательные или параллельные контуры, которые на частотах, близких к резонансным, вносят в фильтр значительные

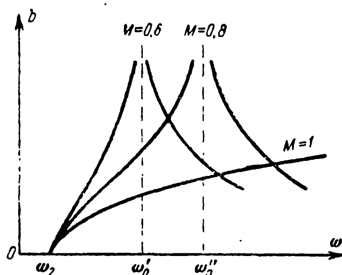


Рис. 5-31. Частотные характеристики затухания фильтра типа *M*.

затухания в полосе непрозрачности (рис. 5-31). Уменьшая *M*, можно приблизить резонансную частоту к граничной и получить более крутую характеристику затухания около границы. Граничная частота фильтра при этом остается неизменной.

Кроме того, при уменьшении *M* характеристическое сопротивление фильтра в полосе прозрачности все меньше отклоняется от величины

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

что облегчает согласование фильтра с нагрузкой.

5-7. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Первоначальные сведения о переходных процессах в электрических цепях изложены в § 4-7. В линейных радиотехнических цепях эти процессы имеют ряд особенностей, которые обусловлены как сложностью радиотехнических цепей, включающих колебательные и электрически связанные системы,

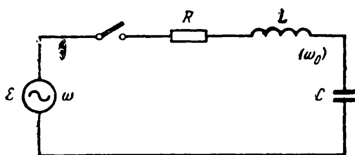


Рис. 5-32. К примеру 5.

так и сложностью воздействий на эти цепи модулированных высокочастотных радиосигналов.

Для анализа переходных процессов используют уже изложенные выше общие методы анализа линейных цепей: метод дифференциальных уравнений (см. § 1-9), операторный метод (см. § 1-10), метод интеграла Дюамеля (см. § 5-2), метод интеграла Фурье (см. § 1-12, 5-2).

Пример 5. Пусть одиночный контур (рис. 5-32) внезапно подключается к синусоидальному напряжению

$$e = \mathcal{E}_m \sin \omega t,$$

частота которого ω не совпадает с частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

свободных колебаний в контуре.

Для анализа переходного процесса необходимо решить дифференциальное уравнение (см. § 1-9 пример 3):

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 \mathcal{E}_m \sin \omega t,$$

где

$$\alpha = \frac{R}{2L}.$$

Это уравнение было решено в § 1-9 (пример 10). Для случая малых расстроек ($\omega \approx \omega_0$), малых затуханий ($\alpha \ll \omega_0$) и нулевых начальных условий полученное в § 1-9 решение легко приводится к виду

$$u(t) \approx \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}} [\sin(\omega t + \varphi) - e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \varphi)].$$

Первый член этого решения характеризует в ы н у ж д е н н ы е колебания (см. § 5-3), а второй — с в о б о д н ы е колебания в контуре. Если частоты вынужденных и свободных колебаний не совпадают ($\omega \neq \omega_0$), то сложение этих колебаний приводит к образованию биений (рис. 5-33,*б*), если же частоты совпадают ($\omega = \omega_0$) биений не возникает (рис. 5-33, *в*).

Свободные колебания в контуре затухают и по истечении некоторого времени становятся малыми. Это означает, что переходный процесс закончился и в контуре возник установившийся процесс, при котором имеются лишь вынужденные колебания

$$u(t) = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}} \sin(\omega t + \varphi).$$

После прекращения действия вынуждающего входного сигнала в контуре снова возникают затухающие свободные колебания с частотой ω_0. Вынужденные колебания с частотой ω при этом отсутствуют (рис. 5-33, *в*).

Строгий анализ переходных процессов в радиотехнических цепях общими методами (перечисленными выше) часто приводит к громоздким математическим выкладкам. Их можно избежать, если пожертвовать деталями переходного процесса, связанными с высокочастотным заполнением радиосигналов, обратив внимание лишь на изменения амплитуды, т. е. на огибающие сигналов.

Этот метод справедлив при медленно меняющихся амплитудах $X_m(t)$ воздействующего на цепь модулированного колебания:

$$x(t) = X_m(t) \cos \omega t,$$

т. е. при выполнении неравенств

$$\left| \frac{d^2 X_m(t)}{dt^2} \right| \ll \omega \left| \frac{dX_m(t)}{dt} \right| \ll \omega^2 |X_m(t)|$$

и при достаточно узкой полосе пропускания исследуемой цепи

$$2\Delta_0\omega \ll \omega_0.$$

Для такой радиотехнической цепи переходная функция имеет вид:

$$h(t) = H_0 + H_m(t) \sin(\omega_0 t - \psi), \quad (5\text{-}17)$$

причем ее огибающая является медленно меняющейся функцией, т. е. удовлетворяет аналогичным неравенствам

$$\left| \frac{d^2 H_m(t)}{dt^2} \right| \ll \omega_0 \left| \frac{dH_m(t)}{dt} \right| \ll \omega_0^2 |H_m(t)|.$$

В этих условиях удается составить интеграл Дюамеля, который с некоторым приближением связывает огибающую $X_m(t)$ воздействия с огибающей $Y_m(t)$ отклика. При точной настройке ($\omega = \omega_0$) и нулевых начальных условиях ($h(0) = 0$) этот интеграл имеет вид:

$$Y_m(t) \approx \frac{\omega_0}{2} \int_0^t H_m(\tau) X_m(t - \tau) d\tau =$$

$$= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t H_m(t - \tau) X_m(\tau) d\tau. \quad (5\text{-}18)$$

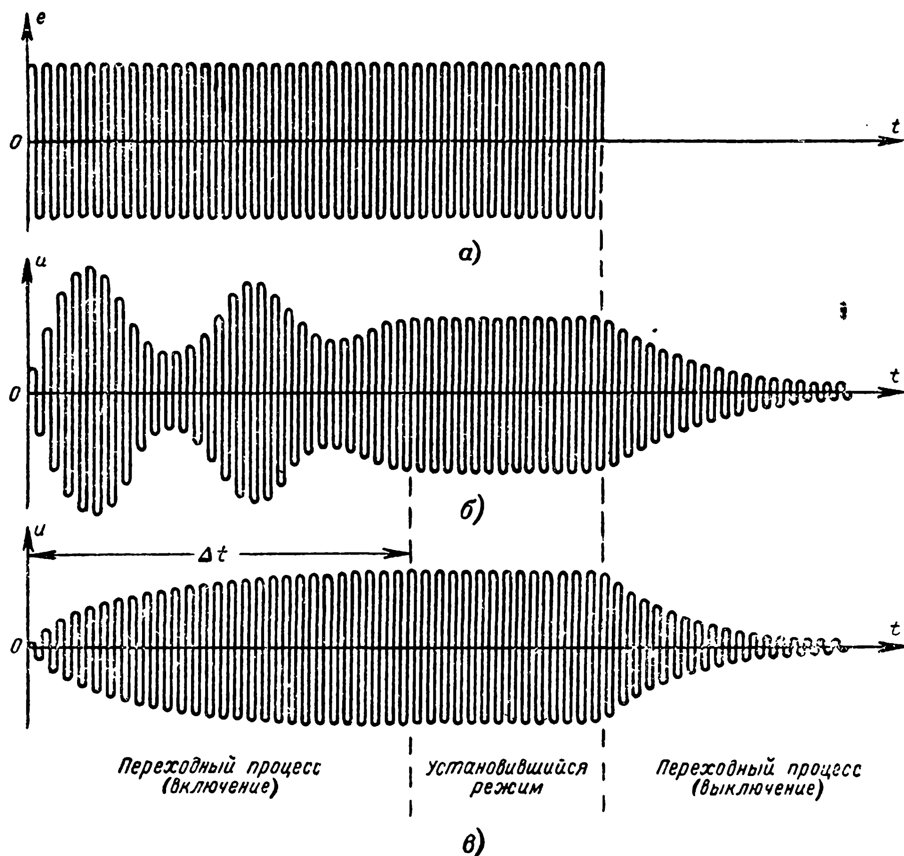


Рис. 5-33. Переходный процесс в одиночном контуре под действием вынуждающего сигнала (*а*), при $\omega \neq \omega_0$ (*б*) и при $\omega = \omega_0$ (*в*).

Пример 6. Найти огибающую переходного процесса в условиях примера 6 при точной настройке ($\omega = \omega_0$).

В этом случае на контур с переходной функцией (см. § 5-2, пример 4)

$$h(t) \approx 1 - e^{-\alpha t} \cos \omega_0 t$$

в момент $t=0$ начинает действовать напряжение

$$e(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_0 t,$$

т. е.

$$H_m(t) = e^{-\alpha t}; \; X_m(t) = \mathcal{E}_m.$$

Подставляя эти значения в интеграл Дюамеля для огибающих, получим огибающую напряжения на конденсаторе:

$$Y_m(t) = \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \mathcal{E}_m e^{-\alpha\tau} d\tau =$$

$$= \frac{\omega_0}{2\alpha} \mathcal{E}_m (1 - e^{-\alpha t}).$$

Таким образом, при точной настройке амплитуда выходного напряжения

$$U_m(t) = \frac{\mathcal{E}_m}{d} (1 - e^{-\alpha t}) \qquad (5\text{-}19)$$

нарастает по экспоненциальному закону (рис. 3-33, *в*), стремясь к амплитуде вынужденных колебаний в контуре $U_m = Q\mathcal{E}_m$. Длительность переходного процесса вычисляется по уровням 0,1—0,9 U_m и составляет

$$\Delta t \approx \frac{0{,}7Q}{f_0} = \frac{0{,}7}{2\Delta_0 f}. \qquad (5\text{-}20)$$

Время нарастания (спадания) амплитуды напряжения можно уменьшить, увеличивая затухание контура, т. е. расширяя полосу пропускания и ухудшая этим избирательность контура. Таким образом, требование повышения скорости передачи находится в противоречии с требованием повышения избирательности радиотехнического устройства.

5-8. ДВУХПРОВОДНЫЕ ОДНОРОДНЫЕ ЛИНИИ

Параметры любой радиотехнической цепи L, C и R (определяющие ее физические свойства) в общем случае распределены вдоль цепи. Каждый элемент цепи обладает некоторым сопротивлением ΔR, индуктивностью ΔL и емкостью ΔC (относительно других элементов). Однако в большинстве случаев при работе на не слишком высоких частотах представляется возможным (без внесения существенных погрешностей) отвлечься от того, что параметры распределены вдоль цепи, и, анализируя происходящие в ней процессы, считать, что суммарные ее параметры сосредоточены (локализованы) в определенных сечениях цепи. Это существенно упрощает изучение физической картины происходящих в цепи процессов и математическое их описание.

Приняв указанное допущение, можно считать, что действующие в цепи напряжения и протекающие в ней токи становятся функциями лишь одного переменного времени и не зависят от координаты сечения цепи. При этом процессы изменения этих величин теряют «волновой» характер и становятся чисто «колебательными», анализ их базируется на решении дифференциальных уравнений (или систем дифференциальных уравнений) в полных производных.

На возможности такого допущения основан анализ цепей с сосредоточенными параметрами, изложенный выше (см. § 5-2—5-7).

Цепи, в которых волновой характер процессов представляет основу полезных функций, а замена распределенных параметров цепи их сосредоточенными эквивалентами приводит к потере основных ее свойств, называются цепями с рассредоточенными параметрами.

Анализируя процессы, происходящие в таких цепях, следует учитывать, что напряжения и токи в них являются функциями не только времени, но также и координаты сечения цепи и в связи с этим описываются дифференциальными уравнениями или системами дифференциальных уравнений в частных производных.

В радиотехнической практике системы с распределенными параметрами чаще всего реализуются в виде длинных линий и волноводов.

Однородные линии без потерь

Системы первичных и вторичных параметров. Открытая двухпроводная линия представляет собой систему двух параллельно расположенных проводников, протяженность которых соизмерима с длиной рабочей электромагнитной волны или значительно ее превосходит. Физические свойства такой линии определяются четырьмя распределенными вдоль ее длины параметрами: индуктивностью L, емкостью C, продольным активным сопротивлением R и активной проводимостью G между проводами линии, обусловленной, например, несовершенством изоляции. В соответствии с этим любой бесконечно малый отрезок линии длиной Δl может быть представлен эквивалентной схемой (рис. 5-34), в которой ΔL, ΔC, ΔR и ΔG представляет собой соответственно индуктивность, емкость, сопротивление и проводимость этого отрезка линии. Если эти первичные параметры распределены по длине линии равномерно (т. е.

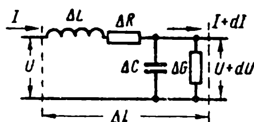


Рис. 5-34. Эквивалентная схема отрезка Δl линии.

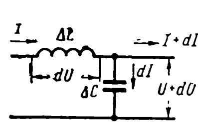


Рис. 5-35. Эквивалентная схема отрезка Δl линии без потерь.

не зависят от того, в каком сечении линии выбран элемент Δl), то линия называется однородной. В противном случае она относится к классу неоднородных линий.

Для однородных линий удобно введение погонных параметров: L_0, C_0, R_0, G_0, т. е. отнесенных к единице длины (например, $L = lL_0$, где l — длина линии).

В ряде технических приложений при рассмотрении процессов в линиях представляется возможным пренебречь потерями энергии, что дает возможность исключить из рассмотрения погонное сопротивление R_0 и погонную проводимость G_0. Такие линии называются линиями без потерь.

Для эквивалентной схемы отрезка такой линии, имеющего бесконечно малую длину Δl (рис. 5-35), справедливы следующие очевидные равенства:

$$\left.\begin{aligned} di &= \frac{\partial i}{\partial x}\,dx = -\,dC\,\frac{\partial u}{\partial t};\\ du &= \frac{\partial u}{\partial x}\,dx = -\,dL\,\frac{\partial i}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}21)$$

Учитывая, что $dC = dxC_0$ и $dL = dxL_0$, предыдущие равенства можно записать:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= -\,C_0\,\frac{\partial u}{\partial t};\\ \frac{\partial u}{\partial x} &= -\,L_0\,\frac{\partial i}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}22)$$

Преобразуя выражения (5-22), легко получить волновые уравнения (содержащие только напряжение u и ток i), представля-

ющие основу для анализа происходящих в линиях процессов:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0; \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}23)$$

здесь

$$v = 1/\sqrt{L_0 C_0}\ .$$

Решения этих уравнений зависят от начальных и граничных условий. Эти уравнения представляют собой дифференциальные

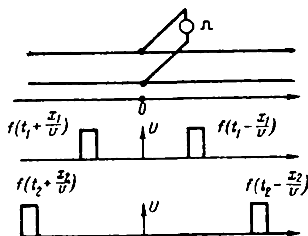


Рис. 5-36. Распространение сигнала в линии без потерь.

уравнения гиперболического типа. Важное общее их свойство состоит в том, что решениями этих уравнений могут быть функции вида

$$\left.\begin{aligned} u(x, t) = f_1\left(t \pm \frac{x}{v}\right); \\ i(x, t) = f_2\left(t \pm \frac{x}{v}\right), \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}24)$$

где f_1 и f_2 — любые дважды дифференцируемые функции.

С физической точки зрения каждому из выражений (5-24) соответствует два возмущения, т. е. две волны напряжения $u(x, t)$

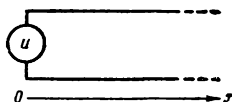


Рис. 5-37. Бесконечно длинная линия.

или две волны тока $i(x, t)$, распространяющиеся вдоль линии в противоположных направлениях с одинаковыми (по модулю) конечными скоростями, величина, которых зависит от первичных параметров линии (L_0, C_0, R_0, G_0). Таким образом, если неограниченно длинная линия с равномерно распределенными параметрами возбуждена в некотором сечении $x=0$ в момент времени $t=0$ напряжением $U(t)$, имеющим, например, форму прямоугольного импульса, то распределение напряжения (и соответственно тока) в линии в моменты времени $t_1>0$ и $t_2>t_1$ будет характеризоваться эпюрами, приведенными на рис. 5-36.

Если бесконечно протяженная однородная линия является нагрузкой для включенного в сечении $x=0$ генератора синусоидального напряжения $u=U_0 e^{j\omega t}$ (рис. 5-37), то вдоль линии со скоростью v будет распространяться синусоидальная волна напряжения и в установившемся режиме напряжение между проводами линии в произвольном ее сечении $x=x_1$ определится выражением

$$u(x_1, t) = U_0 e^{j(\omega t - \beta x_1)}.$$

С волной напряжения $u(x, t)$ связана волна тока $i(x, t)$, причем между напряжением, током и параметрами линии нетрудно установить следующее соотношение:

$$u(x, t) = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\, i(t, x).$$

Таким образом напряжение и ток в произвольно выбранном сечении линии $x=x_1$ в рассматриваемом случае будут определяться выражениями:

$$\left.\begin{aligned} u(x_1, t) = U_0 \sin(\omega t - \beta x_1); \\ i(x_1, t) = \frac{U_0}{W} \sin(\omega t - \beta x_1); \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}25)$$

здесь $\beta=\omega/v$ называется коэффициентом фазы и представляет собой важный характеризующий линию параметр.

Выражения (5-25) показывают, что в рассматриваемом случае напряжение и ток в любом сечении линии $x=x_1$ изменяются по синусоидальному закону и характеризуются амплитудой и частотой, совпадающими с амплитудой и частотой соответствующих входных величин (U_0, ω), однако запаздывают по фазе относительно входного напряжения (тока) на угол βx_1. Таким образом, коэффициент фазы β есть величина, определяющая изменение фазы колебаний на единице длины линии.

Отношение напряжения к току в произвольно выбранном сечении линии (вычисленное в предположении, что вдоль линии распространяется лишь одна волна напряжения и одна волна тока) относится также к важным параметрам линии и называется волновым сопротивлением линии. Это сопротивление в однородных линиях без потерь представляет собой чисто активную, не зависящую от координаты и частоты величину, определяющуюся лишь значениями погонных параметров линии.

Это сопротивление обозначается буквой W и связано с величинами погонных параметров линии соотношением

$$W = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\ .$$

Величины $v = 1/\sqrt{L_0 C_0}$, $W = \sqrt{L_0/C_0}$, $\beta=\omega/v$ образуют систему вторичных параметров линии. Следует отметить, что зна-

чения вторичных параметров не зависят от длины отрезка линии и определяются лишь ее конструктивными характеристиками. *Вторичные параметры линии иногда называются волновыми параметрами.*

Линии конечной длины. Отражения. Если отрезок однородной линии длиной l нагружен на конце ($x=l$) сопротивлением $Z_н$ и питается в начале ($x=0$) генератором синусоидальной э. д. с. $e=E\sin\omega t$ с внутренним сопротивлением $R_и$, то установившийся процесс в линии в соответствии с выражением (5-24) может быть представлен в виде двух бегущих синусоидальных волн напряжения, распространяющихся в противоположных направлениях с равными (по модулю) скоростями (рис. 5-38). С каждой волной напряжения связана волна тока. Волна, движущаяся в сторону нагрузки, называется прямой (падающей), а волна, движущаяся в противоположном направлении, — обратной (отраженной). Возникновение отраженной волны обусловлено отражением энергии падающей волны от включенного в сечении $x=l$ нагрузочного элемента $Z_н$.

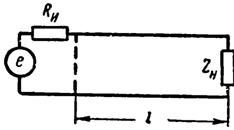


Рис. 5-38. Отрезок линии, нагруженный на произвольное сопротивление.

Отношение амплитуды отраженной волны напряжения к амплитуде падающей волны напряжения $U_{отр}/U_{пад}$ в месте включения нагрузки называется коэффициентом отражения по напряжению и связано с волновым сопротивлением линии и сопротивлением нагрузки соотношением

$$p_u=\frac{\dot U_{отр}}{\dot U_{пад}}=\frac{Z_н-W}{Z_н+W}. \quad (5\text{-}26)$$

Отношение амплитуды отраженной волны тока к амплитуде падающей волны тока в том же сечении линии $x=l$ носит название коэффициента отражения по току и определяется выражением

$$p_i=\frac{\dot I_{отр}}{\dot I_{пад}}=\frac{W-Z_н}{W+Z_н}=-p_u. \quad (5\text{-}27)$$

Коэффициенты отражения по напряжению и току в общем случае являются комплексными величинами и могут быть охарактеризованы модулем и фазой соответствующего коэффициента отражения.

Отношение входного напряжения $\dot U(0, t)$ к входному току $\dot I(0, t)$ отрезка линии, вычисленное с учетом падающих и отраженных волн, называется входным сопротивлением линии

$$Z_{вх}=\frac{\dot U(0,t)}{\dot I(0,t)}. \quad (5\text{-}28)$$

При исследовании процессов в линиях используется и понятие о входном сопротивлении линии в сечении $x=x_1$. Под этой величиной понимается отношение напряжения, действующего между проводами линии в сечении $x=x_1$, к току, протекающему через это сечение в сторону нагрузки.

Если отрезок однородной линии без потерь длиной l нагружен на конце ($x=l$) сопротивлением $Z_н$, то его входное сопротивление в сечении $x=0$ (в начале линии) определяется выражением

$$Z_{вх}=\frac{\dot U_{пад}+\dot U_{отр}}{\dot I_{пад}+\dot I_{отр}}=$$
$$=Z_н\frac{1+j\dfrac{\omega}{Z_н}\operatorname{tg}\beta l}{1+j\dfrac{Z_н}{\omega}\operatorname{tg}\beta l}. \quad (5\text{-}29)$$

В отличие от волнового сопротивления линии ее входное сопротивление учитывает как прямые, так и обратные волны. В общем случае входное сопротивление является комплексной величиной, зависящей от частоты питающего линию источника э. д. с., длины отрезка линии, ее волнового сопротивления и условий нагрузки.

Для уяснения происходящих в линии процессов полезно рассмотреть несколько наиболее характерных частных случаев. Пусть генератор синусоидального напряжения $u=U_0e^{j\omega t}$ с внутренним сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии W, питает отрезок линии длиной l.

Отрезок линии нагружен на конце ($x=l$) активным сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии (рис. 5-39). При этом $p_u=p_i=0$. Энергия прямой волны целиком рассеивается на нагрузочном сопротивлении $R_н$. Напряжение и ток во всех сечениях линии изменяются по синусоидальному закону, причем их амплитуды не зависят от координаты. Фаза колебаний в сечении $x=x_1$ отстает от фазы питающего линию генератора на величину, равную βx_1. Такой режим работы линии называется режимом бегущей волны. Входное сопротивление линии во всех ее сечениях оказывается при этом чисто активной величиной, равной волновому сопротивлению линии $Z_{вх}=W$.

Конец отрезка линии замкнут накоротко (рис. 5-40). В этом случае согласно выражениям (5-26) и (5-27) $p_u=-1$; $p_i=1$. Энергия не потребляется нагрузкой, и односторонний поток энергии в линии отсутствует. От короткозамкнутого конца линии в сторону ее начала распространяются обрат-

ные волны напряжения и тока, амплитуды которых совпадают с амплитудами соответствующих прямых волн. Фаза волны напряжения изменяется при отражении на обратную (знак минус перед p_u), а фаза волны тока сохраняется при отражении не-

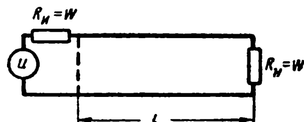


Рис. 5-39. Отрезок линии, нагруженный на сопротивление, равное волновому сопротивлению линии.

изменной. В связи с этим суммарное напряжение в конце линии оказывается равным нулю, а суммарная величина тока — удвоенному значению амплитуды прямой (или обратной) волны. Напряжение и ток в любом сечении линии, определенные как сум-

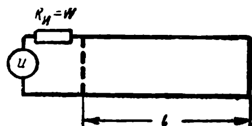


Рис. 5-40. Короткозамкнутый отрезок линии.

ма прямых и обратных волн, представляет собой синусоидальные колебания, амплитуда которых является функцией координаты сечения. Если начало координат отнесено к месту включения нагрузки, то

$$U_m(x) = \left| U_0 \sin \beta x \right|;$$

$$I_m(x) = \left| \frac{U_0}{W} \cos \beta x \right|.$$

Сечения линии, в которых амплитуда напряжения (тока) максимальны, называются

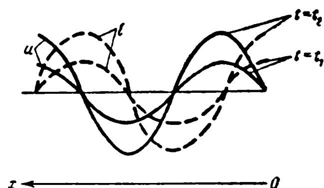


Рис. 5-41. Распределение напряжения и тока вдоль короткозамкнутой линии в различные моменты времени.

пучностями напряжения (тока), те же сечения линии, в которых эта амплитуда минимальна (в рассматриваемом случае равна нулю), называются **узлами** напряжения или тока соответственно.

Фаза колебаний одинакова во всех сечениях линии, заключенных между двумя смежными узлами, и изменяется на π при переходе через узел. Первый узел напряжения и первая пучность тока расположены в сечении $x=0$. Первая пучность напряжения и первый узел тока — в сечении $x=\lambda/4$, где $\lambda=2\pi v/\omega$ — длина волны в линии.

Последующие узлы напряжения и соответствующие им пучности тока возникают в сечениях $x=k\lambda/2$, а узлы тока и пучности напряжения — в сечениях $x=(2k+1)\lambda/4$, где $k=1, 2, 3$ ... (рис. 5-41).

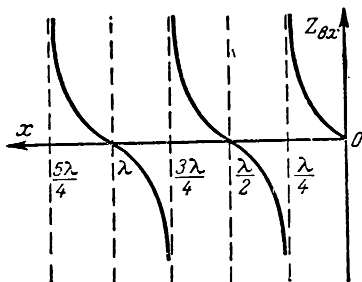


Рис. 5-42. Зависимость входного сопротивления короткозамкнутого отрезка линии от его длины.

Входное сопротивление линии имеет чисто реактивный характер и определяется выражением

$$Z_{вх} = jW \operatorname{tg} \beta l. \qquad (5\text{-}30)$$

Величина модуля входного сопротивления периодически принимает все значения от $-\infty$ до $+\infty$ (рис. 5-24).

При $l=n\frac{\lambda}{2}$ $Z_{вх}=0$; при $l=\frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2}$ $Z_{вх}=\infty$. При $l=n\frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{8}$ $\left|Z_{вх}\right| = W$.

Входная проводимость линии также имеет чисто реактивный характер

$$B = \frac{1}{Z_{вх}} = -j\frac{1}{W} \operatorname{ctg} \beta l.$$

Интересно отметить, что в сечениях $x=n\frac{\lambda}{2}$ входное сопротивление короткозамкнутой линии эквивалентно сопротивлению последовательного колебательного контура, а в сечениях $x=(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ — параллельного.

Волны напряжения и тока, возникающие в линии в рассматриваемом случае, называются стоячими волнами.

Конец отрезка линии разомкнут (рис. 5-43). Если конец отрезка линии разомкнут ($Z_н=\infty$), то в соответствии с формулами (5-26 и 5-27) $p_u=1$; $p_i=-1$. В линии образуются стоячие волны напряжения и тока, однако в отличие от рассмотренного ранее случая сечения линии с координатами $x=$

$=(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ соответствуют узлам тока и пучностям напряжения, а сечения $2n\frac{\lambda}{4}$ — пучностям напряжения и узлам тока. Ам-

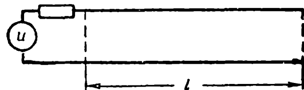


Рис. 5-43. Разомкнутый отрезок линии.

плитуды колебаний указанных величин в произвольно выбранном сечении линии x_1 определяются выражениями:

$$U_m(x_1)=\left|U_0\cos\beta x_1\right|;$$

$$I_m(x_1)=\left|\frac{U_0}{W}\sin\beta x_1\right|.$$

Входное сопротивление линии в любом ее сечении имеет чисто реактивный характер и определяется выражением

$$Z_{вх}=-jW\operatorname{ctg}\beta l. \qquad (5\text{-}31)$$

При

$$l=n\frac{\lambda}{2} \qquad Z_{вх}=\infty,$$

а при

$$l=\frac{\lambda}{4}+n\frac{\lambda}{2} \qquad Z_{вх}=0.$$

Зависимость величины модуля входного сопротивления от длины линии l иллюстрируется графиком, приведенным на рис. 5-44.

Входная проводимость линии также имеет чисто реактивный характер.

Отрезок линии нагружен активным сопротивлением, не равным волновому сопротивлению линии ($Z_н=R_н\neq W$). Коэффициенты отражения по напряжению p_u и току p_i являются в рассматриваемом случае действительными величинами, модуль которых при $R_н\neq W$ меньше единицы. По этой причине амплитуды отраженных волн напряжения и тока, возникающих в месте

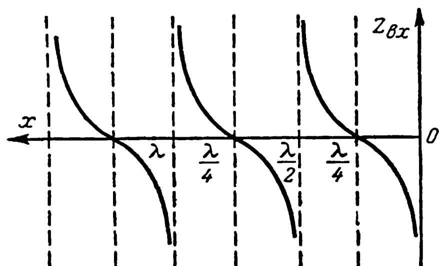


Рис. 5-44. Зависимость входного сопротивления разомкнутого отрезка линии от его длины.

включения нагрузки, меньше амплитуд соответствующих падающих волн. Складываясь с падающими волнами отраженные волны создают в каждом сечении линии синусоидальные колебания, пример распределения амплитуд которых показан на рис. 5-45. Наибольшая амплитуда колебаний

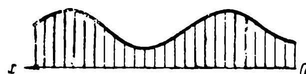


Рис. 5-45. Пример распределения напряжения вдоль отрезка линии при $R_н\neq W$.

равна сумме амплитуд падающей и отраженной волн $U_{пад}(1+p_u)$, а наименьшая — разности этих амплитуд $U_{пад}(1-p_u)$.

Отношение наименьшей амплитуды результирующего колебания к его наибольшей амплитуде называется **коэффициентом бегущей волны** напряжения (КБВН)

$$КБВН=m=\frac{U_{мин}}{U_{макс}}. \qquad (5\text{-}32)$$

Величина КБВН связана простыми соотношениями с величиной коэффициента отражения по напряжению p_u

$$m=\frac{1-|p_u|}{1+|p_u|} \qquad (5\text{-}33)$$

и отношением величины нагрузочного сопротивления линии к волновому ее сопротивлению W

$$m=\frac{W}{R_н}\ \text{при}\ R_н>W;\quad m=\frac{R_н}{W}\ \text{при}\ R_н<W.$$

Напряжение и ток в любом сечении линии могут при указанных условиях нагрузки рассматриваться как результат наложения бегущей (в сторону нагрузочного сопротивления) волны, определяющей односторонний поток энергии в линии, и стоячей волны, порождаемой отражением энергии от нагрузочного сопротивления. Поэтому такой режим работы линии называется **режимом смешанных волн**. На рис. 5-46 приведено распределение амплитуд напряжений и токов вдоль отрезка линии длиной $l=\lambda/2$ для различных значений КБВН в предположении, что $R_н<W$. При $R_н>W$ в конце линии устанавливается пучность стоячей волны тока и узел стоячей волны напряжения, т. е. вся картина оказывается смещенной влево (к генераторному концу) на расстояние $\lambda/4$. В случае, если $R_н<W$ ($R_н=mW$), при $m<1$ комплексные амплитуды напряжения $\dot U$ и тока $\dot I$ в произвольном сечении линии оказываются равными:

$$\dot U=\dot U_н\left(\cos\beta x+j\frac{1}{m}\sin\beta x\right);$$

$$\dot I=\dot I_н(\cos\beta x+jm\sin\beta x), \qquad (5\text{-}34)$$

где $\dot{U}_н$ и $\dot{I}_н$ — комплексные амплитуды напряжения и тока в месте включения нагрузки ($x=0$).

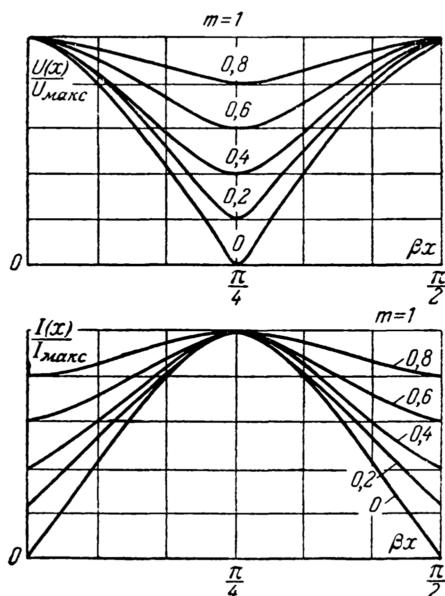


Рис. 5-46. Распределение напряжений и токов в линии при различных значениях КБВН.

Разность фаз между напряжениями, действующими в сечениях $x=x_1$ и $x=0$, может быть определена из выражения

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{1}{m}\operatorname{tg}\beta x_1, \qquad (5\text{-}35)$$

а между током, протекающим в сечении x_1 и нагрузочным током $I_н$

$$\operatorname{tg}\varphi_1=m\operatorname{tg}\beta x_1. \qquad (5\text{-}36)$$

Для характеристики режима работы линии на практике часто используется величина, обратная КБВН и называемая коэффициентом стоячей волны напряжения КСВН,

$$КСВН=\frac{1}{КБВН}=\frac{\dot{U}_{макс}}{\dot{U}_{мин}}.$$

В тех случаях, когда величина КБВН близка к единице, режим работы линии нередко характеризуется величиной Δm, называемой рассогласованием и определяемой из выражения

$$\Delta m=1-m.$$

Чем меньше рассогласование (больше КБВН), тем большая часть энергии питающего линию генератора передается нагрузочному элементу, что для ряда технических приложений важно.

Отрезок линии нагружен произвольным чисто реактивным сопротивлением ($Z_н=jX_н$). При чисто реактивной нагрузке в линии отсутствует односторонний поток энергии в сторону нагрузки и устанавливается режим стоячих волн. Картину распределения напряжений и токов вдоль линии можно получить, заменив реактивную нагрузку отрезком линии, входное сопротивление которого на рабочей частоте ω эквивалентно сопротивлению нагрузки. Пример такой замены иллюстрируется рис. 5-47. Длина l' заменяющего нагрузку отрезка линии может быть определена из соотношения

$$\operatorname{tg}2\pi\frac{l'}{\lambda}=\frac{X_н}{W}.$$

Эта длина лежит в пределах $0<l'<\frac{\lambda}{4}$ в случае, если нагрузка имеет индуктивный характер, и $\lambda/4<l'<\lambda/2$ при емкостном характере нагрузки.

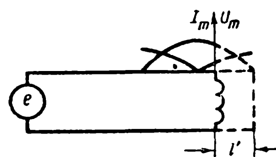


Рис. 5-47. Распределение амплитуд напряжения и тока в линии, нагруженной на реактивное сопротивление.

Ток и напряжение в произвольном сечении линии могут быть определены из выражений:

$$I_m=I_н\frac{\cos 2\pi\frac{l'+x}{\lambda}}{\cos 2\pi\frac{l'}{\lambda}};$$

$$U=U_н\frac{\sin 2\pi\frac{l'+x}{\lambda}}{\sin 2\pi\frac{l'}{\lambda}}.$$

Максимальные значения амплитуд токов и напряжения в линии определяются соотношениями:

$$I_{макс}=\frac{I_н}{\left|\cos 2\pi\frac{l'}{\lambda}\right|}=I_н\sqrt{1+\left(\frac{X_н}{W}\right)^2};$$

$$U_{макс}=\frac{U_н}{\left|\sin 2\pi\frac{l'}{\lambda}\right|}=U_н\sqrt{1+\left(\frac{W}{X_н}\right)^2}.$$

Входное сопротивление линии носит чисто реактивный характер и определяется из уравнения

$$Z_{вх} = jX_{вх} = jW \operatorname{tg} 2\pi \frac{l' + l}{\lambda}. \qquad (5\text{-}37)$$

Отрезок линии без потерь нагружен на произвольное комплексное сопротивление. При анализе процессов в этом случае ком-

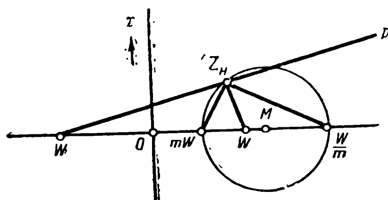


Рис. 5-48. К построению номограммы полных сопротивлений в прямоугольных координатах.

плексное сопротивление может быть заменено отрезком линии длиной l', нагруженным чисто активным сопротивлением $R = mW$, где $m<1$. Зная величины l и m, возможно построить распределение напряжений и токов в линии и определить входное сопротивление отрезка линии, нагруженного на прозвольное комплексное сопротивление.

Величины m и l могут быть определены с помощью относительно простых геометри-

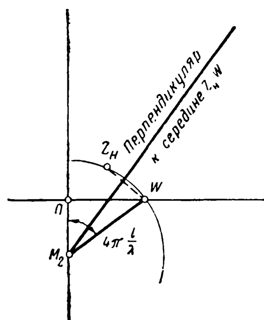


Рис. 5-49. К построению номограммы полных сопротивлений в прямоугольных координатах.

ческих построений следующим способом. Пусть отрезок однородной линии, волновое сопротивление W которого известно, нагружен комплексным сопротивлением $Z_н$, которое в комплексной плоскости сопротивлений характеризуется точкой $Z_н$ (рис. 5-48). Если соединить точку $Z_н$ с лежащими на вещественной оси комплексной плоскости сопротивлений точками W и $-W$ и провести затем биссектрисы углов — $WZ_нW$ и $WZ_нp$, то эти биссектрисы отсекают на вещественной оси плоскости сопротивлений отрезки, длины которых равны mW и $\frac{1}{m}W$. Произведя измерение любого из указанных отрезков и зная масштаб вещественной оси плоскости сопротивлений, нетрудно определить входящую в выражение (5-34) величину m. Таким образом находится КБВН отрезка однородной линии, нагруженного на произвольное сопротивление $Z_н$.

Следует отметить, что если построить окружность, лежащую в комплексной плоскости сопротивлений, проходящую через точки mW и W/m, определенные указанным выше способом, и имеющую центр, расположенный на вещественной оси плоскости сопротивлений (точка M на рис. 5-48), то эта окружность будет представлять собой геометрическое место точек, характеризующих сопротивления нагрузки, для одного и того же значения КБВН m. Такая окружность называется *окружностью постоянного КБВН* или m-окружностью.

Длина заменяющего нагрузку отрезка линии l' может быть определена следующим образом: точку $Z_н$ плоскости сопротивлений следует соединить с точкой W (рис. 5-49) и через средину отрезка $Z_нW$ провести линию, перпендикулярную этому отрезку, до пересечения с мнимой осью плоскости сопротивлений (точка M_2). Угол OM_2W оказывается при таком построении равным

$$4\pi \frac{l'}{\lambda}.$$

Измерив величину этого угла, нетрудно определить значение l'. Окружность с центром в точке M_2, проходящая через точки $Z_н$ и W, называется *окружностью постоянной длины линии* или l-окружностью и является геометрическим местом точек, характеризующих те сопротивления нагрузки, при замене которых отрезком линии с включенным на конце активным сопротивлением (рис. 5-47) длина l' отрезка линии получается одинаковой.

Входное сопротивление отрезка однородной линии длиной l, нагруженной комплексным сопротивлением $Z_н$, определяется выражением

$$Z_{вх} = \frac{Z_н + jW \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda}}{1 + j\frac{Z_н}{W} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda}} \qquad (5\text{-}38)$$

или с учетом рассмотренного выше способа замены нагрузочного сопротивления и принятых обозначений

$$Z_{вх} = W \frac{m + j \operatorname{tg} 2\pi \frac{l + l'}{\lambda}}{1 + jm \operatorname{tg} 2\pi \frac{l + l'}{\lambda}}. \qquad (5\text{-}39)$$

Круговая номограмма. Для вычисления величины входного сопротивления может быть использована номограмма, приведенная на рис. 5-50, — круговая номограмма.

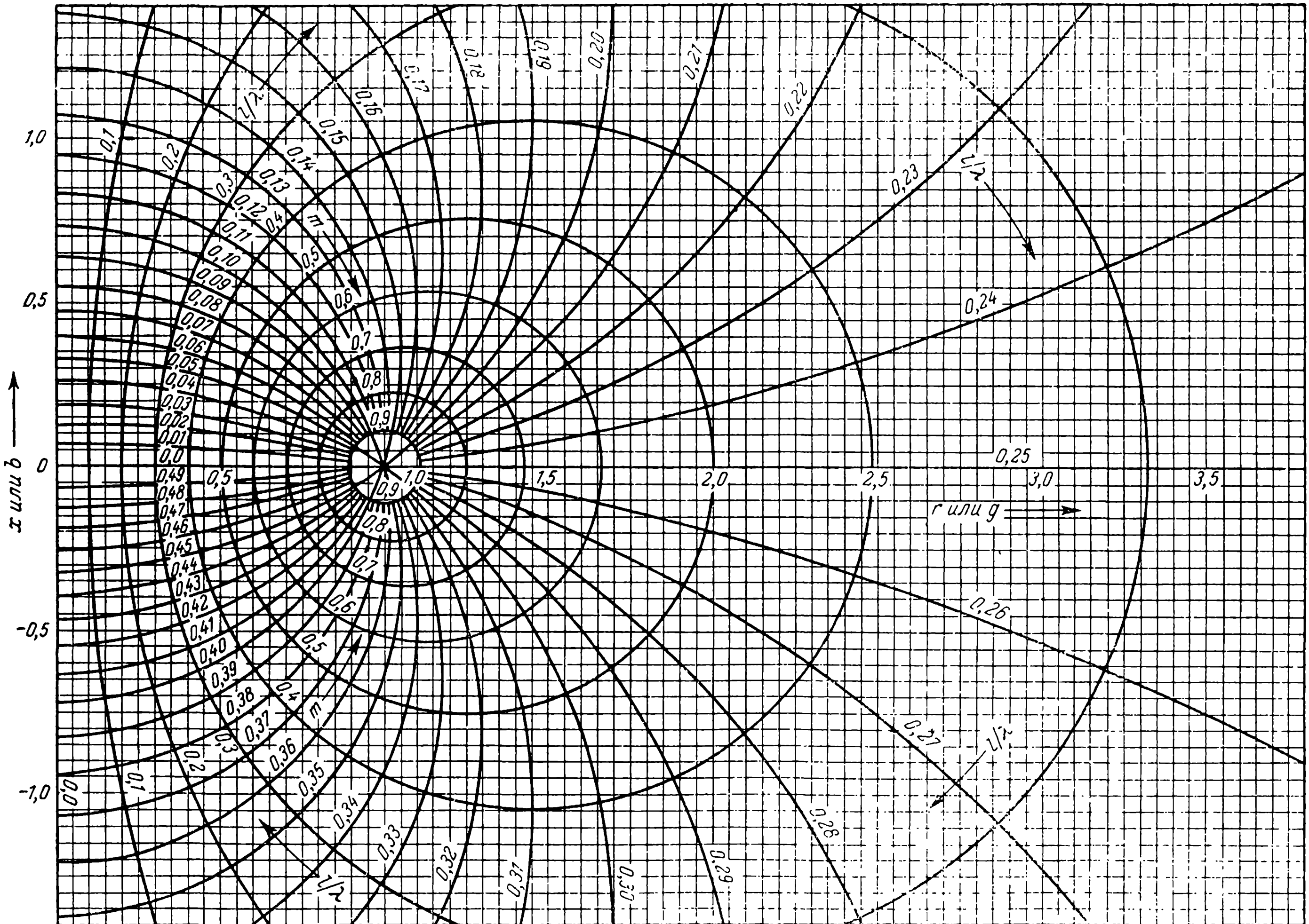


Рис. 5-50. Номограмма полных сопротивлений для линии без потерь (круговая номограмма трансформации сопротивлений в прямоугольных координатах).

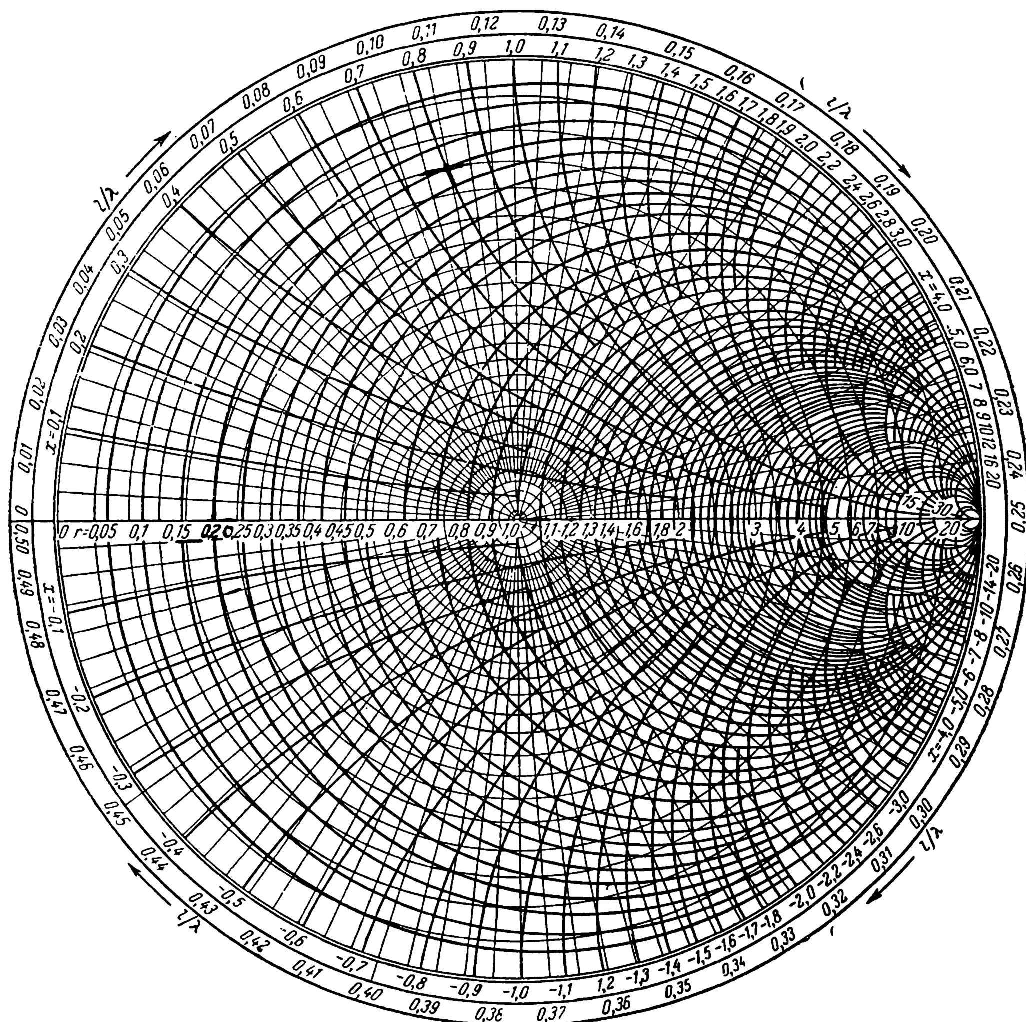


Рис. 5-51. Номограмма коэффициента отражения (круговая номограмма в полярных координатах).

Она построена для приведенных сопротивлений

$$z'_{н} = \frac{Z_{н}}{W}$$

и позволяет определить приведенное значение входного сопротивления нагруженного отрезка линии

$$z'_{вх} = \frac{Z_{вх}}{W}.$$

Истинное значение входного сопротивления может быть получено путем умножения его приведенного значения на величину W. Номограмма содержит систему окружностей постоянного КБВН — m-окружностей (для приведенных сопротивлений значению W соответствует на вещественной оси точка с координатой, равной единице) и систему окружностей постоянной длины линии — l-окружностей, построенных таким же способом. На каждой из l-окружностей указано значение параметра l/λ. Если нанести на номограмму точку $z_{н}$, то можно без каких-либо дополнительных вычислений по цифрам той m-окружности, на которой лежит эта точка, определить значение КБВН, т. е. режим работы линии.

Для определения приведенного значения входного сопротивления отрезка линии следует вычислить величины

$$\frac{l}{\lambda} \text{ и } \frac{l + l'}{\lambda}.$$

(здесь l — длина отрезка линии; l'/λ — параметр той l-окружности, на которой лежит точка $z_{н}$) и найти пересечение исходной m-окружности с l-окружностью, характери-

зуемой параметром $\frac{l+l'}{\lambda}$. Значения действительной и мнимой составляющих приведенного входного сопротивления отрезка линии определяются далее как проекции точки пересечения указанных окружностей на прямоугольные действительную и мнимую оси номограммы.

По номограмме можно определять и приведенные значения входной проводимости отрезка линии, зная его длину l, волновое сопротивление W и проводимость нагрузки $Y_н$. Входная проводимость такого отрезка линии определяется выражением

$$Y_{вх} = \frac{Y_н + j\frac{1}{W}\operatorname{tg} 2\pi\frac{l}{\lambda}}{1 + jY_н W \operatorname{tg} 2\pi\frac{l}{\lambda}}, \quad (5\text{-}40)$$

формально идентичным выражению (5-38), описывающему входное сопротивление линии. По этой причине можно совершенно одинаково пользоваться номограммой, как для определения приведенных значений проводимостей, так и сопротивлений. Величины g и b, обозначенные на осях номограммы, представляют собой соответственно действительную и мнимую составляющие приведенной входной проводимости линии. Входная проводимость линии находится по приведенной входной проводимости с помощью соотношения

$$Y = G + jB = \frac{g}{W} + j\frac{b}{W}.$$

В ряде случаев более удобной оказывается круговая номограмма, построенная в полярных координатах (рис. 5-51), а принцип ее построения иллюстрирует рис. 5-52. Мнимой оси плоскости сопротивлений соответствует окружность радиусом, равным единице. Точка $\varphi=0$ на этой окружности соответствует бесконечно удаленной точке на плоскости сопротивлений ($z=\infty$ на рис. 5-51). Точка $\varphi=-\pi$ на этой же окружности соответствует началу координат плоскости сопротивлений ($z=0$ на рис. 5-51). Центр окружности $z=1$ характеризует сопротивление $Z=W$. Помимо этого, на номограмму нанесено семейство окружностей, центры которых расположены на горизонтальном диаметре первой окружности, а радиусы определены из выражения

$$\rho_1 = \frac{1}{1+r}.$$

Каждая из окружностей этого семейства проходит через точку $z=\infty$ (окружность с центром M_2 на рис. 5-52). Любая окружность этого семейства представляет собой геометрическое место точек, характеризующих приведенные сопротивления с равными активными компонентами r. Поэтому они называются r-окружностями.

Далее на номограмму наносится семейство окружностей, называемых x-окружностями, центры которых расположены на вертикальной прямой, проходящей через точку $z=\infty$. Все точки этих окружностей соответствуют приведенным сопротивлениям с равными реактивными компонентами x. Радиусы их определяются выражением $\rho_2=1/x$. Все окружности также проходят через точку $z=\infty$. При $x=0$ $\varphi_2=\infty$. Вещественной оси плоскости сопротивлений соответствует, таким образом, горизонтальная ось номограммы.

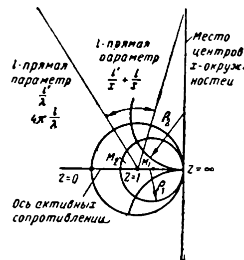


Рис. 5-52. К построению круговой номограммы в полярных координатах.

Положительным значениям x соответствуют окружности, расположенные выше, а отрицательным — ниже этой оси. Вычислив приведенное сопротивление нагрузки линии

$$z_н = \frac{Z_н}{W} = r + jx,$$

и нанеся соответствующую точку на номограмму (в месте пересечения r и x-окружностей), возможно: определить коэффициент отражения p, коэффициент бегущей волны m (значения этого коэффициента указаны на концентрических окружностях, построенных из центра $z=1$), входное сопротивление нагруженного отрезка линии. При этом следует иметь в виду, что l-окружностям (рис. 5-50) соответствуют на рис. 5-51 прямые, проходящие через точку $z=1$, а m-окружностям (рис. 5-50) — концентрические окружности с центром в $z=1$. Нанеся на номограмму точку $z_н=r+jx$ для определения входного сопротивления нагруженного отрезка линии, ее следует переместить, как это показано на рис. 5-52, вдоль соответствующей концентрической окружности до пересечения с l-прямой (радиусом основной окружности номограммы), параметр которой $\left(\frac{l}{\lambda}+\frac{l'}{\lambda}\right)$ должен быть определен указанным выше способом. Новая точка номограммы, полученная в месте пересечения концентрической окружности с соответст-

вующей l-прямой, определяет приведенное значение входного сопротивления отрезка линии, которое может быть прочтено на проходящих через эту точку r- и x-окружностях. Абсолютное значение входного сопротивления определяется далее путем умножения приведенного его значения на величину волнового сопротивления линии W.

Однородные линии с потерями

Когда не представляется возможным пренебречь потерями энергии в линии, для анализа происходящих в ней процессов следует пользоваться уравнениями, составленными на основании эквивалентной схемы отрезка линии бесконечно малой длины (см. рис. 5-34).

Если линия с потерями возбуждается генератором синусоидального напряжения, включенным в сечении $x=0$, то напряжение, действующее между ее проводами, и ток, протекающий в любом сечении линии, могут быть определены путем решения следующих дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=R_0 i+L_0\frac{\partial i}{\partial t};$$

$$\frac{\partial i}{\partial x}=G_0 u+C_0\frac{\partial u}{\partial t};$$

здесь R_0 — полное продольное сопротивление единицы длины, включаемое в эквивалентную схему последовательно с индуктивностью L_0 и определяемое суммой погонных сопротивлений всех токопроводящих элементов линии;

G_0 — полная поперечная проводимость единицы длины (проводимость утечки), включаемая в эквивалентную схему параллельно с емкостью C.

В рассматриваемом случае (при синусоидальном возбуждении) эти уравнения могут быть приведены к виду:

$$\frac{d^2\dot U}{dx^2}=\dot Z_0\dot Y_0\dot U;\quad \frac{d^2\dot I}{dx^2}=\dot Z_0\dot Y_0\dot I,$$

где $\dot Z_0=R_0+j\omega L_0$; $\dot Y_0=G_0+j\omega C_0$;

$\dot U$, $\dot I$ — комплексные амплитуды соответственно напряжения и тока в линии.

Решения этих уравнений представляются функциями:

$$\dot U(x)=Ae^{\gamma x}+Be^{-\gamma x};$$

$$\dot I(x)=\frac{1}{W}\left(Ae^{\gamma x}-Be^{-\gamma x}\right),$$

где γ — комплексная величина, называемая коэффициентом распространения (постоянной распространения),

$$\gamma=\sqrt{\dot Z_0\dot Y_0}=\alpha+j\beta.$$

Величины α и β имеют сложную зависимость от параметров линии и для наиболее часто встречающегося случая малых потерь

$$\frac{R_0}{\omega L_0}\ll 1;\quad \frac{G_0}{\omega C_0}\ll 1$$

с достаточно хорошим приближением выражаются соотношениями:

$$\alpha\approx\frac{1}{2}\left(G_0W+\frac{R_0}{W}\right);\quad \beta\approx\omega\sqrt{L_0C_0}.$$

Величина α характеризует собой уменьшение амплитуды напряжения (или тока) на единице длины линии и называется **коэффициентом затухания**.

Величина β, как и в случае линии без потерь, характеризует собой изменение фазы колебаний на единице длины линии и называется **коэффициентом фазы**.

Волновое сопротивление W линии с потерями в общем случае также является комплексной величиной и определяется выражением

$$W=\sqrt{\frac{\dot Z_0}{\dot Y_0}}=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}.$$

Установившийся процесс в линии в наиболее общем случае можно представить как сумму двух электромагнитных волн, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях с одинаковыми (по модулю) скоростями

$$v=\frac{1}{\sqrt{L_0C_0}}.$$

Амплитуда каждой из этих волн является функцией координаты сечения линии, причем амплитуда прямой (падающей) волны уменьшается в сторону нагрузки, а амплитуда обратной (отраженной) волны уменьшается в сторону генератора.

Напряжение и ток в любом сечении линии могут быть определены с помощью соотношений:

$$\left.\begin{aligned}\dot U(x)&=\dot U_н\operatorname{ch}\gamma x+\dot I_н W\operatorname{sh}\gamma x;\\ \dot I(x)&=\dot I_н\operatorname{ch}\gamma x+\frac{\dot U_н}{W}\operatorname{sh}\gamma x;\end{aligned}\right\}\quad(5\text{-}41)$$

где $\dot U_н$ и $\dot I_н$ — соответственно комплексные амплитуды напряжения и тока в месте включения нагрузки;

$\dot U(x)$ и $\dot I(x)$ — комплексные амплитуды напряжения и тока в сечении x линии.

Отношение комплексной амплитуды падающей волны напряжения (тока) и комплексной амплитуде отраженной волны напряжения (тока) в месте включения нагрузочного сопротивления называется коэффициентом отражения по напряжению (то-

ку) и, как и в случае линии без потерь, определяется выражениями (5-26), (5-27).

Входное сопротивление отрезка линии с потерями, нагруженного на произвольное комплексное сопротивление $Z_н$, определяемое как отношение напряжения к току,

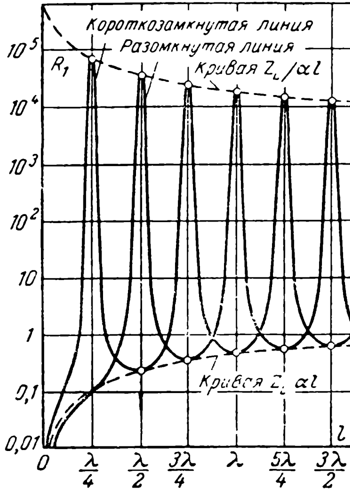


Рис. 5-53. Входное сопротивление короткозамкнутого отрезка линии с потерями.

вычисленное для сечения $x=0$ (генераторного конца отрезка линии длиной l) и учитывающее как прямые, так и отраженные волны, является в общем случае комплексной величиной и может быть определено из соотношения

$$Z_{вх} = \frac{Z_н + W \operatorname{th} \gamma l}{1 + \frac{Z_н}{W} \operatorname{tg} \gamma l}. \qquad (5\text{-}42)$$

Ниже приводятся значения входного сопротивления отрезка линии с потерями для некоторых важных с практической точки зрения частных случаев.

Конец отрезка линии замкнут накоротко ($Z_н=0$). Распределение напряжения и тока в линии характеризуется равенствами

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_н \operatorname{ch} \gamma l; \quad \dot{U}(x) = \dot{I}_н W \operatorname{sh} \gamma l,$$

а величина входного сопротивления — выражением

$$Z_{вх} = W \operatorname{th} \gamma l = W \frac{\operatorname{th} \alpha l + j \operatorname{tg} \beta l}{1 + j \operatorname{th} \alpha l \operatorname{tg} \beta l}. \qquad (5\text{-}43)$$

На рис. 5-53 схематически изображена зависимость величины входного сопротивления короткозамкнутого отрезка линии с фиксированным значением α от его длины l. При $l=n\lambda/2$ входное сопротивление с высокой степенью точности можно считать чисто активной величиной, значение которой равно:

$$Z_{вх} = R_{вх} = W \operatorname{th} \alpha l \approx W\alpha l.$$

Погрешность последнего приближения тем незначительнее, чем меньше потери в линии. При $l=\lambda/4+n\lambda/2$ входное сопротивление оказывается равным:

$$Z_{вх} = R_{вх} = \frac{W}{\operatorname{th} \alpha l} \approx \frac{W}{\alpha l}.$$

Погрешность приближения и здесь уменьшается при уменьшении потерь.

Конец отрезка линии разомкнут ($Z_н=\infty$). Распределение напряжения и тока характеризуется выражениями

$$\dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_н}{W} \operatorname{sh} \gamma l; \quad \dot{U}(x) = \dot{U}_н \operatorname{ch} \gamma l.$$

Входное сопротивление оказывается равным:

$$Z_{вх} = R_{вх} = \frac{W}{\operatorname{th} \gamma l}.$$

и в случае малых потерь

$$Z_{вх} \approx W\alpha l \text{ при } l = \frac{\lambda}{4} + \frac{n\lambda}{2};$$

$$Z_{вх} \approx \frac{W}{\alpha l} \text{ при } l = \frac{n\lambda}{2}.$$

Практически погрешности сделанных приближений можно не учитывать, если

$$\alpha l < 0{,}1 \text{ и } \alpha l\,|\operatorname{tg} \beta l| < 0{,}1.$$

Переходные процессы в однородных длинных линиях

Подключение отрезка линии к источнику постоянной э. д. с. При подключении нагруженного отрезка линии к источнику постоянной э. д. с. в линии возникает переходный

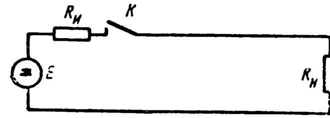


Рис. 5-54. К анализу переходных процессов в линии.

процесс, длительность и характер которого зависят от соотношений между внутренним сопротивлением источника э. д. с., волновым сопротивлением линии и сопротивлением нагрузки.

Пусть отрезок однородной линии без потерь, имеющий длину l и волновое сопротивление W в момент времени $t=0$, подключается к источнику постоянной э. д. с. E (рис. 5-54). Будем считать, что ключ K срабатывает мгновенно и в замкнутом состоянии имеет нулевое сопротивление, а линия при $t<0$ лишена каких-либо запасов энергии. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Отрезок линии нагружен активным сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии ($R_н = W$). В момент замыкания ключа в линии в сторону нагрузки начинает распространяться прямоугольная волна тока с амплитудой $I_п = E/2W$ и связанная с ней прямоугольная волна напряжения

$$U_п = I_п W = E/2.$$

Фронты обеих волн движутся со скоростью $v = 1/\sqrt{LC}$ и в момент времени $t = l/v$ достигают нагрузочного конца линии ($x = l$).

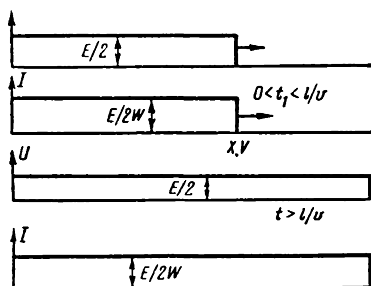


Рис. 5-55. Волны в отрезке линии, нагруженном на сопротивление, равное волновому.

Так как отраженных волн на нагрузочном конце не возникает ($p_u = p_i = 0$), то переходный процесс на этом заканчивается. На рис. 5-55 приведены эпюры, характеризующие распределение напряжения и тока в линии в моменты времени $0 < t < l/v$ и $t > l/v$ (в стационарном режиме).

Отрезок линии разомкнут на конце ($R_н = \infty$). В тот момент времени ($t = l/v$), когда прямые волны напряжения и тока достигают сечения $x = l$, в линии возникает обратная (отраженная) волна напряжения, амплитуда и полярность которой совпадают с амплитудой и полярностью прямой волны ($p_u = 1$), и обратная волна тока с амплитудой $I_0 = I_п = E/2W$, полярность которой противоположна полярности падающей волны тока. По мере продвижения этих волн в сторону генератора э. д. с. напряжение между проводами линии становится равным E, а ток равным нулю. Переходный процесс заканчивается в момент времени $t = 2l/v$, когда обратные волны напряжения и тока достигают генераторного конца линии. Распределение напряжений и токов в линии в моменты времени

$$l/v < t < 2l/v \text{ и } t > 2l/v$$

(установившийся режим) характеризуются эпюрами, приведенными на рис. 5-56.

Конец отрезка линии замкнут накоротко ($R_н = 0$). В момент времени $t = l/v$, когда прямые волны напряжения и тока достигают сечения $x = l$, в линии возникает обратная (отраженная) волна напряжения с амплитудой, равной амплитуде прямой волны напряжения, имеющая полярность, противоположную полярности прямой волны, и волна тока, совпадающая по амплитуде и полярности с прямой волной тока ($p_u = -1$; $p_i = 1$). По мере продвижения этих волн к генераторному концу линии напряжение

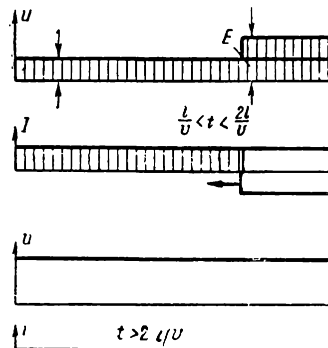


Рис. 5-56. Волны в разомкнутом отрезке линии.

между ее проводами становится равным нулю, а ток — установившейся величине $I = E/W$. Переходный процесс заканчивается в момент времени $t = 2l/v$, когда отраженные волны достигают согласованного генераторного конца линии. Распределение напряжений и токов в линии в моменты времени $l/v < t < 2l/v$ и $t > 2l/v$ (установившийся режим) характеризуются эпюрами, приведенными на рис. 5-57.

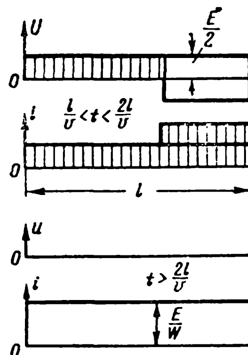


Рис. 5-57. Волны в замкнутом на конце отрезке линии.

Подключение заряженного отрезка линии к активному сопротивлению. Пусть отрезок линии без потерь длиной l (рис. 5-58), предварительно заряженный до напряжения E (цепь заряда на рис. 5-58 не показана), в момент времени $t = 0$ путем замыкания безынерционного переключателя K подключается к активному сопротивлению $R_н$. Рассмотрим происходящие при этом про-

цессы в предположении, что сопротивление коммутирующего прибора K в замкнутом состоянии равно нулю (это ограничение не является принципиальным, сопротивление коммутирующего прибора всегда может быть учтено путем суммирования его с сопротивлением нагрузки $R_н$).

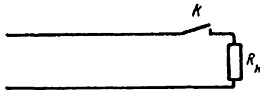


Рис. 5-58. Подключение заряженного отрезка линии к активному сопротивлению.

Сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии ($R_н = W$). При замыкании переключателя K в линии возникает распространяющаяся в сторону открытого конца линии волна напряжения с амплитудой

$$U_1 = \frac{EW}{R_н + W} = \frac{E}{2}$$

и полярностью, противоположной полярности зарядного напряжения. С этой волной напряжения связана волна тока

$$I_1 = \frac{E}{W + R_н} = \frac{E}{2R_н}.$$

Одновременно с этим к сопротивлению нагрузки $R_н$ прикладывается напряжение $u_{Rн}$, равное

$$\frac{E}{R_н + W} R_н = \frac{E}{2},$$

и через него начинает протекать ток

$$i_н = \frac{E}{2R_н}.$$

В момент $t = l/v$ волны U_1 и I_1 достигают открытого конца линии. При этом волна напряжения отражается от него без изменения полярности ($p_u = 1$), а волна тока при отражении меняет свою полярность на обратную ($p_i = -1$). По мере продвижения этих волн к нагруженному концу отрезка линии напряжение между его проводами и ток в линии становятся равными нулю. В момент $t = 2l/v$ отраженные от открытого конца линии волны достигают сечения, в котором включено сопротивление $R_н$. Отрезок линии оказывается при этом полностью разряженным, и переходный процесс в нем заканчивается. Одновременно с этим обращаются в нуль напряжение, действующее на сопротивлении, и ток, протекающий через $R_н$. Таким образом, при подключении к заряженному до напряжения E отрезку линии активного сопротивления $R_н$, равного волновому сопротивлению линии, на сопротивлении нагрузки возникает прямоугольный по форме импульс напряжения с амплитудой $E/2$ и длительностью $t_и = 2l/v$. Импульс тока, протекающего через сопротивление $R_н$, также характеризуется длительностью $2l/v$ и имеет амплитуду $E/2R_н$.

Сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению линии ($R_н \neq W$). При замыкании переключателя K в линии возникает и начинает распространяться в сторону открытого ее конца волна напряжения с амплитудой

$$\frac{EW}{R_н + W}$$

и полярностью, противоположной полярности зарядного напряжения линии (первая обратная волна напряжения u_{01}). После отражения этой волны напряжения от разомкнутого конца линии возникает первая прямая волна, движущаяся в сторону нагрузки. Отражение этой волны от нагрузочного конца линии вызывает появление в линии второй обратной волны напряжения u_{02} и т. д. В связи с тем что при $R_н \neq W$ $|p_u| \neq 1$, абсолютные величины последовательно возникающих волн напряжения, определяемые выражением

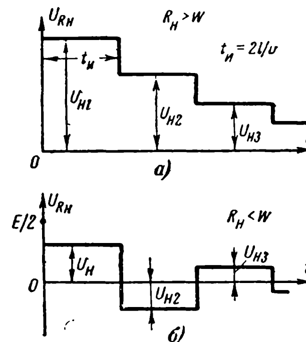


Рис. 5-59. Форма напряжения на нагрузочном сопротивлении при $R_н \neq W$.

$$u_{0k} = u_{пk} = u_{01} p_u^{k-1} = -\frac{EW}{W + R_н}\left(\frac{R_н - W}{R_н + W}\right)^{k-1},$$

(где k — номер волны, последовательно возникающей при отражении от соответствующего конца линии), постепенно уменьшаются.

Напряжение, действующее на нагрузочном сопротивлении $R_н$, может быть определено в результате суммирования всех указанных выше волн на нагрузочном конце линии и определяется выражением

$$u_{н_i} = E + \sum_{k=1}^{i} u_{0к} + \sum_{k=1}^{i-1} u_{пк} = \frac{ER_н}{W + R_н}\left(\frac{R_н - W}{R_н + W}\right)^{i-1}.$$

Форма этого напряжения зависит от соотношения между волновым сопротивлением линии W и сопротивлением нагрузки $R_н$. Так, эпюра на рис. 5-59, *а* соответствует случаю $W<R_н$, а эпюра на рис. 5-59, *б* — случаю $W>R_н$. Аналогично может быть определена и форма тока $i_н$, протекающего через нагрузочное сопротивление $R_н$.

5-9. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ОТРЕЗКОВ ОДНОРОДНЫХ ЛИНИЙ

Отрезки линий в качестве фидеров

Отрезки однородных длинных линий широко применяются в качестве фидеров, т. е. устройств, предназначенных для канализации электромагнитной энергии от источника энергии к ее потребителю (нагрузке), например от генератора к передающей антенне или от приемной антенны к входу приемника и т. д.

При этом, как правило, необходимо добиться более полной передачи энергии как от источника в линию (фидер), так и далее от линии к нагрузке, уменьшения потерь энергии в линии и не допускать повышений напряжения в отдельных сечениях линии. (Локальные повышения напряжения могут возникнуть в сечениях, соответствующих пучностям напряжения, в том случае, если амплитуда стоячей волны напряжения окажется достаточно большой, и могут явиться причиной электрического пробоя фидера в этом сечении.)

Когда по фидеру передается сигнал сложной формы, следует учитывать искажения, которые возникают, когда затухание в фидере зависит от частоты $\alpha=\alpha(\omega)$. Эта зависимость коэффициента затухания α от частоты особенно ярко выражена в коаксиальных кабелях с диэлектрическим заполнением, что часто ограничивает возможности передачи по таким кабелям сигналов сложной формы или кратковременных электрических импульсов. Наибольшая доля энергии передается в нагрузку в том случае, когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии (фидера), при этом $p_u=0$ и энергия падающей волны полностью поглощается нагрузкой. При рассогласовании активной нагрузки с линией относительная доля мощности, реализуемой в нагрузочном сопротивлении, определяется выражением

$$\frac{P_н}{P_{пад}}=\frac{4КБВН}{(1+КБВН)^2}=\frac{4\,КСВН}{(1+КСВН)^2},$$

где $P_{пад}$ — мощность падающей волны;
$P_н$ — мощность, реализуемая в нагрузочном сопротивлении.

График зависимости относительной доли мощности, поступающей в нагрузочное сопротивление, от величины КБВН приведен на рис. 5-60.

Важным параметром линии, работающей в режиме передачи энергии, является коэффициент полезного действия η, определяемый как отношение мощностей:

$$\eta=\frac{P_н}{P_н+P_п},$$

где $P_п$ — мощность потерь в фидере.

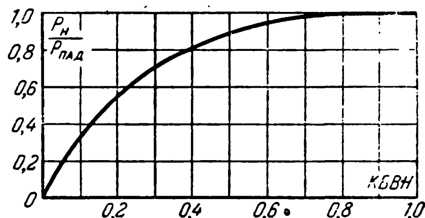


Рис. 5-60. Влияние КБВН на величину мощности, передаваемой в активную нагрузку.

Величина к. п. д. зависит от длины фидера, коэффициента затухания α и КБВН и определяется выражением

$$\eta\approx\frac{1}{1+\left(КБВН+\frac{1}{КБВН}\right)\alpha l}.$$

При согласованной нагрузки величина к. п. д. достигает своего максимального значения и оказывается равной:

$$\eta_{макс}=\frac{1}{1+2\alpha l}.$$

Следует отметить, что при согласовании фидера с нагрузкой ($R_н=W$) стоячая волна отсутствует и напряжение, действующее между проводами линии, оказывается минимальным (нет локальных повышений напряжения в отдельных сечениях линии).

Трудности в согласовании сопротивления нагрузки с волновым сопротивлением линии (фидера) возникают в тех случаях, когда комплексную нагрузку нужно согласовать с линией в относительно широком диапазоне частот.

Отрезки линий для согласования сопротивлений

Согласование волнового сопротивления фидера с комплексным сопротивлением нагрузки $Z_н$ на одной частоте может быть выполнено с помощью отрезков линий без потерь. Ниже рассматриваются некоторые методы такого согласования.

Согласование с помощью короткозамкнутого шлейфа и четвертьволнового трансформатора. Нагрузочный элемент, проводимость которого на рабочей частоте ω известна и равна

$$\dot{Y}_н=\frac{1}{\dot{Z}_н}=G-jB,$$

должен быть согласован с волновым сопротивлением питающего его фидера W. Для компенсации реактивной составляющей проводимости нагрузки параллельно ей может быть включен отрезок линии с волновым сопротивлением W, замкнутый на конце (рис. 5-61). Длина отрезка $l_ш$ должна быть

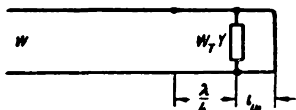


Рис. 5-61. Схема согласования нагрузки с линией.

выбрана так, чтобы его входная проводимость компенсировала реактивную составляющую проводимости нагрузки $\left(-jB+\frac{1}{jl_ш}=0\right)$, т. е. из соотношения

$$\mathrm{ctg}\,\beta l_ш = -BW.$$

Входная проводимость компенсированной нагрузки будет равна при этом G, и фидер окажется нагруженным на сопротивление $R'=1/G$. Чтобы трансформировать сопротивление R' в сопротивление W, между нагрузкой и фидером следует включить отрезок линии длиной $\lambda/4$ с волновым со-

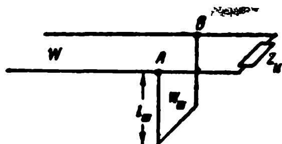


Рис. 5-62. Согласование нагрузки с помощью одного шлейфа.

противлением $W_т$. Входное сопротивление такого отрезка, нагруженного сопротивлением R', как это следует из формулы 5-29, определяется выражением

$$R_{вх}=\frac{W_т^2}{R'}.$$

Если выбрать волновое сопротивление согласующего отрезка линии из условия $W_т=\sqrt{R'W}$, то фидер окажется нагруженным на сопротивление, равное W, и в нем установится режим бегущей волны. Аналогичным образом могут быть рассчитаны элементы для согласования линии с питающим ее источником.

Согласование с помощью одного короткозамкнутого шлейфа. Короткозамкнутый отрезок линии (шлейф) включается в том сечении (рис. 5-62), в котором входная проводимость нагруженного отрезка линии, вычисленная в сторону нагрузки, определяется выражением

$$\dot{Y}_{AB}=\frac{1}{W}-jB_{AB}.$$

Длина шлейфа определяется из условия

$$-jB_{AB}+\frac{1}{jX_ш}=0;$$

$$jX_ш=jW_ш\,\mathrm{tg}\,\beta l_ш,$$

где $X_ш$ — входное сопротивление шлейфа; $W_ш$ — волновое сопротивление линии, используемой в качестве шлейфа.

При таком включении линия оказывается нагруженной в сечении AB на сопротивление $R=W$, и левее этого сечения устанавливается режим бегущей волны.

Вопросы, связанные с согласованием сопротивлений для полосы частот, а также и другие методы согласования сопротивлений изложены в [Л. 4.]

Отрезки линий в качестве колебательных систем

Входное сопротивление короткозамкнутого отрезка идеальной (без потерь) линии, будучи реактивным, может принимать любые значения в зависимости от отношения l/λ. Если линия обладает небольшими потерями, то легко показать (см. 5-43), что максимальное и минимальное значения входного сопротивления достигаются соответственно при $(2k+1)\lambda/4$ и $2k\lambda$ и оказываются равными:

$$Z_{вх.макс}\approx\frac{W}{\alpha l};\quad Z_{вх.мин}\approx W\alpha l.$$

Зависимость величины модуля входного сопротивления короткозамкнутого отрезка линии от l/λ (см. рис. 5-53) указывает на то, что короткозамкнутый отрезок линии обладает резонансными свойствами. Эти свойства выражены тем ярче, чем меньше потери в линии. При этом отрезок линии фиксированной длины имеет бесчисленное множество резонансных частот (длин волн), определяемых из выражения

$$\lambda_р=\frac{4l}{2k+1},\quad где\ k=0,1,2,3\ldots$$

Наиболее ярко резонансные свойства короткозамкнутого отрезка линии выражены на волне $\lambda=4l$, называемой **основной резонансной волной** отрезка линии. Входное сопротивление отрезка на этой волне (резонансное сопротивление отрезка линии) равно:

$$R_{л.р}=\frac{4W}{\alpha\lambda_{р0}}.$$

Зависимость модуля входного сопротивления от частоты вблизи основной резонанс-

ной частоты (при небольших расстройках) определяется выражением

$$Z_{вх} = \frac{R_{л.р}}{\sqrt{1+(2Q_л\xi)^2}},$$

где $Q_л = \pi/\alpha\lambda_{p0}$ — добротность отрезка линии;

λ_{p0} — длина резонансной волны;

ξ — относительная расстройка частоты.

Это выражение совпадает с уравнением частотной характеристики параллельного колебательного контура. Таким образом, по своим избирательным свойствам (вблизи резонансной частоты) короткозамкнутый отрезок линии эквивалентен параллельному колебательному контуру. Параметры $L_э$, $C_э$ и $R_э$ эквивалентного контура могут быть определены из соотношений:

$$L_э = \frac{2W}{\pi^2 f_p};$$

$$C_э = \frac{1}{8} W f_p;$$

$$R_э = \frac{4v\alpha W}{\pi^2 f_p}.$$

Следует иметь в виду, что отрезок линии эквивалентен колебательному контуру лишь при небольших значениях относительной расстройки частоты ξ. При значительных расстройках частотные зависимости сопротивлений этих элементов сильно расходятся.

В радиотехнической практике короткозамкнутые отрезки длинных линий используют в качестве колебательных систем при работе в дециметровом диапазоне волн (особенно в коротковолновой его части), где применение контуров с сосредоточенными параметрами становится затруднительным по причинам конструктивного характера. При этом используется не только первый, но часто и второй резонанс в линии. Подстройка отрезков производится чаще всего посредством перемещения плунжеров, замыкающих конец линии.

Отрезок линии в качестве волномера

Если отрезок длинной линии, вдоль которого может свободно перемещаться короткозамыкающий мостик (рис. 5-63), питать

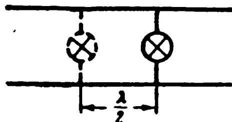


Рис. 5-63. Волномер.

генератором синусоидальной э. д. с. (внутреннее сопротивление генератора э. д. с. много меньше волнового сопротивления линии), то распределение амплитуд напряжений в различных сечениях линии описывается соотношением

$$U(x) = U_н \cos\beta x + jI_н W \sin\beta x = jI_н W \sin\beta x,$$

и, следовательно, напряжение в месте короткого замыкания ($x=l$)

$$U(l) = jI_н W \sin\beta l,$$

где l — длина короткозамкнутого отрезка линии.

Отсюда видно, что амплитуда тока в короткозамыкающем мостике

$$I_н = \frac{U_{вх}}{W\sin\beta l} \approx \frac{E_m}{W\sin\beta l}$$

существенно зависит от длины короткозамкнутого отрезка линии и принимает наибольшие значения при $\sin\beta l = 0$, т. е. при $l = k\lambda/2$ $(k=0, 1, 2)$.

Изложенное дает возможность произвести измерение длины волны источника, питающего линию (скорость распространения волны в линии полагаем известной), если замыкающий мостик снабдить индикатором тока. При перемещении мостика яркость свечения лампочки (показания амперметра) будет изменяться. Измерив расстояние между двумя смежными сечениями, в которых яркость свечения (показания амперметра) достигает максимума, можно определить длину волны в линии, которая определяется как удвоенное расстояние между сечениями линии, соответствующими максимально яркому свечению (пучностями тока).

Отрезки линий для формирования прямоугольных импульсов

При подключении предварительно заряженного отрезка однородной линии к активному сопротивлению $R_н$ (равному волновому сопротивлению) на нем формируется прямоугольный по форме импульс напряжения с амплитудой, равной половине зарядного напряжения линии, и длительностью, равной удвоенному времени задержки формирующего отрезка линии. Это свойство дает возможность использовать отрезки однородных линий для формирования прямоугольных импульсов напряжения.

Один из вариантов схемы приведен на рис. 5-64. Отрезок линии с волновым сопротивлением W через резистор $R_з$ с относительно большим сопротивлением подключен к источнику постоянной э. д. с. E и при погашенном тиратроне $Тр$ заряжается до напряжения E. Если после окончания заряда линии на сетку тиратрона будет подан импульс напряжения, способный поджечь тиратрон, то заряженный отрезок линии окажется подключением через маленькое сопротивление открытого тиратрона к сопротивлению нагрузки $R_н$ и в цепи, образованной отрезком линии, зажженным тиратроном и сопротивлением $R_н$, возникнет процесс, аналогичный рассмотренному в § 5-8.

Если выполняется условие

$$W = R_н + R_т,$$

то на нагрузке $R_н$ при этом формируется прямоугольный импульс напряжения с амплитудой

$$U_R = \frac{ER_н}{2(R_н + R_т)},$$

где $R_т$ — сопротивление зажженного тиратрона. Длительность импульса оказывается равной удвоенному времени задержки линии

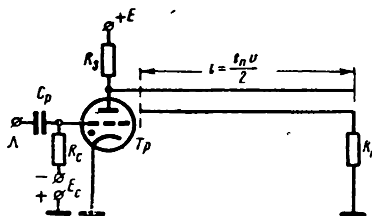


Рис. 5-64. Схема формирования видеоимпульсов прямоугольной формы.

($t_и = 2l/v$) и не зависит от длительности $t_{и.з}$ импульса, запускающего схему. После окончания процесса формирования (разряда линии) напряжение на аноде тиратрона падает и тиратрон гаснет, вследствие чего начинается новый цикл заряда линии через резистор $R_з$. Сопротивление резистора $R_з$ должно выбираться таким образом, чтобы, с одной стороны, линия успела практически полностью зарядиться в течение времени, равного периоду следования импульсов запуска $T_п$ (эти импульсы, как правило, представляют собой периодическую последовательность), т. е.

$$R_з < \frac{T_п}{3C},$$

где $T_п$ — временной интервал между импульсами запуска;

C — полная емкость отрезка линии.

С другой стороны, сопротивление резистора $R_з$ должно быть достаточно большим для того, чтобы после окончания разряда линии происходило гашение тиратрона, т. е.

$$\frac{E}{R_з} < I_{гаш};$$

здесь $I_{гаш}$ — ток гашения тиратрона.

Схемы, подобные приведенной на рис. 5-64, находят широкое применение в модулирующих устройствах радиолокационных и других импульсных радиотехнических системах, характеризуемых высокой импульсной мощностью. Нагрузка формирующего устройства (например, магнетрон или другой электровакуумный прибор) включается при этом в цепь вторичной обмотки импульсного трансформатора, первичная обмотка которого включается в схему формирующего устройства вместо резистора $R_н$. Такой способ формирования позволяет значительно повысить надежность работы модулятора, а также снизить вес и габариты аппаратуры (особенно питающего схему высоковольтного выпрямителя).

Формирующие схемы с тиратронами и с отрезками линий по сравнению со схемами, собранными на электронных лампах (§ 11-8), отличаются также высокой стабильностью длительности импульса, определяемой стабильностью параметров формирующего отрезка линии.

В схемах формирования импульсов могут быть использованы и короткозамкнутые отрезки линий (рис. 5-65). Переключатель K в течение сравнительно длительного

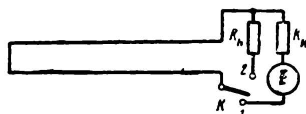


Рис. 5-65. Принципиальная схема формирования импульсов с помощью короткозамкнутого отрезка линии.

промежутка времени находится в положении 1, и в линии устанавливается ток $I = E/R_н = \text{const}$. Если в некоторый момент времени ($t=0$) переключатель K переводится в положение 2, то в линии возникают волны напряжения и тока, распространяющиеся в сторону короткозамкнутого ее конца. Амплитуды этих волн оказываются соответственно равными:

$$I_{01} = \frac{IW}{R_н + W}; \quad U_{01} = \frac{IR_н}{2}.$$

Одновременно с этим в момент перевода переключателя K в положение 2 на нагрузке $R_н$ возникает перепад напряжения, величина которого $IR_н/2$. Отразившись от короткозамкнутого конца линии ($p_u = -1$; $p_i = 1$), эти волны в момент времени $t = 2l/v$ возвращаются к нагрузочному ее концу. Если линия согласована ($R_н = W$), то переходный процесс в ней на этом заканчивается и на нагрузке $R_н$ формируется импульс прямоугольной формы с амплитудой $IR/2$ и длительностью $2l/v$.

Схемы с короткозамкнутыми отрезками линий имеют по сравнению со схемами, собранными на разомкнутых отрезках линий, то преимущество, что при $R_н \gg R_н$ они позволяют получить импульс напряжения с амплитудой, превосходящей э. д. с. питающего источника. Однако из-за недостатков, связанных с необходимостью запасания значительной энергии в магнитном поле, такие схемы сравнительно редко применяются на практике.

Схемы с отрезками линий с конструктивной точки зрения удобно применять для формирования очень коротких импульсов (в наносекундном диапазоне длительностей). При формировании же импульсов большей продолжительности входящие в схему линии получаются слишком длинными и в связи с этим неудобными в конструктивном отношении. В этих случаях вместо отрезков линий используются искусственные формирующие цепи, состоящие из сосредоточенных индуктивностей и емкостей и эквивалентные по своим формирующим свойствам отрезкам линий с распределенными параметрами. Метод построения таких схем и принцип их работы рассматриваются в § 5-10. Следует отметить, что при замене отрезка линии цепью, состоящей из сосредоточенных элементов, форма сформированного импульса не будет строго прямоугольной.

Отрезки линий для задержки электрических сигналов

Отрезок однородной линии без потерь, нагруженный активным сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии, является идеальным с принципиальной точки зрения устройством для временно́й задержки электрических сигналов. Если такой отрезок включен между источником сигнала и нагрузкой (рис. 5-66), то сигнал, действующий на нагрузочном сопротивлении, вследствие конечной скорости распространения энергии в линии будет задержан относительно сигнала, действующего на выходе источника, на время $t_з = l/v$.

При этом следует отметить, что линия задержки (рис. 5-66), согласованная с нагрузочным сопротивлением ($R_н = W$), не нуждается в согласовании с источником задерживаемого сигнала.

Однако рассматриваемый способ получения временно́й задержки оказывается приемлемой лишь для получения небольших (порядка долей микросекунды) временны́х задержек. Реализация больших задержек связана с необходимостью применения линий большой длины $l = t_з \cdot v$, что резко увеличивает вес и габариты устройства задержки. Помимо этого, при большой длине линии заметно сказывается затухание, которое (см. § 5-9) имеет частотно-зависимый характер. В связи с этим сигнал, действующий на выходе устройства задержки, оказывается не только ослабленным, но и искаженным по форме, так как различные спектральные составляющие этого сигнала ослабляются при прохождении по линии неравномерно. По этим причинам для получения больших временны́х задержек используются искусственные линии задержки (см. § 11-4), выполняемые из сосредоточенных индуктивностей и емкостей, или ультразвуковые линии задержки. Последние позволяют получить время задержки в сотни микросекунд и миллисекунды и при определенном конструктивном выполнении плавно регулировать это время.

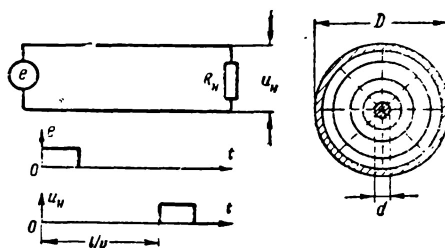


Рис. 5-66. Применение отрезка линии в качестве устройства задержки.

Рис. 5-67. Поперечное сечение коаксиального кабеля.

Некоторые параметры высокочастотных линий

Высокочастотные линии выполняются в настоящее время в двухпроводном и коаксиальном вариантах.

Коаксиальные линии. Эскиз поперечного сечения приведен на рис. 5-67. Линии электрического поля изображены пунктиром, а магнитного — сплошные. Для воздушного заполнения погонные индуктивность L_0 (*нгн/см*) и емкость C_0 (*пф/см*) определяются выражениями:

$$L_0 = 2 \ln \frac{D}{d}; \quad C_0 = \frac{0{,}556\varepsilon_r}{\ln \frac{D}{d}}.$$

Волновое сопротивление линии W (*ом*) без потерь равно:

$$W = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{D}{d},$$

где ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость;
D и d — диаметры внешнего и внутреннего проводника, *см*.

Ввиду осевой симметрии токи распределяются по поверхности проводников равномерно.

Погонное сопротивление линии, т. е. сопротивление, учитывающее все потери на единице длины линии (включаемое последовательно с индуктивностью, см. рис. 5-34) представляет собой сумму погонных сопротивлений всех токопроводящих поверхностей, включая и экранирующую оболочку

$$R_0 = \frac{\rho_1}{\pi d} + \frac{\rho_2}{\pi D},$$

где ρ_1 и ρ_2 — удельные поверхностные сопротивления внутреннего и внешнего проводников, *ом*.

Коэффициент затухания α определяется продольным (α_1) и поперечным

(α_2) затуханиями ($\alpha=\alpha_1+\alpha_2$). Величина α_1 (*неп/см*) находится из соотношения

$$\alpha_1=\frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{120\pi\ln\frac{D}{d}}\left[\frac{\rho_1}{d}+\frac{\rho_2}{D}\right].$$

Если внешний и внутренний проводники выполнены из одинакового материала ($\rho_1=\rho_2=\rho$), то

$$\alpha_1=\frac{\sqrt{\varepsilon_r}\,\rho}{D}F\left(\frac{D}{d}\right);$$

здесь величину $F(D/d)$ следует брать из графика, приведенного на рис. 5-68. Продольная компонента коэффициента затухания, как это следует из графика, имеет

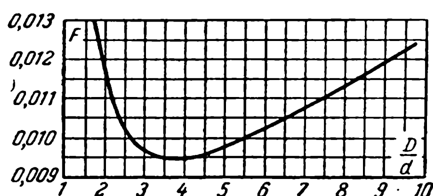


Рис. 5-68. Затухание в коаксиальной линии.

минимум при $D/d=3{,}6$, что для линии с воздушным заполнением соответствует волновому сопротивлению 77 *ом*. Поперечная компонента коэффициента затухания учитывает влияние диэлектрических потерь и независимо от типа линии определяется выражением

$$\alpha_2=\frac{\pi}{\lambda}\operatorname{tg}\delta,$$

где δ — угол потерь диэлектрика, заполняющего линию.

На рис. 5-69 приведен один из вариантов конструктивного выполнения высокочастотного коаксиального кабеля.

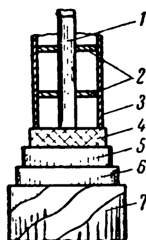


Рис. 5-69. Коаксиальный кабель.

1 — внутренний проводник: *2* — шайбы; *3* — внешний проводник; *4* — изоляционная оплетка; *5* — экранирующая оболочка; *6* — защитная оболочка; *7* — броня.

Двухпроводные линии. Эскиз поперечного сечения линии, образованной двумя одинаковыми проводами в свободном пространстве, приведен на рис. 5-70. Там же показаны линии электрического (пунктир) и магнитного полей. Волновое сопротивление линии W (*ом*) равно:

$$W=\frac{120}{\sqrt{\varepsilon_r}}\operatorname{Arch}\frac{a}{d}.$$

В случае $a/d>2{,}5$ справедливо следующее приближенное выражение:

$$W=\frac{120}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\frac{2a}{d}.$$

Погонное сопротивление (без учета затухания вследствие изучения) равно:

$$R_0=\frac{2\rho}{\pi d}\,\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{d}{a}\right)^2}}.$$

Дополнительное затухание в линии αl (*неп*), определяемое излучением энергии,

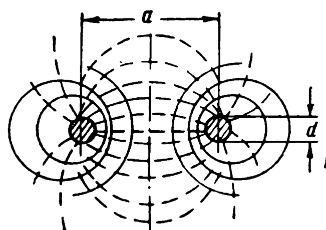


Рис. 5-70. Линии электрического (пунктир) и магнитного (сплошные) полей в двухпроводной линии.

зависит от длины линии и для длинных прямых линий приближенно определяется выражением

$$\alpha l=\frac{800}{W}\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2.$$

5-10. ИСКУССТВЕННЫЕ ФОРМИРУЮЩИЕ ЦЕПИ

По соображениям конструктивного характера применение отрезков линий с распределенными параметрами часто оказывается неудобным. Поэтому они заменяются эквивалентной цепью, состоящей из сосредоточенных индуктивностей и емкостей. Эти цепи называются **искусственными формирующими линиями** или **формирующими цепями.**

Существует несколько методов построения формирующих цепей, эквивалентных отрезкам однородных линий.

Формирующая цепь лестничного типа

Наиболее простой способ перехода от линии к формирующей цепи основан на разбиении отрезка линии на n участков одина-

ковой протяженности с последующей заменой каждого участка LC-звеном, индуктивность и емкость которого ($L_{зв}$, $C_{зв}$) соответственно равны индуктивности и емкости

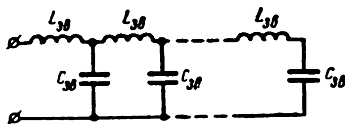


Рис. 5-71. Искусственная формирующая линия лестничного типа.

заменяемого участка линии. Получившаяся в результате такой замены схема формирующей цепи приведена на рис. 5-71. Величины $L_{зв}$ и $C_{зв}$ связаны с величинами нагрузочного сопротивления и требуемой длительностью формируемого импульса соотношениями:

$$L_{зв} = \frac{R_н t_и}{2n};$$

$$C_{зв} = \frac{t_и}{2R_н n}.$$

Форма импульсов, получаемых с помощью формирующей цепи рассматриваемого типа при различном числе звеньев, приведена в табл. 5-5. С увеличением числа звеньев увеличивается крутизна фронта формируемого импульса, но не устраняются колебания на вершине импульса. Для этого приходится принимать специальные меры.

Формирующие цепи рассматриваемого типа довольно широко применяются в современной радиотехнической аппаратуре.

Формирующая цепь из параллельно соединенных последовательных контуров

Формирующий отрезок линии представляет собой двухполюсник, и его свойства однозначно определяются заданием входного сопротивления $Z_{вх}$ или входной проводимости $Y_{вх}$. Для того чтобы цепь, состоящая из сосредоточенных элементов, обладала формирующими свойствами, она должна быть двухполюсником, входное сопротивление которого совпадало бы с входным сопротивлением отрезка линии.

Входная проводимость разомкнутого отрезка линии с волновым сопротивлением W и временем задержки $t_з$ определяется выражением

$$Y_{вх}(p) = \frac{1}{Z_{вх}(p)} = \frac{1}{W}\,\mathrm{th}\,pt_з = \frac{1}{W}\frac{e^{pt_з} - e^{-pt_з}}{e^{pt_з} + e^{-pt_з}}$$

и может быть представлена в виде суммы рациональных дробей

$$Y_{вх}(p) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{p - p_к} + \frac{A_k}{p + p_k},$$

где $p_к$ — корни знаменателя правой части выражения,

$$p_k = \frac{j\pi}{2t_з}(2k-1), \quad k = 1, 2, 3\ldots$$

и

$$A_к = 1/Wt_з.$$

Таблица 5-5

Форма импульса	Схема	Расчетные соотношения
		$L_{зв} = \frac{R_н t_и}{6}$ $C_{зв} = \frac{t_и}{6R_н}$
		$L_{зв} = \frac{R_н t_и}{8}$ $C_{зв} = \frac{t_и}{8R_н}$

Каждая из дробей, стоящих под знаком суммы, описывает проводимость контура, образованного последовательно включенными индуктивностью $L_к$ и емкостью $C_к$, если

$$L_к = \frac{Wt_з}{2}; \quad C_k = \frac{8t_з}{(2k-1)^2\pi^2 W}. \tag{5-44}$$

Таким образом, если бесконечно большое количество последовательных контуров, параметры которых выбраны в соответствии с выражениями (5-44), будут включены параллельно (рис. 5-72), то образованная та-

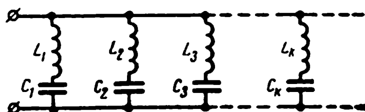


Рис. 5-72. Эквивалентная схема отрезка однородной линии, образованной последовательными контурами.

ким способом цепь будет обладать такими же формирующими свойствами, как и отрезок однородной линии с волновым сопротивлением W и временем задержки $t_з$. Индуктивности всех входящих в схему контуров оказываются в рассматриваемом случае одинаковыми, а емкости убывают обратно пропорционально величине $(2k-1)^2$, где k — номер контура. Это ограничивает возможности построения схем с большим числом контуров, так как в большинстве представляющих практический интерес случаев емкости уже четвертого и пятого контуров становятся соизмеримыми с паразитными емкостями контурных катушек индуктивности.

Используемые на практике формирующие схемы подобного рода имеют, как правило, небольшое число контуров, в связи с чем форма импульса отличается от идеально прямоугольной. Зависимость формы импульса от различного числа входящих в формирующую цепь контуров характеризуется табл. 5-6. Увеличение числа контуров приводит к сокращению длительности фронта импульса, но не ведет к заметному уменьшению амплитуды наложенных на его вершине колебаний. Волновое сопротивление исходного отрезка линии выбирается при расчете формирующей цепи равным сопротивлению нагрузки $R_н$, а время его задержки — половине длительности формируемого импульса. С учетом этого по заданным $R_н$ и $t_и$ величины элементов, входящих в схему контуров, вычисляются по формулам:

$$L_к = \frac{R_н t_и}{4};\quad C_к = \frac{4t_и}{(2k-1)^2 \pi^2 R_н}.$$

Таблица 5-6

Форма импульса	Расчетные соотношения для формирующей цепи (рис. 5-72)
	Для трех контуров $L_1 = L_2 = L_3 = \frac{R_н t_и}{4}$ $C_1 = \frac{4t_и}{\pi^2 R_н}$; $C_2 = \frac{4t_и}{9\pi^2 R_н}$; $C_3 = \frac{4t_и}{25\pi^2 R_н}$
	Для четырех контуров $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = \frac{R_н t_и}{4}$ C_1, C_2, C_3, то же что и для трехконтурной цепи $C_4 = \frac{4t_и}{49\pi^2}$

Формирующая цепь из последовательно соединенных параллельных контуров

Часто более удобной оказывается формирующая цепь, состоящая из последовательного соединения параллельных контуров. Один из вариантов схемы такой цепи приведен на рис. 5-73. Параметры схемы

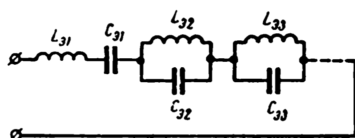


Рис. 5-73. Эквивалентная схема формирующей цепи с параллельными контурами.

$(L_{э1}, C_{э1}, L_{эк}, C_{эк})$ могут быть определены, если известны параметры схемы, изображенной на рис. 5-72 и формируемого импульса нужной формы. Для пересчета схем используются соотношения:

$$L_{э1} = \left.\frac{1}{\dfrac{dY_{вх}(p)}{d\dfrac{1}{p}}}\right|_{\frac{1}{p}=0};$$

$$C_{э1} = \left.\frac{dY_{вх}(p)}{dp}\right|_{p=0};$$

$$L_{эк} = \left.\frac{2}{\dfrac{dY_{вх}(p)}{d\dfrac{1}{p}}}\right|_{\frac{1}{p}=\frac{1}{p_к}};$$

$$C_{эк} = \left.\frac{1}{2}\frac{dY_{вх}(p)}{dp}\right|_{p=p_k}.$$

Расчеты, выполненные по этим формулам с учетом первого приближения значений кор-

ней $\rho_{к}$, устанавливают следующую связь между параметрами обеих схем:

для двухконтурной схемы

$L_{э1} = 0{,}125\, R_{н}\, t_{и}$; $\quad L_{э2} = 0{,}67\, L_{э1}$;

$C_{э1} = 0{,}46\, t_{и}/R_{н}$; $\quad C_{э2} = 0{,}56\, C_{э1}$;

для трехконтурной схемы

$L_{э1} = 0{,}083\, R_{н}\, t_{и}$; $\quad L_{э2} = 1{,}09\, L_{э1}$;

$L_{э3} = 0{,}22\, L_{э1}$;

$C_{э1} = 0{,}465\, t_{и}/R_{н}$; $\quad C_{э2} = 0{,}523\, C_{э1}$;

$C_{э3} = 0{,}634\, C_{э1}$;

для четырехконтурной схемы

$L_{э1} = 0{,}063\, R_{н}\, t_{и}$; $\quad L_{э2} = 1{,}47\, L_{э1}$;

$L_{э3} = 0{,}32\, L_{э1}$; $\quad L_{э4} = 0{,}117\, L_{э1}$;

$C_{э1} = 0{,}475\, t_{и}/R_{н}$; $\quad C_{э2} = 0{,}52\, C_{э1}$;

$C_{э3} = 0{,}58\, C_{э1}$; $\quad C_{э4} = 0{,}7\, C_{э1}$;

для пятиконтурной схемы

$L_{э1} = 0{,}05\, R_{н}\, t_{и}$; $\quad L_{э2} = 1{,}92\, L_{э1}$;

$L_{э3} = 0{,}443\, L_{э1}$; $\quad L_{э4} = 0{,}187\, L_{э1}$;

$L_{э5} = 0{,}085\, L_{э1}$; $\quad C_{э1} = 0{,}48\, t_{и}/R_{н}$;

$C_{э2} = 0{,}51\, C_{э1}$; $\quad C_{э3} = 0{,}54\, C_{э1}$;

$C_{э4} = 0{,}57\, C_{э1}$; $\quad C_{э5} = 0{,}7\, C_{э1}$.

Форма импульса, получаемого на нагрузочном сопротивлении, при использовании цепей рассматриваемого типа совпадает с формой импульса, формируемого цепью, показанной на рис. 5-72, и характеризуется данными, приведенными в табл. 5-6..

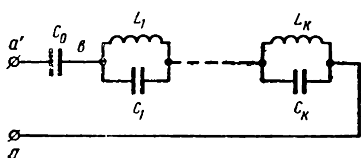


Рис. 5-74. Формирующая цепь, образованная параллельными контурами.

Второй возможный вид формирующей схемы, составленной из параллельных контуров, можно получить, если представить в виде суммы рациональных дробей входное сопротивление $Z_{вх}$ формирующего отрезка линии и сопоставить каждой из получившихся дробей сопротивление параллельного контура (аналогично тому, что было сделано выше для входной проводимости). Получающаяся при этом схема формирующей цепи приведена на рис. 5-74, а параметры ее при заданных $R_{н}$ и $t_{и}$, определяются выражениями:

$$L_{к} = \frac{R_{н}\, t_{и}}{k^2 \pi^2};\; C_{к} = \frac{t_{и}}{4R_{н}};$$

$$C_0 = \frac{t_{и}}{2R_{н}}. \qquad (5\text{-}45)$$

В этой схеме величины всех контурных конденсаторов оказываются одинаковыми, а индуктивности контурных катушек убывают обратно пропорционально квадрату номера контура. В зарядной стадии под высоким напряжением питающего источника оказывается только конденсатор C_0 (в схеме, приведенной на рис. 5-73, — только конденсатор $C_{э1}$). Указанные обстоятельства являются преимуществами схемы, приведенной на рис. 5-74, однако эта схема не находит широкого применения на практике в связи с тем, что в начале вершины формируемого ею импульса получается выброс значительной величины.

Коррекция формы вершины импульса

В ряде технических применений колебания, имеющиеся на вершине импульсов, чрезвычайно нежелательны. Так, например, если сформированный импульс используется для модуляции магнетронного генератора, то колебания на его вершине влекут за собой электронное смещение частоты генератора, что в свою очередь требует расширения полосы пропускания приемного устройства и, ухудшая отношение сигнал/шум сокращает дальность действия всей системы.

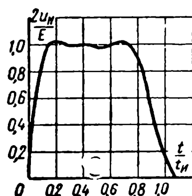
Существует несколько методов коррекции формы вершины импульса.

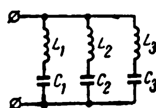
Простейший метод, широко используемый при применении формирующих схем лестничного типа (рис. 5-71), заключается в том, что в первую (считая от нагрузочного сопротивления) ячейку схемы включается дополнительная индуктивность $L_{доп}$ (увеличивается индуктивность этого звена схемы). Вершина сформированного импульса получается тем более гладкой, чем большее значение имеет $L_{доп}$. Практически колебания на вершине устраняются уже при $L_{доп} = L$. Применение корректирующих индуктивностей $L_{доп}$ связано, однако, с увеличением активной длительности фронта формируемого цепью импульса в $1 + L_{доп}/L$ раз. Это ограничивает возможность коррекции указанным способом формы вершины импульса.

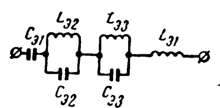
Достаточно эффективный метод коррекции формы вершины импульса предложен Ф. В. Лукиным. Аппроксимируя переходные характеристики формирующих линий специальными тригонометрическими суммами (рис. 5-72), получим следующие выражения:

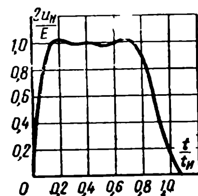
$$L_{к} = \frac{R_{н}\, t_{и}}{\pi \cos \dfrac{k\pi}{2n+1}} \times$$

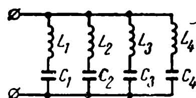
$$\times \sum_{m=1}^{n} \frac{(-1)^{m+1} \cos \dfrac{m\pi}{2n+1}}{2m-1};$$











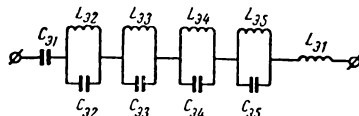


Рис. 5-75. Форма импульсов, схема и параметры формирующих линий при коррекции вершины импульса методом Ф. В. Лукина.

а — схема с тремя контурами:

$$L_1=\frac{0,82R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad L_2=\frac{1,2R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad L_3=\frac{3,3R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad C_1=\frac{t_{\text{и}}}{0,82\pi R_{\text{н}}};\quad C_2=\frac{t_{\text{и}}}{1,2\pi\cdot 9R_{\text{н}}};\quad C_3=\frac{t_{\text{и}}}{3,3\pi\cdot 25R_{\text{н}}};$$

$$L_{\text{э}1}=0,135R_{\text{н}}\,t_{\text{и}};\quad L_{\text{э}2}=0,57L_{\text{э}1};\quad L_{\text{э}3}=0,09L_{\text{э}1};\quad C_{\text{э}1}=0,402\,\frac{t_{\text{и}}}{R_{\text{н}}};\quad C_{\text{э}2}=C_{\text{э}1};\quad C_{\text{э}3}=0,89C_{\text{э}1};$$

б — схема с четырьмя контурами:

$$L_3=\frac{0,81R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad L_2=\frac{0,99R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad L_3=\frac{1,52R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};\quad L_4=\frac{4,37R_{\text{н}}\,t_{\text{и}}}{\pi};$$

$$C_1=\frac{t_{\text{и}}}{0,81\pi R_{\text{н}}};\quad C_2=\frac{t_{\text{и}}}{0,99\pi\cdot 9R_{\text{н}}};\quad C_3=\frac{t_{\text{и}}}{1,52\pi\cdot 25R_{\text{н}}};\quad C_4=\frac{t_{\text{и}}}{4,37\pi\cdot 49R_{\text{н}}};$$

$$L_{\text{э}1}=0,102R_{\text{н}}\,t_{\text{и}};\quad L_{\text{э}2}=0,832L_{\text{э}1};\quad L_{\text{э}3}=0,171L_{\text{э}1};\quad L_{\text{э}4}=0,04L_{\text{э}1};$$

$$C_{\text{э}1}=0,44\,\frac{t_{\text{и}}}{R_{\text{н}}};\quad C_{\text{э}2}=0,53C_{\text{э}1};\quad C_{\text{э}3}=0,646C_{\text{э}1};\quad C_{\text{э}4}=1,23C_{\text{э}1}.$$

$$C_{\text{к}}=\frac{t_{\text{и}}\cos\dfrac{k\pi}{2n+1}}{\pi R_{\text{н}}(2k-1)^2\times}\ldots\rightarrow$$

$$\leftarrow\ldots\frac{1}{\times\sum\limits_{m=1}^{n}\dfrac{(-1)^{m+1}\cos\dfrac{m\pi}{2n+1}}{2m-1}},$$

где n — число контуров формирующей схемы.

Эффективность такого метода коррекции характеризуется приведенными на рис. 5-75 формами импульсов напряжения на нагрузочном сопротивлении в схемах, построенных рассматриваемым способом. Там же указаны параметры контуров формирующих схем.

Наиболее эффективным методом коррекции формы вершины импульса является метод гладкой аппроксимации переходной характеристики формирующей линии, предложенной О. Н. Литвиненко [Л. 4.]. Параметры контуров, входящих в изображенную на рис. 5-72 формирующую цепь, рассчитываются при таком способе коррекции из соотношений:

$$L_{\text{к}}=\frac{R_{\text{н}}(-1)^{k+1}\prod\limits_{m=1}^{n}\left(1-\dfrac{\omega_k^2}{\omega_m^2}\right)}{\omega_k};$$

$$C_{\text{к}}=\frac{(-1)^{k+1}}{R_{\text{н}}\,\omega_k\prod\limits_{m=1}^{n}\left(1-\dfrac{\omega_k^2}{\omega_m^2}\right)},$$

где

$$\omega_k=\frac{\pi}{t_з}\left(k-\frac{1}{2}\right),\quad k=1,2,\ldots,n.$$

Форма импульсов, получаемых при рассматриваемом методе коррекции, а также параметры элементов формирующей схемы приведены в табл. 5-7.

Таблица 5-7

Форма импульса	Формирующая схема	Расчетные формулы
		$L_1 = \frac{8R_н t_л}{9\pi}$; $L_2 = 3L_1$ $C_1 = \frac{9t_и}{8\pi R_н}$; $C_2 = \frac{C_1}{27}$
		$L_1 = \frac{64 R_н t_и}{75\pi}$; $L_2 = 2L_1$; $L_3 = L_1$ $C_1 = \frac{75 t_и}{64\pi R_н}$; $C_2 = \frac{C_1}{18}$; $C_3 = \frac{C_1}{250}$
		$L_1 = \frac{1\,024 R_н t_и}{1225\pi}$; $L_2 = \frac{5L_1}{3}$; $L_3 = 5L_1$; $L_4 = 35 L_1$ $C_1 = \frac{1\,225 t_и}{1\,024 R_н}$; $C_2 = \frac{C_1}{15}$; $C_3 = \frac{C_1}{125}$; $C_4 = \frac{C_1}{1\,715}$

Коррекция формы вершины импульса (любым из рассмотренных способов), улучшая форму этой вершины, увеличивает активную длительность фронта формируемого импульса, которую можно скомпенсировать лишь увеличением количества входящих в формирующую цепь контуров.

Подробное рассмотрение вопроса о коррекции вершины импульсов приводится в [Л.4].

5-11. НЕОДНОРОДНЫЕ ЛИНИИ

Неоднородными линиями называются такие линии, у которых первичные параметры (в линиях без потерь — индуктивность L и емкость C) неравномерно распределены по длине. В связи с этим и волновое сопротивление линии, определяемое, как и в случае однородных линий, отношением напряжения к току в прямой волне (без учета отражений), является функцией координаты сечения линии. Так как при распространении сигнала вдоль неоднородной линии частичные его отражения происходят во всех сечениях линии, физически волновое сопротивление есть сопротивление, встречаемое фронтом распространяющейся вдоль линии волны.

В неоднородных линиях без потерь волновое сопротивление имеет активный характер и определяется отношением

$$W(x) = \sqrt{\frac{L(x)}{C(x)}}.$$

В общем случае функцией координаты является и скорость

$$v = \frac{1}{\sqrt{L(x)\,C(x)}},$$

характеризующая скорость распространения фронта волны в линии.

Важнейшим параметром неоднородной линии является закон изменения ее волнового сопротивления $W(x)$ или в более общем случае $W(\tau)$, где $\tau = \int\limits_0^x \frac{d\varepsilon}{v(\varepsilon)}$ — время распространения фронта волны от начала линии ($x=0$) до точки с координатой x.

Возможность в широких пределах варьировать закон изменения волнового сопротивления неоднородных линий порождает и чрезвычайное многообразие свойств, которыми могут обладать эти линии [Л.4].

Спектры неоднородных линий

Отрезок однородной линии характеризуется бесконечно большим количеством резонансных частот (под резонансными частотами здесь понимаются частоты, на которых входное сопротивление отрезка линии без потерь обращается в бесконечность), причем все резонансные частоты линии связаны между собой зависимостью

$$\omega_k = \omega_0 (2k - 1), \qquad (5\text{-}46)$$

где ω_0 — основная резонансная частота отрезка линии;

K — любое целое число — 1, 2, 3...

Совокупность всех резонансных частот отрезка линии принято называть **частотным спектром** этого отрезка. Таким образом, выражение (5-46) определяет частотный спектр (или просто спектр) отрезка однородной линии.

В отличие от этого спектры неоднородных линий образуются не обязательно частотами, находящимися между собой в кратных соотношениях.

Для того чтобы любой наперед заданный ряд чисел $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < ...$ представлял собой спектр разомкнутого на конце отрезка некоторой неоднородной линии, волновое сопротивление которого на полуинтервале $0 \leqslant \tau < t_з$ не обращается ни в нуль, ни в бесконечность, необходимо и достаточно, чтобы выполнились следующие условия:

$$1)\ 0 < M_1 \leqslant \lim_{k\to\infty} \frac{\omega_к}{k} \leqslant M_2 < \infty;$$

$$2)\ \text{ряд} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{[N'(\omega_k)]^2}\,^*,$$

где $N(\omega) = \omega \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2}\right)$

должен быть расходящимся.

Для того чтобы любой наперед заданный ряд чисел $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < ...$ представлял собой спектр замкнутого на конце отрезка некоторой неоднородной линии, волновое сопротивление которого на полуинтервале $0 \leqslant \tau < t_з$ не обращается ни в нуль, ни в бесконечность, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$1)\ 0 < M_1 \leqslant \lim_{k\to\infty} \frac{\omega_к}{k} \leqslant M_2 < \infty;$$

$$2)\ \text{ряд} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{[N(\omega_k)]^2},$$

где $N(\omega) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2}\right)$

должен быть расходящимся.

Входное сопротивление разомкнутого на конце отрезка неоднородной линии может быть представлено следующей суммой:

$$Z_{вх}(p) = \frac{a_0}{p} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p\,a_к}{p^2 + \omega_k^2}, \qquad (5\text{-}47)$$

где все $a_к$ положительны и при $k \to \infty$ не обращаются ни в нуль, ни в бесконечность.

Можно показать, что если заданы два произвольных ряда чисел $0 < \omega_1 < \omega_2 < ... < \omega_к < ...$ и $a_1, a_2, ..., a_к, ...$, удовлетворяющих оговоренным выше условиям, то существует такой закон изменения волнового сопротивления неоднородной линии, при котором входное сопротивление разомкнутого отрезка этой линии будет описываться выражением (5-47) с заданными значениями ω_k и a_k. При этом волновое сопротивление линии во всех точках полуинтервала $0 \leqslant \tau < t_з$ будет конечной и отличной от нуля величиной.

Входное сопротивление короткозамкнутого отрезка неоднородной линии представляется суммой:

$$Z_{вх}(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p\,a_к}{p^2 + \omega_k^2}. \qquad (5\text{-}47а)$$

Аналогично указанному выше можно показать, что для любых удовлетворяющих указанным условиям $\omega_1 < \omega_2 < ... < \omega_k ...$ и $a_1, a_2, ..., a_k ...$ существует такой закон изменения волнового сопротивления неоднородной линии, при котором короткозамкнутый ее отрезок имеет входное сопротивление, совпадающее с (5-47а) при заданных значениях ω_k и a_k. При этом волновое сопротивление линии во всех точках полуинтервала $0 \leqslant \tau < t_з$ будет конечной и отличной от нуля величиной.

Приведенные условия являются условиями реализуемости отрезков линий с заданным входным сопротивлением.

Формирование импульсов

В отличие от однородных неоднородные линии позволяют формировать импульсы не только прямоугольной формы и не только на чисто активном сопротивлении нагрузки. Они открывают возможности для формирования импульсов сложной формы на комплексных нагрузках. На рис. 5-76 приведена общая принципиальная схема формирования, в которой отрезок неоднородной линии заменен его входным сопротивлением $Z_{вх}(p)$ и генератором э. д. с. E, учитывающим начальный заряд линии. Если сопротивление нагрузки $Z_н(p)$ и потребная форма импуль-

* Здесь и далее штрих обозначает дифференцирование по координате (например, $N'(\tau) = dN/d\tau$).

са, описывается функцией $U_н(p)$ заданы, то может быть определено входное сопротивление линии, при котором состоится заданное формирование:

$$Z_{вх}(p) = Z_н(p)\left(\frac{E}{U_н(p)} - 1\right).$$

Полученное таким образом значение $Z_{вх}(p)$ следует представить в виде суммы 5-47 и вычислить входящие в эту сумму величины

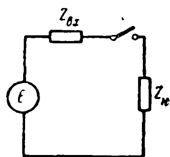


Рис. 5-76. Общая схема формирования импульсов.

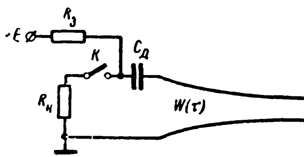


Рис. 5-77. Формирующее устройство с дополнительным конденсатором и отрезком параболической линии.

ω_k и α_k. Если получившиеся значения ω_k и α_k удовлетворяют приведенным выше условиям реализуемости линий, то формирующее устройство может быть выполнено на основе отрезка линии с плавно изменяющимися по длине параметрами. Методы определения закона изменения волнового сопротивления линии по заданному входному сопротивлению отрезка этой линии изложены в [Л.4].

Рассмотрим некоторые представляющие практический интерес частные случаи.

Формирование прямоугольного импульса на активном сопротивлении в схеме с дополнительным конденсатором. При формировании на активном сопротивлении прямоугольных импульсов с высокой амплитудой по конструктивным соображениям желательно понизить зарядное напряжение линии. Этого можно добиться, если в формирующее устройство последовательно с отрезком линии включить дополнительный конденсатор $C_д$ (рис. 5-77). В зарядной стадии напряжение питающего источника делится между емкостями дополнительного конденсатора и отрезка линии обратно пропорционально величинам этих емкостей. Варьируя величину емкости конденсатора $C_д$, можно установить любую (включая нуль) величину зарядного напряжения отрезка линии. Можно показать, что для того чтобы форма импульса на сопротивлении $R_н$ была прямоугольной, волновое сопротивление формирующего отрезка линии должно при этом изменяться по параболическому закону

$$W(\tau) = W(0)\left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^2; \quad W(0) = R_н, \tag{5-48}$$

где $T = R_н C_д$.

Формирование прямоугольного импульса на активном сопротивлении, шунтированном индуктивностью. В схемах формирования прямоугольных импульсов активное сопротивление нагрузки часто включается в формирующую цепь через импульсный трансформатор. В этом случае эквивалентная схема нагрузки линии в области низких частот образуется параллельно включенными сопротивлениями

$$R_н' = \frac{R_н}{q_т^2}$$

($q_т$ — коэффициент трансформации трансформатора; $R_н$ — сопротивление нагрузки) и индуктивностью L, примерно равной индуктивности первичной обмотки трансформатора. Если формирующее устройство собрано на основе отрезка однородной линии, то вершина импульса будет спадающей (рис. 5-78), причем величина «завала» вершины ΔU будет тем большей, чем меньше индуктивность L.

Можно показать [Л. 4], что для того чтобы на нагрузке рассматриваемого типа сформировать импульс прямоугольной формы, отрезок формирующей линии должен иметь гиперболический закон изменения волнового сопротивления:

$$W(\tau) = W(0)\frac{1}{\left(1 + \frac{R_н' \tau}{L}\right)^2};$$

$$W(0) = R_н'.$$

Следует отметить, что при применении рассматриваемого способа формирования не вся запасаемая в линии энергия $Э_л$ реали-

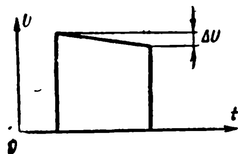


Рис. 5-78. Форма импульса на активной нагрузке, шунтированной индуктивностью, при формировании отрезком однородной линии.

зуется во время формирования импульса в нагрузочном сопротивлении $R_н$. Отношение $Э_R/Э_л$, где $Э_R$ — энергия, реализуемая в сопротивлении $R_н$ за время $t_и$, представляет собой коэффициент полезного действия формирующей цепи и является величиной, лимитирующей возможности уменьшения индуктивности первичной обмотки используемого в схеме трансформатора. Эта величина может быть определена из выражения

$$\frac{Э_R}{Э_л} = \frac{\frac{L}{R_н}\left(1 - e^{-\frac{t_и R_н'}{L}}\right)}{t_и}.$$

При $\frac{t_и R_н'}{L} \ll 1$ $\quad \frac{Э_R}{Э_л} \approx 1 - \frac{t_и R_н'}{L}$,

что совпадает с аналогичным отношением, характерным для схемы формирования с отрезком однородной линии.

Формирование прямоугольного импульса на активном сопротивлении, шунтированном индуктивностью, в схеме с дополнительным конденсатором. Если схема с дополнительным конденсатором, назначение которого состоит в понижении зарядного напряжения линии, используется для формирования прямоугольного импульса на активном сопротивлении, шунтированном индуктивностью (например, на активной нагрузке, включенной в формирующее устройство посредством импульсного трансформатора), то волновое сопротивление формирующего отрезка линии должно изменяться по закону

$$W(\tau)=\frac{R_н}{\left(1+\frac{R_н}{L}\right)^2}\left[1+\frac{L}{3C_д R_н^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{L}{3C_д R_н^2}\left(1+\frac{R_н}{L}\tau\right)^3\right]^2.$$

На рис. 5-79 приведена принципиальная схема такого формирующего устройства и показаны величины, обозначения которых входят в приведенную формулу.

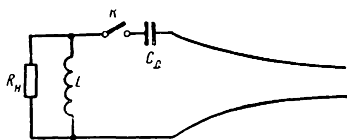


Рис. 5-79. **Формирующая схема с дополнительным конденсатором.**

Подробному рассмотрению вопроса о формировании импульсов с помощью отрезков неоднородных линий посвящены работы О. Н. Литвиненко [Л.4].

Там же подробно рассмотрены вопросы, связанные с заменой отрезков неоднородных линий с распределенными параметрами формирующими цепями с сосредоточенными параметрами, которая становится целесообразной в тех случаях, когда длительность формируемого импульса превосходит несколько десятков наносекунд.

Трансформация импульсов

Неоднородные линии с плавно изменяющимся волновым сопротивлением способны трансформировать амплитуду распространяющуюся вдоль них импульсов напряжения (тока), не искажая при этом форму фронта трансформируемого импульса (имеется в виду импульс с отвесным фронтом, например прямоугольный импульс). Это свойство неоднородных линий используется (главным образом в диапазоне наносекундных длительностей) для трансформации импульсов.

Коэффициент трансформации трансформаторов, построенных на отрезках неоднородных линий, определяется выражением

$$K=\sqrt{\frac{W(t_з)}{W(0)}},$$

где $W(0)$ и $W(t_з)$ — волновые сопротивления соответственно в начале и конце трансформирующего отрезка линии.

Коэффициент трансформации фронта импульса не зависит от закона изменения волнового сопротивления линии и определяется лишь значениями этого сопротивления в начале и конце линии-трансформатора.

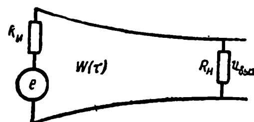


Рис. 5-80. Схема трансформации импульсов.

Вершина трансформируемого импульса в процессе такой трансформации всегда оказывается искаженной. Характер и степень искажения вершины зависят от длины отрезка линии (скорости изменения ее волнового сопротивления), закона изменения волнового сопротивления и условий нагрузки линии. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Пусть внутреннее сопротивление $R_и$ питающего линию генератора (рис. 5-80) равно нулю, а сопротивление нагрузки $R_н$ равно волновому сопротивлению линии в месте включения нагрузки ($R_н=W(t_з)$). Если оценивать степень искажения вершины импульса по значению производной

$$\left.\frac{du_{вых}}{dt}\right|_{t=t_з}$$

(в начале выходного импульса) и считать, что минимуму искажений соответствует

$$\left.\frac{du_{вых}}{dt}\right|_{t=t_з}=0, \qquad (5\text{-}48а)$$

то для получения минимальных искажений закон изменения волнового сопротивления следует выбирать из соотношения

$$\int_0^{t_з} N^2(\tau)\,d\tau+N(0)=0,$$

где $N(\tau)=W'/2W$ — функция перепада неоднородной линии.

Пример. Пусть при оговоренных выше условиях нагрузки требуется выполнить трансформатор с коэффициентом трансформации $K=2$ с минимальным (в указанном смысле) искажением вершины импульса (входной импульс имеет прямоугольную форму). Возьмем линию с функцией перепада

$$N(\tau)=\frac{2(\tau+A)-B}{(\tau+A)[(\tau+A)^3+B]}.$$

Волновое сопротивление такой линии будет меняться по закону

$$W(\tau)=W(0)\left\{\frac{[(\tau+A)^3+B]A}{(\tau+A)(A^3+B)}\right\}^2.$$

При $K=2$, для того чтобы выполнялось условие 5-48а, следует принять $A=0{,}53\ t_з$; $B=0{,}565\ t_з^3$. Нормированное значение выходного напряжения определится при этом выражением

$$\frac{u_{вых}(t)}{U_{вых.макс}}=1-2\ln\frac{\left(\frac{t}{t_з}+1{,}06\right)^3+4{,}52}{5{,}72}+$$
$$+1{,}175\frac{t}{t_з};$$

здесь $t_з$ — время задержки трансформирующего отрезка линии.

На рис. 5-81 и 5-82 приведены график изменения волнового сопротивления линии и график нормированного выходного напряжения линии-трансформатора. Как видно из

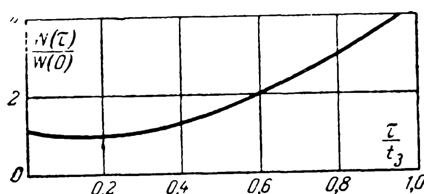


Рис. 5-81. Закон изменения волнового сопротивления трансформирующей линии.

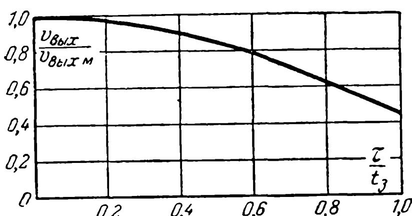


Рис. 5-82. Характеристика спада вершины трансформируемого импульса.

этого графика, при небольших длительностях трансформируемого импульса ($t_и/t_з<$ $<0{,}5$) форма вершины импульса незначительно искажается при трансформации.

Пусть внутреннее сопротивление $R_и$ питающего линию генератора (рис. 5-80) равно волновому сопротивлению линии в ее начале ($R_и=W(0)$), а сопротивление нагрузки $R_н$ — волновому сопротивлению линии в ее конце [$R_н=W(t_з)$]. В этом случае выходное напряжение линии-трансформатора связано с э. д. с. питающего источника соотношением

$$\frac{u_{вых}(t)}{U_{вых.макс}}=\frac{1}{2}\frac{e(t)}{E_{макс}}\times$$
$$\times\left(1-\frac{t}{2}\int_0^{t_з}N^2(\tau)\,d\tau\right).$$

Если на вход линии подается импульс прямоугольной формы, то вершина выходного импульса всегда оказывается спадающей. Искажения вершины можно оценивать величиной $\int_0^{t_з}N(\tau)d\tau$, считая, что форма вершины тем совершеннее, чем меньше значение этого интеграла. При таком подходе минимальные искажения получаются в случае применения линий с экспоненциальным законом изменения волнового сопротивления

$$W(\tau)=W(0)e^{\alpha\tau}.$$

Учитывая равенства $R_и=W(0)$ и $R_н=W(\tau)$, нетрудно определить нужное значение $\alpha=\frac{1}{t_з}\ln\frac{R_н}{R_и}$ и $N=\alpha/2$, а следовательно напряжение на вершине импульса, действующего на нагрузочном сопротивлении в случае подачи на вход импульса прямоугольной формы вершина импульса будет изменяться по закону

$$\frac{u_{вых}(t)}{u_{вых\cdot макс}}=1-\alpha^2t_з\frac{t}{8}.$$

В некоторых технических применениях параметры трансформирующих отрезков неоднородных линий удается выбрать таким образом, чтобы форма вершины трансформируемого импульса изменялась при трансформации в желаемом направлении. Тогда эти изменения формы используются как полезный эффект. Один из примеров такого использования рассматриваемого явления приводится ниже.

Применение отрезков неоднородных линий в качестве трансформаторов целесообразно при трансформации импульсов очень небольшой длительности (например, наносекундных импульсов), когда использование обычных импульсных трансформаторов оказывается либо невозможным, либо связано с недопустимо большими искажениями формы трансформируемого сигнала.

Вопросы, связанные с использованием отрезков неоднородных линий в качестве трансформирующих устройств, и методы отыскания нужных законов изменения волнового сопротивления линий-трансформаторов рассматриваются в [Л.4].

Формирующе-трансформирующие схемы

Стремление увеличить отношение амплитуды формируемого импульса к величине напряжения источника, питающего схему, привело к построению устройств, в которых процесс формирования импульса органически сочетается с процессом его трансформации. Один из вариантов схемы такого устройства (рис. 5-83) включает два отрезка неоднородных линий. Первый из этих от-

резков — формирующий [волновое сопротивление $W_1(\tau)$] при замыкании ключа K оказывается нагруженным на входное сопротивление второго — трансформирующего отрезка линии [волновое сопротивление $W_2(\tau)$], к выходным клеммам которого подключено сопротивление нагрузки $R_н$. При заданной величине $Z_н$ и заданной форме импульса $U(t)$, который должен быть получен на сопротивлении $Z_н$, законы изменения волновых сопротивлений $W_1(\tau)$ и $W_2(\tau)$ можно подобрать так, чтобы формирующий от-

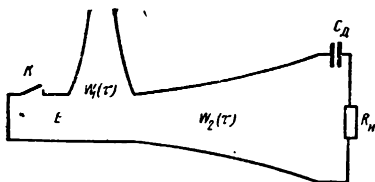


Рис. 5-83. Схема формирующе-трансформирующего устройства

резок линии создавал на входе трансформирующего отрезка импульс такой формы, которая после преобразования (искажения) ее в процессе трансформации описывалась бы заданной функцией $U(t)$. Волновые сопротивления входящих в схему отрезков линий должны изменяться в рассматриваемом случае по законам:

$$W_1(\tau) = W(0)\left(1 - \frac{|\tau|}{R_н C_д}\right)^2;$$

$$W_2(\tau) = W(0)\left(1 + \frac{\tau}{R_н C_д}\right)^2$$

(начало координат отнесено к тому сечению, в котором установлен коммутирующий прибор K). На сопротивлении $R_н$ формируется прямоугольный импульс, длительность которого равна удвоенному времени задержки формирующего отрезка линии, а амплитуда определяется выражением

$$U_н = 0{,}5E\left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2,$$

где τ_1 и τ_2 — время задержки соответственно формирующего и трансформирующего отрезков линий. Коэффициент трансформации схемы оказывается при этом зависящим от длины трансформирующего отрезка линии:

$$k = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} + 1\right)^2.$$

Подробное рассмотрение работы формирующе-трансформирующих схем содержится в [Л.4].

Оптимальные фильтры

В радиотехнической практике часто возникает задача выделения сигнала известной формы из смеси этого сигнала с «белым» шумом. Для оптимального решения этой задачи следует использовать такие фильтры, у которых коэффициент передачи описывается функцией, комплексно-сопряженной с функцией, выражающей спектр фильтруемого сигнала. Такие фильтры носят название оптимальных и характеризуются тем, что позволяют получить на выходе наибольшее, по сравнению с любыми другими фильтрами отношение сигнал/шум. Сигнал, действующий на их выходе, представляется автокорреляционной функцией входного сигнала (см. § 3-3).

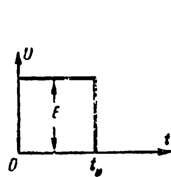


Рис. 5-84. Временное положение импульса.

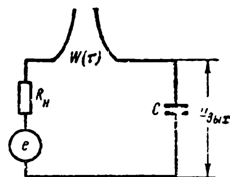


Рис. 5-85. Схема оптимального фильтра с отрезком параболической линии.

Один из возможных путей реализации оптимальных фильтров связан с использованием в них отрезков неоднородных линий или эквивалентных им схем с сосредоточенными параметрами.

Пусть фильтруемый сигнал представляющий собой прямоугольный импульс длительностью $t_и$ (рис. 5-84) подан в фильтрующую цепь с отрезком неоднородной линии (рис. 5-85). Спектр фильтруемого импульса в операторной форме определяется выражением

$$S(p) = \frac{E}{p}\left(1 - e^{-pt_и}\right).$$

Для того чтобы рассматриваемая цепь являлась оптимальным фильтром, она должна иметь коэффициент передачи

$$K(p) = A\frac{1}{p}\left(1 - e^{-pt_и}\right).$$

Следовательно, входное сопротивление включенного в схему отрезка линии $Z_{вх}(p)$ должно быть равным

$$Z_{вх}(p) = \frac{1}{CA}\left(1 - \operatorname{cth}\frac{pt_и}{2}\right) - R - \frac{1}{pC}.$$

Для того чтобы эта величина была чисто реактивной, следует положить

$$R = \frac{1}{CA}, \text{ откуда } A = \frac{1}{RC}$$

и входное сопротивление линии должно быть

$$Z_{вх}(p) = R\operatorname{cth}\frac{pt_и}{2} - \frac{1}{pC}.$$

Последнее выражение описывает входное сопротивление разомкнутого на конце отрезка линии с параболическим законом изменения волнового сопротивления, время за-

держки которого равно $t_и$ при условии $W(0)=R$. Условия реализуемости линии:

$$\frac{t_з}{RC}\leqslant 1 \text{ или } RC\geqslant t_з=\frac{t_и}{2}.$$

Максимальное значение выходного напряжения может быть получено при

$$t_з=\frac{t_и}{2}RC \text{ или } C=\frac{t_и}{2R}.$$

В качестве сопротивления R может быть использовано выходное сопротивление питающего схему источника.

В том случае если длительность $t_и$ импульса превосходит несколько сотен наносекунд, отрезок линии удобно заменить эквивалентной ему по входному сопротивлению схемой, состоящей из последовательно соединенных параллельных контуров (см. рис. 5-74). Если параметры входящих в схему контуров рассчитаны по формулам (5-45), то его входное сопротивление, измеренное точками aa', равно:

$$Z_{aa'}(p)=R\operatorname{cth}\frac{pt_и}{2},$$

а следовательно, сопротивление между точками ab определяется выражением

$$Z_{ab}(p)=R\operatorname{cth}\frac{pt_и}{2}-\frac{1}{pC},$$

а емкость конденсатора C оказывается равной $t_и/2R$. Таким образом, схема оптимального фильтра принимает вид, приведенный на рис. 5-86.

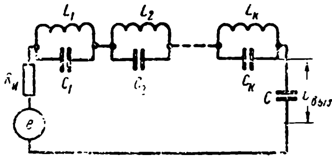


Рис. 5-86. Схема оптимального фильтра с эквивалентом отрезка параболической линии.

Опыт показывает, что для того чтобы получить достаточно хорошее с практической точки зрения приближение к оптимальному фильтру, достаточно включить в приведенную схему три-четыре параллельных контура.

Пусть фильтруемый сигнал представляет собой прямоугольный радиоимпульс и аналитически описывается выражением

$$u(t)=E[\cos\omega_0 t 1(t)-\cos\omega_0(t-t_и)\times \\ \times 1(t-t_и)].$$

Будем считать, что в импульсе укладывается целое число периодов высокочастотного колебания, т. е. что выполняется соотношение

$$\omega_0 t_и=2\pi n. \qquad (5\text{-}49)$$

Это ограничение, не являясь принципиальным, упрощает дальнейшие выкладки.

Спектр рассматриваемого сигнала в операторной форме может быть представлен в следующем виде:

$$S(\omega)=\frac{E}{2}\left[\frac{2j\omega}{\omega_0^2-\omega^2}-\frac{je^{-j(\omega-\omega_0)t_и}(\omega+\omega_0)}{\omega_0^2-\omega^2}+\frac{je^{-j(\omega+\omega_0)t_и}(\omega-\omega_0)}{\omega_0^2-\omega^2}\right]$$

или с учетом (5-49)

$$\dot S(\omega)=E\left[\frac{p}{p^2+\omega_0^2}-\frac{pe^{-pt_и}}{p^2+\omega_0^2}\right]. \qquad (5\text{-}50)$$

Если реализовать фильтрующую цепь таким образом, чтобы выходной сигнал снимался с колебательного контура, настроенного на частоту ω_0, равную частоте заполнения входного сигнала, и включенного

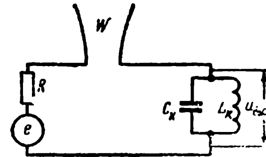


Рис. 5-87. Схема для оптимальной фильтрации прямоугольного радиоимпульса с отрезком неоднородной линии.

последовательно с отрезком неоднородной линии (рис. 5-87), то нужная для оптимальной фильтрации частотная характеристика фильтрующей цепи может быть определена путем замены в формуле (5-50) p на $-p$ и сдвига в области времени на величину $t_и$. Последнее позволяет физически реализовать цепь, которая описывается выражением

$$K(p)=B\left[\frac{p}{p^2+\omega_0^2}-\frac{pe^{-pt_и}}{p^2+\omega_0^2}\right];$$

отрезок линии должен обладать входным сопротивлением вида

$$Z_{вх}(p)=R\operatorname{cth}\frac{pt_и}{2}-\frac{Ap}{p^2+\omega_0^2},$$

где A — некоторый постоянный коэффициент.

Можно показать, что для того чтобы амплитуда выходного сигнала была мак-

симальной, значение A следует выбирать из условия

$$A = \frac{4R}{t_и}.$$

Волновое сопротивление входящего в схему фильтра отрезка неоднородной линии должно изменяться при этом по закону

$$W(\tau) = R \left\{ \frac{1 - \frac{4R}{t_и} \int\limits_0^\tau \cos \omega_0 x \, dx}{1 - \frac{4R}{t_и} \int\limits_0^\tau \sin \omega_0 x \, dx} \right\}^2.$$

При значительных длительностях фильтруемого импульса схему фильтра удобно выполнять из сосредоточенных элементов, заменяя отрезок линии цепью параллельных контуров, соединенных последовательно (см. рис. 5-74). Параметры этих контуров должны быть рассчитаны по формулам (5-45). Выходной сигнал следует снимать с того контура, собственная резонансная ча-

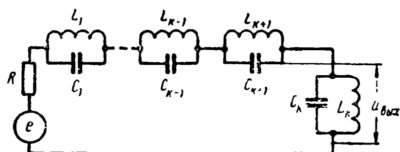


Рис. 5-88. Схема для оптимальной фильтрации прямоугольного радиоимпульса с эквивалентом отрезка неоднородной линии.

стота которого совпадает с несущей частотой радиоимпульса. Вместо $t_и$ в выражения (5-45) следует подставлять длительность радиоимпульса. На рис. 5-88 приведена схема фильтра в такой реализации.

5-12. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Электрические системы, в которых хотя бы один из параметров (сопротивление, емкость, индуктивность) является переменным (зависящим от времени), называются цепями с переменными параметрами или **параметрическими цепями**.

Если параметры зависят только от времени и не зависят от режима работы, система является линейной. Следует заметить, что в ряде случаев к рассмотрению линейных систем с периодически меняющимися параметрами сводится анализ нелинейных систем, находящихся под воздействием двух сигналов, один из которых значительно превышает другой.

С помощью параметрических систем, в которых переменным является активное сопротивление, могут осуществляться, например, такие преобразования сигналов: детектирование, выпрямление, амплитудная модуляция, различного рода преобразования частоты и т. д.

В цепях с переменными реактивными элементами, способными запасать и отдавать энергию, при определенных условиях могут происходить усиление и возбуждение колебаний. Это может быть связано с появлением в системе отрицательного сопротивления, описывающего формально физический процесс внесения колебательной энергии в систему за счет работы сил, периодически изменяющих параметр, и свидетельствует о наличии так называемой параметрической регенерации колебаний данной частоты. Под регенерацией, как известно, понимается процесс частичного восполнения теряемой в системе энергии.

Математическое описание процессов, происходящих в параметрических цепях, сводится к линейным уравнениям с переменными коэффициентами: в простейших случаях — к алгебраическим, а в более сложных — к дифференциальным. Теория этих уравнений относительно сложна и недостаточно разработана, поэтому общего метода решения подобных уравнений не существует. Имеется лишь достаточно полная теория уравнения Хилла, имеющего вид:

$$x'' + [a + qf(t)]\, x = 0,$$

где $f(t)$ — периодическая функция времени.

Частный вид уравнения Хилла

$$x'' + (a + 2q \cos 2t)\, x = 0 \quad (5\text{-}51)$$

называется уравнением Матье. Эти уравнения успешно применяются при анализе усиления и возбуждения колебаний за счет периодического изменения параметров [Л. 1].

Параметрическое усиление и возбуждение колебаний

Рассмотрим колебательный контур, емкость которого является периодической функцией времени. Аналогичный анализ может быть проведен и для переменной во времени индуктивности (рис. 5-89).

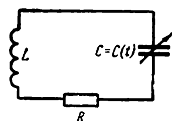


Рис. 5-89. Колебательный контур с переменной во времени емкостью.

Уравнение напряжений для этой схемы имеет вид:

$$Lq'' + Rq' + \frac{1}{C(t)} = 0, \quad (5\text{-}52)$$

где q — заряд на емкости.

Пусть периодическое изменение емкости контура осуществляется по синусоидальному закону с помощью напряжения с частотой $\omega_н$ и пусть зависимость емкости от напряжения имеет вид:

$$C = f(u) = a_0 + a_1 U_C + a_2 U_C^2 + \cdots \quad (5\text{-}53)$$

Такой случай может быть, например, если в качестве емкости контура используется зависящая от напряжения емкость *p-n* перехода полупроводникового диода, смещенного в обратном направлении. Подставляя в выражение (5-53) значения $U_C = U\cos\omega_н t$ и заменяя степенной ряд соответствующим рядом Фурье, получаем:

$$C(t) = C_0 + C_1\cos\omega_н t + C_2\cos 2\omega_н t + \cdots$$

Ограничиваясь двумя первыми членами, выразим емкость контура в виде

$$C(t) = C_0(1 + m\cos\omega_н t), \qquad (5\text{-}54)$$

где

$m = C_1/C_0$ — коэффициент модуляции емкости. (5-55)

С учетом выражения (5-55) и в предположении, что $m \ll 1$, соотношение (5-52) может быть переписано в виде

$$q'' + 2\delta q' + \omega_0^2(1 + m\cos\omega_н t)q = 0, \qquad (5\text{-}56)$$

где

$$2\delta = \frac{R}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC_0}.$$

С помощью подстановки

$$q = ye^{-\delta t},$$

уравнение (5-56) сводится к виду

$$y'' + (\omega_1^2 + m\omega_0^2\cos\omega_н t)\,y = 0, \qquad (5\text{-}57)$$

не содержащему члена с первой производной. В этом уравнении $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ — собственная частота контура с параметрами L, R и C_0.

Если в уравнении (5-56) положить $\omega_н t = 2\tau$ (τ — безразмерное время) и заменить производную по t производной по τ, получим:

$$y'' + 4\left(\frac{\omega_1^2}{\omega^2} + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}m\cos 2\tau\right)y = 0. \qquad (5\text{-}58)$$

Сравнение уравнений (5-58) и (5-51) свидетельствует о том, что уравнение (5-58) является уравнением Матье. Общее решение такого уравнения складывается из двух независимых решений в виде

$$y = Ae^{\mu\tau}\Phi_1(\tau) + Be^{-\mu\tau}\Phi_2(\tau); \qquad (5\text{-}59)$$

здесь A и B — произвольные постоянные; Φ_1 и Φ_2 — периодические функции времени с периодом π или 2π, а μ — показатель, определяемый коэффициентами ω_1^2/ω^2 и ω_0/ω^2 уравнения (5-58).

Вопрос о самовозбуждении или об усилении в системе, описываемой уравнением (5-58), сводится к нахождению тех условий, при которых решения становятся неустойчивыми. Очевидно, что если μ является действительным и не равным нулю числом, то одно из слагаемых выражения (5-59) неограниченно возрастает с увеличением τ, что свидетельствует о неустойчивости решения. Анализ показывает, что в случае неустойчивости выполняется неравенство

$$|\mu| > \frac{2\delta}{\omega_н}. \qquad (5\text{-}60)$$

Это неравенство является условием самовозбуждения рассматриваемого контура.

Результаты приближенного анализа неустойчивости решений уравнения (5-58) представлены на рис. 5-90. По оси абсцисс отложено отношение удвоенной частоты собственных колебаний контура к частоте модуляции параметра. По оси ординат отложены значения коэффициента модуляции m. Заштрихованные области являются областями неустойчивости, соответствующими параметрическому возбуждению. Кривые, отделяющие заштрихованную часть от незаштрихованной, представляют собой геометрические места критических значений коэффициента $m_{кр}$, при превышении которых система возбуждается. Из приведенных графиков следует, что колебания легче всего возбуждаются на частоте, равной половине частоты модуляции параметра:

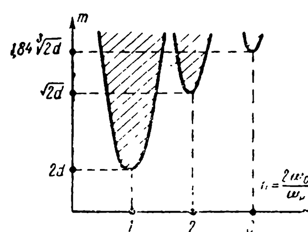


Рис. 5-90. Области неустойчивости системы с периодически изменяющейся реактивностью.

$$\omega_0 = \frac{1}{2}\omega_н. \qquad (5\text{-}61)$$

При этом, как показывает расчет,

$$m > 2d, \qquad (5\text{-}62)$$

где d — затухание контура.

При значениях $m < m_{кр}$ в системе будет наблюдаться усиление. Границы областей возбуждения при заданном затухании зависят от глубины модуляции параметра m. С ростом активного сопротивления контура области возбуждения сужаются. Частоты, при которых возможно возбуждение, лежат около значений

$$2\frac{\omega_0}{\omega_н} = n, \text{ где } n = 1, 2, 3 \ldots.$$

Заметим, что чем больше номер гармоники, на которой возбуждаются колебания, тем большая глубина модуляции требуется для их возбуждений. Например, для второй области неустойчивости необходима модуляция $m > \sqrt{2d}$, для третьей $m > 1{,}84\sqrt[3]{d}$ и т. д.

С помощью приведенного анализа найдено условие возбуждения колебаний в системе, но не определен установившийся режим. В линейной системе нарастание амплитуды колебаний могло бы происходить безгранично. Для ограничения амплитуды в цепь обычно вводится нелинейный элемент с соответствующим видом нелинейности.

Таким образом, в системах с периодически изменяющимися реактивностями, способными накапливать энергию, возможна параметрическая регенерация. При этом необходимая для регенерации энергия по-

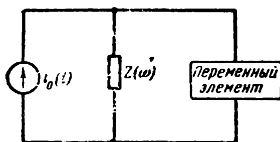


Рис. 5-91. Обобщенная эквивалентная схема системы, содержащей периодически изменяющийся элемент.

ставляется генератором, осуществляющим изменение параметра. В случае когда энергия, поступающая в систему, превосходит теряемую, происходит самовозбуждение.

Поскольку передача энергии от генератора в систему, вызывающая эффект усиления, эквивалентна внесению в систему отрицательного сопротивления (регенеративный эффект), усилители, работающие с использованием этого эффекта, называют регенеративными параметрическими усилителями или просто параметрическими усилителями.

Понятие отрицательного сопротивления или отрицательной проводимости оказывается весьма полезным для описания процесса параметрической регенерации с при-

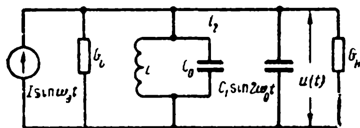


Рис. 5-92. Эквивалентная схема параметрического усилителя. $G_и$ — проводимость источника; $G_н$ — проводимость нагрузки.

менением более простых частотных методов анализа. Простейший пример, на котором будет проиллюстрировано это положение, приведен на рис. 5-91. С помощью подобной схемы может быть представлена любая линейная система, содержащая только один периодически меняющийся элемент (R, L или C) и произвольное количество источников. Весьма простой приближенный метод анализа этой схемы основывается на предположении, что напряжение $u(t)$ содержит конечное число частотных составляющих, или, иными словами, полное сопротивление цепи $Z(\omega)$ равно нулю на всех частотах, за исключением некоторого конечного числа частот.

Эквивалентная схема параметрического усилителя для подобного случая приведена на рис. 5-92. Переменная емкость для наглядности представлена в виде двух частей: постоянной составляющей C_0 и переменной составляющей $C_1 \sin 2\omega_0 t$:

$$0 < C_1 < C_0.$$

Следует заметить, что в процессе усиления участвует лишь переменная часть емкости; постоянная же ее часть C_0 влияет лишь на результирующую емкость контура, определяя его резонансную частоту $\omega_0 = = 1\sqrt{LC_0}$. С учетом резонансных свойств контура можно полагать, что для всех частотных составляющих напряжения $u(t)$, отличных от ω_0, контур является как бы коротким замыканием. Представим напряжение $u(t)$ в форме

$$u(t) = U \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Тогда в соответствии с законом Кирхгофа уравнение схемы может быть записано в виде

$$I \sin \omega_0 t = (G_и + G_н)\, u(t) + \frac{d}{dt}(u C_1 \sin 2\omega_0 t) + i_Z$$

или

$$I \sin \omega_0 t = (G_и + G_н)\, U \sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{C_1 U \omega_0}{2}[3 \sin(3\omega_0 t + \varphi) - \sin(\omega_0 t - \varphi)] + i_Z. \quad (5\text{-}63)$$

Для того чтобы уравнение (5-63) удовлетворяло всем значениям t, необходимо, чтобы

$$i_Z = -\frac{3C_1 U\omega_0}{2} \sin(3\omega_0 t + \varphi).$$

Полагая $\varphi = 0$, получаем следующее значение для амплитуды напряжения $u(t)$:

$$U = \frac{1}{G_и + G_н - \frac{1}{2} C_1 \omega_0}. \quad (5\text{-}64)$$

Из уравнения (5-64) следует, что в результате периодического изменения емкости в контур вносится отрицательная проводимость — G, определяемая соотношением

$$-G = -\frac{1}{2} C_1 \omega_0. \quad (5\text{-}65)$$

Полученное выражение может быть переписано с учетом соотношения (5-65) в виде

$$-G = -\frac{1}{2}\omega_0 C_0 m. \quad (5\text{-}66)$$

Отсюда следует, что величина отрицательной проводимости пропорциональна глубине модуляции параметра m.

Проведенный анализ позволяет качественно определить величину коэффициента усиления по мощности, получаемого в рассмотренной цепи. Действительно, в отсутствие параметрической регенерации и в предположении режима согласования ($G_н = G_и$) мощность, отдаваемая источником в нагрузку, равна:

$$P = \frac{I^2}{4G'_и}. \qquad (5\text{-}67)$$

В случае параметрической регенерации

$$P = \frac{I^2}{4(G_н - G)}. \qquad (5\text{-}68)$$

Из сравнения соотношений (5-67) и (5-68) следует, что коэффициент усиления по мощности (K_P) схемы, приведенной на рис. 5-64, определяется выражением

$$K_P = \frac{G_н}{G_н - G}. \qquad (5\text{-}69)$$

Заметим, что по мере увеличения регенерации (увеличения значения m) $G \to G_н$ и коэффициент усиления по мощности может принимать бесконечно большое значение, что свидетельствует о возбуждении усилителя.

Рассмотренные примеры относились к случаю, когда частота периодического изменения реактивного элемента в целое число раз превосходила резонансную частоту системы, содержащей этот элемент. Однако в действительности параметрическая регенерация возможна и при произвольном соотношении названных частот. Для подтверждения этого положения целесообразно рассмотреть энергетические соотношения в цепях с переменными параметрами.

Энергетические соотношения в цепях с переменными реактивными параметрами

Основные энергетические соотношения для переменных реактивностей без потерь, находящихся под воздействием нескольких напряжений с различными частотами, могут быть описаны с помощью соотношений Мэнли — Роу [Л. 2]. Следует отметить, что эти соотношения получены для нелинейных реактивностей. Однако можно показать, что рассмотрение нелинейной реактивности, находящейся под воздействием двух напряжений высокой частоты, одно из которых значительно меньше другого, может быть сведено к анализу линейной, но переменной во времени реактивности.

Действительно, пусть два напряжения, воздействующих на реактивность, имеют вид:

$$u_1 = U_1 \cos \omega t \text{ и } u_2 = U_2 \cos 2\omega t,$$

причем $U_1 \ll U_2$.

Рассмотрим, например, случай нелинейной емкости (подобный анализ может быть проведен и для нелинейной индуктивности). Заряд на емкости можно разложить в ряд Тейлора относительно точки с напряжением u_2 и рассматривать только первые два члена

$$q(u) \approx q(u_2) + \frac{dq}{dv}(u_2)\, u_1.$$

Для удобства выразим емкость в виде

$$C(u_2) = \frac{dq}{du}(u_2).$$

Ток через емкость определяется производной заряда по времени

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} q(u_2) + \frac{d}{dt}[C(u_2) U_1 \cos \omega t]. \qquad (5\text{-}70)$$

Поскольку емкость $C(u_2)$ изменяется во времени периодически с частотой 2ω, ее можно разложить в ряд Фурье, выбрав начало отсчета для функции $C(u_2)$ таким образом, чтобы она была четной. При этом

$$C(u_2) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\omega t.$$

В этом приближении емкость $C(u_2)$ можно рассматривать как изменяющуюся во времени линейную емкость, поскольку второй член соотношения (5-70) можно представить в форме

$$\frac{d}{dt}[C(t)\, u(t)].$$

Коэффициенты C_n можно рассматривать как амплитуды гармоник изменяющейся во времени емкости: C_0 — постоянная составляющая, C_1 — амплитуда изменения на частоте 2ω и т. д. [именно так мы и поступали при анализе дифференциального уравнения контура [см. соотношения (5-53), (5-54)].

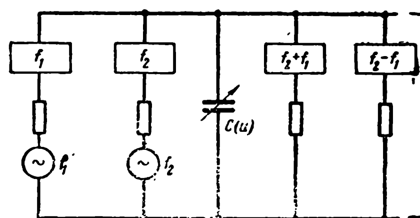


Рис. 5-93. Схема преобразования энергии нелинейной реактивностью.

Перейдем к соотношениям Мэнли — Роу. Рассмотрим для этого рис. 5-93, на котором изображены два генератора гармонических колебаний с частотами f_1 и f_2, подсоединенных к емкости $C(u)$, к которой также подсоединен бесконечный ряд сопро-

тивлений нагрузки и полосовых фильтров. Каждый из этих фильтров настроен на одну из различных комбинационных частот, которые будут возникать в подобной системе. Условимся считать мощность, поступающую в нелинейную реактивность, положительной, а мощность, отдаваемую реактивностью в цепь, — отрицательной.

В этом случае справедливы следующие соотношения:

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{mP_{m,n}}{mf_1+nf_2}=0; \qquad (5\text{-}71)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{8}\frac{nP_{m,n}}{mf_1+nf_2}=0, \qquad (5\text{-}72)$$

где $P_{m,n}$ — поток мощности, поступающий в реактивность на частотах mf_1+nf_2.

Приведенные соотношения не зависят от типа применяемых реактивностей, а также формы их характеристик.

Рассмотрим частный случай, когда в системе существуют колебания только на четырех частотах: частоте сигнала f_c, частоте местного генератора, который назовем генератором накачки, $f_н$, так называемой суммарной частоте f_+, определяемой равенством $f_+=f_н+f_c$, и разностной частоте $f_-=f_н-f_c$. Этим частотам соответствуют мощности P_c, $P_н$, P_+ и P_-. При этом соотношения (5-71) и (5-72) примут вид:

$$\frac{P_н}{f_н}+\frac{P_+}{f_+}+\frac{P_-}{f_-}=0; \qquad (5\text{-}73)$$

$$\frac{P_c}{f_c}+\frac{P_+}{f_+}-\frac{P_-}{f_-}=0. \qquad (5\text{-}74)$$

Эти соотношения поясняют принцип преобразования энергии в нелинейных реактивностях. Если такая реактивность не обладает потерями, то сумма мощностей, протекающих через нее на различных частотах, должна быть равна нулю. Из этих же уравнений следует, что если реактивный элемент поглощает мощность от генератора накачки, то при определенных условиях он способен отдавать мощность на частоте сигнала, а также и на других частотах. Положим, например, что $f_1=f_c$, $f_2=f_н$, а выходной частотой системы является разностная частота $f_-=f_н-f_c$. При этом соотношения (5-73) и (5-74) упростятся (члены на суммарной частоте исключатся благодаря резонансным свойствам выходного контура, настроенного на разностную частоту):

$$\frac{P_н}{f_н}+\frac{P_-}{f_-}=0; \qquad (5\text{-}75)$$

$$\frac{P_н}{f_н}-\frac{P_-}{f_-}=0. \qquad (5\text{-}76)$$

Мощность генератора накачки всегда положительна, поскольку она поступает к нелинейной мощности. Тогда, чтобы соотношение (5-75) удовлетворялось, второй его член должен быть отрицательным. Отрицательный знак означает мощность, отдаваемую реактивностью во внешнюю цепь на разностной частоте f_-. Из уравнения (5-76) следует, что первый его член, характеризующий мощность на частоте сигнала, также отрицателен. Он соответствует мощности, отдаваемой во внешнюю цепь на частоте f_c. Таким образом, в данном случае энергия генератора накачки с помощью нелинейной емкости преобразуется в мощности на частоте сигнала и на разностной частоте. Вследствие этого при подведении к рассматриваемой системе мощности на частотах f_c или f_- будет происходить усиление, величина которого может быть определена с помощью приведенных соотношений. Например, коэффициент усиления по мощности на частоте f_- определяется из соотношения

$$P_-=P_c\frac{f_-}{f_c}=P_cK_P,$$

где $K_P=f_-/f_c$ — коэффициент усиления по мощности.

Таким образом, проведенный анализ подтверждает принципиальную возможность параметрической регенерации в цепях с периодически изменяющимися параметрами при произвольных соотношениях частот сигнала и генератора накачки.

Следует отметить, что в принципе процесс параметрического усиления может быть осуществлен при весьма низком уровне шумов усилителя, поскольку рассмотренный механизм усиления не связан с транспортировкой зарядов и соответствующими ей дробовыми шумами. Шумы же, возникающие вследствие активных потерь в реактивности, при рациональной технологии изготовления последней могут быть доведены до очень малых значений.

Рассмотренные здесь принципы реализованы в малошумящих параметрических усилителях СВЧ.

Цепи с переменным активным сопротивлением

Линейные цепи с переменными параметрами могут быть использованы для различных преобразований электрических колебаний, происходящих с изменением их частоты. С математической точки зрения подобное преобразование сводится к перемножению двух синусоидальных функций времени с различными частотами.

Рассмотрим, например, процесс синхронного детектирования АМ колебания. Для этого воспользуемся схемой, приведенной на рис. 5-94. Пусть на эту цепь воздействует модулированное колебание вида

$$E=E_0\left[1+mf(t)\right]\sin\omega_0 t. \qquad (5\text{-}77)$$

Если переменное сопротивление цепи изменяется периодически с той же частотой ω_0, проводимость ее может быть представлена в форме

$$Y = Y_0 (1 + n \sin \omega_0 t). \qquad (5\text{-}78)$$

Таким образом, предполагается, что проводимость изменяется синхронно и синфазно с напряжением несущей частоты. Выражение для тока в цепи можно получить, перемножив соотношения (5-57) и (5-58).

$$I = EY = E_0 Y_0 \{[1 + mf(t)] \sin \omega_0 t - \frac{n}{2}[1 + mf(t)] \cos 2\omega_0 t + \frac{n}{2}[1 + mf(t)]\}. \qquad (5\text{-}79)$$

Первое слагаемое представляет собой исходное модулированное колебание, спектр которого симметричен относительно частоты ω_0; спектр второго слагаемого расположен около удвоенной частоты $2\omega_0$. Третье слагаемое является интересующим нас модулирующим низкочастотным сигналом. После освобождения с помощью соответствующих фильтров от высокочастотной и постоянной составляющих желаемый результат детектирования получается в виде

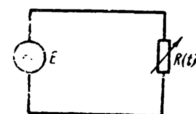


Рис. 5-94. Цепь с переменным активным сопротивлением.

$$I = \frac{1}{2} n m E_0 Y_0 f(t).$$

Аналогичным путем может быть показано, что в цепях с переменным активным сопротивлением могут быть осуществлены амплитудная и частотная модуляция, выпрямление, гетеродинирование, деление и умножение частоты и некоторые другие преобразования сигналов [Л. 3]. Однако при практическом осуществлении подобных преобразователей встречается ряд технических трудностей, вследствие чего в большинстве случаев подобные устройства выполняются с использованием нелинейных цепей.

5-13. ВОЛНОВОДЫ

Конструкционные особенности

Волновод представляет собой канал для передачи электромагнитных волн, ограниченный некоторой боковой поверхностью, которая является разделом двух сред с различными параметрами. В зависимости от того, какой параметр (ε, μ или σ) резко меняется на боковой поверхности волновода, различают металлические, диэлектрические, атмосферные и другие волноводы.

Наиболее широкое применение получили металлические волноводы с цилиндрической боковой поверхностью и неизменным по длине волновода сечением. Сечение таких металлических труб чаще всего бывает прямоугольным или круглым.

Основным практическим отличием волновода от двухпроводной длинной линии является то, что распространение электромагнитной волны в волноводе возможно лишь тогда, когда его поперечные размеры сравнимы с длиной волны. Это обстоятельство позволяет пропускать через волноводы значительно бо́льшие мощности (чем через двухпроводные линии), но ограничивает область применения волноводов лишь сверхвысокими частотами ($\lambda < 30$ *см*).

Преимуществом волновода по сравнению с двухпроводной длинной линией являются малые потери на сверхвысоких частотах. Это объясняется тем, что из-за экранирующего действия металлических стенок в волноводах отсутствует излучение энергии в пространство, а поверхность стенок настолько велика, что при одинаковой глубине проникновения в них токов из-за поверхностного эффекта (см. § 4-6) плотности токов, а следовательно, и тепловые потери в стенках волновода меньше, чем в проводах линии. К недостаткам волноводов следует отнести наличие нижнего предела пропускаемых частот (см. ниже), громоздкость конструкции, сложность монтажа, необходимость большой точности изготовления и специальной обработки внутренней поверхности стенок волновода.

Типы волн

Поскольку размеры поперечного сечения волновода сравнимы с длиной волны, задачи о распространении и возбуждении электромагнитных волн в волноводе могут быть решены лишь путем интегрирования уравнений Максвелла (см. § 4-8).

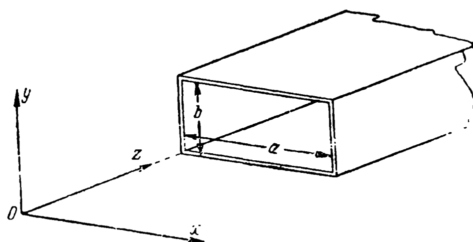


Рис. 5-95. Прямоугольный волновод.

В случае установившейся гармонической волны в бесконечно длинном прямоугольном волноводе (рис. 5-95) с идеально проводящими стенками решение уравнений Максвелла приводит к следующим зависимостям комплексных амплитуд проекций векторов поля от координат:

$$\left.\begin{aligned}E_x &= A_x \cos m\pi \frac{x}{a} \sin n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z};\\ E_y &= A_y \sin m\pi \frac{x}{a} \cos n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z};\\ E_z &= A_z \sin m\pi \frac{x}{a} \sin n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z};\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}80)$$

$$\left.\begin{aligned}H_x &= B_x \sin m\pi \frac{x}{a} \cos n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z};\\ H_y &= B_y \sin m\pi \frac{x}{a} \sin n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z};\\ H_z &= B_z \cos m\pi \frac{x}{a} \cos n\pi \frac{y}{b} e^{-\gamma z},\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}81)$$

где m и n — любые положительные целые числа;

$A_x, A_y, A_z, B_x, B_y, B_z$ — постоянные, определяемые условиями возбуждения волновода;

γ — постоянная распространения,

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2}. \quad (5\text{-}82)$$

Гармоническая зависимость амплитуд векторов поля от координат x и y свидетельствует о наличии стоячих волн в направлениях, перпендикулярных стенкам волновода. Составляющие электрического поля, касательные к стенкам волновода, имеют на стенках узлы, а составляющие, нормальные к стенкам, — пучности. Вдоль размеров a и b узлы и пучности периодически повторяются. Числа m и n определяют число стоячих полуволн, укладывающихся соответственно вдоль размеров a и b. Чем больше m и n, тем сложнее поле в сечении волновода.

В общем случае электромагнитное поле в прямоугольном волноводе представляет собой сумму бесконечного множества типов волн. Теория поля разделяет все типы волн на три класса: **электрические волны** (Е- или ТМ-волны), характеризующиеся обязательным наличием продольной составляющей (вдоль оси волновода) электрического поля, **магнитные волны** (Н- или ТЕ-волны), характеризующиеся наличием продольной составляющей магнитного поля, и **поперечные электромагнитные волны** (ТЕМ-волны), не имеющие продольных составляющих поля. ТЕМ-волны внутри волноводов существовать не могут (они могут существовать в открытом пространстве и в двухпроводных линиях). В волноводах существуют лишь волны типа TM_{mn} и TE_{mn}. Волны с наименьшими m и n называются **простейшими**.

В случае ТМ-волн ($H_z=0$) простейшей волной является волна TM_{11}, выражение для которой легко получить, положив

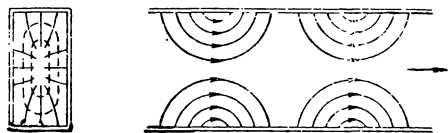


Рис. 5-96. Структура поля TM_{11}-волны в прямоугольном волноводе.

в приведенных выше общих зависимостях $m=n=1$. На рис. 5-96 показана структура поля волны TM_{11}, причем сплошными линиями представлены линии электрического поля, а пунктиром — магнитного. Волны TM_{10} и TM_{01} неосуществимы потому, что магнитные силовые линии не могут оканчиваться на стенках, а должны быть замкнутыми (так как магнитных зарядов не существует).

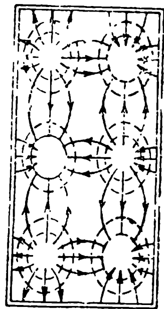
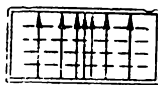


Рис. 5-97. Структура поля TM_{23}-волны в прямоугольном волноводе.

Электрические волны более сложной структуры, чем TM_{11}, возникают, если увеличить поперечные размеры волновода или частоту возбуждающих волновод колебаний так, чтобы вдоль размеров a и b укладывалась более чем одна полуволна. При этом поперечное сечение волновода оказывается разбитым на ячейки, тождественные



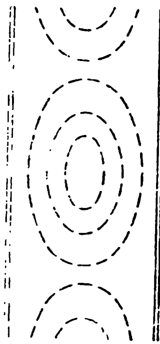
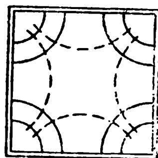


Рис. 5-98. Структура поля TE_{10}-волны в прямоугольном волноводе.



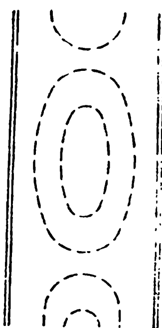


Рис. 5-99. Структура поля TE_{11}-волны в прямоугольном волноводе.

по структуре поля поперечному сечению волны TM_{11}. В качестве примера на рис. 5-97 изображена структура волны TM_{23}.

В случае ТЕ-волн ($E_z=0$) простейшей волной является волна TE_{10} (рис. 5-98). Несколько более сложной является волна

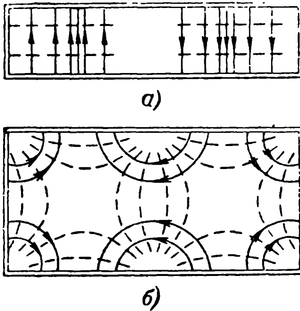


Рис. 5-100. Структура поля TE_{20}-волны (*а*) и TE_{21}-волны (*б*) в прямоугольном волноводе.

TE_{11} (рис. 5-99). Из волн TE_{10} и TE_{11}, как из ячеек, составляются все сложные типы магнитных волн (рис. 5-100).

Длина волны и фазовая скорость в волноводе

Изменения амплитуды и фазы волны вдоль оси z определяются множителем $e^{-\gamma z}$. В волноводе без потерь затухание волны будет отсутствовать, если постоянная распространения — чисто мнимая величина: $\gamma=j\alpha$. Это будет при условии

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 > \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2,$$

т. е. при

$$\omega > \pi c\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} = \omega_{кр}.$$

Таким образом, волновод без потерь пропускает без затухания только колебания с частотой выше некоторой граничной частоты $\omega_{кр}$, которая соответствует критической (граничной) длине волны

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (5\text{-}83)$$

При этом длина волны в волноводе

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \quad (5\text{-}84)$$

всегда больше длины волны λ в свободном пространстве, а фазовая скорость распространения волны в волноводе

$$v = \Lambda f = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \quad (5\text{-}85)$$

всегда больше скорости света c и зависит от частоты колебаний.

При уменьшении частоты фазовая скорость и длина волны в волноводе увеличиваются и при $\omega=\omega_{кр}$ становятся бесконечно большими, т. е. теряет смысл понятие распространения волны. При $\omega<\omega_{кр}$ постоянная распространения γ является действительной величиной и поле волны быстро затухает в непосредственной близости от источника (даже в том случае, если поглощение в стенках и диэлектрике волновода отсутствует).

Выбор размеров волновода

При данных размерах поперечного сечения волновода волна TE_{10} имеет самую большую критическую длину волны

$$\lambda_{кр} = 2a.$$

Таким образом, выбор волны TE_{10} позволяет осуществить передачу колебаний наиболее низких частот. Этим объясняется широкое применение волны TE_{10} (и TE_{01}) для передачи электромагнитных волн по волноводам прямоугольного сечения.

Чтобы получить чистую TE_{10}-волну, необходимо исключить возможность возникновения высших типов волн. Для этого размер a волновода следует выбирать из условия

$$a < \lambda < 2a$$

(так как для волны TE_{20} $\lambda_{кр}=a$, а для других типов волн еще меньше).

Обычно выбирают $a=0,72\lambda$, что дает $a=72$ *мм* для $\lambda=10$ *см* и $a=23$ *мм* для $\lambda=3,2$ *см*.

При этом высоту сечения следует выбирать меньше половины длины волны

$$b < \frac{\lambda}{2},$$

что исключает возможность распространения волн TE_{01}, TE_{02} и более сложных. Но слишком малая высота волновода может быть причиной увеличения потерь в стенках и пробоя между верхней и нижней стенками.

Способы возбуждения поля в волноводе

Электромагнитное поле внутри волновода может быть возбуждено штырем (прямой проводник с током), витком или щелью в стенке волновода.

Расположение возбуждающих элементов зависит от типа возбуждаемой волны.

Штырь располагается паралельно электрическим силовым линиям волны, а плоскость витка — перпендикулярно магнитным линиям. Щель должна прорезаться в боковой стенке (или торце) волновода по ходу магнитных силовых линий у стенки.

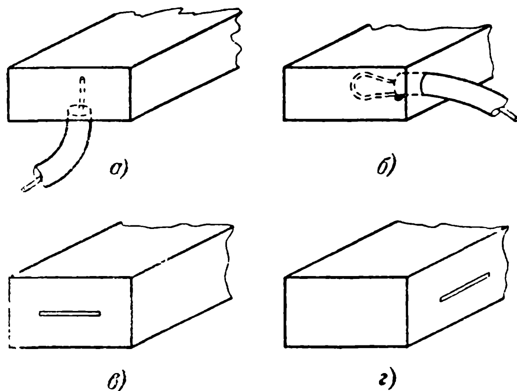


Рис. 5-101. Способы возбуждения TE_{10}-волны. *а* — штырем; *б* — винтом; *в* и *г* — щелью.

Для достижения большей связи источника колебаний с полостью волновода возбуждающие элементы располагаются в местах максимального значения электрического или магнитного поля.

На рис. 5-101 показано расположение возбуждающих элементов для получения волны TE_{10}.

5-14. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

Нелинейные элементы

Нелинейными радиотехническими цепями называются цепи, которые, помимо источников э. д. с. и линейных сопротивлений, содержат нелинейные сопротивления (нелинейные элементы). К нелинейным элементам цепей относят электронные, ионные, а также полупроводниковые приборы, параметры которых зависят от величины протекающих через эти приборы токов или от величины действующих на них напряжений.

Свойства нелинейного сопротивления выражаются его вольт-амперной характеристикой, которая представляет собой зависимость тока, протекающего через нелинейное сопротивление, от напряжения, приложенного к нему,

$$I = f(U).$$

Между током и напряжением в нелинейном элементе нет линейной зависимости; вольт-амперные характеристики нелинейных элементов либо обладают кривизной, либо являются ломаными. Таковы, например, характеристики ламповых и полупроводниковых диодов и транзисторов.

Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов могут быть симметричными и несимметричными. Симметричными (рис. 5-102) называются вольт-амперные характеристики, не зависящие от полярности напряжения и напряжения тока

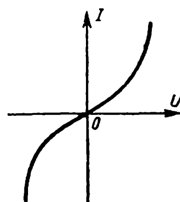


Рис. 5-102. Симметричная вольт-амперная характеристика нелинейного элемента (лампа с угольной нитью).

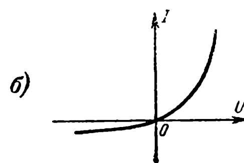


Рис. 5-103. Несимметричная вольт-амперная характеристика нелинейного элемента (полупроводниковый диод).

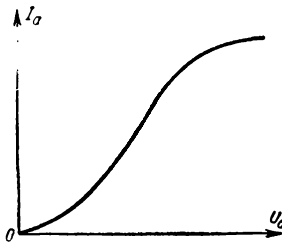


Рис. 5-104. Вольт-амперная характеристика диода.

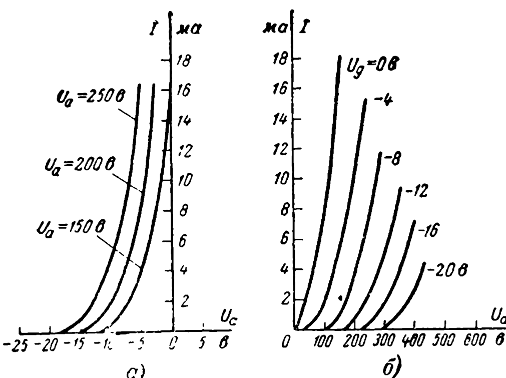


Рис. 5-105. Вольт-амперные характеристики триода.

в нелинейном элементе. Несимметричными (рис. 5-103) называются вольт-амперные характеристики, неодинаковые при различных направлениях тока и различных полярностях приложенного напряжения.

В радиотехнических цепях наибольшее распространение получили нелинейные элементы с несимметричными вольт-амперными

характеристиками, такие как электронные лампы, полупроводниковые приборы и др. (см. разд. 8 и 9).

Типичный вид вольт-амперной характеристики диода представлен на рис. 5-104.

Вольт-амперные характеристики триода обычно представляют семейством либо анодно-сеточных характеристик (рис. 5-105,*а*), либо анодных характеристик (рис. 5-105, *б*).

Нелинейные элементы в виде ламп и полупроводниковых приборов широко используются в радиотехнических цепях для различных преобразований сигналов. При питании таких нелинейных цепей источниками э. д. с. одной частоты в цепях возникают токи различных частот. Из спектра этих частот можно выделить постоянную составляющую (выпрямление) или высшие гармонические составляющие (умножение частоты). Нелинейность характеристик цепи позволяет добиваться постоянства амплитуды напряжения основной гармоники на одном из участков цепи при значительных отклонениях напряжения источника (стабилизация напряжения). В нелинейных цепях, питаемых источниками постоянного тока, возможно возникновение установившихся автоколебаний, близких к синусоидальным (генерация колебаний). Питание нелинейных цепей постоянным и переменным током позволяет воздействовать на амплитуду переменного тока, т. е. увеличивать мощность переменного тока за счет энергии источников постоянного тока (усиление). Наконец, питание нелинейных цепей источниками синусоидальных э. д. с. с различными частотами позволяет добиваться изменения амплитуды колебаний, вызванных одним источником, с частотой другого источника (модуляция), а также получать в селективной нагрузке колебания суммарной или разностной частот (преобразование частоты). Несимметричность вольт-амперных характеристик нелинейных элементов позволяет изменять спектр высокочастотных амплитудно-модулированных колебаний так, что в его составе появляются составляющие низкочастотного модулирующего сигнала (детектирование).

Методы анализа нелинейных цепей

Анализ явлений в нелинейных радиотехнических цепях в большинстве случаев не может быть сведен к решению дифференциального уравнения цепи, так как теория нелинейных дифференциальных уравнений значительно менее разработана. Решение того или иного типа нелинейного уравнения требует своеобразного подхода или использования специальных функций. Методы интегралов Фурье или Дюамеля не могут быть использованы, поскольку нелинейные цепи не удовлетворяют принципу суперпозиции (см. § 5-2). Наконец, строгий анализ и расчет нелинейных цепей осложняются еще и тем, что вольт-амперные характеристики нелинейных элементов чаще всего заданы не аналитическим выражением, а графиком.

Поэтому в инженерной практике вместо строгих методов анализа нелинейных цепей получили распространение приближенные методы, способные дать лишь качественную оценку происходящих явлений.

Метод малого параметра используется в тех случаях, когда можно пренебречь малыми нелинейными эффектами, свести задачу к линейной, а заданные нелинейные зависимости использовать для коррекции полученного решения. В частности, этот метод позволяет использовать для анализа нелинейных цепей переменного тока символический метод (см. § 4-6), если амплитуды высших гармоник тока (напряжения) малы по сравнению с амплитудой первой гармоники.

Метод аналитической аппроксимации нелинейной характеристики заключается в таком приближенном выражении вольт-амперной характеристики аналитической функцией, которое позволяет довести до конца решение дифференциального уравнения цепи.

Метод припасовывания линейных решений сводится к замене нелинейной вольт-амперной характеристики ломаной линией, решению линейной задачи для каждого из участков ломаной и согласованию (припасовыванию) полученных решений соответствующим выбором постоянных интегрирования.

Квазилинейный метод позволяет свести нелинейную задачу к линейной путем замены параметров цепи, зависящих от величины тока (напряжения), средними параметрами, определяемыми с учетом заданной нелинейности.

Метод медленно меняющихся амплитуд заключается в том, что вместо мгновенных значений находят огибающую и частоту колебаний. Метод приводит к снижению порядка дифференциального уравнения цепи, если колебания в цепи близки к синусоидальным (амплитуда и частота меняются медленно).

Графический метод позволяет получить решение в результате выполнения ряда графических построений.

Простейшие построения на графике вольт-амперной характеристики нелинейного элемента позволяют определить форму тока, протекающего в элементе, под действием приложенного к нему синусоидального напряжения (рис. 5-106).

Если нелинейная цепь состоит из последовательно соединенных линейного и нелинейного НЭ сопротивлений (рис. 5-107, *а*), то для определения рабочей точки (U_0, I_0) необходимо провести нагрузочную прямую, которая проходит через точку на оси абсцисс, соответствующую приложенному напряжению U, под углом

$$\alpha = \operatorname{arctg} R$$

к вертикали (рис. 5-107, *б*).

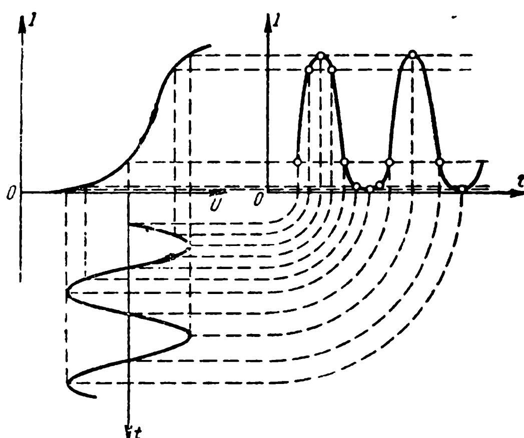


Рис. 5-106. Определение формы тока в нелинейном элементе.

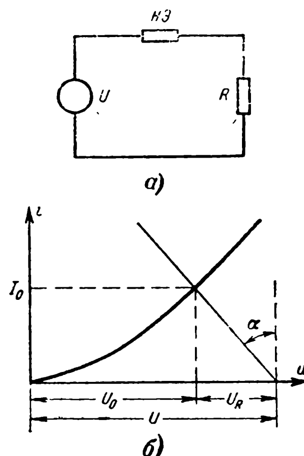


Рис. 5-107. Определение рабочей точки.

Графические построения (рис. 5-108) позволяют определить сопротивление нелинейного элемента постоянному току

$$R_{=} = \frac{U_0}{I_0} = \operatorname{tg} \beta \qquad (5\text{-}86)$$

и сопротивление переменному току (дифференциальное сопротивление)

$$R_{\sim} = \frac{du}{di} = \operatorname{tg} \gamma.$$

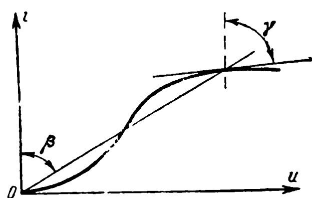


Рис. 5-108. Определение сопротивлений нелинейного элемента.

Более сложные графические построения позволяют изобразить интегральные кривые нелинейного дифференциального уравнения цепи.

Модуляторы

Для осуществления передачи сообщений (речь, музыка и пр.) с помощью высокочастотного колебания необходимо отобразить (запечатлеть) эти сообщения в изменениях того или иного параметра высокочастотного колебания — амплитуды, частоты или фазы. Эту задачу выполняет **модулятор**, входящий в состав любого радиопередающего устройства.

Амплитудный модулятор изменяет амплитуду U_m высокочастотного колебания

$$u = U_m \cos \omega_0 t$$

в соответствии с передаваемым сообщением. Таким образом, передаваемое сообщение отображается в той или иной форме

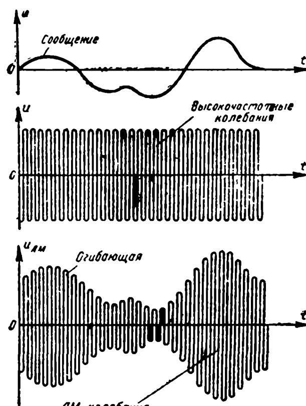


Рис. 5-109. Отображение сообщения в изменении формы огибающей.

огибающей амплитудно-модулированного колебания (рис. 5-109)

$$u_{\text{АМ}} = U_m(t) \cos \omega_0 t,$$

где $U_m(t)$ — функция, линейно связанная с передаваемым сообщением (низкочастотным сигналом).

Важно отметить, что простое сложение высокочастотного колебания $U_0 \cos \omega_0 t$ с низкочастотным сигналом $U_m(t)$ не приводит к эффекту амплитудной модуляции. Если же сумму этих двух напряжений приложить к нелинейному элементу (рис. 5-110) с

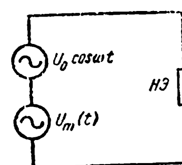


Рис. 5-110. Принципиальная схема нелинейного модулятора.

с квадратичной вольт-амперной характеристикой

$$i = au^2,$$

то ток через нелинейный элемент

$$i = a[U_m(t) + U_0 \cos \omega_0 t]^2 =$$

$$= aU_m^2(t) + \frac{aU_0}{2} + \frac{aU_0}{2} \cos 2\omega_0 t +$$

$$+ 2a U_0 U_m(t) \cos \omega_0 t$$

будет содержать амплитудно-модулированное колебание (последнее слагаемое). Остальные составляющие легко могут быть подавлены фильтром.

Амплитудный модулятор может быть выполнен в виде сеточного модулятора и анодного модулятора на трехэлектродной лампе (подробнее см. разд. 13).

Частотный модулятор изменяет частоту ω высокочастотного колебания

$$u = U_m \cos \omega t$$

в соответствии с передаваемым сообщением, т. е. передаваемый неизкочастотный сигнал отображается в изменениях частоты высокочастотного частотно-модулированного колебания (см. разд. 13).

Для осуществления частотной модуляции модулирующий низкочастотный сигнал с помощью реактивной лампы воздействует на емкость (или индуктивность) колебательного контура генератора высокочастотных колебаний и, следовательно, меняет частоту этих колебаний.

Детекторы

Детектор производит преобразование сигнала, обратное тому преобразованию, которое осуществляется в модуляторе. В модуляторе низкочастотный (модулирующий) сигнал преобразуется в ряд высокочастотных колебаний. В детекторе, наоборот, высокочастотное модулированное колебание превращается в первоначальный низкочастотный сигнал.

В качестве нелинейного элемента, осуществляющего детектирование амплитудно-модулированных колебаний, используются электронные лампы или полупроводниковые приборы. Если интенсивность высокочастотного сигнала невелика, то детектирование происходит на начальном участке вольт-амперной характеристики нелинейного элемента (рис. 5-111, *а*), который хорошо аппроксимируется квадратичной параболой. В этом случае детектор называют **квадратичным**. Если же детектируемый сигнал подвергся значительному усилению и для детектирования используется обширный участок характеристики (рис. 5-111, *б*), то часто пренебрегают кривизной в начале этого участка и считают вольт-амперную характеристику ломаной линией. В этом случае детектор называют **линейным**. Такое название относится к форме используемой характеристики, а не к существу процесса, который является нелинейным.

В обоих этих случаях детектирование амплитудно-модулированных колебаний заключается в нарушении их симметрии (на-

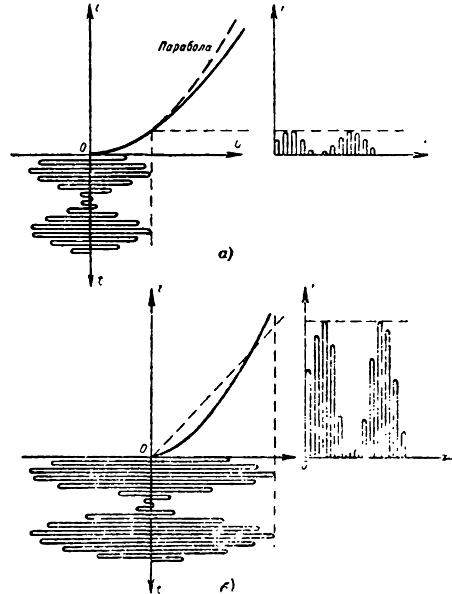


Рис. 5-111. Квадратичное (*а*) и линейное (*б*) детектирование.

пример, путем полного или частичного «срезания» отрицательных полуволн) и последующем усреднении полученных импульсов тока. В схеме амплитудного детектора (рис. 5-112) асимметрию создает нелинейный элемент с несимметричной вольт-амперной характеристикой. Усреднение осуществляется фильтром нижних частот, который не пропускает высокочастотные спек-

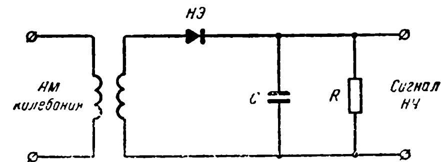


Рис. 5-112. Схема детектора амплитудно-модулированных колебаний.

тральные составляющие импульсов тока, но пропускает низкочастотные составляющие («следит» за изменением высоты импульсов тока). Обычно с этой задачей справляется простейшее звено из сопротивления R и конденсатора C. Чтобы на нагрузке детектора выделялось напряжение низкой частоты, ее сопротивление R должно быть много больше емкостного сопротивления на высо-

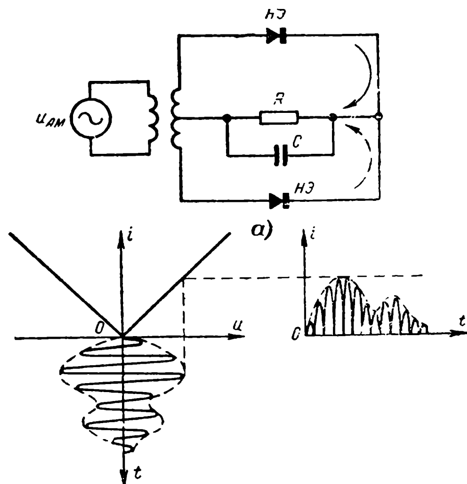


Рис. 5-113. Двухтактный детектор (а) и получение огибающей (б).

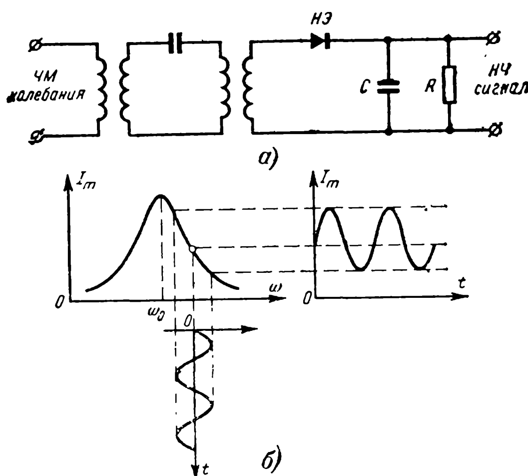


Рис. 5-114. Простейший частотный детектор.

кой частоте ω и много меньше емкостного сопротивления на низкой частоте Ω:

$$\frac{1}{\omega C} \ll R \ll \frac{1}{\Omega C}.$$

При детектировании амплитудно-модулированных сигналов связи необходимо, чтобы форма полученного низкочастотного сигнала повторяла форму огибающей высокочастотного сигнала. Квадратичный детектор не может выполнить это важное требование и поэтому не может быть использован для детектирования сигналов связи. Он находит себе применение в измерительной технике, радиолокации и других областях радиотехники. Для детектирования сигналов связи используется линейный детектор. Поскольку он сохраняет без искажений форму огибающей сигнала, его иногда называют детектором огибающей.

Двухтактный детектор (рис. 5-113, *а*) осуществляется в виде двух нелинейных элементов, которые работают как бы по очереди, пропуская в нагрузку R за каждый полупериод высокой частоты ток лишь в одном направлении (рис. 5-113, *б*).

Детектирование частотно-модулированных колебаний осуществляется частотным детектором (дискриминатором). Простейшим частотным детектором является колебательный контур, расстроенный относительно средней (несущей) частоты частотно-модулированных колебаний и подключенный к амплитудному детектору (рис. 5-114, *а*). Из-за расстройки контура работа осуществляется на склоне резонансной кривой и частотная модуляция преобразуется в амплитудную модуляцию (рис. 5-114, *б*). Полученные амплитудно-модулированные колебания детектируются амплитудным детектором. Для такого частотного детектора характерны значительные искажения передаваемого низкочастотного сигнала, вызванные нелинейностью склона резонансной кривой контура.

Более совершенной является дифференциальная схема частотного дискриминатора

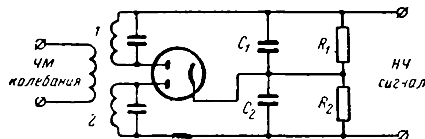


Рис. 5-115. Частотный дискриминатор.

(рис. 5-115), в которой частотно-модулированные колебания преобразуются в амплитудно-модулированные с помощью контуров *1*, *2*, расстроенных в разные стороны от средней (несущей) частоты высокочастотного сигнала. В результате искажения, вносимые контурами, имеют разный знак и компенсируют друг друга.

Преобразователи частоты

Преобразованием частоты называют изменение частоты модулированных колебаний с сохранением вида и характера модуляции принимаемого сигнала. Например, в случае преобразования амплитудно-модулированных колебаний необходимо сохранить форму огибающей колебаний (рис. 5-116).

При нелинейном преобразовании в цепь нелинейного элемента подают (рис. 5-117), кроме напряжения высокочастотного сигнала

$$u_с = U_{mс} \cos \omega_с t,$$

еще напряжение от маломощного генератора (гетеродина)

$$u_г = U_{mг} \cos \omega_г t.$$

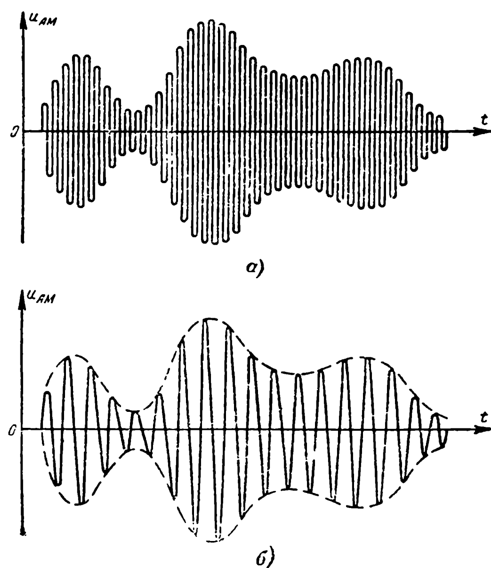


Рис. 5-116. АМ колебания до преобразования (*а*) и после преобразования (*б*).

Если нелинейный элемент имеет квадратичную характеристику, то ток в цепи преобразователя

$$i = \alpha\,(u_{\text{с}} + u_{\text{г}})^2 = U_{m\text{с}}^2 \cos^2 \omega_{\text{с}} t + U_{m\text{г}}^2 \cos^2 \omega_{\text{г}} t + 2U_{m\text{с}} U_{m\text{г}} \cos\omega_{\text{с}} t \cos \omega_{\text{г}} t = \frac{1}{2} U_{m\text{с}}^2 + \frac{1}{2} U_{m\text{с}}^2 \cos 2\omega_{\text{с}} t + \frac{1}{2} U_{m\text{г}}^2 + \frac{1}{2} U_{m\text{г}}^2 \cos 2\omega_{\text{г}} t + U_{m\text{с}} U_{m\text{г}} \cos (\omega_{\text{с}} + \omega_{\text{г}})\, t + U_{m\text{с}} U_{m\text{г}} \cos (\omega_{\text{с}} - \omega_{\text{г}})\, t.$$

Если назначением преобразователя является уменьшение частоты принимаемого высокочастотного сигнала, то последний

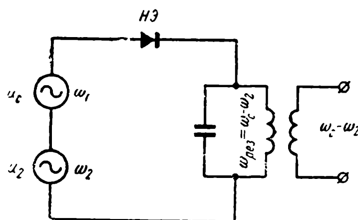
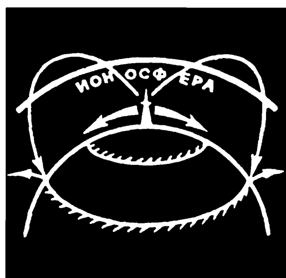


Рис. 5-117. Нелинейный преобразователь частоты.

член полученного выражения можно считать полезным результатом преобразования. Все остальные составляющие (постоянная составляющая, двойные и суммарные частоты) легко могут быть подавлены фильтром или параллельным контуром, включенным в цепь преобразователя и настроенным на частоту $\omega_{\text{с}} - \omega_{\text{г}}$ (рис. 5-117).

ЛИТЕРАТУРА

1. Харкевич А. А. Основы радиотехники, Гос. изд. лит. по вопросам связи и радио, 1962.
2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Части 1 и 2. Советское радио, 1967.
3. Зернов Н. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей, «Энергия», 1965.
4. Литвиненко О. Н., Сошников В. И., Теория неоднородных линий и их применения в радиотехнике, изд-во «Советское радио», 1964.



РАЗДЕЛ 6

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН



СОДЕРЖАНИЕ

6-1. ХАРАКТЕРИСТИКА И СВОЙСТВА РАДИОВОЛН

Радиоволны — это электромагнитные волны, служащие для передачи сигналов (информации) на расстояние без проводов. Радиоволны создаются высокочастотными токами, текущими в антенне.

В радиоволнах переменные электрическое и магнитное поля тесно взаимосвязаны, образуя электромагнитное поле. (Уравнения электромагнитного поля подробно рассмотрены в § 2-8.)

В свободном пространстве, т. е. в однородной и изотропной непоглощающей среде, в которой диэлектрическая $\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times 10^{-9}$ *ф/м* и магнитная $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ *гн/м* проницаемости всюду во всех направлениях постоянны, а удельная электрическая проводимость $\sigma=0$, радиоволны распространяются с неизменной скоростью $c=3\times 10^8$ *м/сек* $=300\,000$ *км/сек* (точнее $c=2{,}99786\cdot 10^8$ *м/сек*). В среде с относительными диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, отличными от единицы, скорость распространения радиоволн равна:

$$v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (6\text{-}1)$$

При распространении радиоволн в земной атмосфере, когда влиянием земли и ионосферы можно пренебречь (например, случай воздушной связи при направленных антеннах), в первом приближении атмосферу можно рассматривать как однородную непоглощающую среду с электрическими параметрами свободного пространства и полагать $v=c$.

Частота (период) колебаний электромагнитного поля определяется частотой возбуждающего источника (генератора высокой частоты) и в процессе распространения радиоволн не изменяется, если передатчик и приемник не перемещаются один относительно другого. Если же передатчик, или приемник, или оба вместе перемещаются один относительно другого, то частота принимаемых сигналов изменяется относительно частоты сигналов передатчика (эффект Допплера); при этом сближение передатчика и приемника приводит к возрастанию, а удаление — к уменьшению первоначальной частоты f на величину

$$F_д=v_r\frac{f}{v}, \qquad (6\text{-}2)$$

где v_r — скорость сближения (удаления);
v — скорость распространения радиоволн.

Длина волны (λ) — расстояние между двумя ближайшими точками волны, находящимися в одинаковой фазе колебания (рис. 6-1).

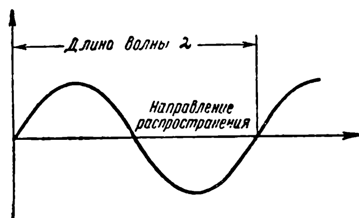


Рис. 6-1. К объяснению понятия «длина волны».

Если известны распределение источников (излучателей) радиоволн и электрические параметры среды, то электромагнитное поле, создаваемое этими источниками при распространении радиоволн, определяется с помощью уравнений Максвелла. При этом электромагнитное поле характеризуется двумя векторами: напряженностью электрического поля **E** (*в/м*) и напряженностью магнитного поля **H** (*а/м*).

Направление распространения радиоволны в данной точке и плотность потока мощности **S** (*вт/м²*) определяются с помощью вектора Пойнтинга (см. § 2-8)

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]. \qquad (6\text{-}3)$$

На достаточно больших расстояниях от излучателя в свободном пространстве справедливо отношение

$$\frac{E}{H} = 120\pi, \text{ ом}. \qquad (6\text{-}4)$$

Это отношение называется волновым сопротивлением свободного пространства.

В соответствии с особенностями распространения, а также с учетом применяемых методов генерирования, излучения и приема спектр радиоволн делят на отдельные участки — диапазоны (табл. 6-1).

Таблица 6-1

Название диапазона	Длина волны в свободном пространстве, *м*	Частота, *Мгц*	Область применения
Сверхдлинные волны (СДВ)	100 000—10 000	$3\cdot10^{-3}$—$3\cdot10^{-2}$	Радионавигация, радиотелеграфная связь, передача метеосводок
Длинные волны (ДВ)	10 000—1 000	$3\cdot10^{-2}$—$3\cdot10^{-1}$	Радиотелеграфная и радиотелефонная связь, радиовещание, радионавигация
Средние волны (СВ)	1000—100	$3\cdot10^{-1}$—3	Радиотелеграфная и радиотелефонная связь, радиовещание, радионавигация
Короткие волны (КВ)	100—10	3—$3\cdot10$	Радиовещание; радиотелеграфная, радиотелефонная и радиолюбительская связь; космическая радиосвязь и пр.
Ультракороткие волны (УКВ):			
метровые	10—1	$3\cdot10$—$3\cdot10^{2}$	Радиовещание, телевидение, радиолокация, космическая радиосвязь, радиолюбительская связь и пр.
дециметровые	1—0,1	$3\cdot10^{2}$—$3\cdot10^{3}$	Телевидение, радиолокация, радиорелейная связь, космическая радиосвязь и пр.
сантиметровые	0,1—0,01	$3\cdot10^{3}$—$3\cdot10^{4}$	Радиолокация, радиорелейная связь, астрорадионавигация и пр.
миллиметровые	0,01—0,001	$3\cdot10^{4}$—$3\cdot10^{5}$	Радиолокация и пр.
Радиоволны оптического диапазона:			
инфракрасные	$1\cdot10^{-3}$—$7,5\cdot10^{-7}$	$3\cdot10^{5}$—$4\cdot10^{8}$	Квантовая радиоэлектроника
видимый свет	$7,5\cdot10^{-7}$—$4\cdot10^{-7}$	$4\cdot10^{8}$—$7,5\cdot10^{8}$	
ультрафиолетовые	$4\cdot10^{-7}$—$20\cdot10^{-10}$	$7,5\cdot10^{8}$—$15\cdot10^{10}$	

Примечание. Длина радиоволн оптического диапазона измеряется часто в ангстремах (1 Å $=10^{-10}$ *м* $=10^{-4}$ *мк*). Например, поддиапазон ультрафиолетовых волн составляет 4 000—20 Å.

Фронтом радиоволны называют воображаемую поверхность, где электромагнитное поле имеет одинаковую фазу. Если поверхность одинаковой фазы волны представляет собой поверхность сферы, то фронт такой волны называется сферическим (рис. 6-2).

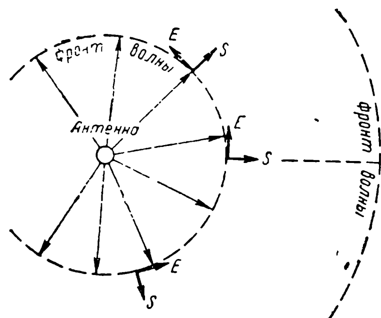


Рис. 6-2. К объяснению понятия «фронт волны».

На практике наиболее часто рассматривают фронт радиоволны на больших расстояниях от передающей антенны, а также небольшой его участок, с которого происходит «съем» радиочастотной энергии приемной антенной. В этом случае фронт волны можно считать локально плоским.

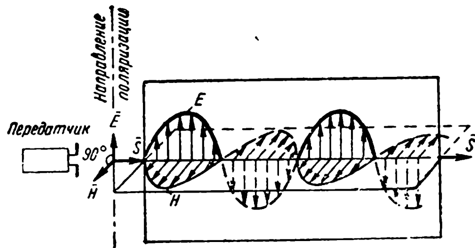


Рис. 6-3. Линейная поляризация радиоволн.

Поляризация радиоволн определяется ориентировкой вектора **E** радиоволны в пространстве, причем направление колебания вектора **E** определяет направление поляризации. Плоскость, проходящая через направление поляризации и направление распространения радиоволны, называется плоскостью поляризации. По характеру изменения направления поляризация радиоволн может быть линейной, круговой и эллиптической. Характер поляризации радиоволн определяется типом излучателя (антенны) и физическими свойствами среды, в которой происходит распространение радиоволн.

В случае линейной поляризации вектор **E**, периодически изменяясь по величине и знаку в процессе распространения, остается параллельным самому себе (рис. 6-3). Линейно-поляризованная волна, в которой колебания электрического и магнитного векторов поля происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения (рис. 6-3), является поперечной электромагнитной волной (ТЕМ-волна). На большом удалении от источника излучения при распространении в свободном пространстве радиоволна является локально однородной плоской (амплитудные значения **E** и **H** во всех точках плоской фазовой поверхности, расположенной перпендикулярно направлению распространения, одинаковы).

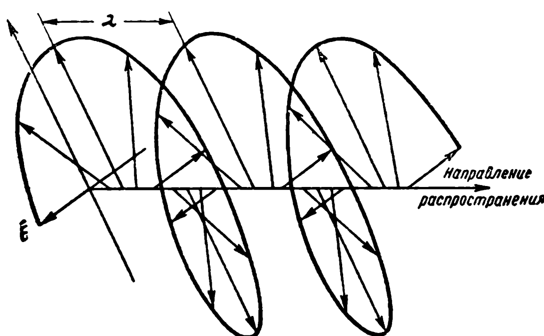


Рис. 6-4. Круговая поляризация радиоволн (правополяризованная волна).

Большинство типов антенн создают линейно-поляризованные волны, характер поляризации которых при распространении в свободном пространстве не изменяется. Например, антенна в виде вертикального вибратора излучает вертикальную линейно-поляризованную волну. Для наиболее эффективного приема в свободном пространстве вибратор приемной антенны должен быть ориентирован также вертикально.

При распространении радиоволн в анизотропной среде, например, вблизи границы раздела двух сред, вдоль направляющих металлических поверхностей и др., возникает неоднородная плоская волна, в которой наряду с поперечной составляющей вектора **E** существует продольная его составляющая (вдоль направления распространения). Это обстоятельство, например, позволяет при приеме поверхностных (земных) волн в ряде случаев применять антенны как с горизонтальными, так и с вертикальными вибраторами независимо от типа передающей антенны.

В случае круговой поляризации вектор **E** вращается с частотой радиоволны, описывая своим концом (при распространении) винтовую линию (рис. 6-4). При этом величина **E** остается постоянной. На пути, равном длине волны, вектор поворачивается на 360°. Для получения полей с круговой поляризацией достаточно у двух взаимно перпендикулярных векторов **E** одинаковой амплитуды создать сдвиг по фазе на 90°. Так, для антенн круговой поляризации достаточно иметь два линейных вибратора, смещенных на 90° один относительно другого, и питать их токами равной амплитуды со сдвигом по

фазе на 90°. Этот вид поляризации находит широкое применение в радиолокации.

Радиоволны с эллиптической поляризацией отличаются от волн с круговой поляризацией тем, что амплитуда вектора **E** при вращении не остается постоянной. Эллиптически поляризованная волна может быть создана искусственно, например с помощью турникетной антенны, плечи которой питаются токами с разной амплитудой (при сдвиге фаз в плечах 90°), но часто подобная волна создается естественно, например, в ионосфере.

Фазовая скорость v — скорость, с которой перемещается в пространстве фаза монохроматической волны, т. е. бесконечной «синусоидальной» волны. Величина v определяется по формуле (6-1). В связи с тем, что значения ε и μ в ряде случаев (см. ниже) зависят от частоты колебаний, для оценки скорости распространения спектра сигнала, передаваемого радиоволной, фазовая скорость не может быть исчерпывающей характеристикой. Для оценки скорости распространения радиоволн пользуются понятием скорости распространения радиосигнала u.

Скорость распространения радиосигнала (групповая скорость), т. е. скорость распространения модулированных или манипулированных электромагнитных колебаний, представляет собой скорость перемещения группы («сгустка») гармонических колебаний, вызывающих необходимую реакцию приемного устройства. Групповая скорость — скорость распространения «огибающей» модулированных колебаний (речь, сигналы телевидения и т. д.).

При распространении радиосигнала в идеальном диэлектрике, когда значения ε и μ не зависят от частоты, время распространения всех гармонических составляющих сигнала между точками излучения и приема одинаково, так как фазовая скорость распространения разных составляющих спектра сигнала в этом случае не зависит от частоты. При этом групповая скорость u совпадает с фазовой скоростью v, которая в этом случае определяет скорость переноса электромагнитной энергии.

Среда, в которой для распространяющейся радиоволны $u=v$, называется недиспергирующей средой. В такой среде радиосигналы распространяются без всяких искажений.

В ряде случаев электрические параметры среды, в которой распространяются радиоволны, зависят от частоты (обычно только величина ε зависит от частоты). Такой средой является, например, ионосфера. В подобной диспергирующей среде различные составляющие спектра сигнала распространяются с разными фазовыми скоростями, смещаясь друг относительно друга. В этом случае форма сигнала искажается и он регистрируется приемным устройством со временем запаздывания, которое отличается от времени распространения самой «быстрой» или самой «медленной» составляющей спектра и определяется значением групповой скорости

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \qquad (6\text{-}5)$$

Если при увеличении длины волны λ фазовая скорость v возрастает, $\frac{dv}{d\lambda} > 0$, то групповая скорость u получается меньше фазовой. Если же при увеличении λ фазовая скорость уменьшается $\left(\frac{dv}{d\lambda} < 0\right)$, то групповая скорость будет больше фазовой.

Дисперсия, при которой групповая скорость меньше фазовой, называется нормальной дисперсией (случай распространения радиоволны в ионосфере). Дисперсия, при которой групповая скорость больше фазовой, называется аномальной дисперсией (распространение радиоволн в среде с удельной проводимостью $\sigma \neq 0$). При аномальной дисперсии групповая скорость может превзойти даже скорость света c, так как фазовая скорость может быть равна, меньше и больше скорости света (последнее, например, при значениях $\varepsilon<1$, $\mu=1$). Это не противоречит теории относительности, поскольку при аномальной дисперсии происходит сильное поглощение энергии волн и групповая скорость уже не совпадает со скоростью переноса энергии.

Нормальную дисперсию характеризует соотношение

$$uv = c^2. \qquad (6\text{-}6)$$

Отражение радиоволн. При встрече со средой, параметры которой резко отличаются от параметров среды первоначального распространения (например, на поверхности раздела сред: воздух — земля, нижние слои атмосферы — ионосфера), происходит изменение направления распространения волны. Если радиоволна падает на поверхность раздела двух сред, то обычно часть энергии радиоволны отражается, другая часть, преломляясь, проходит сквозь эту поверхность. Если длина волны соизмерима или больше поверхности раздела, то явления прохождения радиоволн сквозь такую поверхность и отражения от нее дополняются дифракцией, т. е. огибанием радиоволной границ поверхности, на которую падает волна.

Интенсивность отраженного сигнала растет при увеличении размеров отражающих объектов по сравнению с длиной волны и зависит от электрических параметров этих объектов. Явление отражения радиоволн лежит в основе радиолокации.

На границе поверхности раздела двух сред обычно рассматривают три радиоволны: *падающую* (первоначальную), *отраженную* и *преломленную*. В общем случае направление распространения этих радиоволн, их скорость и другие параметры различны.

Коэффициент отражения. Напряженность поля отраженной волны харак-

теризуют коэффициентом отражения ρ, представляющим отношение напряженности электрического поля отраженной волны $E_{отр}$ к напряженности электрического поля падающей волны $E_{пад}$:

$$\rho = \frac{E_{отр}}{E_{пад}}. \quad (6\text{-}7)$$

Напряженности электрического и магнитного полей (в плоской волне) связаны соотношением

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}}, \quad (6\text{-}8)$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства; μ_0 — магнитная проницаемость свободного пространства.

Величина $\sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}}$ имеет размерность сопротивления и называется волновым сопротивлением среды [см. также (6-4)].

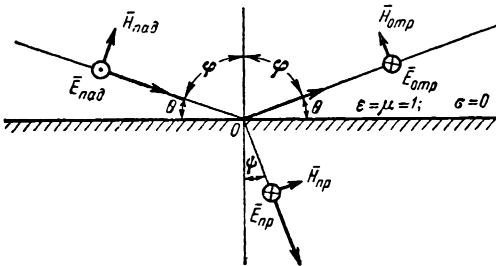


Рис. 6-5. К определению коэффициента отражения для случая горизонтально-поляризованной волны.

φ — угол падения, угол отражения (угол падения равен углу отражения); ψ — угол преломления; θ — угол скольжения волны.

Поэтому коэффициент отражения определяется также в виде

$$\rho = \frac{H_{отр}}{H_{пад}}, \quad (6\text{-}9)$$

где $H_{отр}$ и $H_{пад}$ — напряженность магнитного поля отраженной и падающей волн соответственно.

Величина коэффициента отражения зависит от угла падения, электрических параметров отражающей поверхности, длины волны, вида поляризации.

Для *горизонтально-поляризованной волны* (рис. 6-5) и идеально гладкой плоской поверхности раздела коэффициент отражения

$$\rho_г = \frac{\cos\varphi - \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \sin^2\varphi}}{\cos\varphi + \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \sin^2\varphi}}, \quad (6\text{-}10)$$

где σ — удельная электрическая проводимость среды, *сим/м*.

При переходе к углу скольжения Θ получим:

$$\rho_г = \frac{\sin\Theta - \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \cos^2\Theta}}{\sin\Theta + \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \cos^2\Theta}} = |\rho_г| e^{j\beta_г}, \quad (6\text{-}11)$$

где $|\rho_г|$ — модуль коэффициента отражения;

$\beta_г$ — его фаза.

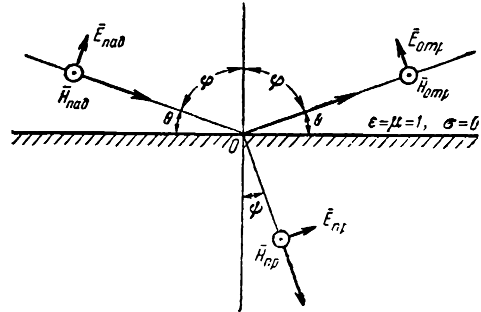
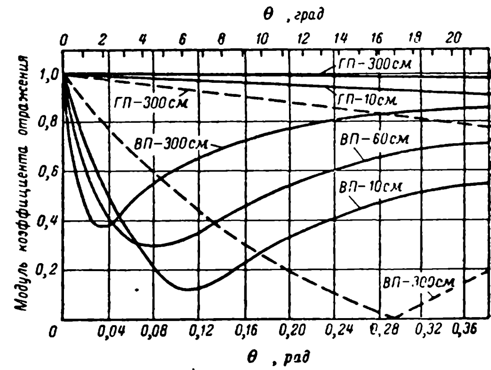


Рис. 6-6. К определению коэффициента отражения для случая вертикально-поляризованной волны.



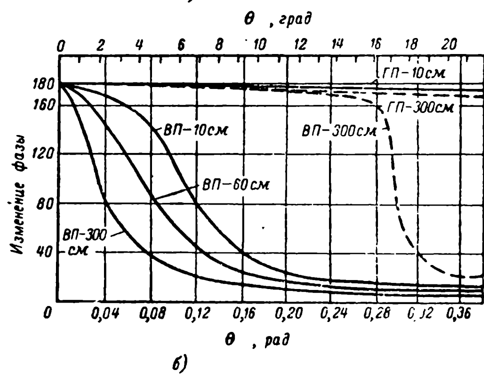


Рис. 6-7. Графики изменения коэффициента отражения (*а*) и фазы (*б*) ультракоротких волн от морской воды и сухой почвы в зависимости от угла скольжения. ——— морская вода; – – – сухая почва; *ВП* — вертикальная поляризация; *ГП* — горизонтальная поляризация.

Таблица 6-2

Вид почвы (воды)	Пределы изменения		Средние значения	
	ε	σ, *сим/м*	ε	σ, *сим/м*
Сухая почва	3—6	$1{,}1\cdot10^{-5}$—$2\cdot10^{-3}$	4	10^{-3}
Влажная почва	10—30	$3\cdot10^{-3}$—$3\cdot10^{-2}$	10	10^{-2}
Морская вода	80	1—4,3	80	4
Пресная вода рек и озер	80	10^{-3}—$2{,}4\cdot10^{-2}$	80	10^{-3}
Лесные массивы *	—	—	—	10^{-3}
Крупные города *	—	—	—	$7{,}5\cdot10^{-4}$
Гористая местность	—	—	—	$7{,}5\cdot10^{-4}$

* Величины σ соответствуют диапазону средних волн.

Комплексность коэффициента отражения означает, что при отражении меняется не только амплитуда отраженной волны по сравнению с амплитудой падающей волны, но и фаза отраженной волны.

Для *вертикально-поляризованной волны* (рис. 6-6) и идеально гладкой плоской поверхности раздела коэффициент отражения

$$\rho_в = \frac{(\varepsilon + j60\sigma\lambda)\sin\Theta - \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \cos^2\Theta}}{(\varepsilon + j60\sigma\lambda)\sin\Theta + \sqrt{\varepsilon + j60\sigma\lambda - \cos^2\Theta}} = |\rho_в|\, e^{j\beta_в}. \quad (6\text{-}12)$$

Для расчета величины коэффициента отражения необходимо знать параметры ε и σ для различных видов почвы (воды), которые приведены в табл. 6-2.

На рис. 6-7 приведены кривые изменения модуля и фазы коэффициента отражения, вычисленные для случая отражения УКВ от морской воды и сухой почвы.

Интерференция радиоволн — явление взаимодействия в какой-либо точке пространства двух или более радиоволн, создаваемых одним источником излучения, но прошедших различные пути и в связи с этим имеющих различные фазы. Если при этом взаимодействующие волны имеют близкие фазы, то в результате происходит усиление суммарного сигнала, если же фазы противоположны или близки к ним, то амплитуда суммарного сигнала может стать равной нулю или оказывается значительно слабее одиночного сигнала.

6-2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О СОСТАВЕ И СТРОЕНИИ АТМОСФЕРЫ

Состав атмосферы

Атмосфера представляет собой газообразную оболочку Земли, простирающуюся до нескольких десятков тысяч километров и имеющую в своем составе различные компоненты (табл. 6-3).

Относительный атомарный состав атмосферы почти не изменяется вплоть до высот

Таблица 6-3

Компоненты	Молекулярный вес	Относительное содержание в атмосфере, %
Азот	28,016	78,110
Кислород	31,998	20,953
Аргон	39,942	0,934
Неон	20,182	$18{,}18\cdot10^{-4}$
Гелий	4,003	$5{,}24\cdot10^{-4}$
Криптон	83,80	$1{,}14\cdot10^{-4}$
Ксенон	131,3	$0{,}087\cdot10^{-4}$
Водород	2,016	$0{,}5\cdot10^{-4}$
Метан	16,043	$2\cdot10^{-4}$
Закись азота	44,015	$0{,}5\cdot10^{-4}$

Примечание. Средний молекулярный вес сухого воздуха 28,966.

около 150 *км* над Землей, однако уже на высотах в несколько десятков километров образуется большое число молекул озона при максимальной концентрации на высоте около 20 *км*, а начиная с высот около 40 *км* и выше, увеличивается содержание атомарного кислорода (рис. 6-8). В верхних, край-

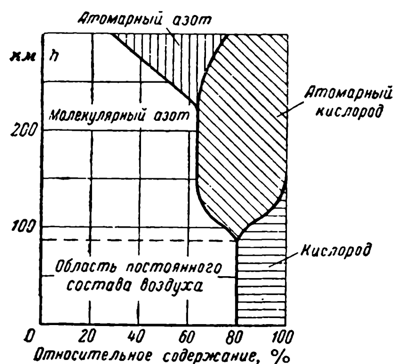


Рис. 6-8. Ориентировочное распространение основных компонент воздуха по объему в зависимости от высоты.

не разреженных слоях атмосферы в результате солнечной радиации (ультрафиолетовое, рентгеновское излучение) происходит диссоциация кислорода и азота, т. е. молекулы кислорода и азота при поглощении кванта лучистой энергии ($h\nu$) расщепляются на атомы в соответствии с формулами:

$$O_2 + h\nu \rightarrow O + O; \quad N_2 + h\nu \rightarrow N + N,$$

где ν — частота излучения,

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек* — постоянная Планка.

Так, на высотах более 120—150 *км* кислород практически полностью диссоциирован. Диссоциация молекулярного азота начинается на высоте около 200 *км*, и на высотах выше 300 *км* азот практически полностью диссоциирован.

Строение атмосферы Земли

Атмосфера может быть разделена на следующие основные слои: тропосферу, которая содержит около трех четвертей всего вещества атмосферы и имеет верхней границей тропопаузу, лежащую над экватором на уровне 16—18 *км*, а в умеренных широтах — на уровне 10—12 *км*; стратосферу, которая расположена выше тропопаузы вплоть до высот 60—80 *км* и характеризуется незначительным количеством водяных паров; ионосферу, расположенную выше стратосферы и характеризующуюся наличием огромного числа электрически заряженных частиц — электронов и ионов, возникающих в результате расщепления (ионизации) нейтральных молекул воздуха.

Ионосфера переходит в радиационные пояса Земли. Основными источниками ионизации земной атмосферы являются электромагнитные волны солнечного излучения с длиной короче 1 340 Å (134 · 10^{-9} *м*), т. е. нижний участок ультрафиолетового поддиапазона и мягкие рентгеновские лучи, имеющие длину волны короче 20 Å, а также испускаемые с поверхности Солнца потоки заряженных частиц, образующих корпускулярное излучение. Плотность потока солнечного электромагнитного излучения вне земной атмосферы составляет около 1 400 *вт/м*^{2}. Кроме того, в ионизации земной атмосферы участвуют ультрафиолетовые излучения «горячих» звезд и микрометеоритные потоки (космическая пыль). Огромное число микрометеоритов (до 10^{20} частиц в сутки) размером в основном меньше 20 *мк* непрерывно вторгается в земную атмосферу с большими скоростями и вызывает ионизацию.

Внешняя часть ионосферы переходит в радиационные пояса, открытые в начале 1959 г. и представляющие собой области заряженных частиц (главным образом электронов и протонов).

Согласно имеющимся в настоящее время данным магнитное поле Земли вследствие внешнего давления стационарного солнечного потока электронов и протонов (солнечного ветра) локализовано в ограниченной области околоземного космического пространства. Эта область называется магнитосферой Земли, простирающейся по крайней мере на 60 000 *км* от центра Земли. Основной гипотезой о происхождении радиационных поясов Земли, получившей экспериментальное подтверждение, является гипотеза о захвате магнитосферой Земли потоков заряженных частиц, вторгающихся в околоземное космическое пространство.

Рис. 6-9. Схема расположения радиационных поясов Земли. Числа у контуров указывают количество импульсов в секунду, зарегистрированных счетчиком Гейгера (по модели до 1965 г.).

1 — внутренний радиационный пояс; *2* — внешний радиационный пояс; *3* — самый внешний радиационный пояс; *4* — геомагнитный экватор.

Земля окружена тремя радиационными поясами (рис. 6-9). Внутренний пояс, расположенный в интервале геомагнитных широт ±35 —40°, в плоскости геомагнитного экватора начинается на высоте около 500 *км* в западном полушарии и 1 600 *км* — в восточном и распространяется до расстояний порядка 9 000 *км* в плоскости экватора, причем плотность потока частиц становится максимальной на высоте около 3 800 *км*. На этой высоте счетчики Гейгера регистрируют около 25 000 импульсов в секунду, что соответствует дозе излучения примерно 10 *р/ч*, если частицами являются электроны, или примерно 100 *р/ч*, если частицами являются протоны. Внутренний пояс состоит в основном из протонов с энергией до 100 *Мэв* и более и электронов с энергией до 1 *Мэв*

(зарегистрированы и более энергичные частицы).

Внешний пояс радиации начинается на расстоянии примерно 13 000 *км* (в плоскости экватора), простирается до расстояний порядка нескольких радиусов Земли, причем максимальная плотность потока частиц находится на уровне около 16 000 *км* (в плоскости экватора). Этот пояс охватывает интервал геомагнитных широт от +55 до —55° С и состоит главным образом из электронов с энергиями от 100 *кэв* до 3—6 *Мэв*.

Самый внешний радиационный пояс находится на расстоянии между 55 000 и 75 000 *км*. Его заполняют электроны с энергиями, меньшими энергий электронов внутреннего и внешнего поясов Земли. Однако плотность потока частиц в самом внешнем поясе достаточно высока и достигает $1 \div 2) 10^8$ *см*$^{-2}$·*сек*$^{-1}$.

Структура и свойства ионосферы

По представлениям, сложившимся ранее, ионосфера характеризуется существованием нескольких максимумов (слоев) ионизации. На высотах 60—90 *км* днем существует слой D, исчезающий ночью. Далее расположен слой E, имеющий максимум концентрации электронов* на высоте 110—130 *км*. Выше расположен слой F, который летом (днем) расщепляется на два слоя F_1 и F_2. Слой F_1 имеет максимум электронной концентрации на высоте порядка 200—230 *км*, а слой F_2 — на высоте порядка 350 *км*. От слоя к слою ионизация увеличивается, достигая максимума в слое F_2.

Данные измерений, полученные в последнее время, не подтверждают существования резко выраженного слоя E [Л. 27, 28, 33]. В действительности выше максимума концентрации электронов и ионов на высоте 100—120 *км* расположена область ионосферы со сравнительно плавным переходом (вследствие процессов диффузии) к максимуму электронной концентрации на высоте около 350 *км*. После этого, по мере дальнейшего увеличения высоты, электронная концентрация сравнительно медленно убывает (рис. 6-10). Таким образом, наряду с некоторыми «уступами» ионизации существует только один основной максимум ионизации. Однако существующие в течение многих лет представления о строении ионосферы как слоистой среды широко применяются при рассмотрении и объяснении процессов распространения радиоволн. Поэтому пока что нецелесообразно отказываться от принятого разделения ионосферы на слои D, E и F. Следует только помнить, что такое разделение является условным.

Области ионосферы на уровне слоев D, E и F_1 обладают относительным постоянством, проявляющимся в том, что суточный ход изменения электронной концентрации и

* Концентрация электронов определяется их числом в единице объема, за который обычно принимается 1 *см*^{3}.

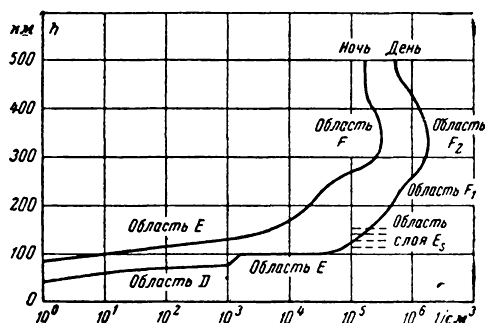


Рис. 6-10. Примерная картина распределения электронной концентрации по высоте днем и ночью.

высота расположения «уступов» сохраняются почти неизменными.

С наступлением темноты из-за быстрой рекомбинации (восстановления молекул) исчезают область слоя D и «уступ» на уровне слоя F_1. В то же время электронная концентрация области E сохраняет постоянное значение в течение всей ночи.

В области F_2 электронная концентрация и высота расположения максимума претерпевают значительные изменения день ото дня. При этом ионизация различна в летнее и зимнее время. Зимой (в северном полушарии) электронная концентрация в этой области увеличивается. Суточный ход электронной концентрации области F_2 зависит также от геомагнитной широты.

Наряду с рассмотренными «регулярными» областями ионосферы иногда на высоте 95—125 *км* образуется так называемый спорадический слой E (слой E_s), в котором электронная концентрация в несколько раз превышает концентрацию области E. Слой E_s в средних широтах чаще образуется днем в летние месяцы. В полярных же районах область слоя E_s возникает в основном в ночное время. Частота появления E_s увеличивается с увеличением геомагнитной широты. Поскольку солнечное излучение является основным источником ионизации атмосферы Земли, то от стационарности активности Солнца зависит и стационарность процессов ионизации.

Замечено, что активность Солнца периодически изменяется и характеризуется среднегодовым относительным числом солнечных пятен. Период изменения солнечной активности составляет около 11 лет (очередной максимум приходится на 1968 г.). Наряду с периодическим изменением солнечной активности имеют место случайные резкие изменения солнечной активности (вспышки), связанные с возникновением в атмосфере Солнца (в хромосфере) грандиозных возмущений, сопровождающихся выбросом из хромосферы больших масс ионизированного водорода. Хромосферные вспышки большой мощности возникают в среднем 2—3 раза в год и приводят к резкому росту ионизации атмосферы Земли.

С ростом солнечной активности число вспышек (больших и малых) увеличивается.

Во время максимальной «яркости» вспышки испускается интенсивное ультрафиолетовое излучение (наблюдаются также всплески радиоизлучения). Достигая ионосферы, оно вызывает ионосферно-магнитные бури, т. е. более или менее резкие изменения интенсивности заряженных частиц в ионосфере и напряженности магнитного поля Земли. Подобные бури сравнительно кратковременны и их распространение ограничивается освещенным полушарием Земли. При этом наблюдаются нарушения радиосвязи на коротких волнах, обусловленные интенсивной ионизацией слоя D. По истечении некоторого времени (до 6 *ч* и более) после наблюдения «световой» вспышки на Солнце в околоземное космическое пространство вторгаются обычно мощные потоки заряженных частиц, главным образом протонов, выбрасываемых из области, окружающей вспышку. «Ударное» воздействие этих потоков приводит к возмущению магнитного поля Земли, т. е. к магнитной буре. При этом на высоте около 100 *км* создается дополнительная интенсивная ионизация, приводящая к нарушениям радиосвязи, и возникают полярные сияния. Данные возмущения магнитного поля Земли (и ионосферы) продолжительны, могут существовать иногда в течение нескольких дней и распространяются как на освещенное, так и теневое полушарие Земли.

6-3. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

Прямые и поверхностные волны

На характер распространения радиоволн сильное влияние оказывают земная поверхность, тропосфера и ионосфера. Вследствие этого радиоволны могут распространяться между радиопередающим и радиоприемным устройствами различными путями: прямыми, поверхностными и пространственными волнами (рис. 6-11).

Прямые волны — это радиоволны, распространяющиеся в свободном пространстве по прямолинейной траектории. Радиосвязь с прямыми волнами может наблюдаться в космическом пространстве, за пределами земной атмосферы (за пределами радиационных поясов Земли). В большинстве случаев радиосвязь, в том числе и радиосвязь с космическими объектами, ведется в пределах земной атмосферы, когда радиоволны испытывают некоторое искривление траектории распространения, рассеиваются и меняют поляризационные характеристики.

Поверхностные волны — это радиоволны, распространяющиеся в непосредственной близости от земной поверхности и частично огибающие ее вследствие дифракции, рефракции (преломления) и рассеяния в тропосфере. Иногда радиоволны, главным образом в диапазоне УКВ, распространяются на расстояния до 1 000 *км* из-за действия только рефракции и рассеяния; их называют тропосферными волнами.

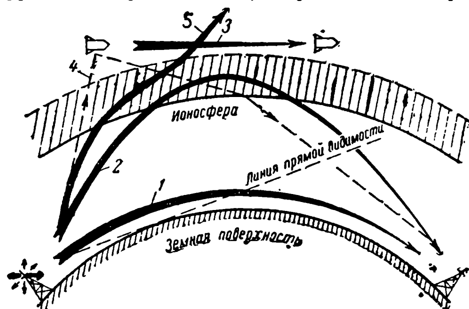


Рис. 6-11. Возможные пути распространения радиоволн.

1 — поверхностная волна; 2 — пространственная волна; 3 — прямая волна; 4 — связь вида Земля — Космос — Земля; 5 — невозвращающаяся к Земле волна.

Дифракция радиоволн — способность радиоволн огибать препятствия, лежащие на пути распространения. Такими препятствиями являются: выпуклость земного шара, горы, строения и т. п.

Дифракция радиоволн возникает в результате возбуждения радиоволной высокочастотных колебаний на поверхности препятствий. Эти колебания в свою очередь вызывают излучение радиоволн (подобно излучению антенны), возбуждающих соседние участки поверхности (принцип Гюйгенса — Френеля). Последовательная совокупность подобных возбуждений приводит к передаче части энергии в область пространства, затененную от передающей антенны радиостанции. При этом на нагревание поверхностных участков почвы, воды, материала строений и других объектов уходит некоторая доля энергии. С укорочением длины волны потери энергии растут. Поэтому наиболее существенное значение явление дифракции имеет в диапазонах СВ, ДВ и СДВ.

Потери радиочастотной энергии в сильной степени зависят от длины распростра-

Таблица 6-4

Среда	Свойства среды		
	Диэлектрик	Полупроводник	Проводник
Сухая земля	$\lambda<4$ *м*	4 *м* $<\lambda<$ 400 *м*	$\lambda>$ 400 *м*
Морская вода	$\lambda<3$ *см*	3 *см* $<\lambda<$ 3 *м*	$\lambda>3$ *м*

няющейся волны и свойств земной поверхности. Так, табл. 6-4 показывает, что почва для различных волн может проявлять себя как диэлектрическая полупроводящая или проводящая среда. Естественно, что наибольшие потери энергии радиоволн будут в среде со свойствами диэлектрика.

Рефракция радиоволн — явление искривления траектории распространения радиоволн, происходящее при переходе их из одной среды в другую (вследствие различия скорости распространения в этих средах) и при распространении радиоволн в неоднородной среде (из-за изменения скорости распространения от точки к точке). Например, при переходе распространяющейся радиоволны из воздуха в почву или воду или при распространении радиоволн в тропосфере, являющейся неоднородной средой.

Рефракция радиоволн в тропосфере

Явление рефракции в тропосфере объясняется изменением диэлектрической проницаемости и соответственно показателя преломления n с высотой. У Земли значение показателя преломления $n=n_0$ незначительно превышает единицу и в зависимости от метеорологических и климатических условий равно 1,00026—1,00046. В зависимости от метеорологических условий температура, давление и влажность воздуха сложным образом могут изменяться с высотой и во времени, что приводит к соответствующим изменениям показателя преломления, а значит, и к различному проявлению рефракции.

Радиус кривизны траектории радиоволны в тропосфере (при пренебрежении кривизной земной поверхности) может быть определен по формуле

$$R=\frac{n}{\sin\varphi\left(-\frac{dn}{dh}\right)}, \qquad (6\text{-}13)$$

где φ — угол падения волны на преломляющую границу раздела;

dn/dh — градиент показателя преломления (рис. 6-12).

Знак минус у градиента показателя преломления означает, что радиус кривизны будет положительным, а траектория лучей обращена выпуклостью вверх только при уменьшении показателя преломления с высотой.

Учитывая, что $n\approx 1$, а для наиболее интересного случая пологих лучей $\sin\varphi\approx 1$, имеем:

$$R=\frac{10^6}{dN_п/dh}, \qquad (6\text{-}14)$$

где $N_п=(n-1)10^6$ — индекс преломления.

Формула (6-14) показывает, что радиус кривизны радиолуча в тропосфере определяется не абсолютным значением коэффициента преломления, а быстротой его изменения с высотой.

При распространении в нормальной тропосфере, характеризующейся постоянством градиента индекса преломления в тропосфере, траектории радиоволн, идущих под небольшими углами к поверхности Земли, имеют форму дуг окружности с радиусом $R=25\,000$ *км*. Атмосферная рефракция, происходящая в нормальной тропосфере, называется нормальной.

Учет влияния атмосферной рефракции при линейной зависимости показателя n от высоты производится с помощью эквивалентного радиуса $a_э$ Земли.

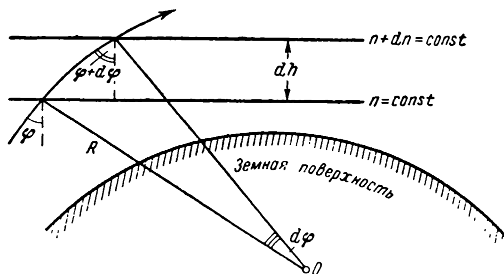


Рис. 6-12. К определению радиуса кривизны траектории радиоволн в тропосфере.

Предположим, что радиоволны, испытывающие рефракцию, распространяются не по криволинейным траекториям, а по прямолинейным траекториям над некоторой воображаемой поверхностью, эквивалентный радиус кривизны которой $a_э$ получается не равным радиусу Земли $a=6\,370$ *км* (рис. 6-13). Значение эквивалентного радиуса определяется из условия сохранения постоянства относительной кривизны между радиолучом и поверхностью земли в действительных и эквивалентных условиях распространения радиоволны:

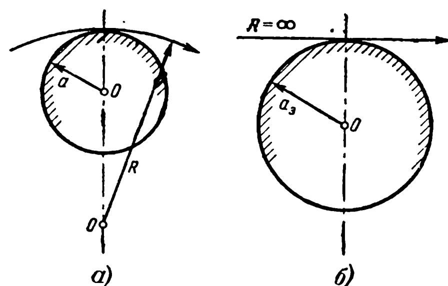


Рис. 6-13. К определению эквивалентного радиуса Земли $a_э$.

а — траектория радиоволны при рефракции в реальных условиях; *б* — эквивалентная схема распространения рефрагирующей волны над прямолинейной «землей» с эквивалентным радиусом $a_э$.

$$a_э=\frac{a}{1+a\frac{dN_п}{dh}\cdot 10^{-6}}. \qquad (6\text{-}15)$$

Для нормальной рефракции

$$\frac{dN_п}{dh} = -4\cdot10^{-2}\ 1/м$$

и величина

$$a_э \approx 8\,500\ км\ [Л.\ 1,\ 2].$$

Под влиянием различных метеорологических условий в тропосфере может возникнуть изменение индекса преломления с высотой, значительно отличающееся от условий, определяющих возникновение нормальной рефракции. В соответствии с этим *рефракция может быть отрицательной, отсутствовать или быть положительной.*

При отрицательной рефракции индекс $N_п$ не уменьшается, как обычно, с высотой, а, наоборот, **возрастает, т. е.** $dN_п/dh>0$. При этом $R<0$ и траектория радиоволны обращена выпуклостью вниз — радиоволна удаляется от поверхности Земли. Подобная рефракции возникает крайне редко.

Если индекс $N_п$ при изменении высоты остается постоянным, то рефракция отсутствует.

Наиболее часты на практике случаи, когда индекс $N_п$ с высотой уменьшается, т. е. $dN_п/dh<0$. Траектория радиоволны в этом случае обращена выпуклостью вверх — наблюдается положительная рефракция.

Положительная рефракция подразделяется на пониженную (радиус кривизны траектории радиоволны больше, чем при нормальной рефракции), нормальную повышенную (радиус кривизны траектории радиоволны меньше, чем при нормальной рефракции), критическую (радиус кривизны траектории радиоволны равен радиусу земного шара) и сверхрефракцию (радиус кривизны траектории радиоволны меньше радиуса земного шара). При сверхрефракции радиоволны, излученные под небольшими углами возвышения, испытывают в нижних слоях тропосферы полное внутреннее отражение и возвращаются к поверхности Земли. При последовательных отражениях от земной поверхности радиоволны могут распространяться на значительные расстояния за пределы «прямой видимости».

С целью прогнозирования вида рефракции в настоящее время применяются специальные приборы — рефрактометры, измеряющие индекс показателя преломления. В табл. 6-5 приведены классификация различных видов атмосферной рефракции и условия их возникновения.

Рассеяние радиоволн неоднородностями турбулентной тропосферы

Возникающее в нижних слоях тропосферы рассеяние радиоволн проявляется в виде произвольного (беспорядочного) изменения направления распространения радиоволн и связано с наличием вихревых (турбулентных) неоднородностей в тропосфере, образующихся при перемешивании восходящих и нисходящих потоков воздуха и других процессов. На рис. 6-14 видны «наложенные» на изменение зависимости индекса $N_п$ от высоты флюктуационные колебания, характеризующие локальные неоднородности тропосферы. Колебания индекса $N_п$ и объясняют рассеяние радиоволн в разных направлениях относительно основного направления распространения. Действительно, поскольку в вихревых неоднородностях, которые существуют всегда, скорость распространения радиоволн от участка к участку воздушной сферы произвольно меняется, флюктуирует, то различные участки фронта волны за один и тот же промежуток времени проходят различные пути и фронт волны становится криволинейным, рассеивающим (рис. 6-15).

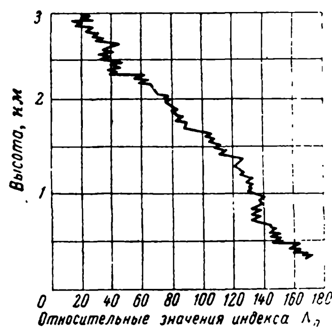


Рис. 6-14. Кривая изменения с высотой индекса преломления $N_п$, снятая с помощью рефрактометра.

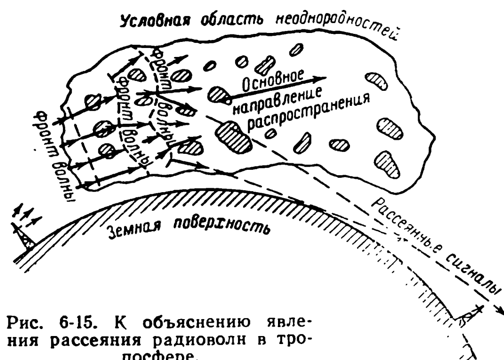


Рис. 6-15. К объяснению явления рассеяния радиоволн в тропосфере.

Искривления фронта невелики, и основная часть энергии радиоволны распространяется в прежнем направлении. Небольшая часть энергии под небольшими углами к первоначальному направлению распространения поступает за пределы прямой видимости.

В связи с небольшими размерами вихревых неоднородностей тропосферы явление рассеяния радиоволн проявляется в основном в диапазоне ультракоротких волн.

В этом диапазоне волн рассеяние является причиной того, что при работе радиопередатчиков постоянно существует слабое поле далеко за пределами прямой видимости (на расстояниях до 1 000 *км*).

Для приема рассеянных полей необходимы чувствительные приемники и направленные антенны. Прием рассеянных сигналов связан с довольно глубокими замираниями и характерен искажениями сигналов, особенно тех, которые имеют широкий спектр частот (импульсные, частотно-модулированные и др.). Эти искажения происходят вследствие появления в месте приема сигналов, рассеянных в различных участках тропосферы и имеющих поэтому существенные фазовые сдвиги.

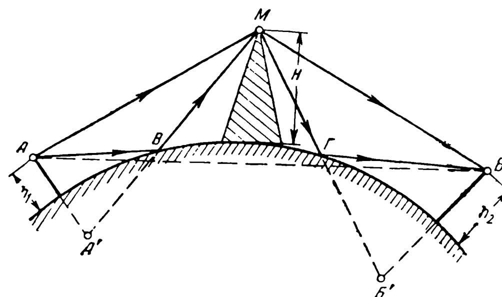


Рис. 6-16. Дифракция у клиновидного препятствия при учете отражений от поверхности земли.

Влияние рельефа и электрических неоднородностей земной поверхности

Рельеф местности может оказать существенное влияние на распространение поверхностных волн. Высокие холмы, горы сильно возмущают поле радиоволны. При этом за препятствием может произойти как ослабление сигнала, так и его «усиление», по сравнению с полем при дифракции радиоволн вокруг гладкой поверхности земли. Для расчета поля за препятствием обычно последнее аппроксимируют полуплоскостью, клином, полусферой, полуцилиндром или другой поверхностью, для которой дифракционная задача имеет решение. Явлению усиления сигнала за препятствием можно дать следующее физическое объяснение: если высота препятствия *М* много больше высоты антенн h_1 и h_2 (рис. 6-16), то множители ослабления «прямой» волны (*АМБ*) и отраженной (*АВМГБ*) имеют один порядок, а коэффициенты отражения от почвы близки к единице (главным образом в диапазоне УКВ). Поэтому при благоприятных фазовых соотношениях напряженность результирующего поля в месте приема может в 4 раза превышать поле *E*, которое создалось бы в случае распространения одного луча при отсутствии препятствия. На рис. 6-17 приведена зависимость коэффициента (множителя) ослабления поля *F* (*дб*), на который надо умножить значение *E*, от высоты препятствия для радиолинии протяженностью 80 *км* (сплошная линия) и 240 *км* (пунктирные линии) при высоте антенн $h_1=h_2=30$ *м* для частоты 100 *Мгц*. Так, при протяженности радиолинии 80 *км* максимальное усиление сигнала составило около 23 *дб* (при высоте препятствия 500 *м*).

Электрические неоднородности земной поверхности, имеющие место, например, на границе море — суша, приводят к искажению направления распространения радиоволн — береговой рефракции [Л. 3, 6]. Амплитуда и фаза поверхностей волны зависят от комплексной диэлектрической проницаемости ε^* «подстилающей» поверхности. На береговой линии значение ε^* испытывает скачок, и вблизи берега поле волны искажается, фронт волны несколько изменяет свое направление, если только угол между нормалью к фронту волны и береговой линией не равен нулю. Если передатчик и приемник поменять местами, то направление искривления фронта волны изменяет свой знак. Учет береговой рефракции важен при радиопеленговании, поскольку ошибка пеленгования при этом может на средних волнах достигать 6—8°.

По мере удаления от берега ошибка пеленгования уменьшается. Происходит это потому, что вдали от берега поле волны

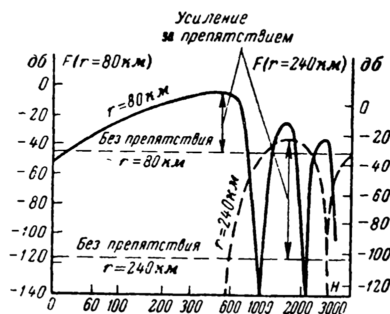


Рис. 6-17. Зависимость коэффициента ослабления поля от высоты препятствия.

определяется не возмущенной волной, распространяющейся от береговой линии, а волнами, идущими от расположенных высоко над Землей невозмущенных участков фронта волны. По этой же причине береговая рефракция быстро убывает по мере подъема хотя бы одной из антенн — приемной или передающей.

Пространственные волны

Распространение пространственных радиоволн на большие расстояния объясняется преломлением в ионосфере.

Скорость движения фронта радиоволны в ионосфере $v_и$ отлична от скорости распространения его в воздухе и зависит от

Таблица 6-5

Наименование вида рефракции	$dN_п/dh$, 1/м	R, м	$a_э$, м	Действительная рефракция	Эквивалентная рефракция	Условия возникновения рефракции
Отрицательная рефракция	>0	< 0	<6,37·10⁶		$a_э < a$	Наблюдается, например, при снегопаде, когда с высотой температура убывает значительно быстрее, а влажность — значительно медленнее, чем в нормальной атмосфере
Рефракция отсутствует	0	∞	6,37·10⁶		$a_э = a$	Наблюдается редко, когда в некотором интервале высот индекс $N_п$ сохраняет постоянное значение
Положительная рефракция пониженная	0÷−0,04	∞÷2,5·10⁷	6,37·10⁶÷8,47·10⁶			Наблюдается в дождливую пасмурную погоду, когда температура с высотой убывает быстрее, а влажность медленнее, чем в нормальной атмосфере
Положительная рефракция нормальная	−0,04	2,5·10⁷	8,47·10⁶		$a_э = \frac{4}{3}a$	Наблюдается в пасмурную погоду, когда слои воздуха хорошо перемешаны. Соответствует нормальной атмосфере, когда температура воздуха убывает на каждый километр на 6,5° С, а давление водяного пара — на 3,5 *мбар*
Положительная рефракция повышенная	−0,04÷0,157	2,5·10⁷÷6,37·10⁶	8,47·10⁶÷∞			Наблюдается в ясную погоду после захода Солнца, когда температура воздуха несколько возрастает с высотой, т. е. при наличии инверсии температуры

Продолжение табл. 6-5

Наименование вида рефракции	$dN_п/dh$, 1/м	R, м	$a_э$, м	Действительная рефракция	Эквивалентная рефракция	Условия возникновения рефракции
Критическая рефракция	−0,157	$6{,}37\cdot10^6$	∞	a	$a_э=\infty$	Наблюдается в ясную погоду после захода Солнца при наличии сильной инверсии температуры
Сверхрефракция (волноводное распространение)	<−0,157	$<6{,}37\cdot10^6$	$-\infty \div 0$	a	$a_э<0$	Обычно наблюдается в антициклонную погоду при наличии сильной инверсии температуры и при пониженной влажности атмосферы. Над сушей такие условия имеют место в ночные и утренние часы. Над морем в ясную погоду, часто в течение целых суток, воздух у поверхности моря менее нагрет и более влажен, чем воздух высокорасположенных слоев. Такие условия благоприятны для образования атмосферных волноводов [Л. 1,2]

электронной концентрации N ($1/см^3$) и частоты радиоволны f (*кгц*):

$$v_и = \frac{c}{\sqrt{1 - 80{,}8 \frac{N}{f^2}}}, \quad (6\text{-}16)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек.*

При данной частоте f увеличение концентрации электронов в данном слое ионосферы приводит к увеличению скорости распространения фронта волны. Поэтому при проникновении радиоволны в ионосферу, при наклонном ее падении, вышерасположенные участки фронта волны опережают

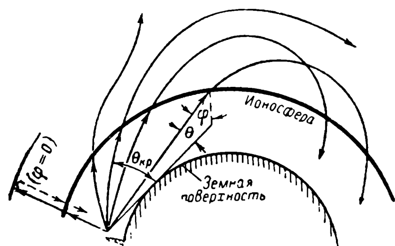


Рис. 6-18. Влияние угла возвышения (угла падения) на преломление радиоволн в ионосфере.

нижерасположенные его участки и фронт волны претерпевает изменение угла наклона по отношению к земной поверхности. Поскольку электронная концентрация в ионосфере увеличивается (до максимума в слое F_2), на некоторой высоте фронт волны может наклониться так, что радиоволна возвратится к земной поверхности. Искривление траектории движения радиоволны в ионосфере тем сильнее, чем значительнее растет электронная концентрация и чем меньше частота радиоволны.

От ионосферы могут отражаться радиоволны, падающие на ионосферу вертикально, т. е. при угле падения $\varphi = 0$ (рис. 6-18). В этом случае при определенной концентрации N от ионосферы могут отражаться радиоволны с частотой $f_{верт} = \sqrt{80{,}8\,N}$.

Соотношение между частотами наклонного луча (частота f) и вертикального луча (частота $f_{верт}$), отражающимися от одной и той же области ионосферы с концентрацией N, имеет вид:

$$f = f_{верт} \sec \varphi. \quad (6\text{-}17)$$

Наибольшая частота (соответствующая максимальной концентрации $N_{макс}$), при которой радиоволны отражаются от ионосферы при вертикальном падении на ионосферу, называется критической частотой $f_{кр}$.

Наряду с преломлением радиоволны в ионосфере испытывают поглощение. С увеличением длины волны увеличивается поглощение радиочастотной энергии в ионосфере, причем в более низких участках ионосферы потери энергии больше, чем в б лее высоких участках.

Чем положе траектория падения ради волны, т. е. чем меньше угол возвышен Θ волны относительно земной поверхнос тем легче выполняется условие для во вращения радиоволн на Землю (рис. 6-1 Более длинные волны отражаются при бол ших углах Θ, чем более короткие. Ультр короткие волны (короче 4—5 *м*) в обычн условиях не отражаются ионосферой да при углах Θ, близких к нулю; они прон зывают ионосферу, испытывая незначител ное искривление траектории движения, уходят в космическое пространство.

Для каждого угла возвышения при да ной электронной концентрации существу максимальная частота (МЧ): во ны с частотами выше МЧ не возвращаютс а волны с частотами ниже МЧ возвращаю ся после падения на ионосферу к земн поверхности. При этом МЧ связана с кр тической частотой «законом секанса»:

$$МЧ = \frac{f_{кр}}{\sin \Theta} = f_{кр} \sec \varphi. \quad (6\text{-}1$$

В ионосфере происходят как «закон мерные» изменения электронной концентр ции (в пределах суток, от сезона к сезон и т. д.), так и случайные, вызываемые, н пример, вихревым движением ионосферно воздуха. При этом, особенно в нижни участках ионосферы, на уровне и ниж слоя E, возникают неоднородности с резк повышенной электронной концентрацие При наличии таких неоднородностей в ис носфере возможно отражение метровы волн.

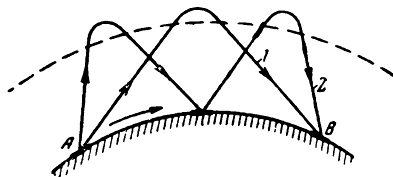


Рис. 6-19. Возникновение замираний из-за интер ференции пространственных волн.
1 — волна, отразившаяся 1 раз от ионосферы
2 — волна, дважды отразившаяся от ионосфер

Максимальная дальность прохождени радиоволной пути (передающая сторона – ионосфера — Земля) не превышает 4 000 – 4 500 *км*. Однако возможно использовани последовательного многократного отраже ния радиоволн от ионосферы и Земли вследствие чего дальность действия прост ранственных волн может достигать 10 000– 15 000 *км* и более (на коротких волнах).

Особенностью приема пространственны волн является наличие замираний сиг налов (федингов) с длительностью от до лей секунды до нескольких десятков секун (и более). Замирания чаще всего являютс следствием интерференции радиоволн, про

шедших различные пути и поэтому имеющих разные фазы. Например, в месте приема часто интерферируют волны, одна из которых претерпевает на пути до точки приема однократное, а вторая — двукратное отражение от ионосферы (рис. 6-19). Результирующее поле в месте приема при отсутствии сдвига фаз в этом случае почти удваивается. При сдвиге фаз на 180° наступает замирание.

Прием пространственных волн на коротких волнах характеризуется наличием зоны молчания, которая возникает потому, что на

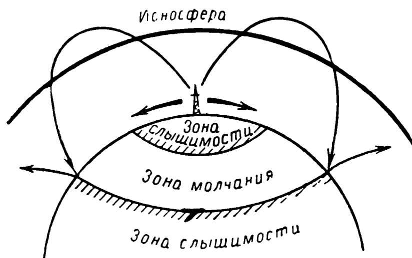


Рис. 6-20. Образование зоны молчания на коротких волнах.

некотором расстоянии от передатчика поверхностная волна становится малоощутимой, а первая отраженная от ионосферы волна возвращается на сравнительно большом удалении от передатчика (рис. 6-20).

Важным обстоятельством, влияющим на характеристики радиоволн, проникающих в ионосферу, является то, что ионизированный газ находится в постоянном магнитном поле Земли (средняя напряженность около 40 *а/м*). Влияние магнитного поля проявляется, например, в том, что под действием электрического поля радиоволны электроны совершают не прямолинейные колебательные движения, а перемещаются по сложным траекториям. Можно считать, что в отсутствие поля радиоволны электроны под действием магнитного поля Земли движутся по некоторой окружности, «навивающейся» на магнитные силовые линии поля Земли. Явление вращательного движения электронов в постоянном магнитном поле называется **гиромагнитным резонансом**. Частота гиромагнитного резонанса называется гироскопической частотой, которая для постоянного магнитного поля Земли $f_м \approx 1{,}4$ *Мгц*.

Действие радиоволны на колебания электронов накладывается на действие магнитного поля Земли, и их траектория имеет достаточно сложную форму, сохраняя элементы вращательного движения. В этом случае при распространении плоской радиоволны обычно возникают поперечные и продольные составляющие электрического поля волны, приводящие к повороту плоскости поляризации и к двойному лучепреломлению. Следует ожидать, что радиоволны с частотой порядка 1,4 *Мгц* будут испытывать повышенное поглощение в ионосфере, возникающее вследствие совпадения частот поля радиоволны и колебаний электронов.

Ионизированный газ при наличии постоянного магнитного поля имеет свойства анизотропной среды, т. е. условия распространения радиоволн в различных направлениях неодинаковы.

В формальном отношении это проявляется в наличии у диэлектрической проницаемости (коэффициента преломления) двух знаков. Как показано в [Л. 12], квадрат коэффициента преломления ионизированного газа представляется формулой

$$n^2_{1(2)} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \dfrac{\omega^2\omega^2_{поп}}{2\left(\omega^2-\omega_0^2\right)} (\mp) \sqrt{\left[\dfrac{\omega^2\omega^2_{поп}}{2\left(\omega^2-\omega_0^2\right)}\right]^2 + \omega^2_{прод}\omega^2}}, \qquad (6\text{-}19)$$

где $\omega_0^2 = Ne^2/\varepsilon_0 m$ — квадрат «плазменной» частоты ионизированного газа (e и m — заряд и масса электрона соответственно);

$\omega_{поп} = \mu_0 e H_{поп}/m$ — «поперечная» гироскопическая частота ($H_{поп}$ — напряженность поперечной составляющей магнитного поля);

$\omega_{прод} = \mu_0 e H_{прод}/m$ — «продольная» гироскопическая частота ($H_{прод}$ — напряженность продольной составляющей магнитного поля).

Два знака для коэффициента преломления указывают на двойное лучепреломление радиоволн в ионосфере. Индекс 1 в формуле (6-19) относится к необыкновенному лучу, а индекс 2 — к обыкновенному лучу.

Линейно-поляризованная волна, падая на поверхность раздела магнитоактивной среды, какой является ионосфера, расщепляется на две эллиптически поляризованные волны с разными показателями поглощения и фазовыми скоростями.

В случае поперечного магнитного поля обыкновенный луч (с составляющей вектора электрического поля, направленной вдоль вектора напряженности магнитного поля земли H_0) не испытывает влияния магнитного поля. Необыкновенный луч оказывается эллиптически поляризованным и при этом имеет компоненту вдоль направления распространения радиоволн.

В случае продольного магнитного поля обыкновенный и необыкновенный лучи поляризованы по кругу с «левым» и «правым» вращением, если смотреть в направлении распространения радиоволн. Результирующее поле при этом оказывается линейно-поляризованным, причем плоскость

поляризации при распространении радиоволны вращается (явление Фарадея).

При произвольной ориентировке направления распространения радиоволн относительно направления постоянного магнитного поля Земли линейно-поляризованная волна в ионосфере расщепляется на две эллиптически поляризованные волны, распространяющиеся с различными скоростями ($v_1=c/n_1$ и $v_2=c/n_2$). Большие оси эллипсов поляризации этих волн повернуты на 90° одна относительно другой, и направления вращения результирующих векторов электрического поля противоположны (право- и левополяризованные волны).

6-4. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ВОЛН

Тропосферное распространение УКВ

В основном распространение в УКВ диапазоне происходит тропосферными волнами. На волнах длиннее 4—5 *м* существенное значение имеют также пространственные волны.

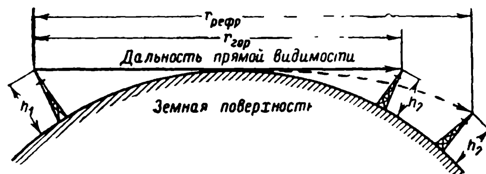


Рис. 6-21. Дальность «прямой видимости» без учета и с учетом рефракции радиоволн.

В связи с большими потерями энергии в почве и малой длиной волны при не очень больших мощностях передатчиков дифракция на УКВ выражена слабо. Значительно более сильно при приеме УКВ за пределами «прямой видимости» сказываются рефракция и рассеяние радиоволн в тропосфере.

Во многих случаях при стремлении получить линии устойчивой радиосвязи на УКВ с помощью передатчиков небольшой мощности (от нескольких ватт до нескольких десятков ватт) и приемников невысокой чувствительности (порядка 1 *мв*) интересуются расстояниями $r_{гор}$ (*км*) для линии радиосвязи, лежащей в пределах прямой видимости между передающей и приемной антеннами (рис. 6-21). Это расстояние можно вычислить:

$$r_{гор}=3{,}57\left(\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}\right), \quad (6\text{-}20)$$

где h_1 и h_2 — высота расположения передающей и приемной антенн, *м*.

В некоторых случаях возможная дальность радиосвязи выбирается с учетом нормальной рефракции атмосферы:

$$r_{рефр}=4{,}12\left(\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}\right). \quad (6\text{-}21)$$

При расчетах напряженности электрического поля на радиолиниях небольшой протяженности ($r<r_{гор}$), когда выполняется условие $h_1h_2\leqslant r\lambda/18$, хорошие результаты дает применение «квадратичной» формулы Б. А. Введенского

$$E_д=\frac{2{,}18\sqrt{P_\Sigma G}\,h_1h_2}{r^2\lambda}, \quad (6\text{-}22)$$

где $E_д$ — действующее значение напряженности электрического поля, *мв/м*;
r — расстояние, *км*;
h_1 и h_2 — высота антенн, *м*;
P_Σ — мощность передатчика, *квт*;
G — коэффициент усиления передающей антенны.

Пример. Определить напряженность поля на расстоянии 10 *км* от передатчика, если $P_\Sigma=25$ *вт*; $G=20$; $\lambda=1$ *м*; $h_1=25$ *м*; $h_2=10$ *м*.

Решение. Проверяем возможность применения формулы Б. А. Введенского к условиям примера:

$$h_1h_2=250\ м^2;\quad \frac{r\lambda}{18}=\frac{10\cdot 10^3\cdot 1}{18}\approx 555\ м^2,$$

т. е. формулой пользоваться можно.

Подставляя величины в формулу, получаем:

$$E_д=\frac{2{,}18\sqrt{0{,}025\cdot 20}\cdot 25\cdot 10}{10^2\cdot 1}=3{,}8\ мв/м.$$

Напряженность поля не слишком далеко за пределами «прямой видимости» ($r<<(1{,}5\div 2)\,r_{гор}$) можно приближенно найти по дифракционной формуле

$$E_д=\frac{4{,}25\sqrt{P_\Sigma G}\,h_1h_2r_{гор}^{n_з-2}}{r^{n_з}}f, \quad (6\text{-}23)$$

где f — рабочая частота, *Мгц*;
$n_з$ — показатель степени затухания поля за горизонтом, определяемый по графику на рис. 6-22.

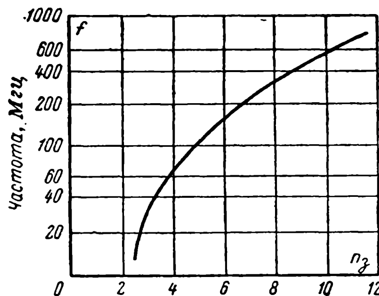


Рис. 6-22. График показателя степени затухания поля за горизонтом.

Размерность единиц в формуле (6-23) совпадает с размерностью единиц формулы (6-22).

Пример. Найти напряженность поля на расстоянии $r=40$ *км* от передатчика при прочих условиях предыдущего примера.

Решение. Дальность прямой видимости

$$r_{гор}=3{,}57\left(\sqrt{25}+\sqrt{10}\right)\approx 29{,}1\ км.$$

Поскольку $r>r_{гор}$, то можно при расчете применить формулу (6-23). Учтя, что

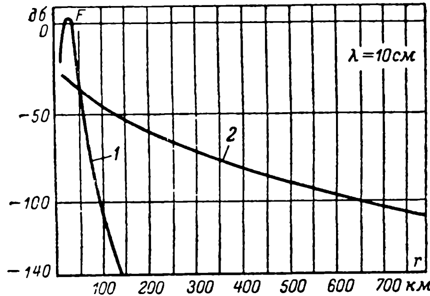


Рис. 6-23. Зависимость множителя ослабления F от расстояния.

1 — по дифракционной теории; 2 — при дальнем тропосферном распространении; $F_{дб}=10\lg\frac{S}{S_{сп}}$, *дб* ($S$ — экспериментальное среднее значение плотности потока энергии при рассеянии радиоволн; $S_{сп}$ — плотность потока энергии радиоволн в свободном пространстве).

длине волны 1 *м* соответствует $f=300$ *Мгц* и найдя по графику на рис. 6-22 величину $n_э\approx 6$, получаем:

$$E_д=\frac{4{,}25\sqrt{25\cdot10^{-3}\cdot20\cdot25\cdot10\cdot29{,}1^4}}{40^6}\cdot300=$$
$$=13\ мкв/м.$$

Чтобы принять такой слабый сигнал, необходимо иметь высокочувствительный приемник и направленную антенну.

Однако во многих случаях на расстояниях от передатчика, в несколько десятков раз превышающих дальность прямой видимости, систематически наблюдаются поля, напряженность которых значительно превосходит значения, получаемые в результате расчетов по дифракционным формулам (рис. 6-23).

Обычно прием сигналов УКВ на очень больших расстояниях обусловливается рассеянием радиоволн в нижних слоях тропосферы. В случае несильнонаправленных антенн, одинаковых на передающей и приемной сторонах, при условии, что ширина характеристики направленности антенн $\Theta°>0{,}044° r$, напряженность поля далеко за пределами прямой видимости ориентировочно можно определить по формуле «рассеянного поля»:

$$E_д\approx 3\frac{\sqrt{P_\Sigma G}}{r^{3/2}}. \qquad (6\text{-}24)$$

Пример. Определить напряженность поля на расстоянии 400 *км* от передатчика, если $P_\Sigma=1$ *квт*, $G=13$.

Решение. Антенна, обладающая коэффициентом усиления $G=13$, имеет ширину характеристики направленности $\Theta\approx\approx 40°$. Условие применимости формулы ($40°>0{,}044°\cdot400=18°$) соблюдается.

Подставляя данные примера в формулу (6-24), получаем:

$$E_д=3\frac{\sqrt{1\cdot13}}{400^{3/2}}\approx 1{,}4\ мкв/м.$$

Следует отметить, что максимальное расстояние возможного приема волн, рассеянных в тропосфере в УКВ диапазоне, может достигать 700—800 *км* и более, иногда до 1 000 *км*. Для радиосвязи на такие расстояния требуются передатчики большой мощности (до 1 *квт* и более) и высокочувствительные приемники.

Если известен множитель ослабления F по напряженности поля, связанный с величиной $F_{дб}$ (рис. 6-23) соотношением $F=10^{F_{дб}/20}$, то мощность на входе приемного устройства определяется по формуле

$$P_{пр}=\frac{P_\Sigma G_{пр} G_\Sigma \lambda^2}{(4\pi r)^2}F^2, \qquad (6\text{-}25)$$

где $G_{пр}$ и G_Σ — коэффициенты усиления приемной и передающей антенн соответственно.

Множитель ослабления зависит от длины волны, времени года (он больше для зимних, чем для летних месяцев) и т. д. На

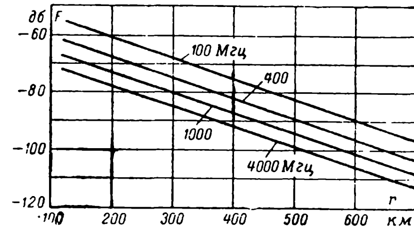


Рис. 6-24. Зависимость медианных значений множителя ослабления от рассеяния (в зимние месяцы).

рис. 6-24 представлен график изменения медианных значений множителя ослабления *, полученных из условия 50%-ной вероятно-

* По определению для случайной величины (в данном случае случайной величиной является действующее значение напряженности электрического поля) с непрерывной функцией распределения $F(x)$ медианное значение определяется как корень уравнения $F(x)=0{,}5$. Другими словами, случайная величина с вероятностью 50% принимает значения, как больше медианного, так и меньше его.

сти ведения радиосвязи в зимние месяцы. Для получения более надежной связи необходимо увеличить мощность передатчика или направленность передающей и приемной антенн.

Качество принимаемых сигналов на очень больших расстояниях обычно получается невысоким из-за фазовых сдвигов радиоволн, пришедших в точку приема из различных областей тропосферы. Это обстоятельство приводит к ограничению полосы частот, пропускаемых тропосферой. В случае слабонаправленных антенн полосу пропускания тропосферы $\Delta f_{тр}$ (*Мгц*) можно ориентировочно определить по формуле

$$\Delta f_{тр} = \frac{16{,}7}{r^3}, \qquad (6\text{-}26)$$

где r — расстояние, выражается в сотнях километров.

Пример. Оценить полосу пропускания тропосферы для радиолинии протяженностью $r=400$ *км*, если приемная антенна обладает направленностью порядка $\Theta=40°$.

Решение. Поскольку на приемной стороне применяется слабонаправленная антенна, то можно воспользоваться при расчете формулой (6-26). Получаем:

$$\Delta f_{тр} = \frac{16{,}7}{4^3} = 0{,}26 \text{ Мгц}.$$

В данном случае полоса пропускания тропосферы не позволяет удовлетворительно вести прием широкополосных передач, например телевидения.

Для увеличения полосы пропускания тропосферы приходится применять остронаправленные передающие и приемные антенны. Существующие методы расчета линий дальней тропосферной радиосвязи для практических целей изложены в [Л. 2, 20, 21].

Прием слабых рассеянных тропосферных сигналов обычно сопровождается более или менее глубокими быстрыми и медленными замираниями. Быстрые замирания с периодом, определяемым секундами или минутами, вызваны изменениями в положении и характере вихревых неоднородностей тропосферы, что вызывает замирания при многолучевом распространении. Медленные замирания с периодом, определяемым часами, вызваны изменением степени рефракции: увеличение рефракции увеличивает амплитуду рассеянных сигналов и наоборот. С быстрыми замираниями можно успешно бороться, применяя на приемной стороне, например, две разнесенные на расстояние больше 10 λ антенны (антенны располагаются вдоль линии, перпендикулярной направлению приема). Увеличение расстояния, на которое разнесены антенны, и количества приемных антенн приводит к повышению надежности приема. На графике на рис. 6-25 представлены кривые распределения вероятностей превышения некоторого минимального уровня сигнала при приеме на две, три и более разнесенные антенны. График показывает, что особенно заметен выигрыш при переходе от одной приемной антенны к двум разнесенным приемным антеннам.

Отражения УКВ от ионосферы

На волнах длиннее 4—5 *м* наблюдаются интенсивные отражения от ионосферы в годы высокой солнечной активности. Но радиосвязь при этом носит неустойчивый характер.

Более устойчивый характер имеет радиосвязь за счет некоторого рассеяния метровых волн на неоднородностях нижних участков ионосферы (на уровне спорадического слоя E_s). Для большей надежности такой радиосвязи требуется применять передатчики мощностью до 10 *квт* и более, а также остронаправленные антенны. Конеч-

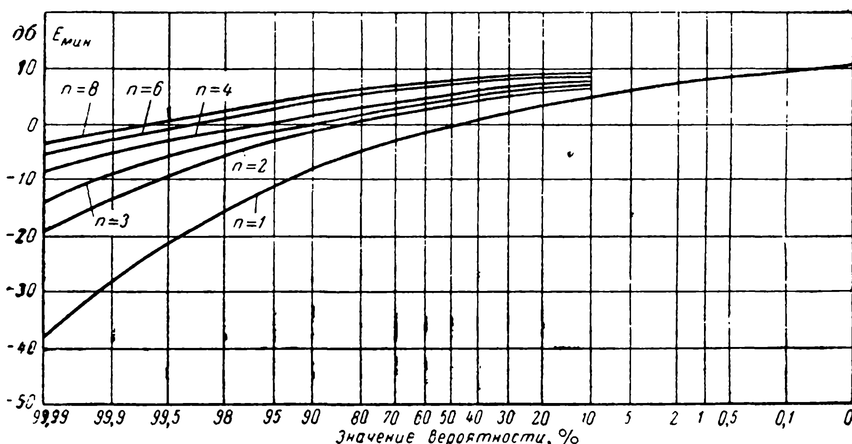


Рис. 6-25. Кривые распределения вероятностей превышения некоторого минимального уровня $E_{мин}$ (в децибелах по отношению к медианному уровню при приеме на одну антенну) при приеме на несколько разнесенных антенн.

но, можно применять и не очень мощные передатчики в случае, если работа на линии радиосвязи ведется с перерывами, т. е. когда линия радиосвязи автоматически включается только на моменты «вспышек» ионосферы, вызванных, например, действием метеоритных ионизированных следов. Достоинством подобных линий радиосвязи следует считать отсутствие необходимости смены рабочих частот в течение суток и года [Л. 24, 25].

Прием рассеянных в ионосфере полей в диапазоне УКВ сопровождается быстрыми и глубокими замираниями, аналогичными замираниям тропосферных рассеянных полей. Поэтому борьба с этими замираниями обычно ведется с помощью приема сигналов на две антенны, разнесенные друг от друга на расстояние, равное примерно 10 λ.

Наиболее хорошие результаты при приеме ионосферных рассеянных полей на ультракоротких волнах достигаются на трассах длиной 1 000—2 500 *км*. На расстояниях меньше 1 000 *км* от передатчика уровень рассеянных в ионосфере сигналов быстро падает [Л. 20, 24, 25].

Поглощение УКВ в тропосфере

Опыт показывает, что волны длиннее 10 *см* в тропосфере не испытывают заметного поглощения ни при каких условиях (сильный дождь, туман, снег, облака и т. д.). На волнах короче 10 *см* начинает заметно возрастать поглощение радиочастотной энергии в тропосфере, вызываемое: поглощением и рассеянием в капельных образованиях или гидрометеорах (дождь, туман, град, снег); молекулярным поглощением (в кислороде воздуха и в парах воды); рассеянием на молекулах и их скоплениях (в условиях дымки); поглощением в твердых частицах (пыль, частицы дыма и т. д.).

Степень поглощения оценивается с помощью множителя ослабления

$$F_1 = \exp(-\delta_1 l),$$

где δ_1 — коэффициент поглощения на 1 *км* пути; l — пройденное радиоволной расстояние в поглощающей области, *км*, или множителя

$$F_2 = 10^{-\delta_2 l/20},$$

где δ_2 — коэффициент поглощения, *дб/км*; l — расстояние, *км* (рис. 6-26).

Если волна проходит в тропосфере путь r, причем на зону осадков приходится расстояние l, то напряженность поля определяется по формуле

$$E_д = \frac{173\sqrt{P_\Sigma G}}{r} F_{1(2)}, \quad (6\text{-}27)$$

где $E_д$ — напряженность в зоне осадков, *мв/м*;
P_Σ — мощность передатчика, *квт*;
r — расстояние, *км*.

На рис. 6-26 представлена зависимость коэффициента поглощения σ_2 от длины волны при распространении сантиметровых и миллиметровых волн в условиях дождя и тумана.

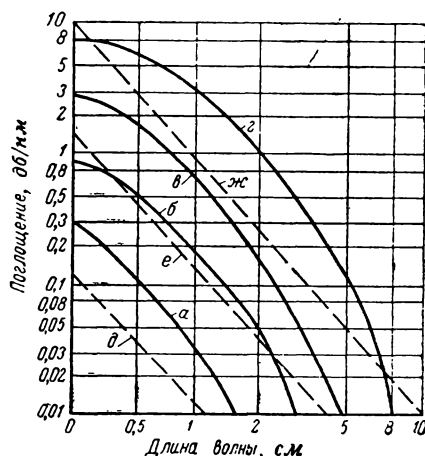


Рис. 6-26. Зависимость коэффициента поглощения δ_2 от длины волны для дождя и тумана разной интенсивности.

а — моросящий дождь (0,25 *мм/ч*); *б* — легкий дождь (1 *мм/ч*); *в* — умеренный дождь (4 *мм/ч*); *г* — сильный дождь (15 *мм/ч*); *д* — слабый туман с водностью 0,03 *г/м³* (видимость около 600 *м*); *е* — средний туман с водностью 0,3 *г/м³* (видимость около 120 *м*); *ж* — сильный туман с водностью 2,32 *г/м³* (видимость около 30 *м*).

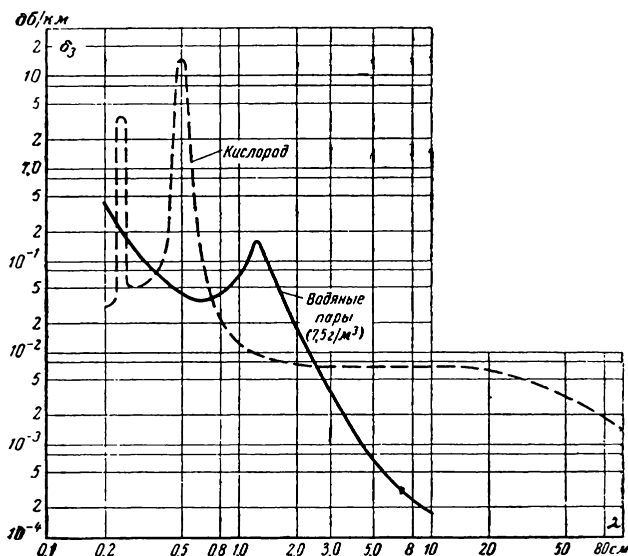


Рис. 6-27. Зависимость коэффициента поглощения δ_3 в кислороде и водяных парах от длины волны.

Пример. Найти напряженность поля волны, распространяющейся в тумане при видимости 30—40 *м* на расстоянии 10 *км* от передатчика, если $P_\Sigma = 0{,}1$ *квт*, $G = 500$, $\lambda = 3$ *см*.

Решение. По графику на рис. 6-26 (кривая *ж*) для волны длиной $\lambda = 3$ *см* находим $\delta_2 = 0{,}125$ *дб/км* и определяем множитель ослабления

$$F_2 = 10^{-0{,}125 \cdot 10/20} = 0{,}87.$$

Подставляя полученное значение для F_2 в формулу (6-27), получим:

$$E_д = \frac{173\sqrt{0{,}1 \cdot 500}}{10} 0{,}87 \approx 105 \, мв/м.$$

Молекулярное поглощение УКВ в кислороде и парах воды наблюдается даже в условиях «чистой» атмосферы и вызывается затратами энергии на нагревание вещества, возбуждение атомов, ионизацию и т. д. Коэффициент ослабления δ_3 можно определить с помощью графиков на рис. 6-27 и, рассчитав множитель ослабления, найти по формуле (6-27) напряженность поля с учетом этого вида поглощения радиоволн.

6-5. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ ВОЛН

Выбор волн для связи

Поверхностные волны на КВ диапазоне имеют малое значение, поскольку явление дифракции здесь выражено слабо (поле волны быстро затухает); рассеяние коротких волн в нижних участках тропосферы также заметно не проявляется.

Основными для диапазона КВ являются пространственные волны, причем отражение происходит преимущественно от слоя *F*. Потери энергии на КВ в ионосфере невелики, если правильно выбрать рабочую волну. Поэтому в диапазоне КВ можно добиться радиосвязи практически на любые земные расстояния (используя многократное отражение от ионосферы). Такие связи можно поддерживать с помощью сравнительно маломощных передатчиков.

Для радиосвязи на большие расстояния в дневные часы применяются волны от 10 до 25 *м* (при максимальной ионизации слоя *F*), в ночные часы — от 35 до 60—70 *м* (отсутствуют поглощающие нижние участки ионосферы на уровне слоя *D*, ионизация же верхних участков ионосферы ночью для этих волн достаточна). Волны от 25 до 35 *м* применяются в сумеречное время. Приведенное здесь деление является довольно условным; в зависимости от времени года, солнечной активности, географического расположения линии радиосвязи границы между данными поддиапазонами могут претерпевать изменения.

Явления замирания и эхо

Замирания на КВ носят в основном интерференционный и реже — поляризационный характер. Интерференционные замирания вызываются обычно непостоянством длины оптических путей лучей, меняющейся во времени случайным образом из-за случайных изменений концентрации электронов в отражающем слое, или эти замирания возникают в результате двойного лучепреломления в ионосфере.

Поляризационные замирания возникают из-за расщепления в ионосфере радиоволны на обыкновенную и необыкновенную и последующего образования эллиптически поляризованной волны: флюктуации концентрации электронов приводят к непрерывным хаотическим изменениям большой оси эллипса, а следовательно, и вектора напряженности поля.

Для борьбы с интерференционными замираниями применяют метод разнесенного приема (точки приема разносятся на расстояние 5—10 λ), а также осуществляют прием одновременно на горизонтальную и вертикальную антенны.

Изменение характера поляризации радиоволн в ионосфере позволяет на приемной стороне пользоваться (независимо от ориентации передающей антенны) как горизонтальной, так и вертикальной антенной. Горизонтальные антенны дают больший эффект, так как атмосферные и индустриальные помехи имеют преимущественно вертикальную поляризацию.

Явление эха. На КВ часто наблюдается явление эха. Если длительность радиосигнала невелика, то при распространении коротких радиоволн по различным путям в точку приема могут прийти лучи с различным числом отражений от ионосферы, вызывающих в приемнике два (или несколько) одинаковых сигнала, следующих один за другим. Это явление называется эхом. При достаточной мощности передатчика эхо может быть кругосветным.

Расчет линий коротковолновой радиосвязи

При расчете коротковолновых линий радиосвязи определяют максимально применимую частоту (МПЧ) для данной длины радиотрассы, оптимальную рабочую частоту (ОРЧ), которая несколько меньше МПЧ, и наименьшую применимую частоту (НПЧ). Существование НПЧ объясняется тем, что при уменьшении рабочей частоты поглощение в ионосфере увеличивается и при заданных мощности передатчика и коэффициенте усиления антенны напряженность поля сигнала в точке приема с уменьшением частоты также уменьшается. Частота, при которой напряженность поля в точке приема достигает наименьшего значения, необходимого для приема сигнала, и называется НПЧ. Наименьшая же напряженность поля в точке приема определяется чувствительностью приемника, коэффициен-

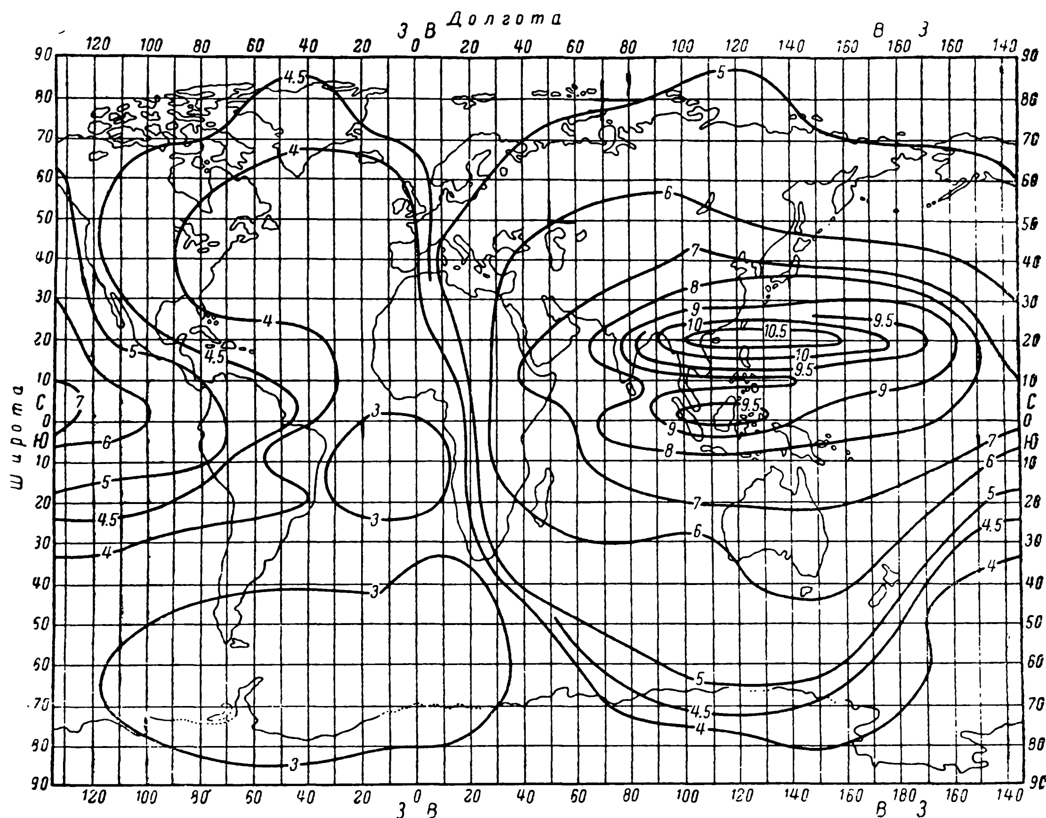


Рис. 6-28. Ионосферная карта.

том усиления приемной антенны и необходимым для данного вида связи отношением сигнал/шум, причем это отношение в коротковолновом диапазоне определяется в основном уровнем атмосферных помех (напряженностью поля помех) в точке приема.

Для расчета МПЧ, ОРЧ и НПЧ широко используют ежемесячные прогнозы распространения радиоволн, издаваемые Институтом земного магнетизма и распространения радиоволн Академии наук СССР (ИЗМИРАН СССР).

Прогноз представляет собой карту мира в прямоугольной равномерной проекции с нанесенными на ней линиями одинаковых значений критических частот F_2 (обозначаются F2-0-МПЧ) (рис. 6-28). Ионосферные карты прогноза МПЧ для дальности связи 4 000 *км* (обозначаются F2-4000-МПЧ), имеют вид, совершенно аналогичный карте F2-0-МПЧ.

Кроме этих карт, выпускаются также графики прогноза МПЧ, рассчитанные для отражения от слоев F_1 (рис. 6-29) и E (рис. 6-30) при дальности связи 3 000 и 2 000 *км* соответственно.

Ионосферные карты F2-0-МПЧ и F2-4000-МПЧ даются на каждые два часа московского декретного времени. Прогнозы F1-3000-МПЧ и E-2000-МПЧ даются для местного времени в точке отражения. При необходимости московское время легко перевести в местное, учитывая, что каждые 15° по долготе соответствуют 1 *ч*, а долгота московского меридиана равна 45° к востоку.

В месячных прогнозах приводятся в виде графиков также прогноз МПЧ для линий связи, лежащих в десятиградусной полосе широт при различной длине трассы, и прогноз действующих высот для слоев F_2 и F_1. На этих графиках указываются отклонения F2-МПЧ и действующих высот от медианных значений (т. е. значений, которые превосходятся в течение 50% времени наблюдений). Все данные прогнозов относятся именно к медианным значениям.

При расчете МПЧ прежде всего определяют координаты точки отражения при длине трассы менее 4 000 *км* или двух контрольных точек при связи на расстояниях более 4 000 *км*. Контрольные точки отстоят от пунктов связи на 2 000 *км* вдоль трассы. Для определения этих точек на карту мира в равномерной прямоугольной проекции или на ионосферную карту прогноза (с очертаниями материков) накладывают лист кальки и отмечают на ней пунк-

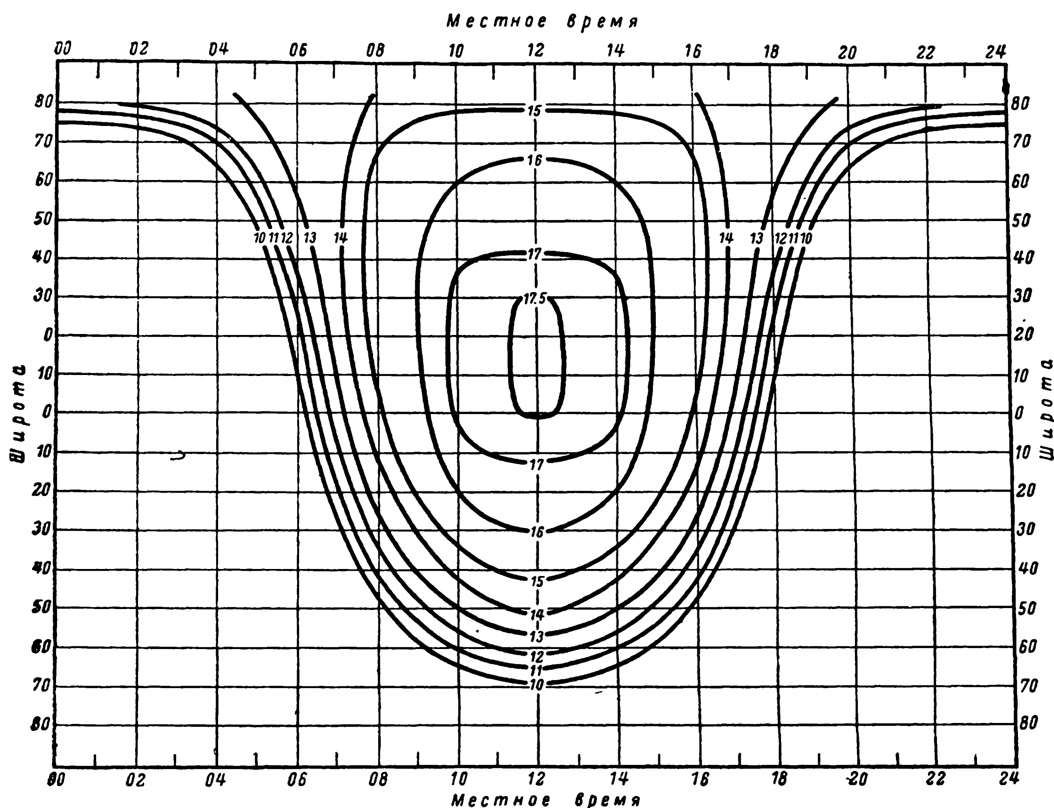


Рис. 6-29. Графики прогноза F 1-3000-МПЧ.

ты связи, экватор и нулевой меридиан. Далее для нахождения кратчайшего расстояния между пунктами связи используют сетку больших кругов (рис. 6-31), которая должна иметь тот же масштаб, что и карта мира. Дуги больших кругов изображены на сетке сплошными толстыми линиями. Тонкие линии служат для определения расстояния вдоль дуги большого круга, и одинаковые линии делят дуги на отрезки длиной 1 000 *км* (иногда расстояние между соседними линиями равно 500 *км*). Кальку с отмеченными на ней пунктами связи, экватором и нулевым меридианом накладывают на сетку больших кругов так, чтобы линии экваторов кальки и сетки совпали. Кальку перемещают вдоль экватора карты (линии экватора кальки и карты при этом должны совпадать) до тех пор, пока через пункты связи не пройдет какая-либо дуга большого круга либо пока эти пункты не займут равного положения по отношению к соседним дугам больших кругов. Пункты связи соединяют дугой большого круга и наносят деления для определения расстояния. Если длина трассы менее 4 000 *км*, то на дугу, соединяющую пункты связи, наносят точку, лежащую на середине дуги (точка отражения). Если же длина трассы более 4 000 *км*, то наносят две контрольные точки, отстоящие от пунктов связи на 2 000 *км* вдоль дуги большого круга.

Теперь можно определить МПЧ, например для каждых двух часов московского декретного времени, следующим образом. Калька снова накладывается на карты F2-0-МПЧ и F2-4000-МПЧ для одного и того же времени и записываются частоты F_2 в точке отражения.

Для данного расстояния МПЧ определяется по этим значениям с помощью номограммы, приведенной на рис. 6-32. Номограмма проста и не нуждается в пояснениях. Так, в примере на рис. 6-32, найденная по картам F2-0-МПЧ частота равна 10 *Мгц*, F2-4000-МПЧ — 14 *Мгц*, длина трассы 2 000 *км* и МПЧ линии равна 13,5 *Мгц*.

Определение МПЧ при длине трассы более 4 000 *км* производится только с помощью прогноза F2-4000-МПЧ. Накладывая кальку с нанесенными на ней контрольными точками на карты F2-4000-МПЧ, определяют максимально применимые частоты, соответствующие этим точкам, и за МПЧ трассы для данного времени берут наименьшее из определенных значений.

В обоих случаях ОРЧ выбирают на 15% меньше, чем найденное значение МПЧ. По

Местное время

00 02 04 06 08 10 12 14 16 18 20 22 24

Широта

80 70 60 50 40 30 20 10 0 10 20 30 40 50 60 70 80

13(2.5) 14(2.7) 15(2.8) 16(3.0) 17(3.2) 18(3.4)

12(2.3) 11(2.1) 10(1.9) 9(1.7) 8(1.5) 7(1.3) 6(1.1) 5(0.9) 4(0.8) 3.2(0.6)

Рис. 6-30. Графики прогноза Е-2000-МПЧ.
В скобках указаны значения критических частот слоя *E*.

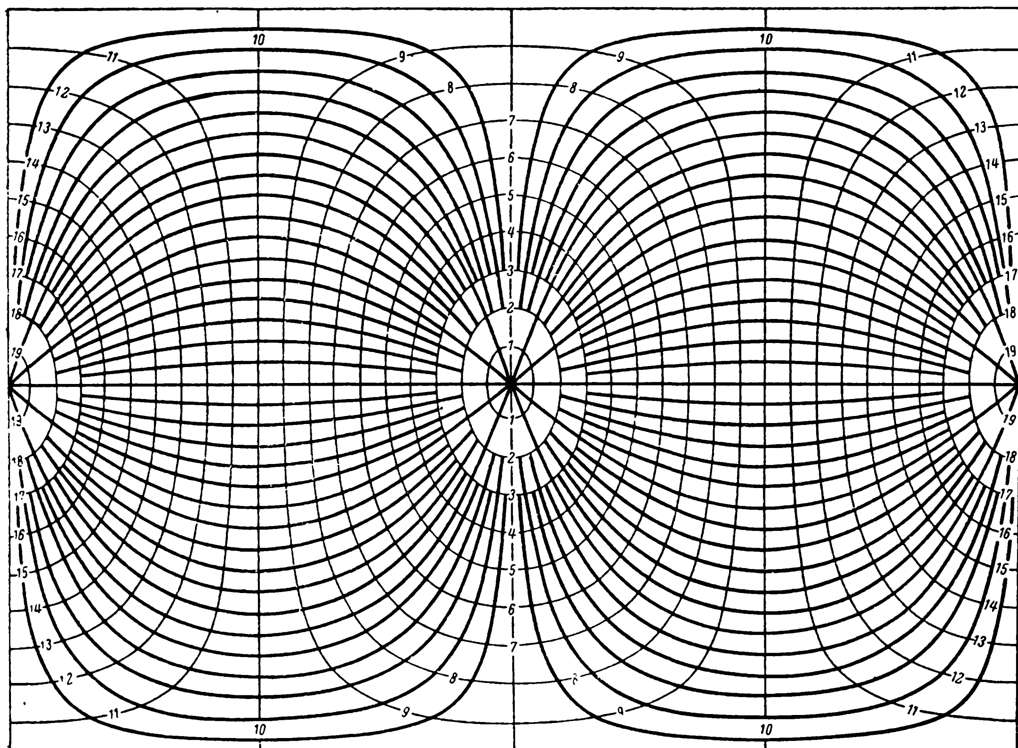


Рис. 6-31. Сетка больших кругов (для работы с ионосферной картой).

полученным данным строят графики суточного хода МПЧ и ОРЧ, откладывая по оси абсцисс московское декретное время, а по ординат — МПЧ и ОРЧ в мегагерцах.

Для сугубо ориентировочных расчетов линий радиосвязи на КВ (при отсутствии прогноза) в области средних широт можно пользоваться значениями критических частот, приведенными в табл. 6-6.

Таблица 6-6

Солнечная активность	Значение критических частот, *Мгц*			
	Зима		Лето	
	День	Ночь	День	Ночь
Годы максимума . . .	14	2	7	4
Годы минимума . . .	8	2	6	4

В этом случае МПЧ определяют с помощью «закона секанса» [формула (6-18)], причем приближенное значение угла падения φ_0 на нижнюю границу ионосферы можно найти, зная координаты пунктов связи и высоту слоя, от которого отражается волна (§ 6-2).

Радиосвязь между двумя пунктами можно осуществить, используя отражения волны от слоев F_1 и E. Прогноз МПЧ для этих слоев в зависимости от координат точки отражения (широты) и местного времени в этой же точке дается в ежемесячных прогнозах (рис. 6-29 и 6-30). Так как эти прогнозы даются в том же масштабе, что и карта мира (ионосферные карты), то, наложив кальку с нанесенными экватором, московским меридианом (45° к востоку) и точкой отражения, которая определяется так же, как описано выше, совмещают московский меридиан с линией того часа, для которого определяется МПЧ в московском декретном времени, и определяют МПЧ по расположению точки отражения на прогнозе. Это позволяет избежать вычислений для перевода московского декретного времени в местное и обратно.

Так как прогноз F1-3000-МПЧ и F2-2000-МПЧ дан для трасс длиной 3 000 и 2 000 *км* соответственно, то для пересчета МПЧ для трасс с другой дальностью связи служат простые номограммы, изображенные на рис. 6-33. В примере, приведенном на рисунке, F1-3000-МПЧ равно 12,0 *Мгц*, дальность связи — 1 300 *км* и МПЧ линии равна 8 *Мгц*. Использование номограммы для определения МПЧ слоя E аналогично, только применяют другие шкалы. Величину ОРЧ при отражении от слоя F_1 берут на 5% меньше, чем МПЧ, а при отражении от слоя E ОРЧ считают равной МПЧ.

При расчете радиолиний связи следует иметь в виду, что МПЧ для слоев F_1 и E может иногда быть больше, чем МПЧ для слоя F_2. Ясно, что в этом случае для связи нужно использовать отражения волны от слоя с наибольшей МПЧ. Так же как и для связи отраженными волнами от слоя F_2, при связи отраженными волнами от слоев F_1 и E строят графики ОРЧ в функции времени.

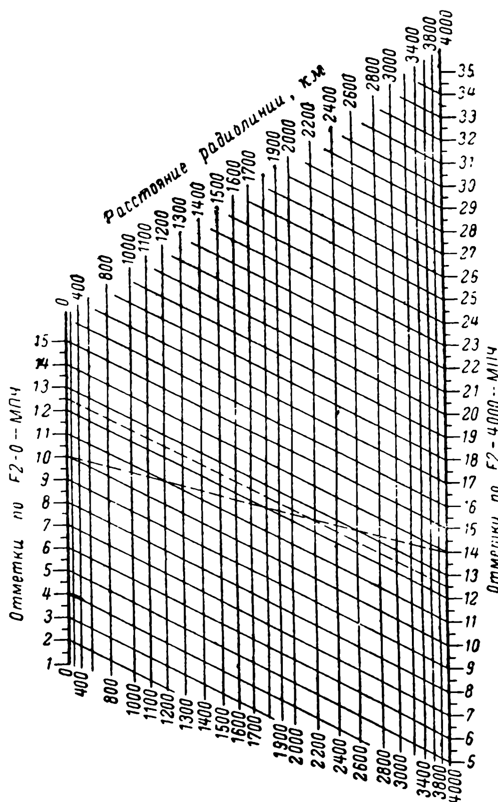


Рис. 6-32. Номограмма для определения МПЧ при дальности связи менее 4 000 *км* в отражении волны от слоя F_2.

Определение в точке приема напряженности поля (или НПЧ) при связи отраженными волнами от ионосферы — задача достаточно сложная. Волна при распространении в ионосфере испытывает поглощение, что приводит к уменьшению напряженности поля в точке приема по сравнению с распространением волны в свободном пространстве на такое же расстояние. А. Н. Казанцев показал, что поглощение в ионосфере в основном определяется критической частотой слоя E — $f_{крE}$, и дал графики, позволяющие определить напряженность поля в точке приема в зависимости от частоты, дальности связи и $f_{крE}$ (рис. 6-34). Графики рассчитаны для мощности излучения, равной 1 *квт*. При другой мощности излучения P_Σ и применении направленной передающей антенны с коэффициентом усиления G значения напряженности поля, полученные из

Рис. 6-33. Номограмма для определения МПЧ при отражении волны от слоев F_1 и E и дальности связи менее 3 000 и 2 000 *км* соответственно.

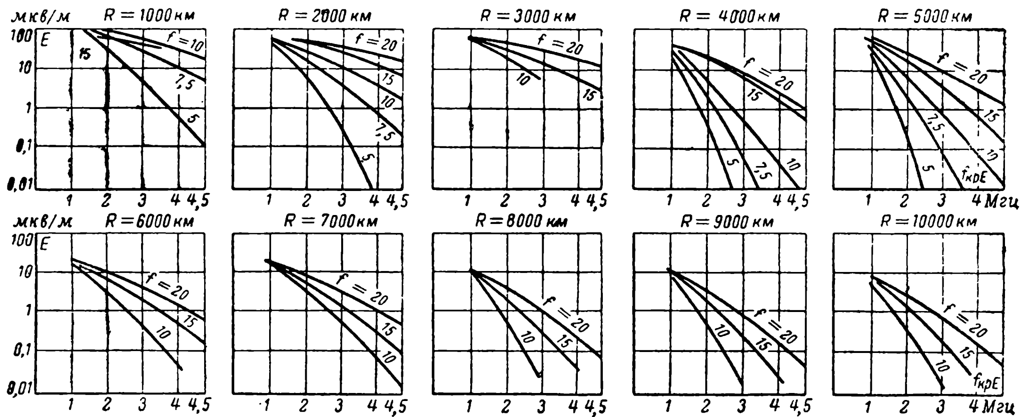


Рис. 6-34. Напряженность поля сигнала в зависимости от критической частоты слоя E ($f_{крE}$) для различных дальностей связи и рабочих частот.

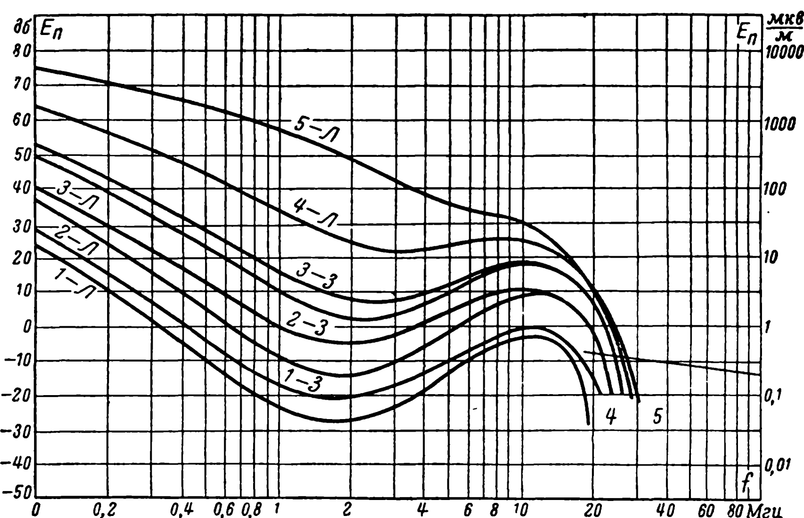


Рис. 6-35. График для определения требуемой напряженности поля сигнала при радиотелефонной связи с надежностью 90%.

графиков, следует умножить на величину $\sqrt{P_\Sigma G}$.

Необходимую для расчета напряженности поля величину $f_{крE}$ в точке отражения определяют с помощью месячного прогноза распространения радиоволн. В том случае, когда не имеется возможности воспользоваться прогнозом для оценки напряженности поля, можно воспользоваться следующими соображениями. Ночью в течение всего года можно считать $f_{крE}=1$ *Мгц*, с восходом солнца $f_{крE}$ от 1 *Мгц* плавно возрастает к полудню до 2,8 — 3 *Мгц* зимой и 4 — 4,3 *Мгц* летом, а затем снова спадает к заходу солнца до 1 *Мгц*.

На практике чаще интересуются не величиной напряженности поля сигнала, а тем, насколько она превышает напряженность поля помех (шумов). Это превышение должно быть таким, чтобы оказался возможным прием полезного сигнала. Так как на коротких волнах преобладают атмосферные помехи, то одной из задач по расчету коротковолновой линии радиосвязи является определение НПЧ, при которой напряженность поля сигнала превышает напряженность поля атмосферных помех в необходимое число раз. Так, например, считают, что для приема телеграфных амплитудно-модулированных сигналов это превышение должно быть в 1,2 — 1,5 раза, а для телефонной связи с амплитудной модуляцией — в 10—20 раз.

Для расчета уровня поля атмосферных помех составлены специальные карты и графики. Один из таких графиков, который можно использовать для грубых расчетов, приведен на рис. 6-35. График позволяет определить минимальную напряженность поля, необходимую для радиотелефонной связи с надежностью 90%. Цифры у кривых графика означают зону помех, а буквы указывают, к какому времени года эта кривая относится (*л* — лето, *з* — зима). Для определения зоны помех имеются специальные карты, но для ориентировочных расчетов можно считать, что почти вся территория Советского Союза зимой лежит в зоне помех *1*, летом же юго-западная часть находится в зоне *3*, а большая часть территории — в зоне *2*. Зная необходимую напряженность поля сигнала, величину НПЧ можно определить с помощью графиков, приведенных на рис. 6-35. Более подробные сведения по определению МПЧ и НПЧ для коротковолновых линий радиосвязи можно найти, например, в книгах [Л. 1, 2, 35].

Для определения характеристик ионосферы, необходимых для расчета линий радиосвязи, в последнее время находит применение метод возвратно-наклонного зондирования ионосферы (метод ВНЗ), основанный на использовании эффекта Н. И. Кабанова [Л. 29]. В 1946—1948 гг. Н. И. Кабанов экспериментально доказал возможность наблюдения в месте излучения радиосигналов на КВ «возвратных» рассеянных от земной поверхности радиоволн на расстояниях до 5 000—6 000 *км*. Напряженность поля коротковолнового возвратного рассеянного отражения на расстояниях 2 000—3 000 *км* составляет в среднем сотые доли от напряженности поля прямого луча, отраженного от ионосферы, на этом же расстоянии. Возвратный отраженный сигнал (после отражения от земной поверхности) идет по пути прямого луча, но в обратном направлении.

Метод ВНЗ позволяет получить истинную картину «интегрального» состояния ионосферы и условий распространения КВ в каждый данный момент в требуемом на-

правлении с помощью той же аппаратуры, которая используется для радиосвязи в пункте передачи.

6-6. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СРЕДНИХ ВОЛН

В дневные часы волны СВ диапазона сильно поглощаются в ионосфере. Это поглощение особенно проявляется на волнах длиннее 200 *м*. Поэтому в дневные часы при обычных мощностях передатчиков пространственной волной на СВ диапазоне можно пренебречь.

Дальность действия поверхностной волны в значительной степени определяется мощностью передатчика, длиной волны и проводимостью почвы. Наименьшее поглощение испытывают волны, близкие к 1 000 *м*, при распространении их над морем, а наибольшее — волны, близкие к 100 *м*, при распространении их над сухой почвой (плохая проводимость). При мощности передатчика 1 *квт* дальность на волнах порядка 1 000 *м* достигает около 1 000 *км*, а на волнах около 100 *м* — менее 100 *км*. Дальность действия мощных радиовещательных станций поверхностной волной над сушей обычно не превышает 1 000 *км*.

Ночью исчезает слой D, поглощающий средние волны, и, как правило, основное значение приобретают пространственные волны. Ночью работу мощных СВ передатчиков можно принимать на расстояниях до 3 000 *км* и более.

В зоне одновременного приема (ночью) поверхностной и пространственной волн возникают довольно частые и глубокие замирания. С укорочением длины волны глубина замираний возрастает при уменьшении длительности замираний. Поэтому замирания особенно резко выражены на волнах, близких к нижней границе диапазона СВ, т. е. к 100 *м*. Средняя длительность замираний изменяется в пределах от секунды до нескольких десятков секунд. В качестве мер борьбы с замираниями можно назвать применение антифединговых антенн (см. разд. 7).

Условия радиосвязи на СВ зимой лучше, чем летом, так как зимой уменьшаются ионизация нижних участков ионосферы и уровень атмосферных помех, создаваемых грозовыми электрическими разрядами в тропосфере. В городах прием на СВ в сильной степени зависит от уровня промышленных помех.

Напряженность поля $E_д$ (*мкв/м*), создаваемого на СВ диапазоне в ночные часы пространственной волной, может быть найдена по эмпирической формуле, предложенной Союзом европейского радиовещания (UER) [Л. 30]:

$$E_д = \frac{10\,233}{\sqrt{r}} \sqrt{P_\Sigma G}\, e^{-8,94\cdot 10^{-4}\lambda - 0,26\, r}, \qquad (6\text{-}28)$$

где λ и r — длина волны и расстояние, *км*;
P_Σ — мощность, *квт*.

Формула позволяет определить среднее за год медианное значение напряженности поля при условии, что середине радиолинии соответствует местная полночь, магнитное склонение в этой точке составляет 61°, относительное число солнечных пятен равно нулю и используется вертикальная антенна. В работе [Л. 30] даны графики, позволяющие внести поправку на фактическое число солнечных пятен, местное время в середине трассы, магнитное склонение в середине трассы и характеристику направленности передающей антенны.

Напряженность поля $E_в$ (*мв/м*), создаваемая за счет поверхностной волны вертикальной антенной, ориентировочно находится по формуле

$$E_в = \frac{300\sqrt{P_\Sigma G}\, r^2}{\left(r^2 + 4Z_д^2\right)^{3/2}}, \qquad (6\text{-}29)$$

где
$$Z_д = a\left[\frac{\sin(r/2a + \varphi_0)}{\sin\varphi_0} - 1\right]$$

— действующая высота отражающего слоя ионосферы;
P_Σ — мощность, *квт*;
r — расстояние, *км*.

6-7. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН

В диапазоне ДВ хорошо выражены и поверхностная и пространственная волны (как днем, так и ночью), особенно на волнах длиннее 3 000 *м*. Однако в связи с тем, что даже лучи с углами возвышения, близкими к 90°, отражаются от ионосферы (днем на уровне слоя D, ночью на уровне слоя E), основное значение для связи имеют пространственные волны. На расстояниях более 1 000—2 000 *км* с полем поверхностной волны можно не считаться (для волн длиннее 3 000 *м*).

Условия распространения длинных волн практически не зависят от сезона, уровня солнечной активности и не сильно зависят

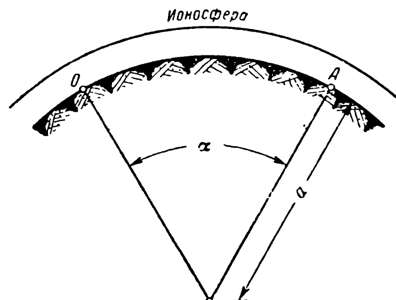


Рис. 6-36. К расчету напряженности поля на длинных волнах.

от времени суток (уровень сигналов ночью несколько больше). Для радиосвязей на очень большие расстояния (больше 5 000 *км*) требуется иметь весьма мощные передатчики и антенны очень больших размеров.

Для расчета напряженности поля $E_д$ (*мв/м*) в диапазоне ДВ часто применяют формулу Остина

$$E_д = \frac{300\sqrt{P_\Sigma G}}{r}\sqrt{\frac{\alpha}{\sin\alpha}}\, e^{-\frac{0{,}0014}{\lambda^{0,6}} r}, \qquad (6\text{-}30)$$

где λ и r — длина волны и расстояние, *км*;
P_Σ — мощность, *квт*;
α — геоцентрический угол, соответствующий дальности r между корреспондирующими пунктами (рис. 6-36).

6-8. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕРХДЛИННЫХ ВОЛН

Поскольку длина волны диапазона СДВ сравнима с расстоянием от нижней границы ионосферы до поверхности Земли, то понятия поверхностной и пространственной волн теряют свой смысл, и процесс распространения радиоволн удобнее рассматривать как происходящий в сферическом волноводе, внутренняя сторона которого образуется полупроводящей поверхностью Земли, а внешняя — нижней границей ионосферы (ночью — области *E*, днем — области *D*). Волноводный процесс распространения характерен весьма незначительным ослаблением поля радиоволны, что является одной из причин применения СДВ для целей дальней радионавигации.

Напряженность поля $E_д$ (*мв/м*) в диапазоне СДВ ориентировочно может быть найдена по формуле

$$E_д = \frac{245\sqrt{P_\Sigma G}}{\sqrt{(a+Z_д/2)\, Z_д \sin\alpha}}, \qquad (6\text{-}31)$$

где a — радиус земли, *км*;
$Z_д$ — действующая высота слоя, *км*;
P_Σ — мощность, *квт*.

Волны с частотой ниже 25 *кгц* особенно отличаются устойчивостью амплитуды и фазы поля как днем, так и ночью, однако наблюдаются закономерные изменения поля при переходе от дня к ночи. Важным свойством этих волн является возможность проникновения глубоко в морскую воду, что позволяет использовать их для радиосвязи с подводными лодками при глубоком погружении последних. При этом при передаче и приеме СДВ под водой большое значение имеют тип и конструкция антенны: наиболее благоприятные результаты получаются при использовании рамочных антенн (см. разд. 7).

6-9. ВЫБОР ДИАПАЗОНА РАДИОВОЛН ДЛЯ КОСМИЧЕСКОЙ РАДИОСВЯЗИ

При выборе диапазона радиоволн, который можно использовать для космической радиосвязи, исходят из того, чтобы радиоволны, с одной стороны, свободно (без отражения и поглощения) проходили через ионосферу, а с другой стороны — не испытывали поглощения в тропосфере.

Со стороны низких частот этот диапазон ограничивается значениями МПЧ для наземной радиосвязи. Среднее значение нижней границы диапазона при радиосвязях с ИСЗ составляет около 10 *Мгц*, но в периоды повышенной солнечной активности нижняя граница повышается до 80—100 *Мгц* и понижается до 2 *Мгц* для полярных районов в период полярных ночей.

Со стороны высоких частот диапазон волн для космической радиосвязи обычно ограничивается волнами не короче 3 *см*, чтобы избежать значительных потерь энергии в тропосфере.

В будущем, с развитием лазерной техники, для радиосвязи с космическими летательными аппаратами широко будут применяться волны оптического диапазона.

При радиосвязи с орбитальными космическими летательными аппаратами обычно используются радиосистемы, работающие на коротких волнах (около 20 *Мгц*), метровых (в диапазоне примерно 130—150 *Мгц*) и волнах дециметрового и сантиметрового поддиапазонов (вплоть до волны примерно 5 *см*) [Л. 26].

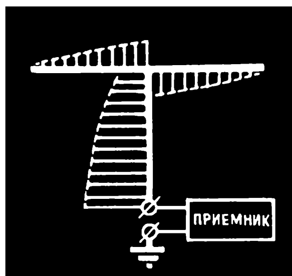
При прохождении сквозь ионосферу происходит вращение плоскости поляризации радиоволны. При применении на передающей и приемной сторонах антенны для плоско-поляризованных волн из-за этого явления возникают дополнительные потери энергии. Для борьбы с ними на частотах до 7 000 *Мгц* приходится применять антенны с круговой поляризацией (см. разд. 7) как на передающей, так и на приемной сторонах. На частотах выше 7 000 *Мгц* с потерями из-за вращения плоскости поляризации можно не считаться.

При осуществлении радиосвязи между космическими летательными аппаратами, находящимися вне земной атмосферы, указанные выше ограничения на диапазон используемых радиоволн, очевидно, снимаются. При этом в целях получения небольших габаритов аппаратуры, особенно антенных устройств, могут применяться радиоволны миллиметрового и оптического диапазонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Долуханов М. П., Распространение радиоволн, изд-во «Связь», 1965.
2. Черный Ф. Б., Распространение радиоволн, изд-во «Советское радио», 1962.
3. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л., Распространение радиоволн, Гостехиздат, 1953.
4. Кессених В. Н., Распространение радиоволн. Гостехиздат, 1952.

5. Щукин А. Н., Распространение радиоволн, Связьиздат, 1940.
6. Фейнберг Е. Л., Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. Изд-во АН СССР, 1961.
7. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн, под ред. Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калинина, А. С. Шифрина, изд-во «Советское радио», 1965.
8. Введенский Б. А., Аренберг А. Г., Вопросы распространения ультракоротких волн, изд-во «Советское радио», 1948.
9. Аренберг А. Г., Распространение дециметровых и сантиметровых волн, изд-во «Советское радио», 1957.
10. Фок В. А., Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности. Изд-во АН СССР, 1946.
11. Альперт Я. Л., Распространение радиоволн и ионосфера, Изд-во АН СССР, 1960.
12. Гинзбург В. Л., Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
13. Чернов Л. А., Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, Изд-во АН СССР, 1958.
14. Татарский В. И., Теория флюктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере, Изд-во АН СССР, 1959.
15. Высоковский Д. М., Некоторые вопросы дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн, Изд-во АН СССР, 1958.
16. Новейшие исследования распространения радиоволн вдоль земной поверхности, Сборник 1, Гостехиздат, 1945.
17. Исследования по распространению радиоволн, Сборник II, Изд-во АН СССР, 1948.
18. Альперт Я. Л., О распространении электромагнитных волн низкой частоты над земной поверхностью, Изд-во АН СССР, 1955.
19. Распространение длинных и сверхдлинных радиоволн, Сборник статей под ред. В. Б. Пестрякова, Изд-во иностранной литературы, 1960.
20. Долуханов М. П. Дальнее тропосферное распространение УКВ, Связьиздат, 1962.
21. Калинин А. И., Расчет трасс радиорелейных линий, изд-во «Связь», 1964.
22. Просин А В., Цветков А. Н., Радиорелейные линии связи, Изд-во АН СССР, 1958.
23. Лавров В. М., Теория электромагнитного поля и основы распространения радиоволн, изд-во «Связь», 1964.
24. Баранулько В. А., Особенности распространения радиоволн, Воениздат, 1964.
25. Погорелко П. А., Новый вид дальней связи на метровых волнах, изд-во «Советское радио», 1959.
26. Петрович Н. Т., Камнев Е. Ф., Вопросы космической радиосвязи, изд-во «Советское радио», 1965.
27. Флигль Р., Бузингер Дж., Введение в физику атмосферы, изд-во «Мир», 1965.
28. Геофизика (околоземное космическое пространство), под ред. Г. С. Голицина, изд-во «Мир», 1964.
29. Кабанов Н. И., Осетров Б. И., Возвратно-наклонное зондирование ионосферы, изд-во «Советское радио», 1965.
30. Review UER, A, № 72, 1962.
31. Франк И. М., Эффект Допплера в преломляющей среде, Изв. АН СССР, Серия физическая, 1942, № 1—2.
32. Скуридин Г. А. и Плетнев В. Д., Основные гипотезы о происхождении радиационных поясов Земли, «Успехи физических наук», 1965, вып. 4.
33. Космическая физика, пер. с англ. под ред. И. А. Жулина, изд-во «Мир», 1966.
34. Bremmer H., Terrestrial radio waves, New York, 1949.
35. Корсунский Л. Н., Распространение радиоволн при самолетной радиосвязи, изд-во «Советское радио», 1965.



РАЗДЕЛ 7

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА



СОДЕРЖАНИЕ

7-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Всякое проводящее тело, по которому течет переменный ток, в состоянии излучать электромагнитные волны. Но чтобы это излучение было существенным и могло служить практическим целям, размеры тела должны быть соизмеримы с длиной волны излучаемых колебаний, так как излучение энергии переменных токов связано с конечной скоростью распространения электромагнитных волн. В квазистационарных системах, какими являются, например, катушки индуктивности, конденсаторы, длина которых мала по сравнению с длиной волны, временем распространения колебаний вдоль них можно пренебречь (за исключением случая очень коротких волн). Если при этом не учитывать тепловые потери энергии, то в таких системах сдвиг фаз между током и напряжением составляет 90° и эти системы не поглощают активной мощности, а следовательно, и не излучают. Если же при распространении вдоль той или иной системы колебания запаздывают на некоторый промежуток времени, то на зажимах системы появляется добавочный к 90° сдвиг фаз ($\cos \varphi$) между током и напряжением. По мере того, как $\cos \varphi$ становится отличным от нуля, система потребляет энергию от источника тока и расходует ее на излучение.

Наиболее удобно применять в качестве излучающей системы проводящее тело, длина которого соизмерима с длиной волны. В этом случае сдвиг фаз между током и напряжением увеличивается и излучательная способность проводника повышается.

Устройство, предназначенное для излучения или приема радиоволн называется *антенной*.

Передающая антенна преобра-

зует энергию токов высокой частоты, создаваемых генератором, в энергию электромагнитных волн, приемная антенна выполняет обратную задачу, создавая на входе приемника напряжение высокой частоты. На основании принципа взаимности (см. ниже) любая передающая антенна при использовании ее в качестве

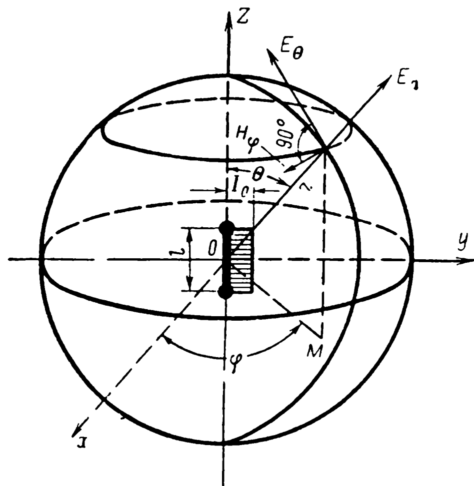


Рис. 7-1. Определение электрического и магнитного полей вибратора Герца.

приемной сохраняет свои основные характеристики (направленное действие, диапазонность и др.), хотя конструктивно передающие и приемные антенны обычно имеют различия.

Кроме излучения и приема радиоволн антенна может концентрировать и даже распределять по заданному закону излученную энергию в пространстве (передающая антенна) и извлекать ее, преимущественно с определенного направления (приемная антенна). Это свойство антенн широко используется, например, в радиоастрономии, радиолокации и т. д.

Поле произвольной антенны при заданном распределении вдоль нее тока можно определить при помощи векторного потенциала Герца:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \mathbf{A}, \qquad (7\text{-}1)$$

где **H** — вектор напряженности магнитного поля;

A — векторный потенциал [Л. 3, 17];

μ_0 — магнитная проницаемость среды.

Решение уравнения (7-1) при гармонических колебаниях, имеющих зависимость от времени вида $e^{j\omega t}$, дает для вибратора Герца длиной $l \ll \lambda$ (с учетом обозначений рис. 7-1):

$$H_\varphi = \frac{I_0 l \sin\Theta}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2} + j\frac{k}{r}\right)e^{-jkr}; \qquad (7\text{-}2)$$

$$E_r = -j\frac{2I_0 l\cos\Theta}{4\pi\omega\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^3} + j\frac{k}{r^2}\right)e^{-jkr}; \qquad (7\text{-}3)$$

$$E_\Theta = -j\frac{I_0 l\sin\Theta}{4\pi\omega\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^3} + j\frac{k}{r^2} - \frac{k^2}{r}\right)e^{-jkr}, \qquad (7\text{-}4)$$

где I_0 — амплитудное значение тока, протекающего по вибратору;

H_φ — составляющая магнитного поля в экваториальной плоскости;

E_r и E_Θ — радиальная и меридиональная составляющие электрического поля соответственно;

$k = 2\pi/\lambda$ — волновое число;

ε_0 — диэлектрическая проницаемость среды;

r — расстояние от центра диполя до точки наблюдения;

Θ — меридиональный угол;

φ — азимутальный угол.

Пространство, окружающее антенну, можно разбить на три области:

1) ближнюю, называемую также зоной индукции, где в выражении для напряженности электрического и магнитного полей существенное значение имеют члены, зависящие от расстояния r по закону r^{-n} ($n>1$). Электрический и магнитный векторы сдвинуты здесь на угол, близкий к 90°;

2) промежуточную, называемую также зоной френелевской дифракции, где на монотонное убывание поля от расстояния по закону r^{-1} накладывается осциллирующее, затухающее с увеличением расстояния колебание. В этой зоне все три слагаемых, зависящих от расстояния, имеют примерно одинаковую величину;

3) дальнюю, называемую также волновой зоной или зоной фраунгоферовой дифракции и находящуюся на расстоянии от антенны $r \geqslant 2\,a^2/\lambda$ (a — максимальный размер антенны). В этой зоне поле убывает монотонно по закону r^{-1}, имеет локально плоский характер, направление распространения совпадает с радиусом вектором r.

Формулы (7-2), (7-3), (7-4) определяют поле элементарной антенны, какой является вибратор Герца, в ближней и дальней зонах. В дальней, волновой зоне:

$$H_\varphi = \frac{jkI_0 l}{4\pi r}\sin\Theta\, e^{-jkr}; \qquad (7\text{-}5)$$

$$E_\Theta = \frac{j\omega\mu_0 I_0 l}{4\pi r}\sin\Theta\, e^{-jkr} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,H_\varphi. \qquad (7\text{-}6)$$

Таким образом, в волновой зоне антенны электрическое и магнитное поля связаны соотношением

$$E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,H.$$

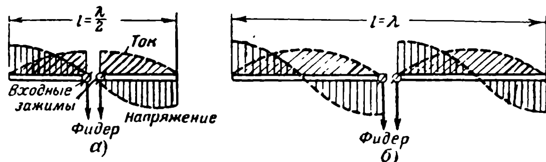


Рис. 7-2. Симметричный вибратор.
а — полуволновый; б — длиной в волну.

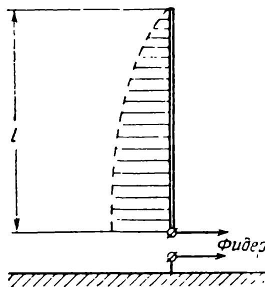


Рис. 7-3. Несимметричный вибратор.

Множитель $\sin\Theta$ характеризует направленное действие антенны.

Определяя значение вектора Пойнтинга

$$\mathbf{P} = [\mathbf{E}\times\mathbf{H}] = \frac{E^2}{120\pi}$$

и проведя интегрирование по сфере, в центре которой расположен диполь Герца, получаем мощность его излучения

$$P_\Sigma = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{E^2}{120\pi} r^2 \sin\Theta\, d\Theta\, d\varphi =$$

$$= 80\pi^2 I_0^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2. \qquad (7\text{-}7)$$

Поле уединенного симметричного вибратора произвольной длины l в дальней зоне может быть определено по формуле

$$E = j\,\frac{60 I_{A0}}{r\sin kl} \times$$

$$\times \frac{\cos(kl\cos\Theta) - \cos kl}{\sin\Theta} e^{-jkr}, \qquad (7\text{-}8)$$

где I_{A0} — ток, протекающий через зажимы антенны и связанный со значением тока $I_{A.п}$ в пучности соотношением $I_{A0}=I_{A.п}\sin kl$.

Современная радиоэлектронная аппаратура работает в диапазоне волн длиной от долей миллиметра до десятков тысяч метров. Конструктивные особенности антенн, а также их характеристики в значительной мере зависят от диапазона волн, в котором антенны должны работать.

По назначению антенны условно можно разделить на следующие группы: антенны радиовещательных станций; антенны станций радиосвязи; радиолокационные (радионавигационные) антенны; телевизионные антенны; радиоастрономические антенны.

Каждая из этих групп может содержать антенны различного конструктивного выполнения. При этом в последнее время некоторые типы антенн станций радиосвязи (на радиорелейных линиях, при космической радиосвязи) становятся все более близкими по конструктивным, а иногда и по электрическим данным к радиолокационным антеннам.

По принципу действия, а соответственно и конструктивному выполнению антенны делятся на: проволочные (вибраторные), выполненные из тонкой (в сравнении с длиной волны) проволоки или толстых труб, диаметры которых иногда соизмеримы с длиной волны; антенны оптического типа (металлические зеркала-рефлекторы и линзы); акустического типа (металлические рупоры); поверхностных волн (диэлектрические антенны, металлические стержневые или плоскостные антенны с диэлектрическим покрытием или периодической структурой); щелевые (дифракционные); с вращающейся поляризацией (спиральные, крестообразные и др.).

В большинстве антенн в качестве основных излучающих (принимающих) элементов применяются симметричные или несимметричные вибраторы.

Симметричный вибратор (рис. 7-2) состоит из двух проводников одинаковой длины, между которыми включается питающая линия — фидер, соединяющая антенну с передатчиком или приемником. Наиболее часто применяется симметричный вибратор длиной l в половину длины волны λ, называемый полуволновым (рис. 7-2, а). Вследствие отражения тока и напряжения у концов проводов антенн (если только на концах не включены специальные нагрузочные элементы) вдоль проводов устанавливается стоячая волна тока и напряжения. Так, вдоль полуволнового вибратора «укладывается» полуволна тока и напряжения (рис. 7-2, а), вдоль вибратора длиной в волну — волна тока и напряжения (рис. 7-2, б). На концах ненагруженных проводов антенн всегда устанавливается узел тока (пучность напряжения). На входных зажимах получается некоторое искажение в распределении тока и напряжения из-за влияния нагрузки, оказываемой фидером. Так, напряжение на зажимах полуволнового вибратора не равно нулю (на рис. 7-2, а этот эффект не отражен).

Несимметричный вибратор (рис. 7-3), расположенный над проводящей поверхностью, имеет один проводник, соединенный с передатчиком (приемником), причем второй зажим передатчика (приемника) соединяется с землей (противовесом).

7-2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕДАЮЩИХ АНТЕНН

Сопротивление излучения

Сопротивление излучения антенны P_Σ (*ом*) — показатель, имеющий размерность сопротивления и связывающий излучаемую мощность P_Σ (*вт*) с током $I_А$ (*а*), протекающим через какое-либо сечение антенны:

$$R_\Sigma = \frac{P_\Sigma}{I_А^2}. \qquad (7\text{-}9)$$

Так как токи и напряжения по длине антенны распределены неравномерно, то для определения величины R_Σ необходимо условиться, к какому току (в каком сечении антенны) относится величина излученной мощности. В большинстве случаев излучаемую мощность относят к квадрату максимальной амплитуды тока (в пучности тока) или к квадрату тока на входных зажимах антенны. В соответствии с этим различают сопротивление излучения в пучности тока и сопротивление излучения на входе антенны.

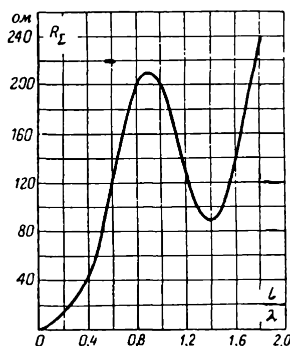


Рис. 7-4. Зависимость сопротивления излучения симметричного вибратора от относительной длины.

Величина R_Σ зависит от соотношения между размерами антенны и длиной волны, формы антенны и других факторов. Так, увеличение длины уединенного симметричного вибратора до $l=\lambda$ ведет к росту сопротивления излучения (рис. 7-4).

В общем случае сопротивление излучения имеет комплексный характер:

$$Z_\Sigma = R_\Sigma + jX_\Sigma. \qquad (7\text{-}10)$$

Например, для тонкого полуволнового вибратора $R_\Sigma=73{,}1$ *ом*, а $X_\Sigma=+42{,}5$ *ом*. Увеличение толщины вибратора приводит к уменьшению величины X_Σ.

Величина сопротивления излучения антенны изменяется при расположении ее вблизи других предметов, в том числе вблизи других вибраторов и земли [Л. 1—4 и др.].

Для несимметричных уединенных вибраторов длиной $l<\lambda/4$ сопротивление излучения (в омах) может быть вычислено по формуле

$$R_\Sigma = 1\,600\left(\frac{l_д}{\lambda}\right)^2, \qquad (7\text{-}11)$$

где $l_д$ — действующая длина антенны (см. стр. 287).

Волновое сопротивление

Волновое сопротивление антенны $Z_{0А}$ (ранее встречалось обозначение $\rho_А$) является одним из важных параметров. Рассчитывается волновое сопротивление методами теории длинных линий. Для одиночного цилиндрического проводника длиной l, к которому может быть отнесена антенна в виде несимметричного вибратора,

$$Z_{0А} = 60\left(\ln\frac{l}{r_п} - 1\right), \qquad (7\text{-}12)$$

где $r_п$ — радиус проводника.

Для симметричного вибратора

$$Z_{0А} = 120\left(\ln\frac{l}{r_п} - 1\right). \qquad (7\text{-}13)$$

Например, на волне длиной 5 *м* волновое сопротивление полуволнового вибратора толщиной $2r=2{,}5$ *см* составляет около 500 *ом*; при толщине $2r_п=6$ *см* величина $Z_{0А}\approx 400$ *ом*. Таким образом, увеличение толщины вибраторов антенн приводит к уменьшению их волнового сопротивления.

Входное сопротивление

Входное сопротивление антенны — показатель, представляющий отношение напряжения на зажимах антенны к протекающему через них току. В общем случае это сопротивление имеет комплексный характер:

$$Z_{А.вх} = R_{А.вх} + jX_{А.вх}, \qquad (7\text{-}14)$$

где $R_{А.вх}$ — активная составляющая входного сопротивления;

$X_{А.вх}$ — реактивная составляющая входного сопротивления.

В случае вибраторных антенн

$$Z_{А.вх} = \frac{R_{А.п}}{\frac{R_{А.п}}{Z_{0А}^2} + \sin^2\frac{\pi l}{\lambda}} - j\frac{Z_{0А}}{2}\,\frac{\sin 2\pi\frac{l}{\lambda}}{\frac{R_{А.п}^2}{Z_{0А}^2} + \sin^2\frac{\pi l}{\lambda}}, \qquad (7\text{-}15)$$

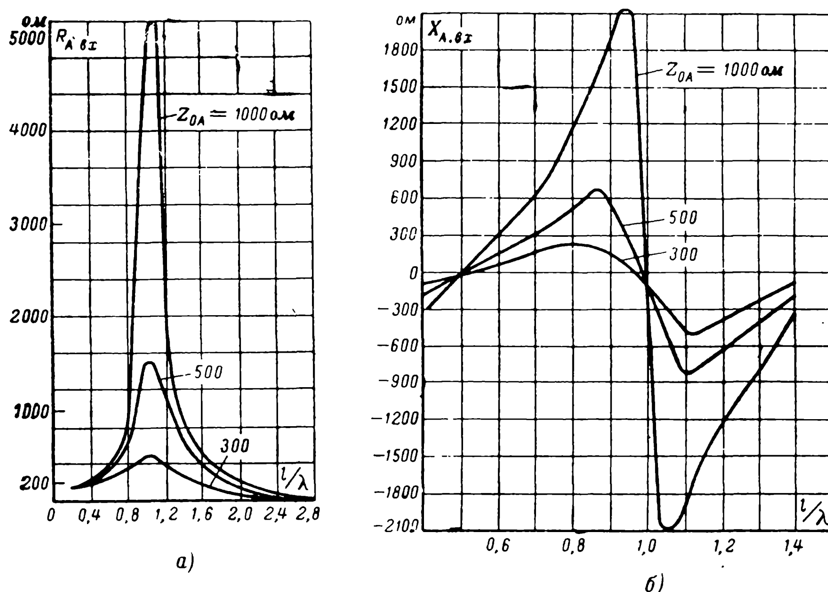


Рис. 7-5. Зависимость входного сопротивления симметричного вибратора от относительной длины.

а — график для активной составляющей; *б* — график для реактивной составляющей

где $R_{А.п}=R_{\Sigma}+R_{п}$ — полное сопротивление антенны, равное сумме сопротивления излучения и сопротивления потерь ($R_п$), отнесенное к пучности тока.

На рис. 7-5 представлена зависимость активной и реактивной частей входного сопротивления антенны от ее длины для различных значений $Z_{0А}$.

Рассмотрение графиков показывает, что имеется аналогия между частотными зависимостями входного сопротивления антенны и эквивалентного сопротивления колебательного контура. От добротности антенны [Л. 4], прямо пропорциональной величине $Z_{0А}$, зависят острота и ширина резонансных кривых. Основной резонанс имеет место в антеннах длиной

$$l=\lambda\left(\frac{\pi l}{\lambda}=180°\right).$$

Здесь реактивная составляющая $X_{А\cdot вх}$ равна нулю, а активная

$$R_{А.вх}=\frac{Z_{0А}^2}{R_{А.п}}. \qquad (7\text{-}16)$$

В случае полуволновых антенн ($l=\lambda/2$, $\pi l/\lambda=90°$) также имеет место резонанс: реактивная составляющая $Z_{А\cdot вх}=0$, а активная $R_{А.вх}=73,1$ *ом* и почти не зависит от величины волнового сопротивления антенны.

Фактически реактивное сопротивление обращается в нуль при длине l, не точно равной $\lambda/2$, а несколько меньшей (на 5—8%). Это возникает вследствие уменьшения фазовой скорости распространения волны вдоль провода антенны за счет потерь энергии на излучение. Уменьшение фазовой скорости становится заметным при толстых вибраторах антенн и относительно длинных антеннах.

Настройка антенны. На коротких и ультракоротких волнах в качестве основного типа антенны или первичных антенн применяются, как правило, полуволновые антенны, настройка которых в резонанс достигается укорочением вибратора на несколько процентов (рис. 7-6).

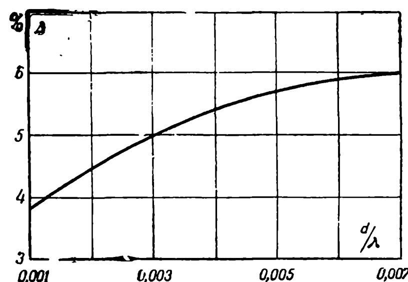


Рис. 7-6. Зависимость величины укорочения полуволнового вибратора от его толщины.

На средних и длинных волнах основным типом антенны является несимметричный вибратор с длиной, меньшей (а часто много меньшей) половины длины волны. Настройка антенн длиной $l<\lambda/4$, имеющих реак-

тивное сопротивление емкостного характера, производится путем включения в антенну добавочного реактивного сопротивления, компенсирующего реактивное сопротивление антенны. В этом случае применяются «удлинительные» катушки индуктивности с реактивностью $X_{доб}=X_{А.вх}$, определяемой по формуле (7-15). Когда длина антенны $\lambda/2>l>\lambda/4$, ее реактивное сопротивление имеет индуктивный характер и для настройки антенны необходимо включить «укорачивающий» конденсатор, реактивность которого $X_{доб}=X_{А.вх}$.

Добавочные элементы настройки лучше делать переменными, чтобы иметь возможность производить точную настройку. Поскольку изготовление конденсаторов переменной емкости на большие напряжения высокой частоты вызывает трудности, то в антенну включают постоянные конденсаторы с емкостью, меньшей расчетной, а недостаток емкости при настройке в резонанс компенсируют последовательным включением переменной индуктивности (вариометра).

Сопротивление потерь

При расчете полного сопротивления антенны $R_{А.п}$, знание величины которого важно при нахождении активной и реактивной составляющих входного сопротивления [формула (7-15)], необходимо определить сопротивление потерь антенны

$$R_п = R_н + R_и + R_з, \qquad (7\text{-}17)$$

где $R_н$ — сопротивление потерь на нагрев проводов;
$R_и$ — сопротивление потерь в изоляторах антенны;
$R_з$ — сопротивление потерь в земле и в системах заземления.

Все составляющие сопротивления потерь обычно вычисляются относительно тока в пучности антенны, как это и нужно для подстановки в формулу (7-15).

Обычно потери учитываются только при разработке антенн длинных, средних и реже — коротких волн.

Для симметричного вибратора сопротивление $R_н$ определяется по формуле

$$R_н = 2R_1 l\left(1 - \frac{\sin kl}{kl}\right), \qquad (7\text{-}18)$$

где R_1 — погонное сопротивление провода.

В случае $l/\lambda>0{,}4$ значением $\sin kl/kl$ часто пренебрегают.

Величина R_1 (*ом/м*) одиночного цилиндрического проводника (с учетом поверхностного эффекта) составляет:

$$R_1 = \frac{5{,}5\cdot 10^3}{r}\sqrt{\frac{\mu}{g\lambda}}, \qquad (7\text{-}19)$$

где r — радиус проводника, *мм*;
μ — относительная магнитная проницаемость материала провода;
g — удельная проводимость материала провода, *сим/м*;
λ — длина волны, *м*.

В табл. 7-1 даны значения μ и g для материалов проводов, применяющихся в антенной технике. При этом сопротивление оцинкованных проводов при толщине покрытия 0,1—0,2 *мм*, рассчитывается как сопротивление проводов, выполненных из цинка.

Таблица 7-1

Значения относительной магнитной проницаемости и удельной проводимости материалов

Материал	μ	g, *сим/м*
Медь	1	$6{,}3\cdot 10^7$
Алюминий	1	$3{,}5\cdot 10^7$
Латунь	1	$3{,}3\cdot 10^7$
Цинк	1	$2\cdot 10^7$
Железо	80	$1\cdot 10^7$

При параллельном соединении n проводов погонное сопротивление уменьшается в n раз.

Если в токоведущей системе имеются два провода разного диаметра — прямой и обратный, а сами провода выполнены из различных материалов (например, коаксиальный кабель), то

$$R_1 = \frac{11\cdot 10^3}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{1}{r_1}\sqrt{\frac{\mu_1}{g_1}} + \frac{1}{r_2}\sqrt{\frac{\mu_2}{g_2}}\right). \qquad (7\text{-}20)$$

Сопротивление потерь в изоляторах антенны растет с увеличением рабочей длины волны и составляет:

$$R_и = \frac{60\,\lambda d\,\mathrm{tg}\,\delta}{\varepsilon\, S}, \qquad (7\text{-}21)$$

где d и S — расстояние между пластинами и площадь пластин плоского конденсатора с потерями, равными потерям в изоляторах;
ε — относительная диэлектрическая проницаемость материала диэлектрика;
δ — угол потерь материала диэлектрика.

На средних и длинных волнах земная поверхность входит в цепь тока антенны: под действием электромагнитного поля антенны в земле возбуждаются токи проводимости и поляризационные токи (токи смещения), что и обусловливает потери энергии на нагрев почвы. Для ориентировочных расчетов сопротивления потерь в земле при-

меняется эмпирическая формула М. В. Шулейкина

$$R_з = A \frac{\lambda}{\lambda_0}, \qquad (7\text{-}22)$$

где λ_0 — собственная длина волны антенны (стр. 290);

A — коэффициент качества заземления.

Значение коэффициента A для очень хорошего заземления 0,5—1 *ом*; для хорошего или противовеса 1—2 *ом*. Для удовлетворительного 2—4 *ом*; для плохого 4—7 *ом*. Более точный учет сопротивления потерь в земле рассматривается в [Л. 3].

На волнах короче нескольких метров сопротивлением потерь обычно пренебрегают.

Коэффициент полезного действия антенны

Коэффициент полезного действия (к. п. д.) антенны $\eta_А$ — отношение излучаемой мощности P_Σ к полной мощности, поступающей в антенну, превышающей P_Σ на величину мощности потерь $P_п$,

$$\eta_А = \frac{P_\Sigma}{P_\Sigma + P_п}. \qquad (7\text{-}23)$$

Полная мощность может быть представлена как

$$P_А = P_\Sigma + P_п = I_А^2 (R_\Sigma + R_п),$$

а к. п. д. антенны — как

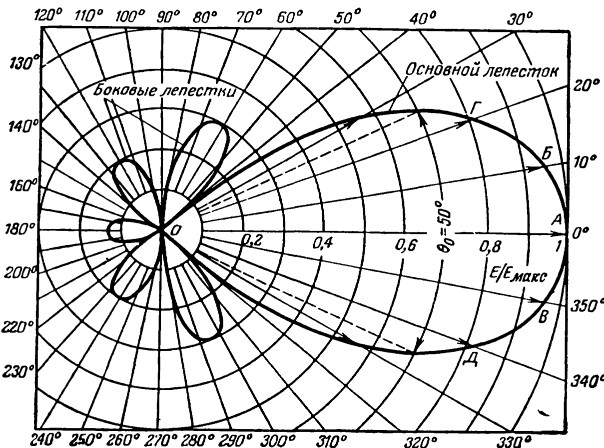
$$\eta_А = \frac{R_\Sigma}{R_\Sigma + R_п}. \qquad (7\text{-}24)$$

Направленное действие

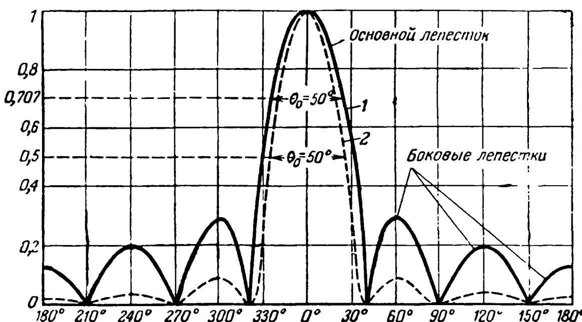
Любая антенна излучает электромагнитную энергию в различных направлениях неравномерно; интенсивность излучения, т. е. отношение мощности излучения к единице площади фронта волны, в одних направлениях максимальна, а в других — минимальна. Направленное действие антенны оценивается с помощью **характеристик (диаграмм) направленности**, представляющих математическую (графическую) зависимость интенсивности излучения от направления в пространстве. Данное определение представляет характеристику направленности антенны «по мощности». Часто пользуются характеристиками направленности «по полю», определяемыми зависимостью амплитуды напряженности создаваемого антенной поля от направления.

Обычно характеристики направленности даются в двух основных плоскостях: горизонтальной и вертикальной (по отношению к земной поверхности) или в плоскостях поляризации: E-плоскости, совпадающей с ориентировкой вектора напряженности электрического поля, и H-плоскости, совпадающей с ориентировкой вектора напряженности магнитного поля антенны. На рис. 7-7 представлена характеристика направленности одной из сравнительно направленных антенн, построенная в разных координатах — полярных и прямоугольных. Характеристика, построенная в полярных координатах (рис. 7-7, *а*), обладает наглядностью, но для весьма направленных антенн по ней трудно производить отсчеты. Поэтому предпочтительнее пользоваться характеристиками в прямоугольных координатах (рис. 7-7, *б*).

Направление максимальной интенсивности излучения на характеристике совмещается с началом отсчета углов. Обычно характеристики направленности нормируются к единице, т. е. в направлении радиусов-векторов (на рис. 7-7, *а* — *ОА*, *ОБ*, *ОВ* и т. д.) откладывают-



а)



б)

Рис. 7-7. Диаграмма направленности антенны.

а — в полярной системе координат; *б* — в прямоугольной системе координат; *1* — по напряженности поля; *2* — по мощности.

ся относительные величины интенсивности излучения (по отношению к максимальному значению). Показателем интенсивности излучения на характеристиках направленности может быть напряженность электрического поля (рис. 7-7, *а*) или его мощность (рис. 7-7, *б*, пунктирная линия).

Лепесток характеристики направленности, соответствующий направлениям максимальной интенсивности излучения, называется основным лепестком, другие лепестки — боковыми. Для удобства оценки направленных свойств антенны широко пользуются понятием ширины характеристики направленности по половине мощности, подразумевая под ней угол, в пределах которого интенсивность излучения не падает ниже 50% максимальной. Если характеристика направленности построена по мощности поля, то ее ширину определяют на уровне 0,5 относительно максимума; если же характеристика построена по напряженности поля, то ее ширину надо определять на уровне 0,707. Характеристика направленности, построенная на рис. 7-7, имеет ширину 50°. В некоторых случаях под шириной характеристики направленности подразумевают угол между направлениями (в пределах основного лепестка), вдоль которых интенсивность излучения равна нулю.

Другим показателем направленного действия антенны является коэффициент направленного действия (к. н. д.) D, показывающий, во сколько раз нужно было бы увеличить мощность излучения антенны в случае использования ненаправленной антенны вместо данной направленной, чтобы интенсивность излучения в месте приема осталась неизменной.

Если известны ненормированная характеристика направленности антенны по напряженности поля $F_A(\varphi, \Theta)$, где φ — угол в горизонтальной, H-плоскости, Θ — в вертикальной, E-плоскости (Θ — также угол, отсчитываемый от оси вибратора), и сопротивление излучения антенны в пучности $R_{\Sigma п}$, то к. н. д. в любом направлении составляет:

$$D = \frac{120\, F_A^2(\varphi, \Theta)}{R_{\Sigma п}}. \qquad (7\text{-}25)$$

В данном случае к. н. д. определен относительно гипотетической абсолютно ненаправленной антенны с пространственной диаграммой направленности, представляемой поверхностью шара.

Иногда к. н. д. вычисляют относительно некоторой эталонной антенны, например относительно диполя Герца или полуволнового вибратора. В этом случае

$$D = \frac{R_э}{R_{\Sigma п}} \frac{F_A^2(\varphi, \Theta)}{F_э^2(\varphi, \Theta)}, \qquad (7\text{-}26)$$

где $R_э$ и $F_э(\varphi, \Theta)$ — соответственно сопротивление излучения и характеристика направленности по напряженности поля эталонной антенны.

Пример. Определим к. п. д. полуволнового вибратора в направлении максимума излучения и в направлении, отстоящем на 30° от максимума (в плоскости, проходящей через ось вибратора).

В плоскости, проходящей через ось полуволнового вибратора, характеристика направленности имеет вид:

$$F_A(\Theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}. \qquad (7\text{-}27)$$

Решение. В плоскости, перпендикулярной оси, вибратор излучает во всех направлениях одинаково.

Для максимума излучения $\Theta = 90°$ $F_A(\Theta) = 1$; величина $R_{\Sigma п} = 73{,}1$ *ом*. Таким образом,

$$D_{макс} = \frac{120}{73{,}1} = 1{,}64.$$

Для угла $\Theta = 60°$ величина $D = 1{,}07$, и для угла $\Theta = 0°$ величина $D = 0$.

Если известны значения ширины характеристики направленности в горизонтальной ($\Phi_{0,5}$) и вертикальной ($\Theta_{0,5}$) плоскостях по мощности поля, то к. н. д. приближенно может быть найден по формуле

$$D \approx \frac{25\,000}{\Phi^{\bullet}_{0,5}\,\Theta^{\bullet}_{0,5}}. \qquad (7\text{-}28)$$

Иногда к. н. д. дается в децибелах:

$$D_{[дб]} = 10 \lg D, \qquad (7\text{-}29)$$

причем в этом случае к. н. д. обычно называется выигрышем антенны.

Коэффициент усиления антенны

Коэффициент усиления антенны G — произведение к. н. д. антенны на ее к. п. д.

$$G = D\eta_A. \qquad (7\text{-}30)$$

Частотная характеристика антенны

Антенна как колебательная система обладает избирательностью. В рабочем диапазоне частот антенна должна сохранять излучательную способность и направленные свойства. В общем случае частотная характеристика антенны представляет зависимость амплитуды напряженности электрического поля в дальней зоне (в направлении максимума излучения) от частоты питающего антенну тока при неизменной амплитуде питающего ее напряжения:

$$E = \varphi(I_{Af}) \text{ при } u_A = \text{const}, \qquad (7\text{-}31)$$

где I_{Af} — амплитудное значение питающего тока на частоте колебаний f.

На практике частотные характеристики антенны строят как зависимости I_{Af}/I_{A0}

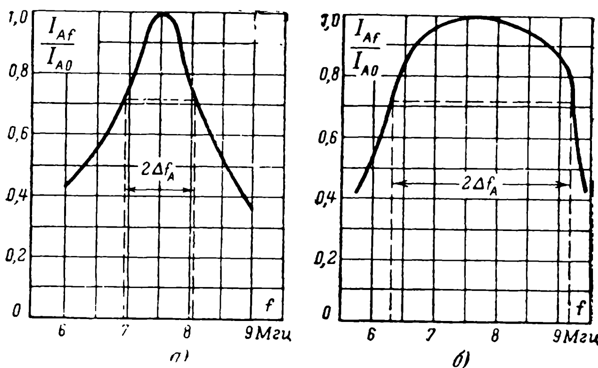


Рис. 7-8. Частотная характеристика антенны.
а — **настроенная широкополосная антенна;** *б* — **диапазонная антенна.**

(I_{A0} — амплитудное значение питающего тока на резонансной частоте) в функции частоты f (рис. 7-8) для ненаправленных (слабонаправленных) антенн или как зависимости величины k_f от. частоты для направленных антенн:

$$k_f = \frac{I_{Af} F_{Af}(\varphi, \theta)}{I_{A0} F_{A0}(\varphi, \theta)}, \qquad (7\text{-}32)$$

где индексами f и 0 обозначены ток и характеристика направленности антенны при данных частоте и резонансе соответственно.

О диапазонности (ыирокополосности) антенны судят по полосе пропускания частот, определяемой на уровне 0,707 от максимального значения I_{Af}/I_{A0} или величины k_f. Так, на рис. 7-8, *а* представлена частотная характеристика полуволнового вибратора длиной $l=20$ *м* (резонансная частота $f_0=7{,}5$ *Мгц*), имеющего волновое сопротивление $Z_{0A}=500$ *ом*. Полоса пропускания частот данной антенны $2\Delta f_A = 1{,}25$ *Мгц*.

Различают диапазонные антенны, частотная характеристика которых позволяет вести работу на нескольких несущих частотах (с необходимой шириной полосы пропускания на каждой частоте), и настроенные антенны, частотная характеристика которых позволяет вести работу только на одной несущей частоте (с определенной полосой пропускания). При этом настроенная антенна может быть узкополосной или широкополосной.

Деление антенн на узкополосные и широкополосные не имеет четкой границы: обычно широкополосность антенны определяют в соответствии с отношением ширины пропускания частот к спектру частот сигнала Δf_c. При этом если $2\Delta f_A/\Delta f_c > 1$, антенну называют широкополосной, если же $2\Delta f_A/\Delta f_c \leqslant 1$, то антенну относят к узкополосной. Так, при передаче амплитудно-модулированных сигналов антенна с частотной характеристикой, представленной на рис. 7-8, *а*, является широкополосной; при передаче же телевизионных сигналов эта антенна является узкополосной.

Подсчет полосы пропускания частот (в мегагерцах) вибраторных антенн ведется по формуле

$$2\Delta f_A = 0{,}64 \frac{f_0 R_{A.п}}{Z_{0A} \frac{l}{\lambda}}, \qquad (7\text{-}33)$$

где $R_{A.п}$ — полное сопротивление антенны, отнесенное к пучности.

Пример. Определим полосу пропускания частот вибраторов длиной $l_1=\lambda/2$ и $l_2=\lambda$ с волновым сопротивлением $Z_{0A}=600$ *ом* для $\lambda=10$ *м*. Резонансная частота для обоих вибраторов одинакова и равна

$$f_0 = \frac{300}{\lambda} = \frac{300}{10} = 30 \text{ Мгц}.$$

Решение. Пренебрегая потерями, принимаем $R_{A.п} = R_{\Sigma п}$. Для полуволнового вибратора $R_{\Sigma п}=73{,}1$ *ом*, а для вибратора с длиной l_2 $R_{\Sigma п} \approx 200$ *ом* (см. график на рис. 7-4). Резонансная длина полуволнового вибратора $l_{1\,рез} = 0{,}95\frac{\lambda}{2} = 4{,}75$ *м*, а вибратора длиной l_2

$$l_{2рез} = 0{,}95 \frac{\lambda}{2} = 9{,}5 \text{ м}.$$

Отсюда по формуле (7-33) получаем полосу пропускания частот для вибратора длиной l_1, равную 4,9 *Мгц*, а для вибратора длиной l_2 — 6,75 *Мгц*.

Данный пример показывает, что увеличение длины вибратора при прочих равных условиях приводит к росту полосы пропускания частот (увеличивается $R_{\Sigma п}$).

Для получения большей полосы пропускания частот, как следует из формулы (7-33), необходимо стремиться к уменьшению значений волнового сопротивления вибраторов. Это достигается, например, путем увеличения толщины вибраторов [см. формулы (7-12) и (7-13)].

При необходимости иметь достаточно большую ширину полосы пропускания частот в случае полуволновых вибраторов применяют многоэлементные вибраторы (рис. 7-9). Общее значение сопротивления излучения таких вибраторов

$$R_\Sigma = n^2 R_{\Sigma(\lambda/2)},$$

где n — число вибраторов, а

$$R_{\Sigma(\lambda/2)} = 73{,}1 \text{ ом}.$$

Наиболее часто применяется петлевой вибратор Пистолькорса ($n=2$, $R_\Sigma \approx 290$ *ом*).

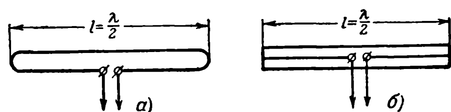


Рис. 7-9. Многоэлементные вибраторы.
а — петлевой вибратор Пистолькорса; б — тройной вибратор.

Для условий предыдущего примера полоса пропускания частот петлевого вибратора $2\Delta f_A = 19{,}6$ *Мгц*, т. е. в 4 раза больше полосы одиночного полуволнового вибратора.

7-3. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИЕМНЫХ АНТЕНН

Действующая длина (высота)

Действующая длина (высота) — такая длина $l_д$, которая равна длине воображаемой антенны, «извлекающей» из поля радиоволны одинаковую с данной реальной антенной мощность, но в которой ток по всей длине равен действующему значению тока $I_{А.п}$ в пучности (или на зажимах реальной антенны (рис. 7-10, *а*).

Из определения следует, что значения площадей под кривыми тока, распределенного вдоль реальной антенны длиной l и вдоль воображаемой антенны $l_д$, равны.

Для вибраторных антенн в общем случае действующая длина антенны определяется по формуле

$$l_д = \frac{\lambda F_{А.макс}(\varphi, \theta)}{\pi \sin kl}, \quad (7\text{-}34)$$

где $F_{А.макс}(\varphi, \theta)$ — характеристика направленности в направлении максимума приема (ненормированное значение).

Для симметричного вибратора

$$l_д = \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2\lambda}. \quad (7\text{-}35)$$

Если $l \ll \lambda$, то действующую длину определяют по формуле $l_д = l/2$.

При известном значении $l_д$ (*м*) можно определить э. д. с. на зажимах приемной антенны $u_А$ (*в*), возникающую под действием электрического поля радиоволны напряженностью E_0 (*в/м*):

$$u_А = E_0 l_д F_А(\varphi, \theta). \quad (7\text{-}36)$$

Понятие о действующей длине антенны удобно для антенн в виде несимметричных вибраторов малой длины ($l \leqslant \lambda/4$). Для более длинных антенн применение понятия о действующей длине приводит к ошибкам, тем большим, чем больше размер l превышает $\lambda/4$. Точность расчетов передающих антенн как диполей с эквивалентной действующей длиной получается крайне низкой, поэтому этим понятием в настоящее время пользуются главным образом при расчете «коротких» приемных антенн.

Характеристика направленности приемной антенны представляет зависимость наводимой в ней э. д. с. от угла падения приходящей волны.

Эффективная площадь

Эффективная площадь $A_э$ антенны может быть определена как отношение мощности $P_{согл}$, поступающей из антенны на вход приемника, согласованного с антенной, к плотности потока мощности S радиоволны в точке приема:

$$A_э = \frac{P_{согл}(\varphi, \vartheta, E_0)}{S}. \quad (7\text{-}37)$$

Выражение (7-37) справедливо для случая, когда плоскости поляризации электрического поля и антенны совпадают.

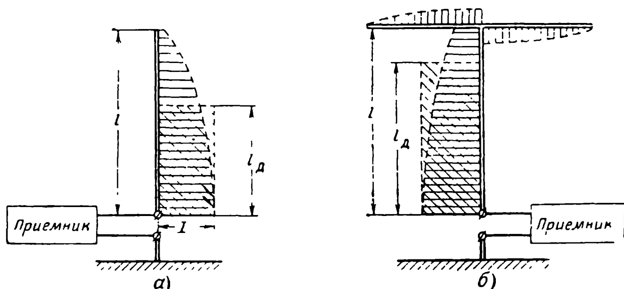


Рис. 7-10. К объяснению действующей длины антенны.
а — вертикальная антенна; б — вертикальная антенна с емкостной нагрузкой на вершине.

Когда антенна ориентирована на максимум приема, ее эффективная площадь достигает максимального значения $A_{э.макс}$; в других направлениях величина $A_э$ определяется по формуле

$$A_э = A_{э.макс} F_А^2(\varphi, \theta). \quad (7\text{-}38)$$

Эффективная площадь антенны характеризует ту часть площади фронта волны, с которой антенна «извлекает» радиочастотную энергию.

Понятие об эффективной площади применимо для одновибраторных, многовибраторных и других сложных антенн.

Для одновибраторных антенн при известной величине $l_д$ эффективная площадь находится по формуле

$$A_э = \frac{30\pi l_д^2 F_А^2(\varphi, \theta)}{R_{\Sigma п}}. \quad (7\text{-}39)$$

Для многовибраторных, параболических, линзовых и других антенн с распределенной поверхностью приема величина $A_э$ связана с их геометрической площадью $S_А$:

$$A_э = k_А S_А, \qquad (7\text{-}40)$$

где $k_А$ — коэффициент использования площади, зависящий от характера распределения амплитуды и фазы тока на поверхности (на вибраторах) антенны и от точности изготовления антенны.

Для плоскостной антенны с равномерным распределением однородных синфазных источников $k_А = 1$.

Для значительной части направленных антенн $k_А \approx 0{,}8$, но может изменяться от 0,5 до 0,9.

Известна связь между эффективной площадью и к. н. д. антенны:

$$A_э = \frac{\lambda^2 D}{4\pi}. \qquad (7\text{-}41)$$

Мощность сигналов на входе приемника, согласованного с антенной, равна:

$$P_А = \frac{E_0^2}{120\,\pi} A_э. \qquad (7\text{-}42)$$

Для очень направленных приемных антенн, подключенных к приемникам высокой чувствительности, часто бывает необходимо знать так называемую **шумовую температуру** $T_{А.ш}$ антенны, определяемую как температура резистора сопротивлением, равным выходному сопротивлению антенны, который при включении к входу приемника выделяет в нем такую же мощность шума, как и сама антенна. Мощность шумов антенны, зависящая от собственных тепловых шумов, невелика. Шумы антенны главным образом определяются поступающим на вход приемника шумовым радиоизлучением от космических источников, а также тепловым излучением земной атмосферы и предметов, расположенных вблизи антенны. Мощность шумов антенны (в ваттах) при известном значении $T_{А.ш}$ равна:

$$P_{А.ш} = kT_{А.ш}\,\Delta f, \qquad (7\text{-}43)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *вт·сек/град*;

Δf — полоса пропускания линейной части приемного тракта, *гц*.

Для остронаправленной антенны, ориентированной в зенит, $T_{А.ш}$ достигает 10° К и даже менее, в то время как при ориентации на земную поверхность $T_{А.ш} \approx 300°$ К.

Принцип взаимности

Если схема включения передатчика в антенну точно соответствует схеме включения приемника в антенну, то знание характеристик данной передающей антенны позволяет на основании принципа взаимности однозначно определить соответствующие показатели этой антенны, примененной в качестве приемной. Это значит, что характеристика направленности, входное сопротивление, волновое сопротивление, частотная и другие характеристики данной передающей антенны остаются теми же, если ее сделать приемной.

Пусть две антенны расположены в пространстве произвольным образом (рис. 7-11). Если к зажимам антенны A_1 подключить генератор токов высокой частоты, а к зажимам антенны A_2 — приемник (идеальный вольтметр с бесконечно большим входным сопротивлением), то в антенне A_1 потечет ток I_1, который вызовет на зажимах второй антенны э. д. с. $u_{А2}$. При перемене местами генератора и приемника возникнут соответственно ток I_2 в антенне A_2 и э. д. с. $u_{А1}$ на зажимах антенны A_1. На основании принципа взаимности

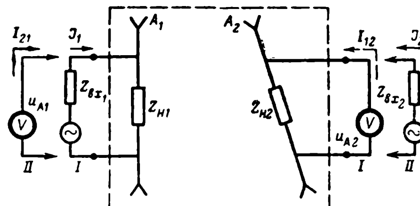


Рис. 7-11. К объяснению принципа взаимности в теории антенн.

$$\frac{I_1}{u_{А2}} = \frac{I_2}{u_{А1}}. \qquad (7\text{-}44)$$

При этом на основании формулы (7-44) можно получить соотношение

$$\frac{u_{А1} = I_{21}(Z_{н1} + Z_{вх1})}{E_{21}\, l_{д1}\, F_{А1}(\varphi, \Theta)} = \frac{u_{А2} = I_{12}(Z_{н2} + Z_{вх2})}{E_{12}\, l_{д1}\, F_{А2}(\varphi, \Theta)}, \qquad (7\text{-}45)$$

где $E_{12}(E_{21})$ — напряженность электрического поля, создаваемая антенной A_1 у антенны A_2 (и наоборот); $Z_{н1}$ и $Z_{н2}$ — сопротивление нагрузки антенн A_1 и A_2 соответственно; $Z_{вх1}$ и $Z_{вх2}$ — внутреннее сопротивление генераторов тока высокой частоты (входное сопротивление антенн в режиме передачи).

Формула (7-45) позволяет сделать важные выводы;

1. Характеристика направленности, входное сопротивление, действующая длина любой антенны при приеме и передаче одинаковы, если приемник и передатчик подключаются к одним и тем же зажимам антенны. Этот вывод влечет за собой и вывод о том, что все остальные электрические параметры антенн (коэффициент направленного действия, коэффициент полезного

действия, волновое сопротивление и др.) при приеме и передаче также совпадают, так как они могут быть выражены через три первых параметра.

2. Каждую приемную антенну можно рассматривать как генератор э. д. с. [см. формулы (7-36) и (7-45)]

$$u_{\text{А}} = E_0 l_{\text{д}} F_{\text{А}} (\varphi, \theta)$$

с внутренним сопротивлением $Z_{\text{вх}}$, работающим на нагрузку $Z_{\text{н}}$.

3. Приемные и передающие антенны обратимы. Всякая антенна может быть как приемной, так и передающей. Чем лучше антенна излучает радиочастотную энергию, тем лучше она будет ее принимать. Поскольку теория и методы расчета передающих антенн проще и лучше разработаны, то любую приемную антенну можно рассчитывать как передающую и на основании принципа взаимности распространить полученные результаты на режим приема.

7-4. СОГЛАСОВАНИЕ АНТЕНН С ФИДЕРНОЙ ЛИНИЕЙ

Согласованием называется настройка фидерной линии в режим бегущей волны, при котором линия отдает в антенну (или получает от нее) наибольшую мощность. Согласование должно выполняться в местах сочленения антенны с фидером и фидера с выходом передатчика или входом приемника.

Максимально возможная мощность, излучаемая или принимаемая антенной, получается при выполнении условия

$$R_{\text{А.вх}} = R_{\text{н}}, \quad X_{\text{А.вх}} = -X_{\text{н}},$$

где $R_{\text{н}}$ и $X_{\text{н}}$ — активная и реактивная части сопротивления нагрузки соответственно.

При присоединении к антенне фидера сопротивлением нагрузки является волновое сопротивление фидера. Таким образом,

Таблица 7-2

Расчет собственной длины волны и реактивного сопротивления антенны

Тип антенны	Схема антенны	Длина пути тока l_0	Волновой коэффициент q_0	Собственная длина волны $\lambda_0 = q_0 l_0$	Реактивное сопротивление $X_{\text{А.вх}}$
Вертикальная $\left(l < \frac{\lambda}{3}\right)$		l	4	$4l$	$Z_{0\text{А}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l$, где $Z_{0\text{А}}$ — волновое сопротивление вертикального провода антенны
Г-образная		$l+b$	4,5 — 6	$4,5 \div 6\,(l+b)$	$Z_{0\text{А}} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l + \frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}}\right)$, где $\frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Z_{0\text{г}}}{Z_{0\text{А}}} \times \operatorname{ctg}\frac{\pi}{\lambda} b\right)$; $Z_{0\text{г}}$ — волновое сопротивление горизонтального провода антенны;
Т-образная		$l+\frac{b}{2}$	5 — 8	$5 \div 8\left(l+\frac{b}{2}\right)$	$Z_{0\text{А}} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l + \frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}}\right)$, где $\frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}} = \operatorname{arcctg}\left(\frac{Z_{0\text{г}}}{2Z_{0\text{А}}} \operatorname{ctg}\frac{\pi}{\lambda} b\right)$
Зонтичная		$l+\frac{b}{2}$	8 — 10	$8 \div 10\left(l+\frac{b}{2}\right)$	То же

Примечание. Меньшие значения q_0 выбираются при небольших размерах (по сравнению с размерами вертикальной части) горизонтальных частей антенны. Наибольшие значения выбираются в случае $b \gg l$.

для согласования антенны необходимо добиться следующих условий:

$$R_{\text{А.вх}} = Z_{0\text{ф}};\ X_{\text{А.вх}} + X_{\text{н}} = 0.$$

Как уже указывалось, настройка антенны достигается либо путем выбора соответствующей длины антенны, либо включением в антенну добавочных органов настройки с сопротивлением $X_{\text{доб}} = -X_{\text{А.вх}}$. Наиболее длинная волна, для которой $X_{\text{А.вх}} = 0$ (без включения органов настройки), называется **собственной длиной волны** λ_0 антенны. Если рабочая волна $\lambda > \lambda_0$, то $X_{\text{А.вх}}$ имеет емкостный характер, если $\lambda < \lambda_0$, — индуктивный.

Изменяя величину индуктивности или емкости органов настройки, можно добиться равенства $\lambda = \lambda_0$.

Поскольку во многих случаях известна длина пути тока l_0 в антенне, то можно для расчета органов настройки определить ориентировочно величину λ_0 с помощью волнового коэффициента q_0 (табл. 7-2).

Пример. Определим λ_0 и $X_{\text{А.вх}}$ Т-образной антенны, имеющей $l = 25$ *м*; $b = 10$ *м*; $Z_{0\text{А}} = 500$ *ом*; $Z_{0\text{г}} = 400$ *ом*, если $\lambda = 500$ *м*.

Решение. Поскольку горизонтальная часть антенны развита не сильно, выбираем $q_0 = 6$, так что

$$\lambda_0 = 6\left(l + \frac{b}{2}\right) = 180\ \text{м} < \lambda.$$

Следовательно, реактивная часть входного сопротивления антенны имеет емкостный характер и равна:

$$X_{\text{А.вх}} = 500\,\text{ctg}\left(\frac{2\pi}{500}\cdot 25 + \frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}}\right).$$

Величину $\frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}}$ найдем из соотношения

$$\text{ctg}\,\frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}} = \frac{Z_{0\text{г}}}{2Z_{0\text{А}}}\,\text{ctg}\,\frac{\pi}{\lambda} b = $$

$$= \frac{2}{5}\,\text{ctg}\,3^\circ 36' = 6{,}35.$$

Из тригонометрических таблиц находим:

$$\frac{2\pi}{\lambda} b_{\text{экв}} \approx 8^\circ.$$

Тогда

$$X_{\text{А.вх}} = 500\,\text{ctg}\,(18^\circ + 8^\circ) = 1\,000\ \text{ом}.$$

Включаемая для настройки антенны катушка с индуктивностью $L_{\text{доб}}$ (*мкгн*) может быть рассчитана по формуле

$$L_{\text{доб}} = \frac{\lambda X_{\text{А.вх}}}{1\,880}, \qquad (7\text{-}46)$$

где λ — в метрах.

Расчет необходимой емкости $C_{\text{доб}}$ (*пф*) укорачивающего конденсатора ведется по формуле

$$C_{\text{доб}} = \frac{\lambda}{5\,300\,X_{\text{А.вх}}}. \qquad (7\text{-}47)$$

На коротких и ультракоротких волнах настройку значительной части антенн проводят изменением длины вибраторов антенны (см. рис. 7-6).

7-5. ВЛИЯНИЕ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АНТЕНН

Заземление, противовес

На характеристики антенн существенное влияние оказывают земная поверхность (земля) и (или) близрасположенные предметы (строения, мачты, фюзеляж самолета, палуба корабля и др.). При этом в зависимости от рабочей длины волны земля может рассматриваться как проводник (на волнах длиннее 100 *м*) или как диэлектрик (на ультракоротких волнах) и будет поразному влиять на показатели антенн.

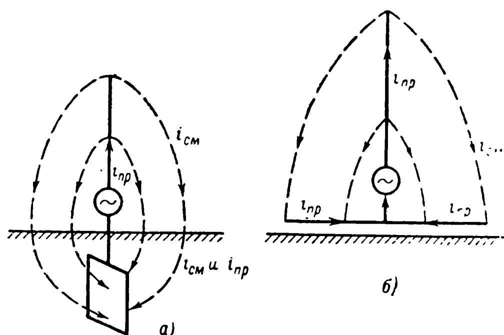


Рис. 7-12. Путь тока в антеннах и окружающем пространстве.

а — антенна с заземлением; *б* — антенна с хорошим противовесом.

Сравнительно хорошими проводниками являются только морская вода и сырая почва, а в случае искусственной «земли» — металлические поверхности. Проводимость верхнего слоя земной поверхности непостоянна и зависит от климатических и географических условий. В общем случае земля представляет собой полупроводящую среду (особенно плохой проводимостью обладает песчаная, сухая и каменистая почвы). Обычно земля не может служить хорошим экраном и энергия электромагнитной волны, проникая в почву, расходуется на тепловые потери.

Путь тока в антенне можно разбить на три участка (рис. 7-12): провод антенны, по которому течет ток проводимости ($i_{\text{пр}}$), воздушный промежуток между антенной и поверхностью земли, через который «протекает» ток смещения ($i_{\text{см}}$), и почва, в которой текут токи проводимости и смещения. При этом особое значение имеет участок у основания антенны, куда стекаются все токи, идущие в земле.

Крайне важно учитывать влияние земли на характеристики несимметричных вибра-

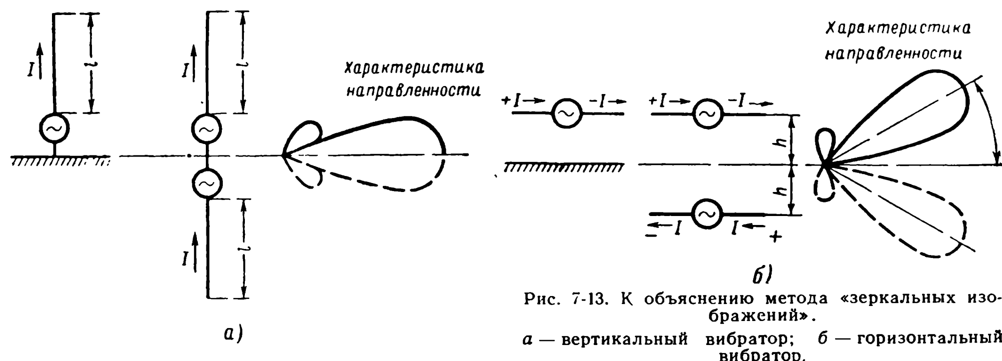


Рис. 7-13. К объяснению метода «зеркальных изображений».
а — вертикальный вибратор; б — горизонтальный вибратор.

торов, в работе которых земля участвует непосредственно, причем заземление антенны предусматривает хорошие проводящие свойства земли. В противном случае возникают значительные диэлектрические потери энергии. Поэтому часто приходится искусственно увеличивать проводимость близлежащих к антенне участков земли, например укладывая провода заземления или сооружая противовес — систему проводов, расположенных под антенной вблизи земли, но изолированных от нее. В ряде случаев почву около антенны пропитывают различными солями, что увеличивает ее проводимость. Так как радиочастотная энергия теряется в основном в зоне антенны с радиусом около 0,35 λ, то обычно «металлизация» почвы выполняется в этой зоне.

От качества заземления в значительной мере зависит к. п. д. антенны. Для приемных антенн, подсоединенных к ламповым радиовещательным приемникам, в которых принятые сигналы претерпевают огромное усиление, к. п. д. антенны не имеет существенного значения, а функции заземления выполняет емкость между проводом антенны (обычно кусок провода, протянутого в комнате) и шасси приемника, батареями питания или осветительной сетью, с которой сетевой приемник связан через трансформатор питания. Шасси, осветительная сеть, батареи питания более или менее успешно функционируют как противовес. Конечно, при приеме дальних радиостанций хорошее заземление всегда улучшает качество приема, способствует уменьшению фона и уровня помех на выходе приемника.

Для некоторых приемников, включаемых в сеть непосредственно (без трансформатора или через автотрансформатор), заземление следует присоединять через конденсатор.

Вторым важнейшим фактором, который всегда необходимо учитывать, является влияние земли на характеристики направленности и сопротивление излучения антенн. Это влияние учитывают путем построения «зеркальных изображений» вибраторов антенн, используя следующее правило. *Действие вибратора, расположенного над идеально проводящей плоской земной поверхностью, равно совместному действию в свободном пространстве (без земли) этого вибратора и его зеркального изображения с теми же размерами и источником питания, причем заряды в «зеркальном» вибраторе противоположны по знаку зарядам в действительном вибраторе* (рис. 7-13). Вследствие этого направление тока в «зеркальном» вертикальном вибраторе совпадает, а в «зеркальном» горизонтальном вибраторе противоположно направлению тока в действительном вибраторе. Пользоваться методом «зеркальных изображений» практически можно в случае антенн длинных и средних волн, когда проводимость почвы (воды) достаточно хорошая.

Характеристика направленности

Заземленный вертикальный вибратор из-за синфазности излучения (приема) действительного и «зеркального» вибраторов имеет максимум или один из максимумов излучения (приема) (рис. 7-14, *а*) в направлении поверхности земли. У горизонтально расположенного вибратора излучение (прием) противофазно излучению «зеркального» вибратора и в направлении поверхности земли электромагнитные волны вибраторов взаимно компенсируют друг друга, т. е. излучение (прием) отсутствует, а максимум излучения (приема) направлен под некоторым углом к поверхности земли, зависящим от высоты подвеса антенны h (рис. 7-14, *б*).

Напряженность электрического поля для вертикальных незаземленных вибраторов (рис. 7-14, *в*), длина которых равна нечетному числу полуволн, при наличии идеально проводящей земли составляет:

$$E_{в.з} = 2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} h \sin\Theta\right) E_0, \quad (7\text{-}48)$$

где E_0 — напряженность электрического поля вибратора в свободном пространстве.

Для горизонтальных антенн, а также для вертикальных с длиной, равной четному числу полуволн,

$$E_{г.з} = 2\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} h \sin\Theta\right) E_0. \quad (7\text{-}49)$$

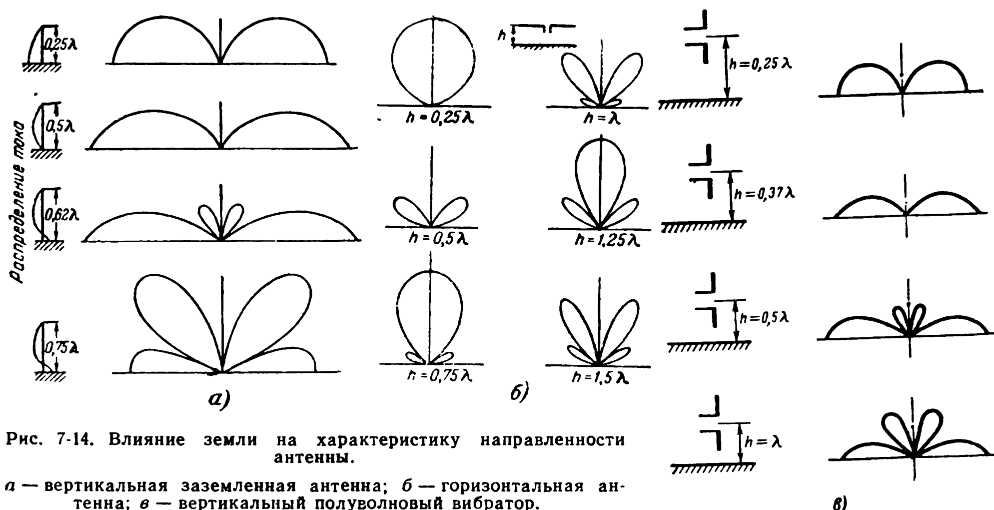


Рис. 7-14. Влияние земли на характеристику направленности антенны.

а — вертикальная заземленная антенна; *б* — горизонтальная антенна; *в* — вертикальный полуволновый вибратор.

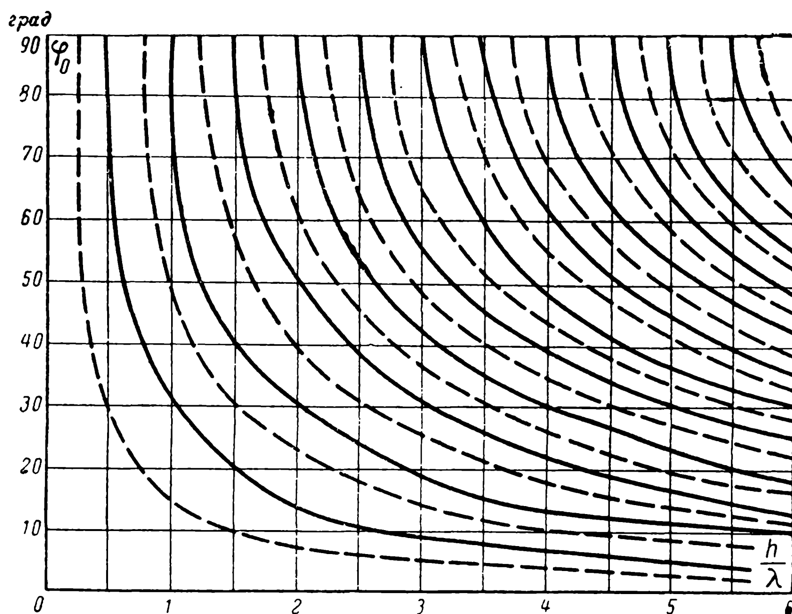


Рис. 7-15. Зависимость ориентировки максимумов и нулей характеристики направленности от высоты расположения антенны над земной поверхностью.

——— — нули горизонтальных антенн [по формуле (7-49)] и максимумы вертикальных антенн [по формуле (7-48)]: — — — — — максимумы горизонтальных антенн [по формуле (7-49)] и нули вертикальных антенн [по формуле (7-48)].

В соотношениях (7-48) и (7-49) величина h — высота центра антенны над землей. На рис. 7-15 представлена зависимость угла возвышения φ_0, под которым ориентированы направления максимумов и нулей характеристики направленности горизонтальных и вертикальных антенн в зависимости от высоты расположения антенны над идеально проводящей землей.

С учетом влияния земли на характеристику направленности горизонтальные антенны имеют преимущества при применении на коротковолновых линиях радиосвязи, поскольку отраженные от ионосферы радиоволны приходят в точки приема под углом 10—20° к горизонту.

Сопротивление излучения

Сопротивление излучения антенны изменяется в зависимости от расстояния до земли. Это изменение может быть учтено пу-

тем прибавления к значению R_Σ, полученному для антенны в свободном пространстве, активной составляющей взаимного сопротивления между антенной и ее «зеркальным изображением». В случае горизонтальной антенны токи в «зеркальном изображении» противоположны токам в антенне

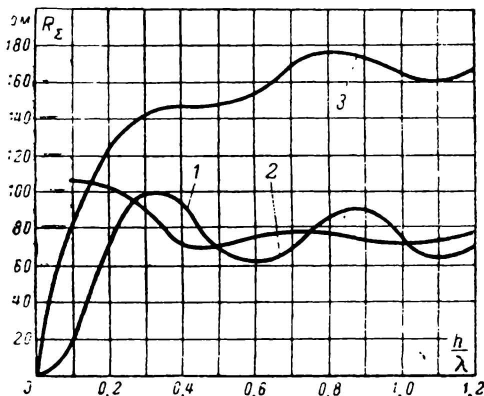


Рис. 7-16. Влияние земли на сопротивление излучения антенны.

1 — горизонтальный полуволновый вибратор; 2 — вертикальный полуволновый вибратор; 3 — горизонтальный вибратор длиной 8λ.

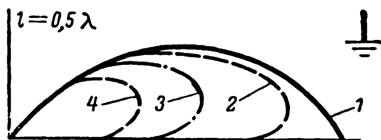


Рис. 7-17. Влияние проводимости земли на характеристику направленности вертикальной антенны.

1 — идеально проводящая земля; 2 — хорошо проводящая земля; 3 — полупроводящая земля; 4 — плохо проводящая земля.

и сопротивление излучения равно величине R_Σ уединенного провода минус значение активной составляющей взаимного сопротивления.

Несимметричный вибратор длиной l с э. д. с. $\mathcal{E}$ заменяется симметричным длиной $2l$ с э. д. с. $2\mathcal{E}$ (см. рис. 7-13, *а*). Следовательно, при одном и том же токе разность потенциалов на зажимах «антенна — земля» несимметричного вибратора оказывается вдвое меньше, чем на зажимах симметричного вибратора. Отсюда сопротивление излучения, а также и волновое сопротивление несимметричного (реального) вибратора будет вдвое меньше сопротивления симметричного (реального и «зеркального») вибратора. Например, сопротивление излучения четвертьволнового заземленного вибратора $R_\Sigma(\lambda/4) = 36{,}55$ *ом*. На рис. 7-16 показана зависимость изменения сопротивления полуволнового вибратора и восьмиволновой антенны от высоты расположения над землей.

Если земля имеет плохую проводимость, то характеристика направленности антенны может претерпеть значительные изменения в сравнении со случаем расположения антенны над идеально проводящей землей. Влияние поглощения энергии в земле приводит к исчезновению излучения (приема) вдоль земной поверхности, и нижний лепесток характеристики может в сильной степени исказиться (рис. 7-17). Результирующее поле излучения (приема) ослабляется по сравнению с полем в случае идеально проводящей земли.

7-6. АНТЕННЫ ДЛИННЫХ И СРЕДНИХ ВОЛН

Передающие антенны

Большинство антенн длинных и средних волн представляет собой несимметричные вибраторы с емкостной нагрузкой на вершине. К таким антеннам относятся Т-образные, Г-образные и зонтичные антенны, а также другие более сложные антенны. При создании этих антенн следует добиваться достаточной величины сопротивления излучения, необходимой диапазонности (широкополосности), а на средних волнах, в ряде случаев, направленного действия.

Распространенным типом длинноволновой антенны, работающей на волнах 1 000—2 000 *м*, является *Т-образная антенна*, состоящая из горизонтальной части (емкостная нагрузка), снижения, заземления и конструктивных элементов (рис. 7-18). Горизонтальная часть состоит из нескольких проводов длиной 100—200 *м* и имеет большую емкость, что приводит к увеличению действующей длины и сопротивления излучения антенны. Кроме того, применение горизонтальной части снижает напряжения вдоль проводов антенны.

Основной излучающей частью является снижение высотой до 150 *м*, соединенное, с одной стороны, с горизонтальной частью, а с другой — с передатчиком. Высота снижения выбирается не менее 0,1 λ, так как при меньшей высоте снижения антенна малоэффективна как излучатель; кроме того, при малом снижении даже при небольших излучаемых мощностях может возникнуть факельное истечение (явление свечения воздуха вокруг проводов антенны вследствие ионизации прилегающих участков воздушной среды). Факельное истечение приводит к большим потерям энергии, ухудшению качества передачи, а иногда и к разрушению антенны.

Заземление позволяет уменьшить потери энергии в земле и повысить к. п. д. антенны. Оно состоит из ряда радиально расходящихся от места подключения к передатчику (фидеру) проводов, зарытых в

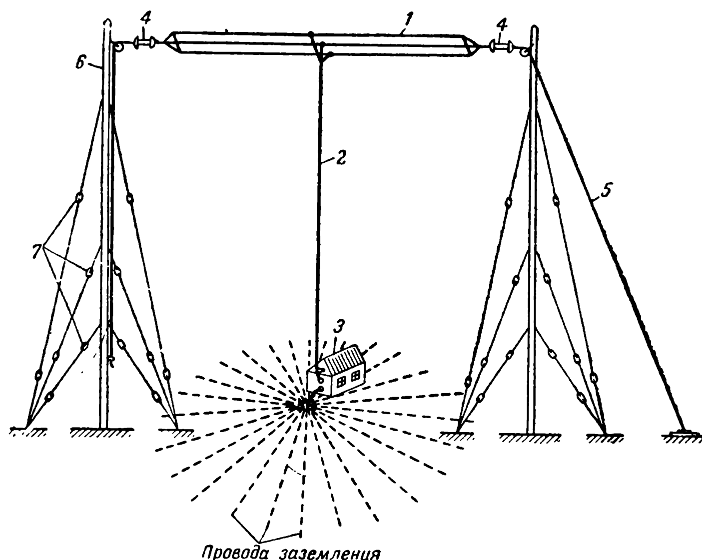


Рис. 7-18. Длинноволновая антенна.

1 — горизонтальная часть; 2 — снижение; 3 — здание радиостанции; 4 — фарфоровый изолятор; 5 — трос для натяжения проводов антенны; 6 — поддерживающая мачта; 7 — изоляторы тросов крепления поддерживающей мачты.

землю на глубину около 0,5 *м*. Вместо заземления в ряде случаев (каменистая почва, радиостанция подвижна) применяется противовес, состоящий из сети проводов, расположенных над землей на высоте 3—6 *м*. С точки зрения потерь энергии для антенн длинных и средних волн противовес уступает хорошему заземлению.

Антенны Т-образного и Г-образного типов на длинных волнах имеют к. п. д. не более 10%, а на волнах радиовещательного диапазона — иногда до 70%.

Дальнейшее улучшение технико-экономических показателей длинноволновых антенн можно получить путем применения нескольких связанных антенн. Подобные *антенны Александерсена* состоят из длинной и достаточно широкой (из нескольких проводов) горизонтальной части и шести снижений, равномерно распределенных вдоль горизонтального полотна (рис. 7-19). Для настройки антенны необходимо, чтобы в точках *a* горизонтального полотна (середина между двумя снижениями) были узлы тока. В этом случае антенна эквивалентна шести синфазным вибраторам, причем сопротивление излучения каждого вибратора представляет сумму значений собственного сопротивления излучения и вносимых другими вибраторами сопротивлений [Л. 1—4 и др.]. При хорошей настройке антенны полное сопротивление излучения антенны Александерсена практически равно сумме значений R_Σ всех вибраторов, т. е. сопротивление излучения антенны из n синфазных вибраторов возрастает в n^2 раз, тогда как сопротивление потерь увеличивается только в n раз. Этим достигается существенное увеличение всех

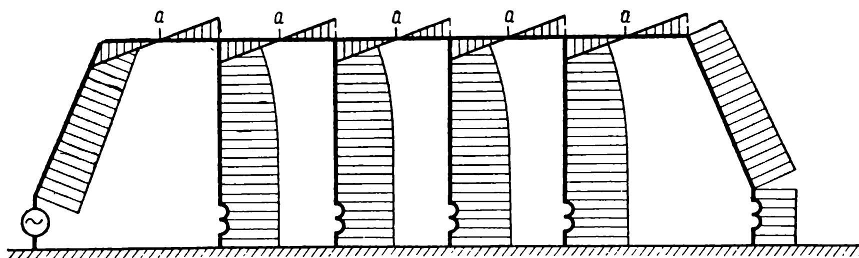


Рис. 7-19. Антенна Александерсена (показано распределение тока вдоль проводов).

Использование большой емкостной нагрузки на вершине антенны позволяет значительно повысить предельную мощность и расширить полосу пропускания частот. Однако на практике емкость вершинной нагрузки ограничивается сложностью создания горизонтального полотна шириной более 16 *м*.

показателей антенны, но в сильной степени удорожается стоимость антенны. Стоимость строительства антенны достигает 60—70% стоимости радиостанции в целом.

На волнах короче 1 000 *м* чаще всего применяются свободно стоящие башни-антенны или укрепленные с помощью оттяжек мачты-антенны, в которых излучающий

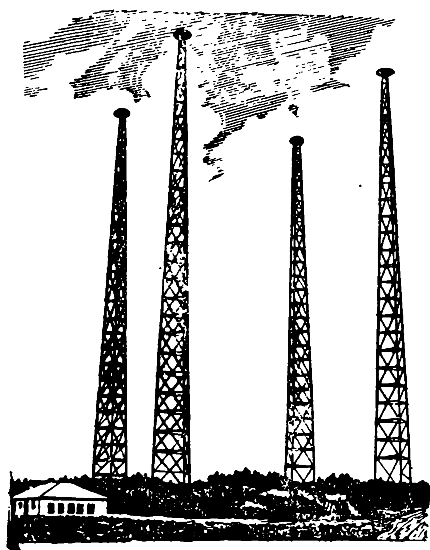


Рис. 7-20. Антенна в виде четырех башен средневолновой радиостанции мощностью 1 200 *квт*.

Очень сложно добиться работы одной антенны почти во всем диапазоне средних волн, так как требующаяся для длинноволновой его части высота антенны обычно оказывается слишком большой для коротковолновой части диапазона и основное излучение будет направлено не вдоль земли, а под большим углом к ней.

Эти затруднения преодолены в конструкции широкодиапазонной антенны Г. З. Айзенберга, представляющей собой

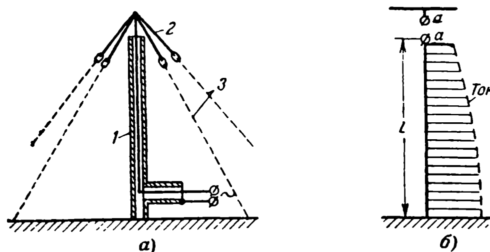


Рис. 7-21. Мачта-антенна верхнего питания.
а — конструктивная схема: *1* — тело мачты; *2* — «зонт»; *3* — оттяжки; *б* — принципиальная схема.

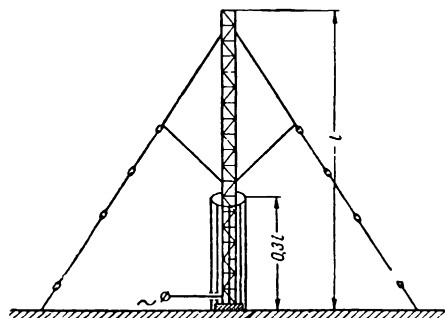


Рис. 7-22. Схема широкодиапазонной антенны ($\lambda = 200 \div 2\,000$ *м*).

провод заменен металлической конструкцией башни (мачты), поставленной на изолятор. Высота башни (мачты) в ряде случаев достигает $^1/_2\lambda$. Иногда антенна состоит из нескольких башен (мачт), например из четырех (рис. 7-20). Когда все башни питаются синфазно, антенна является ненаправленной. Когда питание получают только две башни, а две другие служат пассивными отражателями, антенна обладает направленным действием. Вершины башен имеют емкостную нагрузку, что позволяет увеличить сопротивление излучения антенн и полосу пропускания частот.

Антенны в виде башен и мачт рассмотренного типа обладают недостатком, связанным с применением дорогостоящего опорного изолятора, который к тому же механически непрочен и вызывает дополнительные потери энергии. Этот недостаток исключается у антенн-мачт с заземленным основанием. В Советском Союзе в качестве антенн средних волн широко применяются *заземленные мачты-антенны верхнего питания Г. З. Айзенберга* (рис. 7-21). Питание подводится к вершине мачты (на рис. 7-21, *б* зажимы *а—а*) с помощью коаксиального кабеля, проложенного внутри полой мачты. Внутренняя жила кабеля присоединяется к «зонту», а внешняя — к телу мачты. Излучающей частью антенны является конструкция мачты, по внешней поверхности которой течет ток. При высоте мачты $l = 120$ *м* и длине проводов «зонта» 0,3—0,5 l антенна работает в диапазоне 200—800 *м* с высоким к. п. д. Мачта выполняется из металлической трубы диаметром около 40 *см*. Для повышения к. п. д. антенна снабжается развитой сетью проводов заземления.

мачту с изолированным основанием, окруженную в нижней части на высоту 0,3λ муфтой в виде цилиндра из проводов (рис. 7-22). Токи, возникающие на внешней поверхности заземленных проводов муфты, на более коротких волнах участвуют в излучении и, взаимодействуя с токами мачты, создают концентрацию излучения вдоль поверхности земли. Поскольку при этом на волнах порядка 200—500 *м* несколько ослабляется пространственная волна, повышение напряженности поля поверхностной волны позволяет значительно ослабить явление ближнего фединга. Антенны, обладающие указанными свойствами, называются *антифединговыми*. При высоте мачты порядка 200 *м* такая антенна хорошо работает в диапазоне волн 200—2 000 *м*.

Приемные антенны

Приемные антенны, применяемые в радиовещательном диапазоне волн, разделяются на профессиональные и абонентские (любительские). В качестве профессиональных применяются Т- и Г-образные антенны, рамочные антенны (одиночные и в комбинации с вертикальным вибратором), антенны Бевереджа. Эти антенны строятся обычно на достаточном удалении от городов, чтобы уменьшить уровень помех.

Абонентские антенны радиовещательного диапазона волн делятся на встроенные, комнатные и наружные. В больших городах с высоким уровнем индустриальных помех в дневное и вечернее время возможен прием только близкорасположенных радиостанций, создающих в черте города напряженность поля не менее 50—100 *мв/м*. Прием таких сигналов возможен как на встроенные в приемники магнитные антенны (см. ниже), так и на комнатные в виде провода длиной несколько метров, соединенного с приемником. При этом комнатная антенна длиной 3—5 *м*, как правило, более эффективна, чем встроенная.

В ночное время при резком снижении уровня индустриальных помех в городах и из-за изменения условий распространения радиоволн возможен прием весьма удаленных радиовещательных станций как на комнатные, так и на встроенные антенны. Особенно хорошие результаты при приеме в ночное время, а в сельской местности — и в дневное время дает применение небольших (по сравнению с длиной волны) антенн Г- и Т-образного вида, подвешенных к опорам на высоте 10—15 *м* над землей или 3—8 *м* над крышей. Длину горизонтальной части таких антенн желательно доводить до 20—30 *м*.

В случае применения наружных антенн надо обязательно сделать заземление антенны и установить вблизи от места ввода снижения в помещение грозовой переключатель, с помощью которого антенна соединяется накоротко с землей на все время, когда приемником не пользуются, и в случае приближения грозы. В качестве заземления можно использовать водопроводные трубы, но нельзя пользоваться для этой цели трубами центрального отопления и газопроводом, которые имеют плохой контакт с землей. Если водопровод отсутствует, то необходимо зарыть в землю на глубину не менее 1,5—2 *м* оцинкованный металлический лист с припаянным проводом заземления толщиной не менее 5 *мм*. Иногда вбивают на глубину 2 *м* стальную оцинкованную трубу.

Для некоторого снижения уровня помех часто применяется рамочная антенна, представляющая прямоугольную или круглую плоскую катушку из нескольких витков провода. Вследствие небольших размеров рамки по сравнению с длиной волны токи, протекающие в проводе рамки (если рассматривать ее как передающую), имеют одинаковые амплитуду и фазу и в противоположных сторонах рамки направлены в разные стороны (рис. 7-23, *а*). Вследствие этого в направлении оси рамки происходит взаимная компенсация полей, создаваемых противоположными сторонами рамки, и вдоль своей оси рамка не излучает (не принимает) радиочастотную энергию. Наоборот, в плоскости рамки поля, создаваемые разными сторонами из-за возникающей разности хода волны, складываются с фа-

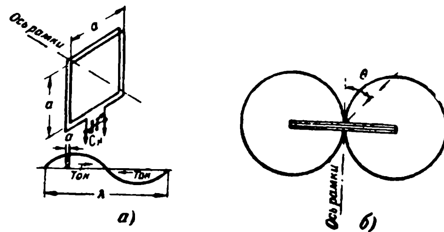


Рис. 7-23. Рамочная антенна.

а — конструктивная схема; *б* — характеристика направленности.

зами, отличными от 180°, что создает в этом направлении максимум излучения (приема). Характеристика направленности рамочной антенны представлена на рис. 7-23, *б*: в направлении оси рамки существует резкий минимум приема, максимум приема расплывчатый.

Характеристика направленности рамочной антенны определяется функцией

$$F(\Theta) = \sin\Theta. \qquad (7\text{-}50)$$

Действующая длина уединенной рамки растет с увеличением площади витка рамки S и числа витков N:

$$l_д = \frac{2\pi SN}{\lambda}. \qquad (7\text{-}51)$$

При расположении рамки вблизи земли значение $l_д$ надо удвоить, поскольку «зеркальное изображение» увеличивает вдвое площадь рамки. Например, на волне $\lambda = 1\,000$ *м* для квадратной рамки со стороной в 1 *м* при числе витков $N = 10$, расположенной вблизи земли,

$$l_д = \frac{4\pi \cdot 1^2 \cdot 10}{1\,000} \approx 0{,}13\ м.$$

Общая длина провода рамки $l = 4a\,N = 40$ *м*. Если бы этот провод применялся в качестве вертикального несимметричного вибратора, его действующая длина была бы

$$l_д = \frac{l}{2} = 20\ м.$$

Таким образом, эффективность рамочных антенн по сравнению с вибраторными

при одинаковой длине провода оказывается меньшей. Рамочные антенны широко применяются в качестве профессиональных и абонентских приемных антенн, позволяя уменьшать уровень помех при ориентировке оси рамки на источник помех. Рамки небольших размеров находят применение в радиопеленгации.

Открытая рамочная антенна обладает так называемым антенным эффектом. Из-за наличия емкости между проводами рамки и окружающими предметами (рис. 7-24) наряду с «кольцевым» током, ориентированным в противоположных сторонах рамки в разные стороны, возникают дополнительные токи, ориентированные одинаково в противоположных сторонах рамки.

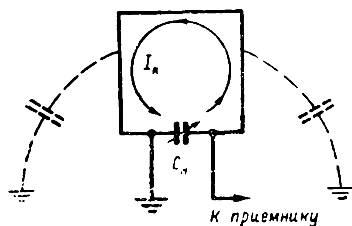


Рис. 7-24. К объяснению антенного эффекта рамочной антенны с несимметричной схемой включения.

Вследствие асимметрии подсоединения рамки к приемнику часть этих токов проходит через конденсатор настройки $C_н$. Поэтому к принимаемому полезному сигналу добавляется паразитный, не зависящий от направления приходящей волны, ч направление нулевого приема перестает совпадать с осью рамки. В радиопеленгационных приборах это вызывает существенные ошибки в определении направления на источник излучения. Для устранения паразитной емкости между рамкой и окружающими предметами провода рамки заключаются в металлический экран с разрезом. Разрез необходим, чтобы экран не закрывал рамку от приходящих радиоволн. Иногда для устранения антенного эффекта применяются симметричные схемы включения рамки в цепь приемника.

Если в контур рамки включен конденсатор настройки $C_н$, то в результате настройки действующая длина рамки возрастает в Q раз:

$$l_д = \frac{2\pi SNQ}{\lambda}, \qquad (7\text{-}52)$$

где $Q = 200 \div 300$ — добротность контура рамки.

Использование комбинации рамки и открытой вертикальной антенны позволяет значительно увеличить направленное действие (рис. 7-25). В цепь рамки вместе с конденсатором настройки $C_н$ включаются катушки L_1 и L_2 для связи с открытой антенной, и катушка L_3 для связи с входным контуром приемника. С катушками L_1 и L_2 связана также катушка L_4, которая входит в цепь открытой антенны и служит для связи рамки с антенной. В цепь открытой антенны включен переменный резистор $R_А$ (для подбора напряжения, поступающего от открытой антенны) и двухполюсный переключатель на два направления $П$. С помощью переключателя $П$ можно менять направление тока в катушке L_4. Если регулировкой $R_А$ добиться равенства

$$\frac{2\pi SN}{\lambda} = \frac{\omega M l_{д.откр}}{R_{А.вх} + R_А},$$

где M — коэффициент взаимоиндукции между катушкой L_4 и катушками L_1 и L_2; $R_{А.вх}$ — входное сопротивление открытой антенны; $l_{д.откр}$ — действующая длина открытой антенны, то суммарное напряжение обеих антенн будет равно:

$$u_р = \frac{2\pi SN}{\lambda}(\sin\Theta \pm 1) E_0. \qquad (7\text{-}53)$$

Характеристика направленности рамки с открытой антенной будет, таким образом, определяться как

$$F(\Theta) = \sin\Theta \pm 1. \qquad (7\text{-}54)$$

Уравнение (7-54) есть уравнение кардиоиды. Знаки ± соответствуют направлению тока в катушке L_4, т. е. положению переключателя $П$. Графически образование кардиоиды представлено на рис. 7-25, *б*.

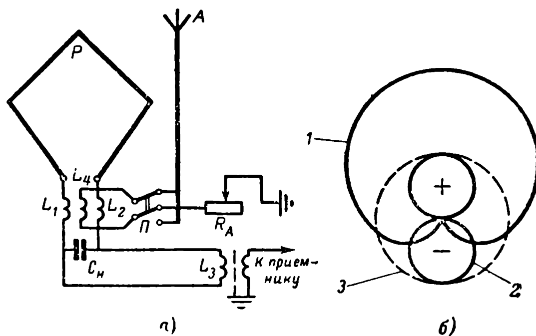


Рис. 7-25. Кардиоидный прием на рамку и открытую антенну.

а — схема включения рамки и антенны; *б* — образование кардиоиды при сложении напряжений от рамки и антенны: *1* — суммарное напряжение; *2* — напряжение рамочной антенны; *3* — напряжение открытой антенны.

Изменение положения переключателя $П$ изменяет ориентировку кардиоиды на 180°, т. е. характеристика направленности при кардиоидном приеме становится управляемой.

Магнитные антенны

Магнитные (ферритовые) антенны представляют собой устройство в виде некоторого числа витков провода (катушки), расположенных на стержневом сердечнике из высокочастотного магнитного материала, обычно феррита, со значительной магнитной проницаемостью (рис. 7-26). Магнитные антенны в принципе не отличаются от рамочных и имеют одинаковую характеристику направленности. Наличие сердечника с высокой магнитной проницаемостью увеличивает магнитный поток, пронизывающий рамку (катушку). Это позволяет увеличить действующую длину рамочной антенны или при неизменной действующей длине уменьшить ее габариты. При этом действующая длина магнитной антенны ориентировочно составляет:

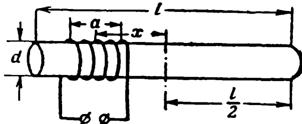


Рис. 7-26. Магнитная (ферритовая) антенна.

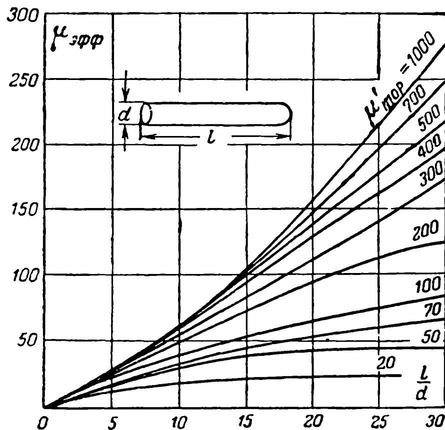


Рис. 7-27. Зависимость эффективной магнитной проницаемости сердечника магнитной антенны от его размеров.

$$l_{\text{д.м}} = l_{\text{д.р}}\,\mu_{\text{эфф}}, \qquad (7\text{-}55)$$

где $l_{\text{д.р}}$ — действующая длина рамочной антенны, определяемая по формуле (7-51);

$\mu_{\text{эфф}}$ — эффективное значение магнитной проницаемости сердечника антенны, зависящее от тороидальной относительной магнитной проницаемости материала сердечника $\mu'_{\text{тор}}$ и размеров сердечника (рис. 7-27).

Выбор марки феррита определяется назначением антенны и диапазоном рабочих частот. С укорочением длины волны берут ферриты с меньшей магнитной проницаемостью. На длинных волнах используются ферриты с проницаемостью 1 000—2 000, на средних волнах 600—1 000, на коротких волнах 100—400 и на ультракоротких 10—50.

Многовитковая антенная (контурная) катушка является индуктивной ветвью входного контура приемника. При этом индуктивность и добротность контурной катушки зависят от величины $\mu_{\text{эфф}}$, а также от расположения катушки на сердечнике. Чем дальше отодвинута катушка от центра стержня, тем меньше ее индуктивность. Этим пользуются при регулировке индуктивности антенной катушки, но при значительном удалении от центра индуктивность антенной катушки может значительно упасть, что приведет к соответствующему падению действующей длины антенны. На рис. 7-28 представлена зависимость коэффициента p_L, характеризующего величину ослабления индуктивности катушки от расстояния (размер x) между центрами катушки и стержня.

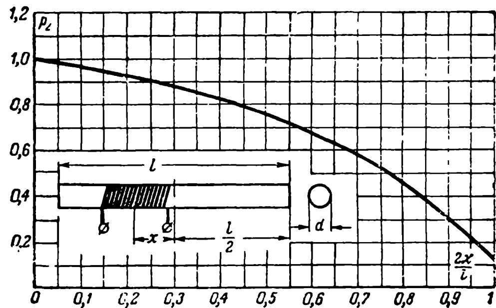


Рис. 7-28. Зависимость коэффициента ослабления индуктивности катушки от месторасположения на стержне.

Для расчета индуктивности катушки L (*гн*) обычно пользуются формулой

$$L = n_{\text{к}}^2 d_{\text{к}} m_L p_L \Phi_{\text{к}} q_{\text{к}} \mu_{\text{эфф}} \cdot 10^{-9}, \qquad (7\text{-}56)$$

где $n_{\text{к}}$ — число витков катушки;

$d_{\text{к}}$ — диаметр катушки, *см*;

$\Phi_{\text{к}}$ — постоянная, зависящая от отношения диаметра катушки к ее длине a; при $0{,}25 < \frac{a}{d_{\text{к}}} < 1{,}3$ значение $\Phi_{\text{к}}$ находят по формуле

$$\Phi_{\text{к}} = 1 + 6\frac{d_{\text{к}}}{a};$$

m_L — коэффициент, определяемый по графику на рис. 7-29;

$q_{\text{к}}$ — отношение квадрата диаметра d сердечника к диаметру $d_{\text{к}}$ катушки.

В диапазоне длинных и средних волн применяются сплошные (виток к витку) однорядные намотки, хотя лучшие приемные свойства магнитной антенны реализуются при распределенной намотке (с постоянным или переменным шагом намотки).

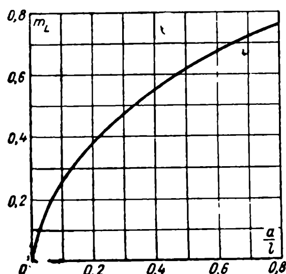


Рис. 7-29. Зависимость коэффициента m_L от соотношения длин катушки и сердечника.

Распределенная намотка более трудоемка при выполнении и возможна при небольшом числе витков (не более 20—30). Распределенная намотка дает хорошие результаты при построении коротковолновых и ультракоротковолновых антенн. Марка провода антенной катушки имеет значение, если выполняется сплошная намотка. Так, в диапазоне средних волн применение литцендрата дает увеличение добротности катушки в 1,5—2 раза по сравнению с добротностью катушки, намотанной медным эмалированным проводом. При распределенной намотке с шагом 1,5—2 *мм* влияние марки провода сказывается мало.

В табл. 7-3 приведены параметры основных отечественных ферритов и антенных катушек, применяемых в магнитных антеннах. Промышленность выпускает сердечники двух типов: цилиндрические и прямоугольного сечения.

Для того чтобы можно было ориентировочно методом пропорционального пересчета определить требуемое число витков

Таблица 7-3

Параметры основных сердечников и катушек магнитных антенн

Рабочий диапазон частот, *Мгц*	Параметры сердечников					Параметры катушек	
	Магнитная проницаемость	цилиндрических		прямоугольных		Индуктивность эталонной катушки с сердечником, *мкгн*	Добротность (не менее)
		Диаметр, *мм*	Длина, *мм*	Площадь сечения, *мм*²	Длина, *мм*		
0,05—0,35	2 000	8 — 8 —	60 — 100 —	— 16×4 16×4 20×3	— 80 100 100	4 100±20%	120
0,15—1,6	600	8 8 8 8 8	60 65 80 100 160	— — 16×4 16×4 20×3	— — 80 100 100	350±20%	120
1,5—4	400	— 8 — 8 8 10	— 125 — 140 160 200	20×3 16×4 20×3 — 25×5 25×5	115 125 125 — 160 200	—	150
4—12	200	8 8 10	125 160 200	— 25×5 —	— 160 —	5,2±20%	100
6—18	100	8 8 10	125 160 200	— 25×5	— 160	2,2±20%	140
18—30	50	8 10	160 200	— —	— —	0,9±20%	100
40—100	20	8 10	160 200	— —	— —	0,9±20%	100

Примечания: 1. Значения максимальной частоты, указанные в таблице, вообще говоря, не препятствуют применению сердечника и на более высоких частотах, но при этом эффективность антенны будет уменьшаться.

2. Катушки выполняются из провода ЛЭШО при сплошной однорядной намотке; параметры катушек соответствуют их расположению в средней части сердечника.

антенной катушки при любой индуктивности, приведем данные одной из эталонных магнитных антенн. При диаметре сердечника $d=8$ *мм*, изготовленного из феррита Ф-600 ($\mu'_{тор}=600$) при $L=350$ *мкгн*, число витков эталонной катушки диаметром $d_к=9{,}5$ *мм* зависит от длины сердечника и составляет 86, 81 и 67 витков при длине сердечника 65, 80 и 160 *мм* соответственно. Если требуется определить число витков $n_{зад}$ катушки с заданной индуктивностью $L_{зад}$ в случае известных параметров эталонной магнитной антенны (l, d, $n_к$, $d_к$, L), то число витков определяется по формуле

$$n_{зад}=1{,}1\sqrt{\frac{L_{зад}}{L}}\,n_к. \qquad (7\text{-}57)$$

Например, $L_{зад}=500$ *мкгн* и применяется сердечник с параметрами $\mu'_{тор}=600$, $d=8$ *мм*, $l=80$ *мм*. Тогда $n_{зад}=106$ витков.

Если же при этом другой и диаметр сердечника ($d_{к.зад}$), то число $n_{зад}$ определяется по формуле

$$n_{зад}=1{,}1\sqrt{\frac{L_{зад}\,d_{к.зад}}{Ld_к}}\,n_к. \qquad (7\text{-}58)$$

Обычно действующая длина и сопротивление излучения магнитных антенн очень малы. Для увеличения действующей длины применяют последовательное или параллельное соединение нескольких антенн, сердечники с переменными сечениями (увеличивающимися к концам), введение немагнитного зазора в месте расположения катушки.

Антенны Бевереджа

В целом ряде случаев на длинных и средних волнах применяются сравнительно простые по конструктивному выполнению направленные антенны Бевереджа, представляющие собой длинный горизонтальный провод, расположенный на небольшой высоте над землей (3—4 *м*) и присоединенный одним концом к приемнику. Второй конец провода, обращенный к корреспондирующему пункту, через активное сопротив-

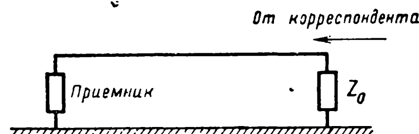


Рис. 7-30. Схема антенны Бевереджа.

ление, равное волновому сопротивлению провода, замыкается на землю (рис. 7-30). Длина провода обычно равна длине волны или превышает ее. Прием на горизонтальную антенну Бевереджа возможен из-за наличия горизонтальной составляющей напряженности электрического поля (см. разд. 6), тем большей, чем меньше проводимость почвы в месте расположения антенны. Однако плохая проводимость почвы увеличивает и потери в антенне.

Вдоль провода антенны Бевереджа распространяется бегущая волна принимаемых колебаний, что обеспечивается включением согласующего активного сопротивления Z_0. Антенна Бевереджа является направленной. Характеристика направленности антенны в горизонтальной плоскости определяется по формуле

$$F(\varphi)=\frac{\cos\varphi\sin\dfrac{kl}{2}(\xi-\cos\varphi)}{\xi-\cos\varphi}, \qquad (7\text{-}59)$$

Таблица 7-4

Автотрансформаторная схема согласования антенны с волновым сопротивлением фидера

Номер схемы	Схемы	Условия применения	Формулы для расчета C и L
1	L, $R_{А.вх}$, C, $Z_{оф}$ а)	При $R_{А.вх}>Z_{0ф}$	$C_{[пф]}=\dfrac{5{,}3\cdot10^{2}\lambda_{[м]}}{R_{А.вх\,[ом]}}\sqrt{\dfrac{R_{А.вх}}{Z_{0ф}}-1}$ $L_{[мкгн]}=5{,}3\cdot10^{4}\lambda_{[м]}Z_{0ф\,[ом]}\sqrt{\dfrac{R_{А.вх}}{Z_{0ф}}-1}$
2	L, $R_{А.вх}$, C, $Z_{оф}$ б)	При $R_{А.вх}<Z_{0ф}$	$C_{[пф]}=\dfrac{5{,}3\cdot10^{2}\lambda_{[м]}}{Z_{0ф\,[ом]}}\sqrt{\dfrac{Z_{0ф}}{R_{А.вх}}-1}$ $L_{[мкгн]}=5{,}3\cdot10^{-4}\lambda_{[м]}R_{А.вх\,[ом]}\sqrt{\dfrac{Z_{0ф}}{R_{А.вх}}-1}$

где $\xi = c/v_ф$ — коэффициент укорочения волны, учитывающий уменьшение фазовой скорости $v_ф$ волны вдоль провода по сравнению со скоростью ее распространения в свободном пространстве (для «средних» почв $\xi = 1,2 \div 1,4$).

Максимум приема совпадает с направлением на корреспондирующий пункт.

Согласование антенн на длинных и средних волнах

Для согласования антенн на длинных и средних волнах обычно применяются трансформаторные или автотрансформаторные схемы, включаемые между входом антенны и фидером (табл. 7-4). В случае мощных передающих антенн согласующие элементы должны быть рассчитаны на величину тока, протекающего через них.

7-7. АНТЕННЫ КОРОТКИХ ВОЛН

К основным требованиям, предъявляемым к антеннам коротких волн, относятся диапазонность и, как правило, достаточная направленность. Требование диапазонности связано с изменчивостью условий прохождения коротких волн в ионосфере, в связи с чем требуется несколько раз в сутки переходить с одной волны на другую без существенных перестроек в антенно-фидерном тракте. Наряду с обычными настроенными симметричными (чаще всего полуволновыми) и несимметричными (чаще всего четвертьволновыми) вибраторами на коротких волнах широко применяются такие диапазонные антенны, как диполь Надененко, ромбическая антенна и др.

Диполь Надененко

Диполь Надененко представляет собой симметричный вибратор большого диаметра, составленный из проводов, расположенных по образующим цилиндра (рис. 7-31, *а*). Высота подвеса антенны должна быть не меньше $^1/_4\ \lambda_{макс}$ ($\lambda_{макс}$ — самая длинная волна диапазона).

Диапазонность диполя Надененко достигается уменьшением его волнового сопротивления за счет значительного диаметра вибратора, составляющего 0,5—1,5 *м*. При шести — восьми проводах волновое сопротивление диполя будет близким к волновому сопротивлению сплошного цилиндра и подсчитывается по формуле

$$Z_{0А} = 276\left(\lg\frac{2l}{R_э} - 0,435\right), \quad (7\text{-}60)$$

где l — длина одного плеча диполя;

$R_э = R\sqrt[n]{\frac{nd}{R}}$ — эквивалентный радиус диполя;

R — радиус цилиндрической поверхности, образованной проводами;

n — число проводов в одном плече диполя;

d — радиус проводов.

Волновое сопротивление диполя Надененко в 2—3 раза меньше волнового сопротивления симметричного вибратора, составленного из одиночного провода. Это и обеспечивает удовлетворительную работу антенны в диапазоне волн $4l > \lambda > 1,56\ l$.

Более диапазонной антенной является горизонтальный диапазонный вибратор с индуктивным шунтом (рис. 7-31, *б*), предложенный Г. З. Айзенбергом. Индуктивный шунт позволяет улучшить согласование вибратора с фидером, и улучшить значение

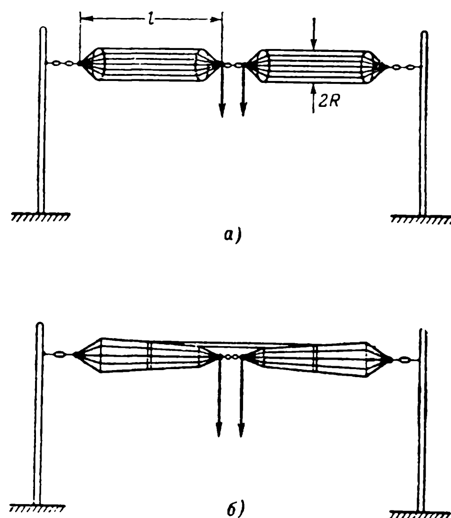


Рис. 7-31. Горизонтальная диапазонная многопроводная антенна.

а — диполь Надененко; *б* — горизонтальный диапазонный вибратор с индуктивным шунтом.

коэффициента бегущей волны. При этом происходит расширение диапазона рассматриваемой антенны по сравнению с диапазоном диполя Надененко в сторону более длинных волн. Антенна может работать в диапазоне 12 *м* $< \lambda <$ 50 *м*.

Ромбическая антенна

Ромбическая антенна представляет собой приемную диапазонную направленную антенну из четырех проводов, расположенных в виде ромба на некоторой высоте над землей (рис. 7-32, *а*). В одном из острых углов ромба включается фидер, а в другом — нагрузочное (поглощающее) сопротивление $R_н$, равное волновому сопротивлению антенны. При этом вдоль проводов антенны устанавливается режим бегущей волны, что обеспечивает неизменность входного сопротивления антенны от длины

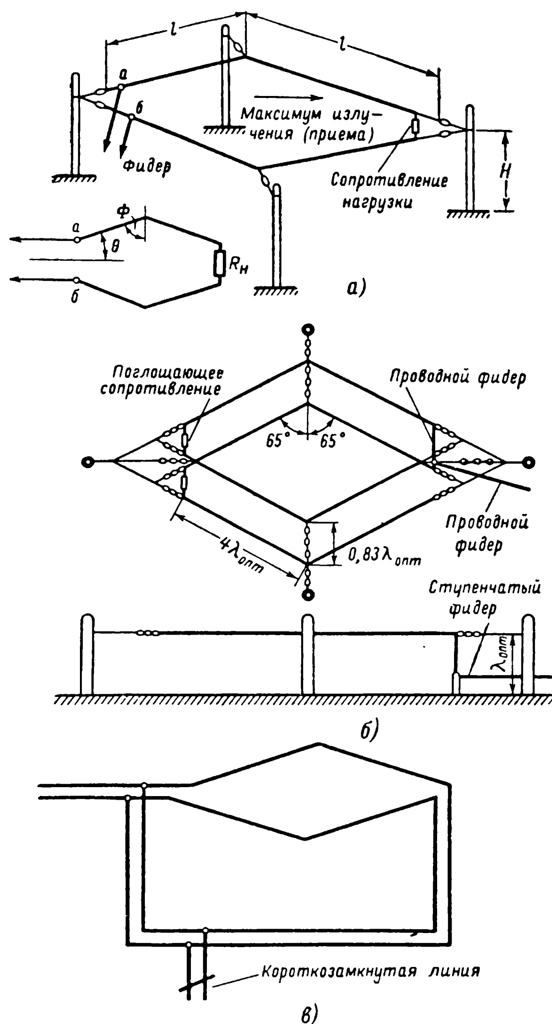


Рис. 7-32. Ромбические антенны.

а — одиночная ромбическая антенна; *б* — двойная ромбическая антенна; *в* — ромбическая антенна Неймана.

волны. Неизменность характеристики направленности в диапазоне волн достигается выбором длины l плеч антенны (сторон ромба) и острого угла ромба 2Θ (см. рис. 7-32, *а*) из условий

$$0{,}2l \leqslant \lambda \leqslant 0{,}6l; \quad \cos\Theta_{макс} = 1 - \frac{\lambda}{2l}.$$

При небольших значениях l (по сравнению с λ) угол $\Theta_{макс}$ существенно меняется при изменении λ, что указывает на изменение направления максимума излучения (приема). Поэтому обычно для дальних радиосвязей берут $l = 4\lambda_{опт}$ ($\lambda_{опт}$ — оптимальная волна, для которой подбираются размеры антенны) при высоте подвеса проводов антенны $H = \lambda_{опт}$. В табл. 7-5 приводятся рекомендуемые размеры ромбической антенны в зависимости от протяженности линии радиосвязи.

Таблица 7-5

Размеры ромбической антенны

Длина линии радиосвязи, *км*	Ф°	$l/\lambda_{опт}$	$H/\lambda_{опт}$
1 500 и более	65	4	1
1 000—1 500	65	2,8	0,6
6 00—1 000	57	1,7	0,5
400—600	45	1	0,35

Характеристика направленности антенны в горизонтальной плоскости находится по формуле

$$F(\varphi) = \left[\frac{\cos(\Phi+\varphi)}{1-\sin(\Phi+\varphi)} + \frac{\cos(\Phi-\varphi)}{1-\sin(\Phi-\varphi)}\right] \sin \times \times \left\{\frac{kl}{2}[1-\sin(\Phi+\varphi)]\right\} \sin \times \times \left\{\frac{kl}{2}[1-\sin(\Phi-\varphi)]\right\}; \quad (7\text{-}61)$$

в вертикальной плоскости

$$F(\Theta) = \frac{8\cos\Phi}{1-\cos\Theta\sin\Phi}\sin^2 \times \times \left[\frac{kl}{2}(1-\cos\Theta\sin\Phi)\right]\sin(kH\sin\Theta). \quad (7\text{-}62)$$

Максимальное значение к. н. д. антенны (случай $\Phi = 65°$, $l/\lambda_{опт} = 4$, $H/\lambda_{опт} = 1$) $D_{макс} = 110$.

Сопротивления нагрузки приемной ромбической антенны $R_н = 600 \div 700$ *ом* выполняются в виде обычных резисторов. В передающих антеннах нагрузка поглощает более 25% мощности передатчика и поэтому сопротивления выполняются обычно в виде длинной стальной двухпроводной линии с большим погонным затуханием. Длина подобной линии в антеннах магистральных линий радиосвязи достигает нескольких сотен метров [Л. 5].

Улучшенные направленные свойства (более узкая характеристика направленности в горизонтальной плоскости, меньший уровень боковых лепестков, более высокий к. п. д.) имеет двойная ромбическая антенна (рис. 7-32, *б*), предложенная Г. З. Айзенбергом. Антенна состоит из двух ромбов, смещенных вдоль малой диагонали ромба на расстояние около 0,8—1 $\lambda_{опт}$. Оба ромба питаются параллельно и синфазно.

Характеристика направленности двойной ромбической антенны определяется из выражения

$$F_2(\varphi) = 2\cos(kd\sin\varphi)\,F_1(\varphi), \quad (7\text{-}63)$$

где $F_1(\varphi)$ — определяется по формуле (7-61);
d — расстояние между ромбами вдоль малой диагонали.

Характеристика направленности в вертикальной плоскости такая же, как у одиночной ромбической антенны.

Существенное повышение к. п. д. может быть получено при использовании *ромбической антенны Неймана*, полученной путем соединения конца антенны с ее началом (рис. 7-32, *в*). В соединительной линии включается реактивное сопротивление в виде отрезка короткозамкнутой линии. Регулируя длину короткозамкнутой линии, можно добиться равенства фазовых и амплитудных значений тока, подаваемого от передатчика к началу ромба, и тока, идущего по соединительной линии от конца ромба к его началу. Отсутствие поглощающего сопротивления и циркуляция энергии по замкнутой системе ромб — соединительная линия — ромб приводят к повышению к. п. д. антенны до значений, близких к 100% (потери энергии имеют место только в проводах антенны и в изоляторах).

Ромбические антенны Неймана не имеют апериодических свойств, и при переходе с одной волны на другую требуется произвести настройку антенны.

Антенна бегущей волны

Антенна бегущей волны представляет собой двухпроводную линию, протянутую горизонтально в направлении на корреспондента и нагруженную через равные промежутки симметричными вибраторами (рис. 7-33). Конец линии замкнут на сопротивление R, равное волновому сопротивлению

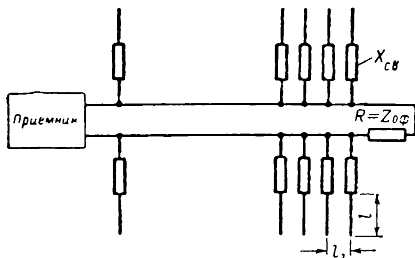


Рис. 7-33. Антенна бегущей волны.

линии $Z_{0ф}$. Вибраторы имеют небольшую длину (меньше $^1/_4\lambda$). Они располагаются на небольших промежутках друг от друга l_1, равных или меньших $^1/_8\ \lambda_{мин}$ ($\lambda_{мин}$ — самая короткая волна рабочего диапазона), и присоединяются к двухпроводной линии с помощью сопротивлений связи (конденсаторы, катушки индуктивности или резисторы). Если в качестве сопротивлений связи выбираются емкостные нагрузки (в настоящее время применяются редко), то распределенная емкость связи не должна превосходить 21% распределенной емкости линии. При связи с помощью активных сопротивлений величину активной распределенной проводимости G_1 находят из условия $G_1 \leqslant \omega C_1$, где C_1 — распределенная емкость линии.

Характеристика направленности в горизонтальной плоскости представляется функцией

$$F(\varphi) = \cos\varphi \frac{\sin\left[\frac{N_1 k l_1}{2}(\cos\varphi - \xi)\right]}{\sin\left[\frac{k l_1}{2}(\cos\varphi - \xi)\right]}, \tag{7-64}$$

где ξ — коэффициент укорочения волны;
N_1 — число симметричных вибраторов в полотне антенны.

Для достаточно длинных полотен антенны бегущей волны $L=5\ \lambda$ коэффициент ξ должен лежать в пределах $1{,}1>\xi>1{,}0$. При этом фазовая скорость на линии несколько меньше скорости света — это необходимое условие для сохранения максимума излучения вдоль оси линии.

Характеристика направленности в вертикальной плоскости:

$$F(\Theta) = 2\sin(kH\sin\Theta) \times \frac{\sin\left[\frac{N_1 k l_1}{2}(\cos\Theta - \xi)\right]}{\sin\left[\frac{k l_1}{2}(\cos\Theta - \xi)\right]}, \tag{7-65}$$

где H — высота подвеса полотна антенны.

Для достаточно длинных полотен [$L > 1 \div 2\ \lambda$] к. н. д. антенны бегущей волны составляет:

$$D = 4\frac{L}{\lambda}. \tag{7-66}$$

Настроенные направленные антенны

В качестве настроенных направленных антенн на коротких волнах широко применяются *многовибраторные синфазные антенны*, составленные из ряда полуволновых вибраторов, расположенных в одной или нескольких плоскостях на определенном расстоянии друг от друга.

Принцип работы любой антенны направленного действия состоит в том, что электромагнитные волны, излучаемые в разных направлениях отдельными участками (элементами, вибраторами) антенны, складываются (интерферируют) между собой с различными фазами (в различных точках пространства). При этом в одних направлениях, где векторы напряженности электрических полей, создаваемых отдельными участками (элементами, вибраторами), складываются с одинаковыми или близкими фазами, имеет место усиление результирующего поля; в других же направлениях, где сложение происходит с существенно раз-

личными фазами, результирующее поле ослабляется.

Чтобы фазы полей, создаваемых отдельными участками или элементами антенны, были существенно различны в направлениях, отличных от главного направления излучения (приема), расстояния между этими элементами должны быть достаточно большими в сравнении с длиной волны и число самих элементов должно быть также большим. Таким образом, увеличение числа вибраторов приводит к увеличению направленности антенны. Все это затрудняет получение направленности антенн на коротких и более длинных волнах.

Если все вибраторы питаются синфазно и являются активными, то максимум излучения (приема) лежит в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой расположены вибраторы.

В большинстве случаев на коротких волнах в качестве элементов направленных настроенных антенн применяются полуволновые вибраторы.

В СССР и за рубежом распространены синфазные антенны с горизонтальными вибраторами, расположенными в несколько этажей (рис. 7-34). Для создания однонаправленного действия позади решетки (полотна) антенны размещается на расстоянии 0,2—0,25 длины волны рефлектор, представляющий собой такую же решетку вибратора. Обычно рефлектор бывает пассивным, т. е. не получающим питания. Иногда, для приемных антенн, рефлектор имеет самостоятельную фидерную линию, соединенную с приемником.

Увеличение числа полуволновых вибраторов в каждом этаже антенны сужает характеристику направленности в горизонтальной плоскости. Увеличение числа этажей обостряет направленность антенны в вертикальной плоскости и уменьшает угол подъема главного лепестка по отношению к горизонту.

В целях защиты антенн коротковолновых радиовещательных станций мощностью 100—500 *квт* от перенапряжений и пробоев вибраторы таких антенн выполняются не из проводов, а из металлических цилиндров диаметром до 1—1,5 *м*.

Характеристика направленности синфазных антенн вида показанной на рис. 7-34 (без рефлектора) в горизонтальной плоскости (в случае хорошо проводящей земли) определяется по формуле

$$F(\varphi) = \frac{\cos(90^\circ \cos\varphi)\sin(m\,90^\circ \cos\varphi)}{\sin\varphi \sin(90^\circ \cos\varphi)}, \tag{7-67}$$

где m — число полуволновых вибраторов в этаже;

φ — угол, отсчитываемый от оси вибраторов.

Если антенна снабжена рефлектором, то общая характеристика направленности получается перемножением значений $F(\varphi)$, полученных по формуле (7-67), и множителя $F_р(\varphi)$, учитывающего влияние рефлектора.

В случае активного рефлектора

$$F_р(\varphi) = 2\cos[45^\circ(\sin\varphi - 1)]; \tag{7-68}$$

в случае пассивного рефлектора

$$F_р(\varphi) = \sqrt{1+f^2+2f\cos(kd_1 \sin\varphi - \psi_р)}, \tag{7-69}$$

где f — отношение амплитуды тока в рефлекторе к амплитуде тока в антенне;

d_1 — расстояние между антенной и рефлектором;

$\psi_р$ — сдвиг фаз между токами в антенне и рефлекторе.

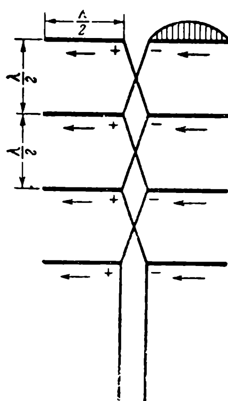


Рис. 7-34. Схема четырехэтажной синфазной антенны с горизонтальными вибраторами.

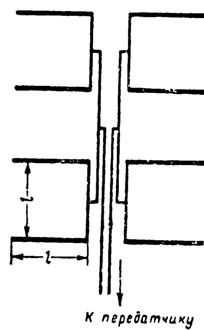


Рис. 7-35. Схема четырехэтажной антенны кратных волн.

Характеристика направленности антенны с активным рефлектором (в случае хорошо проводящей земли) в вертикальной плоскости

$$F(\Theta) = 4\frac{\sin(n\,90^\circ \sin\Theta)}{\sin(90^\circ \sin\Theta)} \times$$
$$\times \cos[45^\circ(\sin\Theta - 1)]\sin(kH\sin\Theta), \tag{7-70}$$

где H — высота подвеса центра антенны над землей;

n — число этажей антенны.

Рассмотренные антенны именуются иногда в нашей литературе СГ(n/m)Р, что означает: синфазная горизонтальная с рефлектором, n-этажная, с числом m вибраторов в этаже. Эти антенны являются настроенными на одну волну и подвержены нарушениям фаз токов при изменении рабочей волны тем большим, чем больше этажей имеет антенна. В табл. 7-6 представлены допустимые пределы изменения рабочей волны для антенны СГ(n/m)Р.

В СССР и за рубежом применяется и ряд других настроенных антенн. Более диапазонными являются антенны кратных волн, отличающиеся от рассмотренных син-

Таблица 7-6

Диапазон волн синфазных настроенных антенн в зависимости от конструкции

Количество этажей	Количество вибраторов в этаже	Диапазонность относительно расчетной длины волны λ_0
Один	2, 4, 8	0,5 —1,3 λ_0
Два	2, 4, 8	0,9 —1,2 λ_0
Четыре	2, 4, 8	0,95—1,08 λ_0
Шесть	8	0,98—1,04 λ_0

фазных схемой питания антенны (рис. 7-35). Перенесение точек присоединения распределительных фидеров и основного фидера в геометрические центры системы вибраторов позволяет добиться равенства амплитуд и фаз токов во всех вибраторах антенны в большом диапазоне волн ($1,56\,l<\lambda<4\,l$).

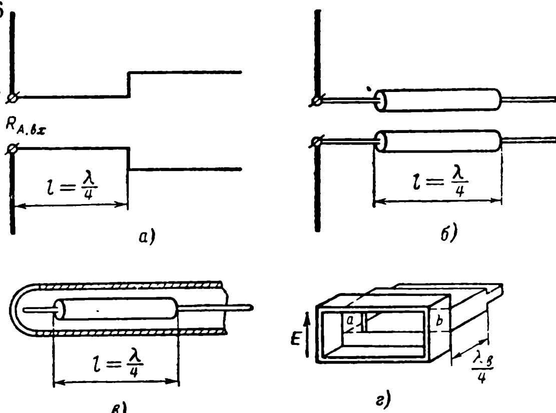


Рис. 7-36. Согласование антенны и фидера с помощью четвертьволнового трансформатора.

а — схема включения; *б* — конструктивное выполнение согласования двухпроводной линии; *в* — коаксильного кабеля; *г* — волновода.

Согласование антенн

В случае применения несимметричных антенн могут использоваться схемы согласования, представленные в табл. 7-4. На коротких волнах обычно применяются симметричные вибраторы. В этом случае катушки индуктивности автотрансформаторной схемы согласования должны быть включены в каждый провод фидера и иметь индуктивность, равную $L/2$.

В ряде случаев на коротких (и ультракоротких) волнах удается провести согласование путем непосредственного подбора волнового сопротивления фидера ($R_{А.вх}=Z_{0ф}$). При этом отпадает необходимость включения дополнительных элементов согласования.

Согласование с помощью четвертьволнового трансформатора. Двухпроводная линия длиной $^1/_4\ \lambda$ является трансформатором сопротивления: если на одном ее конце включить сопротивление $R_{А.вх}$, то на другом конце сопротивление окажется равным $Z^2_{0\,тр}/R_{А.вх}$, где $Z_{0\,тр}$ — волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора.

Таким образом, если значения $R_{А.вх}$ антенны и $Z_{0ф}$ фидера не равны, то для согласования необходимо включить четвертьволновый трансформатор (рис. 7-36), обладающий волновым сопротивлением $Z_{0\,тр}=\sqrt{R_{А.вх}Z_{0ф}}$.

Если, например, необходимо получить режим бегущей волны в 200-омном фидере, питающем полуволновый вибратор, достаточно между антенной и фидером включить четвертьволновый трансформатор с волновым сопротивлением $Z_{0\,тр}=\sqrt{73{,}1\cdot 100}\approx 120$ *ом*.

Согласование с помощью шунтового питания полуволновых вибраторов. Изменение точки присоединения фидера к вибратору ведет к изменению его входного сопротивления по следующей закономерности:

$$R_{А.вх}=\frac{Z^2_{0А}}{73{,}1}\sin^2\frac{2\pi}{\lambda}x, \qquad (7\text{-}71)$$

где $Z^2_{0А}$ — волновое сопротивление вибратора;

x — расстояние от центра вибратора до точки присоединения (рис. 7-37, *а*).

Пример. Определим параметр x при шунтовом питании полуволнового вибратора ($Z_{0А}\approx 350$ *ом*) двухпроводным фидером ($Z_{0ф}=200$ *ом*) в случае, если $\lambda=10$ *м*.

С целью определения места включения фидера в антенну формулу (7-71) преобразуем к виду

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}x=\sqrt{\frac{R_{А.вх}\cdot 73{,}1}{Z^2_{0А}}}=0{,}36.$$

Из тригонометрических таблиц находим $\frac{2\pi}{\lambda}x\approx 21{,}2°$. Выражая результат в радианах, получаем $x\approx 0{,}59$ *м*.

Согласование с помощью реактивного шунта (шлейфа). Метод В. В. Татаринова. Сопротивление фидера при отсутствии режима бегущей волны меняется по его длине в широких пределах как по величине, так и по знаку. Так, входное сопротивление двухпроводной линии в точке, отстоящей на расстояние x от пучности напряжения, при произвольной нагрузке, состоящей из активного и реактивного сопротивлений, определяется формулой

$$Z_{x\,вх}=Z_{0\,ф}\frac{\cos kx+jk_б\,x\sin kx}{k_б\cos kx+j\sin kx}, \qquad (7\text{-}72)$$

где $k_б$ — коэффициент бегущей волны (см. § 7-9).

Можно найти на фидере такие точки *б—б* (рис. 7-37, *б*), при подключении к которым реактивного согласующего шунта, например, в виде короткозамкнутого на конце отрезка линии длиной *Б*, в основном фидере от генератора до сечения *б—б* установится бегущая волна. Для этого расстояние x от максимума напряжения до точек подключения согласующего шунта должно быть выбрано так, чтобы активная составляющая входного сопротивления линии равнялась волновому сопротивлению фидера; реактивная составляющая входного сопротивления компенсируется равным по величине и противоположным по знаку реактивным сопротивлением шунта $X_ш$. При этом выполняются условия согласования антенны с фидером.

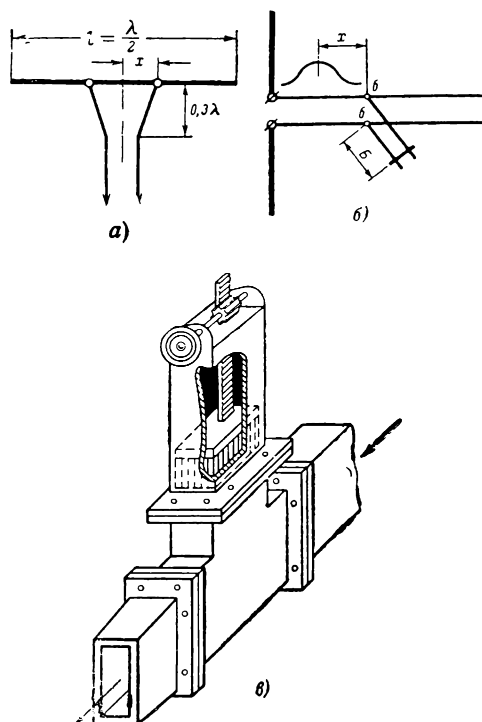


Рис. 7-37. Схемы шунтового питания.

а — шунтовое питание полуволнового вибратора; *б* — согласующий шунт в виде короткозамкнутого отрезка двухпроводной линии; *в* — волноводный согласующий шунт.

Эти условия, с учетом формулы (7-72), представляются в виде

$$\frac{Z_{оф}}{k_б}\left(\cos^2 kx + k_б^2 \sin^2 kx\right) = $$

$$= Z_{оф} = Z_{ош}; \quad (7\text{-}73)$$

$$jZ_{оф}\frac{\cos^2 kx + k_б^2 \sin^2 kx}{\left(1 - k_б^2\right)\sin kx \cos kx} = -jX_ш. \quad (7\text{-}74)$$

Из уравнений (7-73) и (7-74) получаем:

$$x = \frac{1}{k}\arcsin\frac{1}{\sqrt{k_б + 1}}; \quad (7\text{-}75)$$

$$X_ш = \frac{Z_{оф}\sqrt{k_б}}{1 - k_б}. \quad (7\text{-}76)$$

Итак, достаточно на расстоянии x от пучности напряжения в сторону передатчика (приемника), определяемом по формуле (7-75), включить реактивный шунт с сопротивлением $X_ш$, определяемым по формуле (7-76), чтобы получить бегущую волну на участке фидера от шунта до передатчика (приемника). В качестве компенсирующих шунтов применяют катушки индуктивности, конденсаторы или отрезки короткозамкнутых двухпроводных линий — шлейфов (рис. 7-37, *б*). Данный метод применяется при согласовании волноводов, когда в качестве реактивных шунтов применяются вводимые внутрь волновода винты, диафрагмы или короткозамкнутые отрезки волновода регулируемой длины (рис. 7-37, *в*). На рис. 7-38 приведены графики для расчета величин X и $Б$ согласующего шунта.

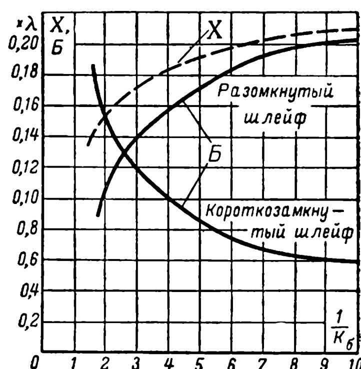


Рис. 7-38. Определение длины согласующего шунта (*Б*) и его положения на фидере (*X*).

В экранированных (например, коаксиальных) фидерах подбирать точки подключения шунтов очень трудно, поэтому применяются двух- и трехшлейфные согласующие устройства, расположенные друг от друга на расстоянии, равном четверти длины волны (в фидере) (см. § 7-9).

7-8. АНТЕННЫ УЛЬТРАКОРОТКИХ ВОЛН

Широкое применение ультракоротких волн (УКВ) в радиовещании, телевидении, радиолокации, радиотелеуправлении, радиосвязи и т. п. привело к созданию разнообразных по принципу действия и устройству антенн. Небольшая длина волн позволяет

создать на УКВ высоконаправленные антенны при сравнительно небольших их размерах [Л. 8—11, 15—17, 19].

В диапазоне УКВ применяются различные виды симметричных и несимметричных вибраторов, многовибраторные антенны, различные антенны с направляющими поверхностями, предназначенными для увеличения направленного действия первичного источника излучения (приема) и в случае необходимости — преобразования фронта волны источника для придания специальной формы характеристике направленности. К антеннам с направляющими поверхностями относятся антенны с параболическим рефлектором, линзовые, рупорные и диэлектрические, а также антенны поверхностных волн. Кроме того, на сантиметровых волнах, а иногда и на более длинных получили распространение щелевые антенны.

Антенны метровых волн

Симметричные вибраторы — это простейшие, обычно полуволновые, вибраторы. Весьма часто в качестве направленных антенн применяются директорные антенны, называемые также антеннами «волновой канал» (рис. 7-39).

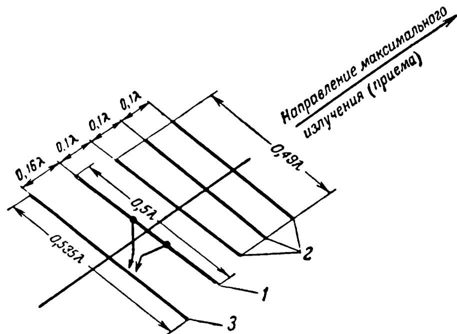


Рис. 7-39. Антенна «волновой канал». (В зарубежной литературе известна как антенна Уда-Яги.)
1 — активный вибратор; 2 — директоры; 3 — рефлектор.

В отличие от синфазных антенн питание вибраторов антенны «волновой канал» осуществляется с запаздыванием по фазе на 90° (от вибратора к вибратору). Сами вибраторы расположены друг от друга на расстоянии около $^1/_4$ λ. В этом случае максимум излучения (приема) антенны совпадает с плоскостью, в которой расположены вибраторы. Активным обычно является только один полуволновый вибратор, остальные питания не получают, т. е. являются пассивными. Нужная фазировка достигается обычно подбором длины пассивных вибраторов, ориентировочные значения которой указаны на рис. 7-39. Чтобы добиться отставания фазы тока в пассивных вибраторах — директорах (направляющих излучение в свою сторону), их укорачивают на 4—10% по сравнению с активным вибратором. Опережение тока в рефлекторе (отражающем излучение в сторону активного вибратора) достигается удлинением вибратора на 3—5% относительно длины активного вибратора. При этом, как уже известно, сам активный вибратор для настройки укорачивается по

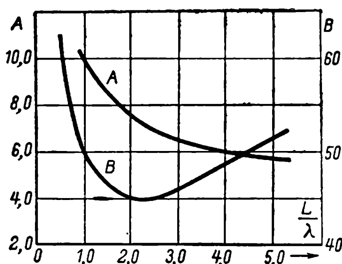


Рис. 7-40. Зависимость коэффициентов A и B при расчете антенны «волновой канал» от электрической длины антенны.

сравнению с размером λ/2. Расстояние между вибраторами обычно меньше четверти длины волны — в пределах 0,1—0,2 λ. Существующие методы расчета антенн «волновой канал» позволяют получить только ориентировочные результаты [Л. 9, 15]. Поэтому расстояние между вибраторами подбирают опытным путем. Как правило, ширину главного лепестка характеристики направленности и к. н. д. антенны также вычисляют по эмпирическим формулам.

Ширина характеристики направленности по половине мощности приближенно составляет:

$$\Phi^{\circ}_{0,5} \approx B\sqrt{\frac{\lambda}{L}}, \qquad (7\text{-}77)$$

где L — длина антенны;
B — коэффициент, зависящий от длины антенны (рис. 7-40).

Коэффициент направленного действия антенны равен:

$$D \approx A\frac{L}{\lambda} \text{ или } D = 5(n_{д} + 1), \qquad (7\text{-}78)$$

где A — коэффициент, зависящий от длины антенны (рис. 7-40);
$n_{д}$ — число директоров (при наличии одного рефлектора).

Пассивные вибраторы могут крепиться непосредственно к основанию антенны (металлический стержень), что не приводит к нарушению распределения тока вдоль вибраторов или к потерям энергии. Элементы опоры могут также крепиться непосредственно к основанию антенны. Если активный вибратор имеет шунтовое питание (см. рис. 7-38), то он также может крепиться непосредственно к основанию; обычный симметричный вибратор должен крепиться с помощью изоляторов.

Сопротивление излучения вибратора резко уменьшается при увеличении числа вибраторов в антенне (рис. 7-41). Для облегчения условий согласования и обеспечения широкополосности в качестве активного

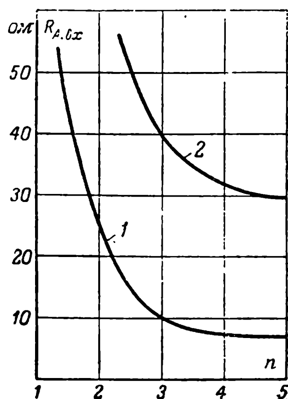


Рис. 7-41. Зависимость входного сопротивления антенны «волновой канал» от общего числа n вибраторов.
1 — для одиночного активного вибратора; 2 — для петлевого активного вибратора.

вибратора антенн «волновой канал» обычно применяется петлевой вибратор Пистолькорса.

Симметрирующие устройства. В случае применения фидера в виде симметричной двухпроводной линии активный вибратор

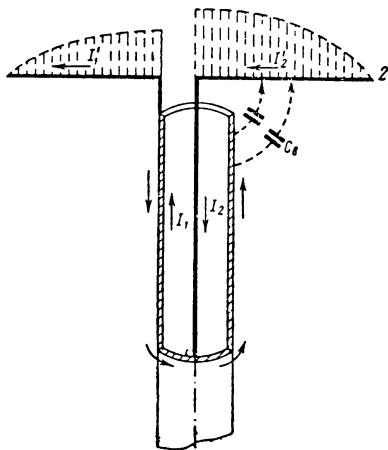


Рис. 7-42. Влияние несимметричности коаксиального кабеля на питание симметричного вибратора.

можно соединить с фидером непосредственно. Однако в качестве фидера на метровых и дециметровых волнах используется коаксиальный кабель, не являющийся симметричной линией, так как его внешний провод (оболочка кабеля) заземлен. Поэтому ток I_1 (рис. 7-42) идет не только в плечо *1* вибратора, но и проходит по внешней поверхности оболочки кабеля. Между поверхностью кабеля и плечом *2* вибратора возникают токи смещения, текущие по оболочке кабеля и в плече *2* вибратора через емкости $C_в$. В результате токи в плечах *1* и *2* вибратора получаются неодинаковыми, что приводит к искажению характеристики направленности и снижению к. п. д. антенны. В этом случае применяют симметрирующие устройства.

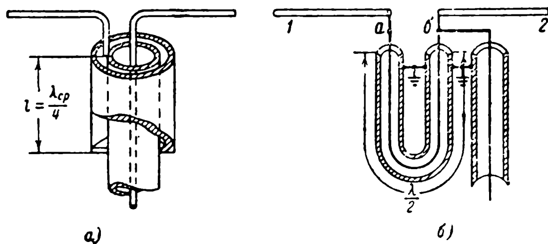


Рис. 7-43. Способы симметрирования при использовании коаксиального кабеля.
а — схема четвертьволнового стакана; *б* — схема U-образного колена.

Симметрирование при питании симметричных вибраторов коаксиальными кабелями осуществляется несколькими способами. Принципиально наиболее простым способом является применение *четвертьволнового стакана*, представляющего собой четвертьволновую короткозамкнутую линию (рис. 7-43, *а*), входное сопротивление которой равно бесконечности. В связи с этим ток не будет ответвляться на внешнюю оболочку кабеля. Длина цилиндра берется равной четверти средней длины волны рабочего диапазона.

На практике симметрирование более легко выполнить с помощью схемы *U-образного колена*, в котором путь тока от внутренней жилы кабеля до одного из плеч симметричного вибратора (на рис. 7-43, *б* плечо *1*) вследствие подключения дополнительного отрезка коаксиального кабеля оказывается на полволны длиннее пути тока до второго плеча вибратора. На дополнительной линии длиной в полволны фаза изменяется на 180°, и в точках *а* и *б* волна имеет одинаковые амплитуды, но противоположные фазы, что и нужно для симметричного возбуждения. Так как оболочка кабеля при таком питании не соединена с плечами вибратора, то ответвления тока на внешнюю поверхность не происходит.

Если выполнить симметрирование по схеме U-образного колена, то может быть нарушено согласование фидера с антенной. Действительно, полуволновый вибратор можно заменить сопротивлением $R_{A.вх}$ с заземленной средней точкой (рис. 7-44), и тогда по входу кабеля параллельно подсоединяются два сопротивления: сопротив-

ление $R_{А.вх}/2$ антенны (в точках *а*, *б*) и сопротивление полуволновой линии, замкнутой на дальнем конце (в точках *б*, *в*) на сопротивление $R_{А.вх}/2$ антенны. Между внутренней жилой кабеля и его оболочкой

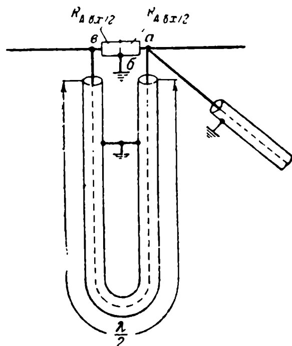


Рис. 7-44. Входное сопротивление U-образного колена с полуволновым вибратором.

оказываются подключенными параллельно два сопротивления величиной $R_{А.вх}/2$, так как полуволновая линия трансформирует сопротивление с одного конца на другой без изменений. В результате кабель нагружен на сопротивление $R_н = R_{А.вх}/4$.

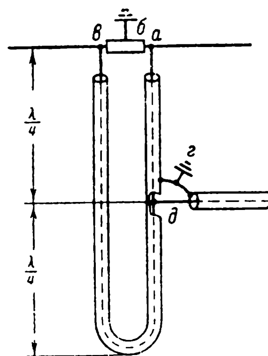


Рис. 7-45. Применение схемы U-образного колена с включением четвертьволновых трансформаторов.

Например, для обычного полуволнового вибратора это дает всего $73{,}1/4 \approx 18$ *ом*, а в случае петлевого вибратора $290/4 \approx 72$ *ом*. Если применяется кабель с $Z_{0ф}=75$ *ом*, то в первом случае необходимо выполнить согласование.

Когда при использовании U-образного колена необходимо выполнить согласование, то U-образное колено удлиняется на $\lambda/4$ с каждой стороны (рис. 7-45), т. е. к вибратору присоединяются четвертьволновые трансформаторы. В этом случае к питающему фидеру в точках *г*, *д* оказываются подключенными параллельно два сопротивления, трансформированных четвертьволновыми участками до величины

$R_н = \frac{Z_{0тр}^2}{R_{А.вх}/2}$ каждое, где $Z_{0тр}$ — волновое сопротивление U-образного колена. Общее сопротивление в точках *г*, *д* будет $\frac{R_н}{2} = \frac{Z_{0тр}^2}{R_{А.вх}}$. Для выполнения условий согласования оно должно быть равно волновому сопротивлению фидера $Z_{0ф}$, т. е.

$$Z_{0ф} = \frac{Z_{0тр}^2}{R_{А.вх}} \text{ и } Z_{0тр} = \sqrt{R_{А.вх} Z_{0ф}}.$$

Пример. Определить параметры симметрирующего U-образного колена в случае питания полуволнового вибратора коаксиальным кабелем с $Z_{0ф}=75$ *ом*.

Решение. Для этой цели используем схему U-образного колена с четвертьволновыми трансформаторами. Волновое сопротивление отрезка кабеля U-образного колена должно составлять:

$$Z_{0тр} = \sqrt{73{,}1 \cdot 75} \approx 74 \text{ ом}.$$

Таким образом, U-образное колено можно выполнить из того же кабеля, который применяется в качестве фидера.

При определении длины U-образного колена необходимо учитывать эффект «укорочения» длины волны в кабеле, заполненном диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε, а именно:

$$\lambda_ф = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}}, \qquad (7\text{-}79)$$

где λ — длина волны в воздухе.

При расчете симметрирующих и согласующих устройств антенн «волновой канал» необходимо знать величину $R_{А.вх}$, которая в зависимости от общего числа вибраторов антенны может быть приближенно определена из графика на рис. 7-41.

Здесь изложены только основные виды симметрирующих устройств. Применяется в антенной технике и целый ряд других устройств (см. § 7-9) [Л. 17].

Диапазонные диско-конусные антенны. Поскольку симметричные вибраторы обладают малой диапазонностью, то на метровых волнах в качестве диапазонных антенн широкое распространение получили диапазонные диско-конусные антенны (рис. 7-46). Антенна представляет собой вертикально-поляризованный излучатель. Выполнение верхней части антенны в виде диска позволяет при небольших габаритах антенны получить хорошую диапазонность. Выполнение нижней части антенны в виде конуса обеспечивает постоянство входного сопро-

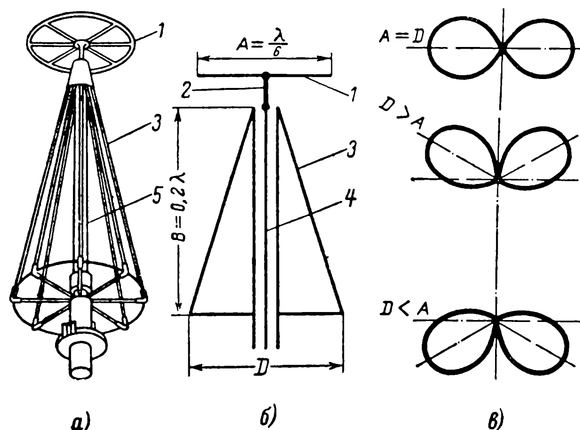


Рис. 7-46. Диско-конусная антенна.

а — общий вид; *б* — схема антенны; *в* — характеристика направленности: *1* — металлический диск; *2* — вибратор; *3* — металлический конус сплошной или сетчатый; *4* — внутренняя жила коаксиального кабеля; *5* — внешняя жила коаксиального кабеля.

тивления в широком диапазоне волн (до четырехкратной величины). Значительное увеличение поверхностей конуса и диска приводит к резкому понижению волнового сопротивления антенны по сравнению с обычным проводным вибратором (до 50—60 *ом*) за счет увеличения емкости и уменьшения индуктивности антенны. Это и обеспечивает хорошую диапазонность антенны.

Характеристика направленности диско-конусной антенны в вертикальной плоскости подобна характеристике полуволнового вибратора, но в зависимости от соотношения диаметра *A* диска к диаметру *D* основания конуса может изменяться угол наклона максимума излучения (рис. 7-46, *в*). В горизонтальной плоскости характеристика направленности имеет форму круга, т. е. в горизонтальной плоскости антенна является всенаправленной.

Внутренняя часть конуса представляет собой симметрирующее устройство, предназначенное для перехода от несимметричного коаксиального кабеля к симметричной антенне, образованной поверхностями диска и конуса. Симметрирующее устройство выполняется в виде четвертьволнового короткозамкнутого отрезка коаксиального кабеля (размер *B* на рис. 7-46, *б*).

В диапазоне частот 100—150 *Мгц* активная составляющая входного сопротивления диско-конусной антенны меняется примерно от 40 до 80 *ом* при незначительной величине реактивной составляющей.

Диско-конусная антенна применяется также и на дециметровых волнах, вплоть до волны 10 *см*.

Телевизионные антенны

Передающие телевизионные антенны. В настоящее время в СССР для телевизионных передач отведен большой спектр частот, занимающий диапазон волн примерно от 6 до 1,3 *м*. При этом к передающим телевизионным антеннам предъявляется ряд специфических требований: ширина полосы пропускания антенны системы черно-белого телевидения должна составлять около 8 *Мгц* (для цветного телевидения — около 24 *Мгц*); входное сопротивление в диапазоне частот не должно изменяться более чем на ±10% среднего значения (реактивная составляющая должна быть равна нулю); в горизонтальной плоскости антенна должна быть ненаправленной, в вертикальной плоскости желательна умеренная концентрация излучения в направлении горизонта; поляризация поля желательна горизонтальная, поскольку источники индустриальных помех создают в основном излучения с вертикальной поляризацией поля и прием на горизонтальные антенны ведется при меньшем уровне помех (применение круговой поляризации способствовало бы борьбе с отраженными от крыш и стен зданий сигналами, дающими вторичные контуры изображений; однако на приемной стороне создание антенн круговой поляризации привело бы к их усложнению).

Кроме того, антенны телевизионных передающих центров должны располагаться на значительной высоте с целью обслужить большой район местности телевизионными передачами. Это требует большой механической прочности антенн (ветровые нагрузки), электрической прочности и хорошей грозозащиты. При конструировании таких антенн необходимо стремиться избегать применения керамических изоляторов, легко повреждаемых при прямых попаданиях молнии в антенну. Как правило, пользуются «металлическими изоляторами» в виде четвертьволновых короткозамкнутых отрезков двухпроводных линий. Подобные изоляторы могут крепиться непосредственно к металлическим конструкциям мачты антенны и обеспечивают надежную грозозащиту.

Для получения удовлетворительных частотно-фазовых характеристик вибраторы антенн приходится выполнять толстыми или в виде плоскостных вибраторов. В СССР в качестве передающих телевизионных антенн широко используются антенны с плоскостными вибраторами (рис. 7-47) типа турникетных антенн.

Турникетная антенна, впервые предложенная в 1929 г. А. А. Пистолькорсом, для получения круговой поляризации в плоскости вибраторов использует два взаимно перпендикулярных симметричных вибратора, возбуждаемых с разностью фаз 90°. При этом поле от вибратора *1* равно:

$$E_1 = \frac{60 I_A}{r} \sin \Theta \sin \omega t;$$

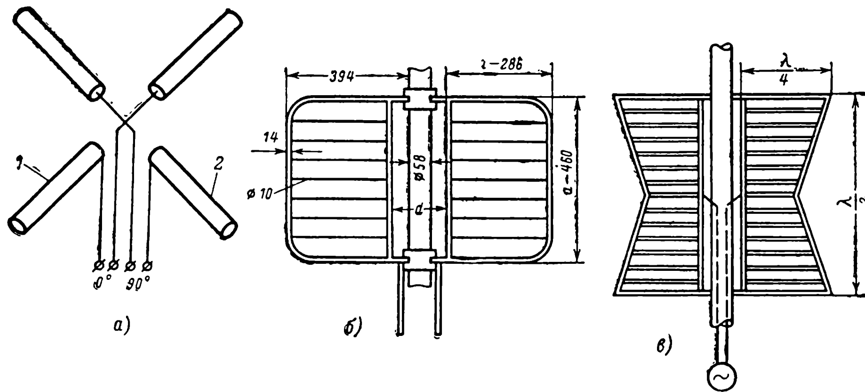


Рис. 7-47. Передающие телевизионные антенны.

а — схема турникетной антенны; *б* — плоскостной вибратор Б. В. Брауде; *в* — Ж-образный плоскостной вибратор.

поле от вибратора *2* равно:

$$E_2 = \frac{60 I_A}{r} \cos\Theta \cos \omega t.$$

Суммарное поле антенны

$$E = E_1 + E_2 = \frac{60 I_A}{r} \cos(\omega t - \Theta). \quad (7\text{-}80)$$

Таким образом, модуль электрического вектора результирующего поля остается постоянным, сам вектор вращается с угловой скоростью ω. Практически сдвиг по фазе обеспечивается за счет того, что фидер, присоединенный к одному вибратору, длиннее на четверть длины волны, чем фидер, питающий другой вибратор.

Для расширения диапазона телевизионных антенн чаще всего применяются плоскостные вибраторы прямоугольной формы (*вибратор Б. В. Брауде*, представленный на рис. 7-47, *б*) или Ж-образной формы (рис. 7-47, *в*). Как известно, емкость цилиндра равна емкости плоской пластины, если ее ширина равна двум диаметрам цилиндра. На этом принципе и основано применение плоскостных диапазонных вибраторов. Соотношения размеров вибратора Б. В. Брауде: $d = 0{,}1\ l$; $a = (1{,}5 \div 1{,}6)\,l$; $0{,}24 < a/\lambda < 0{,}4$. При таких соотношениях входное сопротивление вибратора составляет 140—160 *ом* и он питается двумя коаксиальными кабелями с волновым сопротивлением 75 *ом* каждый.

Для увеличения направленности в вертикальной плоскости обычно используют две-три антенны с плоскостными вибраторами, расположенные одна над другой. Расстояние между соседними вибраторами по высоте у вибраторов Б. В. Брауде составляет 0,5 λ, у Ж-образных вибраторов — порядка λ. Антенна с Ж-образными вибраторами работает в полосе частот 20% и в отличие от антенны с вибраторами Б. В. Брауде не требует изоляторов при размещении вибраторов на металлической мачте.

На телевизионных центрах СССР одна антенна обычно используется для передачи телевизионной программы и звукового сопровождения. Развязка между цепями передатчиков телевидения и звука, работающими на общий фидер, осуществляется с помощью разделительных фильтров, выполненных из отрезков короткозамкнутых и разомкнутых двухпроводных линий.

Приемные телевизионные антенны

К этим антеннам предъявляются следующие основные требования:

1. Антенна должна обладать полосой пропускания, достаточной для того, чтобы телевизионный сигнал передавался антенной на вход приемника без заметных искажений. При этом, как указывалось, сигнал черно-белого телевидения занимает полосу частот около 8 *Мгц*, а сигналы цветного телевидения (в случае последовательной системы со сменой цветов) занимают полосу частот около 24 *Мгц*.

2. Антенна должна быть хорошо согласована с кабелем питания. Отсутствие согласования может повести к появлению повторных изображений на экране телевизора и уменьшает амплитуду принимаемых сигналов.

3. Схема соединения антенны с кабелем питания должна быть симметрирована.

4. Антенна, предназначенная для приема на больших расстояниях от телевизионного центра, должна иметь достаточно большой коэффициент усиления.

Простейшей приемной телевизионной антенной является полуволновый симметричный вибратор, расположенный горизонтально.

Таблица 7-7

Длина волны, соответствующая средней частоте телевизионного канала

Каналы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\lambda_{ср}$, *м*	5,72	4,84	3,75	3,41	3,13	1,68	1,61	1,54	1,48	1,42	1,37	1,32

Примечание: $\lambda_{ср} = \frac{300}{\sqrt{f_{из} f_{зв}}}$, где $f_{из}$ и $f_{зв}$ — несущие частоты (в мегагерцах), соответствующие для данного канала сигналам изображения и звука.

Таблица 7-8

Длина кабелей (в миллиметрах) симметричного четвертьволнового трансформатора

Каналы	1	2	3	4	5	6	7—8	9—10	11—12
$l_{тр}$ (из кабеля КАТВ)	1 200	1 000	780	700	650	350	330	300	280
$l_{тр}$ (из двух отрезков коаксиального кабеля)	950	800	620	560	515	280	260	240	225

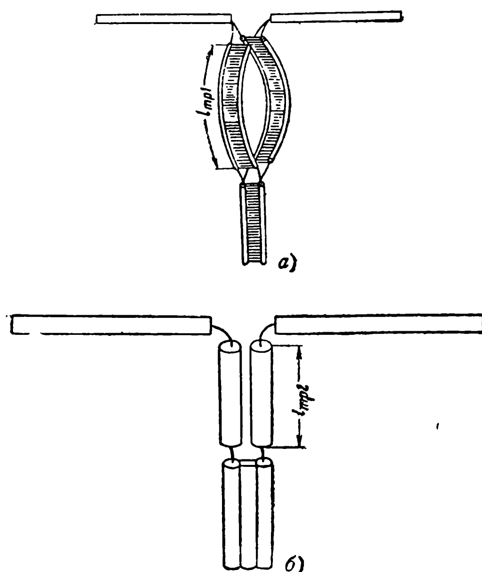


Рис. 7-48. Соединение полуволнового вибратора с 300-омным кабелем.

а — с помощью четвертьволнового трансформатора из кабеля КАТВ; *б* — с помощью четвертьволнового трансформатора из 75-омного коаксиального кабеля.

Резонансная длина вибратора может быть рассчитана по формуле

$$l = \frac{\lambda_{ср}}{2}\left(1 - \frac{\Delta\%}{100}\right), \qquad (7\text{-}81)$$

где $\lambda_{ср}$ — длина волны, соответствующая средней частоте телевизионного канала (см. табл. 7-7);

Δ — коэффициент укорочения (в процентах), определяется по графику на рис. 7-6.

Если вибратор изготовляется из металлической полосы, то под его «диаметром», который нужно знать для определения коэффициента укорочения, следует понимать половину ширины этой полосы.

Чтобы обеспечить полосу пропускания частот сигналов черно-белого телевидения, диаметр трубок вибраторов должен быть не меньше 8 *мм*. Подключение полуволнового вибратора к симметричному 300-омному входу приемника можно выполнить при помощи симметричного ленточного кабеля типа КАТВ (рис. 7-48). Соединение кабеля КАТВ с вибратором производится через симметричный согласующий четвертьволновый трансформатор, который может быть выполнен либо из того же кабеля, либо из двух отрезков коаксиального кабеля, имеющего волновое сопротивление $Z_{0ф} = 75$ *ом*. Необходимую для этого длину кабеля можно взять по табл. 7-8.

Подключение полуволнового вибратора к 75-омному несимметричному входу приемника лучше всего производить коаксиальным кабелем с волновым сопротивлением 75 *ом*. Кабель должен быть соединен с вибратором либо через четвертьволновый симметрирующий мостик (рис. 7-49), либо при помощи симметрирующего U-образного колена, подключенного к вибратору через симметричный четвертьволновый трансформатор (рис. 7-50). Необходимую для этого длину отрезка кабеля можно взять по табл. 7-9.

Резонансная длина петлевого вибратора определяется по той же формуле, что и для линейного вибратора. Под эквивалентным

Таблица 7-9

Длина отрезков кабеля l_1 и l_2 для схемы с U-образным коленом

Канал	l_1, *мм*	l_2, *мм*	Канал	l_1, *мм*	l_2, *мм*
1	2 850	950	6	840	280
2	2 400	800	7—8	780	260
3	1 860	620	9—10	720	240
4	1 680	560	11—12	675	225

Примечание. Длина (в миллиметрах) указана для кабелей с коэффициентом укорочения $1/\sqrt{\varepsilon}=0{,}66$.

диаметром вибратора $d_п$ понимают следующую величину:

$$d_п=\sqrt{2dA}\,, \qquad (7\text{-}82)$$

где d — диаметр трубки;

A — расстояние между осями трубок (рис. 7-51).

Определив величину $d_п$, можно вычислить отношение $d_п/\lambda_{ср}$ и по графику на рис. 7-6 найти коэффициент укорочения вибратора.

Приемные телевизионные антенны «волновой канал». В городах с целью избавиться от отраженных сигналов и уменьшить уровень помех, а в сельской местности с целью увеличить энергию, извлекаемую из поля радиоволны, широко применяются антенны *«волновой канал»*. Эти антенны применяются для индивидуального приема телевидения и как коллективные. На рис. 7-51 представлены возможные наиболее часто применяющиеся схемы антенн «волновой канал», а в табл. 7-10 приведены размеры антенн, применяющихся для приема телевидения (1—12-й каналы).

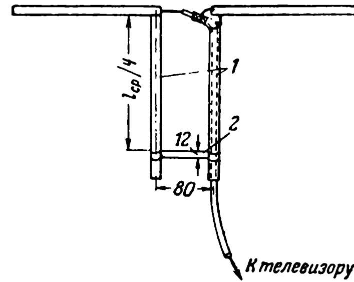


Рис. 7-49. Полуволновый вибратор с симметрирующим короткозамкнутым мостиком.

1 — трубки мостика, длина мостика составляет $\lambda/4$; *2* — короткозамкнутая перемычка.

Таблица 7-10

Размеры антенны «волновой канал» для приема телевидения

Каналы	Размеры, *мм*														
	А	*Б*	*В*	*Г*	*Д*	*Е*	*Ж*	*З*	*а*	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*	l_v
1	70	2 760	3 350	2 340	3 130	2 510	2 490	2 430	900	600	200	730	700	740	1 960
2	70	2 340	2 840	2 000	2 650	2 130	2 100	2 060	760	510	1 030	620	590	625	1 600
3	70	1 790	2 200	1 550	2 060	1 650	1 630	1 600	590	395	790	480	460	485	1 240
4	70	1 620	2 000	1 400	1 870	1 500	1 485	1 450	535	355	720	435	420	440	1 120
5	70	1 510	1 830	1 290	1 710	1 370	1 360	1 330	490	330	660	400	400	400	1 030
6	120	710	845	690	845	690	690	690	320	270	320	270	380	400	560
7—8	120	670	800	660	800	660	660	660	305	255	305	255	375	375	525
9—10	120	610	730	595	730	595	595	595	275	230	279	230	345	345	480
11—12	120	565	675	550	675	550	550	550	255	215	255	215	320	320	450

В связи с массовым развитием телевидения и переходом на многопрограммное вещание возникли особые задачи приемных телевизионных антенн. В городах появилась острая необходимость устанавливать на крышах многоэтажных домов коллективные антенны. В комплект коллективной антенны входит антенна, усилитель мощности (при расстоянии от телецентра, превышающем 10 *км*), распределительная кабельная сеть (рис. 7-52). Одной из важных задач при создании коллективной антенны является равномерное распределение мощности среди абонентов и развязка цепи абонентского отвода от цепи магистральной линии.

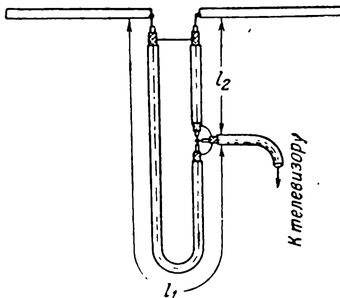


Рис. 7-50. Схема соединения линейного полуволнового вибратора с 75-омным коаксиальным кабелем при помощи U-образного колена.

Переход к многопрограммному телевизионному вещанию потребовал разработки антенны для одновременного приема нескольких программ (двух, трех и более).

Двухпрограммная антенна на 1-й и 3-й каналы (рис. 7-53). Двухпрограммная антенна состоит из четырех вибраторов (двух активных и двух пассивных), расположен-

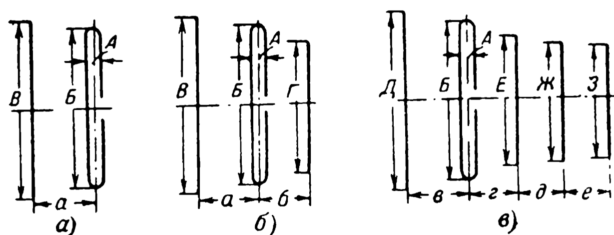


Рис. 7-51. Схемы расположения вибраторов антенн «волновой канал».

а — антенна с рефлектором; *б* — антенна с директором и рефлектором; *в* — антенна с тремя директорами и рефлекторами.

ных на одной стреле. В качестве активных вибраторов используются петлевые вибраторы, один из которых (вибратор *1*) настроен на 1-й канал, а другой (вибратор *2*) — на 3-й канал.

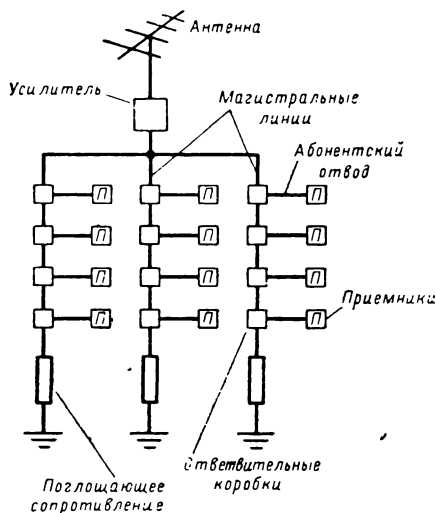


Рис. 7-52. Коллективная приемная телевизионная антенна.

Активные вибраторы соединяются с общим кабелем снижения через фильтры, выполненные из отрезков коаксиальных кабелей с волновым сопротивлением 75 *ом*. Фильтры нужны для развязки антенны между собой при использовании одного и того же фидера. Каждый из фильтров пропускает одну из волн и «накоротко замыкает» вторую. В линию, идущую к первой антенне, на расстоянии $\lambda_3/4$ от точек разветвления включается фильтр, имеющий входное сопротивление для волны λ_1, равное бесконечности, и для волны λ_3, равное нулю. Таким образом, этот фильтр пропускает свободно волну λ_1 и замыкает накоротко волну λ_3. Так как точка «короткого замыкания» отстоит от точек разветвления на расстояние $\lambda_3/4$, входное сопротивление первой ветви в точке разветвления для волны λ_3 равно бесконечности и первая ветвь не пропускает токи, идущие от вибратора *2* к приемнику. Аналогичный фильтр в цепи вибратора *2* свободно пропускает волну λ_3 и замыкает накоротко волну λ_1.

Фильтры и снижение могут быть выполнены из коаксиального кабеля с волновым сопротивлением 75 *ом*.

Коэффициент усиления антенны на каждом из каналов примерно равен коэффициенту усиления трехэлементных антенн.

Эта антенна в качестве индивидуальной может применяться без пассивных вибраторов (при том же расстоянии между активными, петлевыми вибраторами и той же схеме кабельных соединений).

У радиолюбителей находит применение многоканальная телевизионная **антенна с логарифмической периодичностью**. Такую антенну можно использовать сразу на нескольких каналах, а при небольшом усложнении — на 12 каналах. В этом антенна удобна для приема ближних и дальних телевизионных центров, тем более

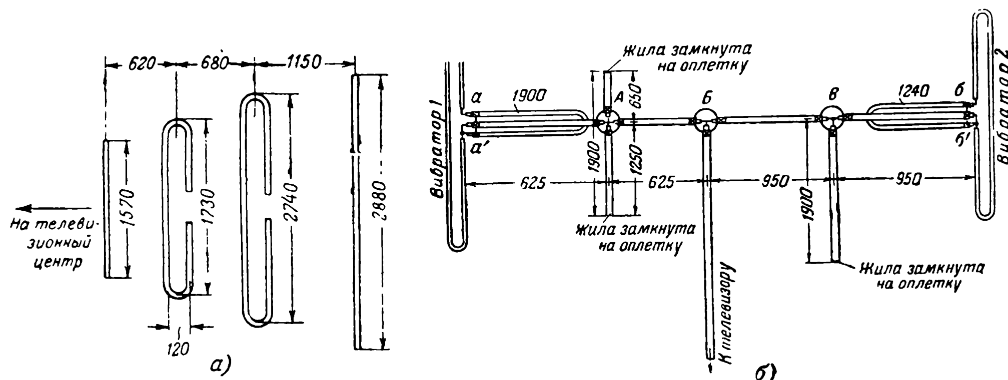


Рис. 7-53. Двухпрограммная антенна на 1-й и 3-й телевизионные каналы

а — схема расположения вибраторов; *б* — схема соединения кабелей.

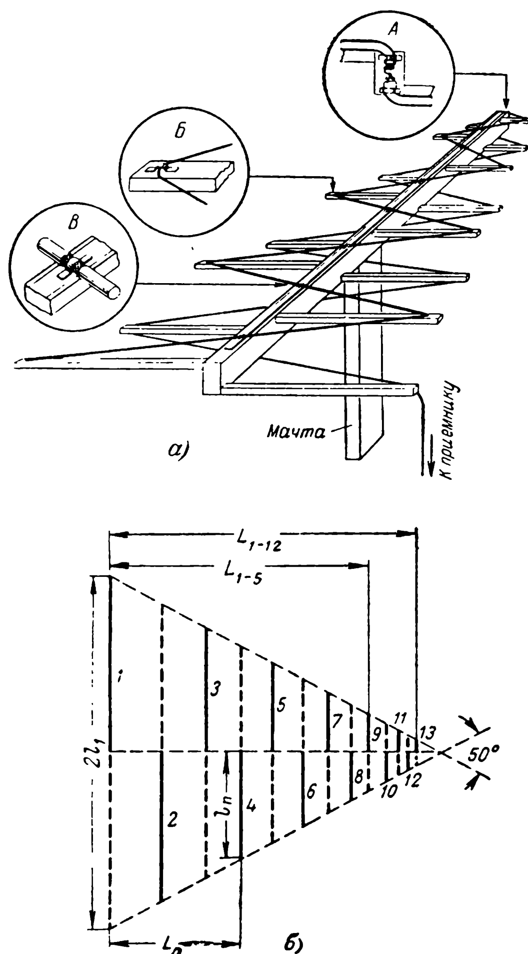


Рис. 7-54. Антенна с логарифмической периодичностью.

а — конструктивная схема; *б* — расположение поперечных реек.

что выигрыш антенны составляет около 6 *дб*, т. е. по направленности она сравнима с трехэлементной антенной «волновой канал». Для соединения антенны с приемником не требуется симметрирующего или согласующего устройства.

На рис. 7-54 приведена общая конструктивная схема антенны с логарифмической периодичностью. Периодическая структура антенны образуется с помощью коаксиального кабеля РК-1, укрепленного на деревянных продольном образующем брусе и поперечных рейках-держателях разной длины. Свободный конец кабеля подключается к приемнику. Внутренняя жила кабеля, расположенного в нижней части антенны (нижний этаж), припаивается в передней части антенны к оплетке кабеля, расположенного в верхней части (*А* на рис. 7-54, *а*). При этом оплетка скручивается вместе с внутренней жилой в одну жилу. С помощью металлических скоб кабель крепится к поперечным рейкам (*Б* на рис. 7-54, *а*). Вдоль верхней и нижней граней образующего бруса укладываются полосы медной фольги.

В местах пересечения кабеля образующего бруса следует обеспечить надежный электрический контакт с фольгой. С этой целью удаляется хлорвиниловая оболочка кабеля и оплетка кабеля припаивается к фольге (*В* на рис. 7-54, *а*).

На рис. 7-54, *б* представлен чертеж деревянного основания антенны, где сплошными линиями показаны поперечные рейки верхнего этажа, а пунктирными — нижнего этажа антенны. Длина основания антенны $2l_1=3\,000$ *мм*. В табл. 7-11 даны размеры антенны для работы ее в 1—12-*м* телевизионных каналах при длине образующего бруса $L_{1-12}=2\,700$ *мм*. Если антенна используется на 1—5-*м* каналах, то длина бруса $L_{1-5}=2\,100$ *мм*.

Таблица 7-11

Размеры антенны с логарифмической периодической структурой

Каналы	Порядковый номер рейки	Размеры, *мм*	
		l_n	L_n
1—5	1	1 500	—
	2	1 290	450
	3	1 110	840
	4	954	1 170
	5	820	1 460
	6	706	1 700
	7	607	1 910
	8	522	2 090
1—12	9	450	2 250
	10	387	2 386
	11	333	2 503
	12	286	2 604
	13	246	2 690

Антенны дециметровых и сантиметровых волн

В большинстве случаев на сантиметровых, а также на миллиметровых волнах применяются остронаправленные антенны с направляющими (излучающими) поверхностями. Во многих случаях такие антенны применяются и на более длинных волнах, например на дециметровых волнах длиной до 50 *см*. На дециметровых волнах длиннее 20 *см* широко применяются антенны «волновой канал».

Антенны с рефлектором (зеркалом) представляют собой сплошную или сетчатую металлическую поверхность в виде параболоида вращения или цилиндрическую поверхность с параболическим сечением (рис. 7-55). В качестве первичного источника излучения, называемого облучателем, применяются полуволновые вибраторы, а также рупорные, щелевые и другие типы антенн.

Параболическая поверхность обладает тем свойством, что лучи, падающие из фокуса на любую из ее точек, отражаются параллельно оси и длина лучей (*1—1*, *2—2*, *3—3* и т. д.), идущих из фокуса до произвольной прямой MN, одинакова для всех

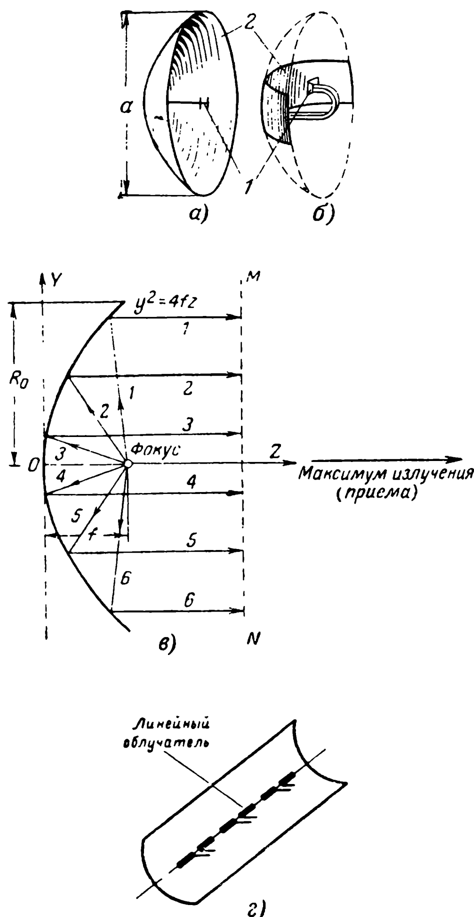


Рис. 7-55. Антенна с параболическим рефлектором (зеркалом).

а — антенна в виде параболоида вращения с дипольным отражателем; *б* — антенна в виде усеченного параболоида с волноводным рупорным облучателем; *1* — облучатель; *2* — параболический рефлектор; *в* — ход лучей; *г* — параболическая цилиндрическая антенна.

из них (рис. 7-55, *а*). Следовательно, к линии MN лучи приходят с одинаковыми фазами и сферический фронт волны облучателя превращается в плоский. Это и обусловливает высокую направленность антенны с параболическим рефлектором.

Так как фокусное расстояние f является параметром параболической поверхности и не связано с длиной волны (максимальное значение к. п. д. получается при величине $f=0,7\,R_0$), изменение частоты не приводит к нарушению синфазности поля, отраженного от рефлектора. Поэтому диапазонность антенн с параболическими рефлекторами определяется только условиями согласованности облучателя с фидером и требованиями к неизменности характеристики направленности в диапазоне частот.

Ширина характеристики направленности (по половине мощности) определяется по формуле

$$\Phi_0^\circ\left(\text{или } \Theta_0^\circ\right) \approx 65\,\frac{\lambda}{a}, \qquad (7\text{-}83)$$

где a — размер рефлектора в горизонтальном или вертикальном направлении.

Для увеличения направленности антенны необходимо увеличивать размеры рефлектора по сравнению с длиной волны.

Особенности характеристики направленности параболической антенны состоят в следующем:

1. Главный лепесток в плоскости вектора **H** несколько уже, а уровень боковых лепестков несколько выше, чем в плоскости вектора **E**, что объясняется более широкой характеристикой направленности облучателя в этой плоскости и, следовательно, более медленным спаданием амплитудного распределения (поля облучателя) к краям раскрыва параболоида.

2. Расчет характеристики направленности для конкретных видов облучателей сравнительно сложен [Л. 10, 11]. При ориентировочных расчетах пользуются формулой

$$F(\Theta) = \frac{2J_1(kR_0\sin\Theta)}{kR_0\sin\Theta}, \qquad (7\text{-}84)$$

где $J_1(kR_0\sin\Theta)$ — бесселева функция первого порядка;
Θ — угол с осью параболы.

Эта формула получена для случая точечного облучателя (при равномерном амплитудном распределении).

Боковые лепестки для характеристики направленности, рассчитанной по формуле (7-84), составляют 13% амплитуды основного лепестка по напряженности поля и 1,69% по излучаемой мощности.

Коэффициент направленного действия параболической антенны вычисляется по формуле

$$D \approx (0,4 \div 0,6)\,\frac{4\pi}{\lambda^2}\,S_{\text{А}}, \qquad (7\text{-}85)$$

где $S_{\text{А}}$ — площадь раскрыва антенны.

С помощью параболических антенн на сантиметровых волнах удается достигнуть к. н. д. порядка 500—1 000 при приемлемых размерах антенн.

Требования к облучателям параболических антенн — важнейшим элементам антенн, в значительной степени определяющим их параметры, состоят в следующем:

1. Облучатель должен излучать радиоволну со сферическим фронтом (с допускаемым отклонением $\pm \frac{\lambda}{16}$). Несферичность волны облучателя нарушает синфазность поля в раскрыве, что ведет к расширению основного лепестка характеристики направленности и возрастанию амплитуды боковых.

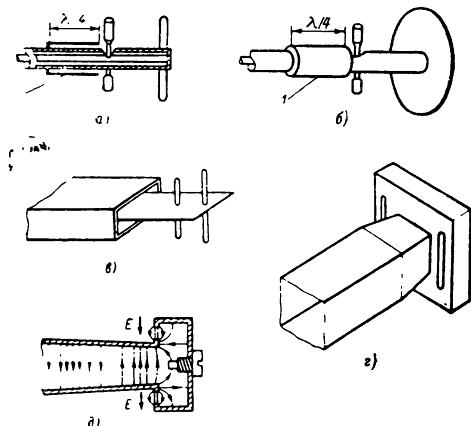


Рис. 7-56. Типы облучателей параболических антенн.

а — полуволновый облучатель с вибраторным рефлектором: *1* — четвертьволновый симметрирующий стакан; *б* — полуволновый облучатель с дискообразным рефлектором; *в* — полуволновый облучатель при волноводном питании; *г* — двухщелевой облучатель при волноводном питании; *д* — распределение электрического поля в двухщелевом облучателе.

2. Облучатель должен обеспечить необходимое амплитудное распределение поля в плоскости раскрыва. Желательно при этом получить спадание интенсивности излучения (по мощности) от оси антенны к ее краям на 90%, что обеспечивает оптимальные параметры основного и боковых лепестков характеристики направленности. При этом удается получить уровень боковых лепестков не более 1% (по мощности). Если задаться 10%-ной потерей мощности, «переливаемой» за края зеркала, то соотношения между фокусным расстоянием f, радиусом зеркала R_0 и углом между осью зеркала и направлением из фокуса на край зеркала ψ_1 могут быть получены по формуле

$$f = \frac{R_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\psi_1}{2}. \qquad (7\text{-}86)$$

Зная характеристику направленности облучателя, легко определить угол ψ_1, обеспечивающий спадание мощности на 90%, и затем по формуле (7-86) найти значение f (при данном R_0) или значение R_0 (при данном f).

На рис. 7-56 приведены распространенные виды облучателей. На дециметровых волнах в качестве фидеров применяются коаксиальные кабели и в качестве облучателей — полуволновые вибраторы с вибраторными или дискообразными рефлекторами (рис. 7-56, *а* и *б*). Симметрирование осуществляется с помощью четвертьволнового стакана, основание которого соединяется с металлической поверхностью жесткого коаксиального кабеля, проложенного вдоль оси параболической антенны. На сантиметровых волнах фидером является волновод, который возбуждает вибраторные облучатели (рис. 7-56, *в*), щелевые антенны (рис. 7-56, *г*) или рупорные антенны (см. ниже).

В параболических антеннах возможно осуществлять качание (управление) луча (основного лепестка характеристики направленности) путем смещения из фокуса облучателя. При этом луч отклоняется в сторону, противоположную стороне отклонения облучателя. Однако при больших углах смещения из фокуса облучателя, т. е. при больших углах качания луча, появляются существенные искажения характеристики направленности: расширяется основной лепесток и растет амплитуда боковых лепестков. Эти искажения проявляются тем сильнее, чем глубже зеркало (короче фокусное расстояние).

Перископические антенны представляют собой многозеркальные антенны (обычно двухзеркальные), использующие эффект отражения падающих радиоволн от плоских металлических зеркал (рис. 7-57). Применяются в качестве антенн на радиорелейных линиях связи. Перископические антенны позволяют резко уменьшить потери энергии,

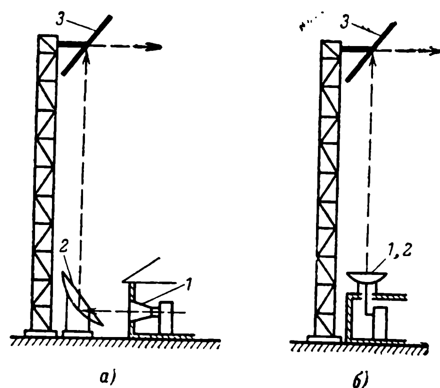


Рис. 7-57. Схема перископической антенны.

а — случай двукратного отражения; *б* — случай однократного отражения; *1* — рупорный облучатель; *2* — параболическое или плоское зеркало; *3* — плоское зеркало.

которые возникают в радиочастотных кабелях при канализации энергии от наземных передатчиков (приемников) к расположенной на высокой мачте (башне) антенне радиорелейной линии.

Первый вариант перископической антенны (рис. 7-57, *а*) практически не содержит фидерных линий, и энергия передатчика

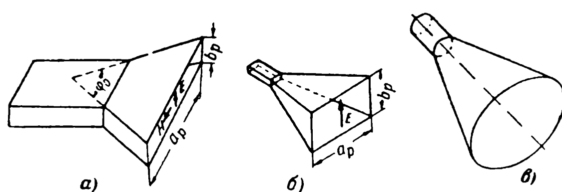


Рис. 7-58. Рупорные антенны.

а — секторнальный рупор; *б* — пирамидальный рупор; *в* — конический рупор.

излучается рупорной или другой антенной непосредственно от передатчика в сторону зеркала, расположенного у подножия мачты под углом 45° к горизонту. Нижнее зеркало отражает падающие волны в вертикальном направлении на второе (плоское) зеркало, установленное на вершине мачты под углом 45° к горизонту. Волны, отраженные вторым зеркалом, направляются в сторону корреспондирующего участка линии связи.

Во втором варианте (рис. 7-57, *б*) энергия передатчика с помощью короткого фидера подводится к параболической антенне у подножия мачты и направляется к плоскому зеркалу на вершине мачты. Коэффициент передачи энергии в перископических антеннах составляет при высоте мачт до 50—100 *м* порядка 50%, что значительно превышает коэффициент передачи энергии по волноводам и тем более по коаксиальным кабелям.

Перископическая антенна может дать больший коэффициент усиления, чем одиночная параболическая антенна, перенесенная снизу на вершину мачты, если геометрическая площадь верхнего плоского зеркала в 2,5 раза больше площади раскрыва параболической антенны, причем эффективность перископической антенны возрастает с увеличением к. п. д. нижней антенны [Л. 19].

Рупорные антенны представляют собой устройство в виде волновода и присоединенного к нему рупора той или иной формы (рис. 7-58). Наиболее часто применяются пирамидальные рупорные антенны при возбуждении питающего волновода волной типа TE_{10}. В качестве фидера часто применяется коаксиальный кабель, внутренняя жила которого вводится в волновод на глубину около $1/3$ ширины узкой стенки волновода и служит в качестве штыревого несимметричного вибратора. На сантиметровых волнах возбуждение осуществляется с помощью щелевых вибраторов. Для настройки антенны задняя стенка волновода делается подвижной.

Поляризация радиоволн, излучаемых обычным рупором, является линейной и определяется расположением возбуждающего вибратора. Рупор позволяет увеличить направленное действие волновода [Л. 25], обеспечивая плавное изменение условий распространения радиоволн от волновода к свободному пространству.

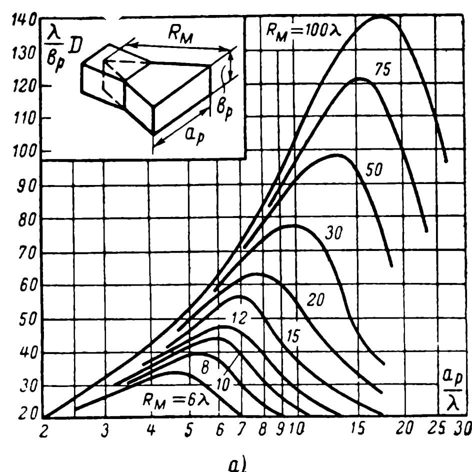
При данном угле расширения φ_0 (рис. 7-58, *а*) направленное действие получается тем большим, чем больше длина рупора l, причем предельный угол $\varphi_{0\,макс}$ определяется по формуле

$$\sin\frac{\varphi_{0\,макс}}{2} = \frac{4a_р\lambda}{4a_р^2 + \lambda^2}, \qquad (7\text{-}87)$$

где $a_р$ — размер рупора в направлении, перпендикулярном линиям электрического поля E.

Ширина характеристики направленности рупорной антенны в плоскости вектора **H** вычисляется по формуле

$$\Phi_H^\circ \approx 70\,\frac{\lambda}{b_р}, \qquad (7\text{-}88)$$



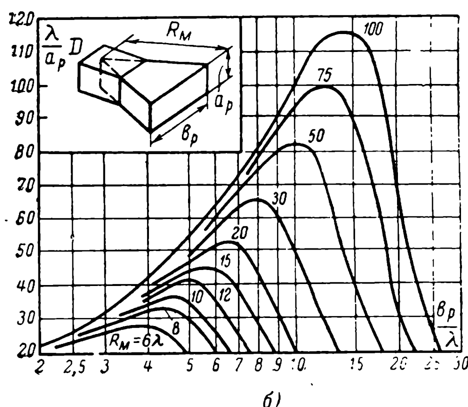


Рис. 7-59. Кривые зависимости коэффициента направленного действия от относительных размеров рупорной антенны.

а — антенна имеет раскрыв в плоскости *H*; *б* — антенна имеет раскрыв в плоскости *E*.

где $b_р$ — размер рупора в направлении вектора электрического поля.

Ширина характеристики направленности в плоскости E, совпадающей с ориентировкой вектора электрического поля,

$$\Theta_E^\circ = 60 \frac{\lambda}{a_р}, \quad (7\text{-}89)$$

где $a_р$ — размер рупора в направлении, вектора магнитного поля.

У рупорной антенны к. н. д. (для ориентировочных расчетов) равен:

$$D = \frac{10}{\lambda^2} a_р b_р. \quad (7\text{-}90)$$

На рис. 7-59 приведены графики для определения удельных значений к. н. д. секториальной рупорной антенны в зависимости от относительных размеров рупора ($a_р/\lambda$, $b_р/\lambda$, $R_м/\lambda$, $R_м$ — расстояние от вершины угла, образующего раскрыв рупора, до плоскости раскрыва).

Несмотря на широкополосность, простоту конструкции и высокий к. п. д., рупорные антенны применяются только тогда, когда не требуется высокого направленного действия. Получение узких характеристик направленности (меньше 8—10°) с помощью рупорных антенн затруднительно (рупор становится очень длинным и громоздким).

Пример. Найдем параметры рупорной секториальной антенны с заданными $a_р = 30$ *см* и $b_р = 3$ *см* на волне $\lambda = 10$ *см*.

Решение. Угол $\varphi_{0макс}$ определяем по формуле (7-87):

$$\sin \frac{\varphi_{0макс}}{2} = \frac{4 \cdot 30 \cdot 10}{4 \cdot 30^2 + 10^2} = 0,325;$$

$$\varphi_{0макс} = 38^\circ.$$

По известным углу φ_0 и размеру $a_р$ определяем размер $R_м$ рупора:

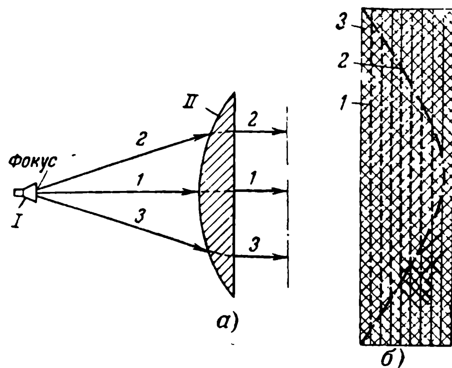
$$R_м = \frac{a_р}{2 \sin \frac{\varphi_{0макс}}{2}} = \frac{30}{2 \cdot 0,325} = 46 \text{ см}.$$

Линзовые антенны представляют собой устройство, состоящее из электрической линзы и облучателя, помещенного в ее фокусе. В линзовых антеннах происходят явления, аналогичные явлениям в оптических линзах и проявляющиеся в том, что «перехватываемый» линзой пучок параллельных лучей собирается в ее фокусе, а расходящийся пучок лучей от размещенного в фокусе источника излучения преобразуется на выходе линзы в параллельный пучок лучей.

Линзовые антенны разделяются на замедляющие, в которых фазовая скорость распространяющейся волны меньше ее скорости в свободном пространстве, и ускоряющие, в которых фазовая скорость волны больше скорости в свободном пространстве.

Замедляющие линзовые антенны выполняются из высокочастотного диэлектрика, например полистирола (рис. 7-60, *а*), или искусственного диэлектрика, изготовляемого из металлических дисков, шариков и пр., расположенных в пространстве по профилю линзы (рис. 7-60, *б*).

Металлические элементы в искусственном диэлектрике прикрепляются к листам полистирола и пенополистирола, имеющего малые потери энергии и вес.



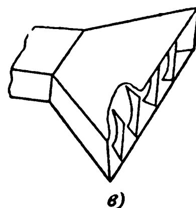


Рис. 7-60. Линзовые антенны.

а — замедляющая линза из высокочастотного диэлектрика: *I* — облучатель; *II* — линза; *б* — замедляющая линза из искусственного диэлектрика: *1* — металлические листы; *2* — профиль линзы; *3* — листы из полистирола; *в* — ускоряющая металлопластинчатая линза.

Так как относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика больше единицы, то фазовая скорость радиоволн, проходящих через линзу, уменьшается по сравнению со скоростью в воздухе. При этом волна, идущая от облучателя в направлении луча *1* (рис. 7-60, *а*), проходит с замедлением по линзе больший путь, чем волна в направлении лучей *2* и *3*. Зато лучи *2* и *3* затрачивают большее время на пути до линзы. Таким образом, наряду с преломлением радиоволн на границе воздух — диэлектрик на входе линзы, изменяющим направление хода лучей, происходит «выравнивание» фаз. Подбором профиля линзы можно добиться на ее выходе параллельности лучей и одинаковости фаз, т. е. добиться превращения, например, сферического фронта волны облучателя в близкий к плоскому фронт волны в раскрыве антенны, что обеспечивает высокую ее направленность.

Ускоряющие линзовые антенны выполняются в виде набора параллельных металлических пластин при оптимальном расстоянии между ними 0,58—0,62λ или секций прямоугольных волноводов, оси которых параллельны оси антенны. Антенны первого типа, так называемые металлопластинчатые линзы, широко при-

меняются для увеличения направленного действия рупорных антенн и устанавливаются в их раскрыве (рис. 7-60, *в*). Подобные «вставки» в рупорные антенны корректируют фазовые искажения, или позволяют получить специальные формы характеристики направленности. При той же направленности рупорной антенны линзовая вставка позволяет более чем в 10 раз сократить длину рупора.

Как известно, фазовая скорость в волноводе больше, чем скорость в воздухе, и поэтому профиль ускоряющих линз обратен профилю замедляющих.

Для облучения линзовых антенн применяют облучатели тех же типов, что и в параболических антеннах.

Ширина характеристики направленности линзовой антенны с круглым раскрывом ориентировочно определяется по формулам:

$$\Phi_H^\circ = 64\frac{\lambda}{a}; \quad \Theta_E^\circ = 73\frac{\lambda}{a}, \qquad (7\text{-}91)$$

где a — диаметр (размер) раскрыва.

Для линзовой антенны к. н. д. приближенно вычисляется по формуле

$$D_{\text{макс}} = 2,4\frac{\pi S_A}{\lambda^2},$$

где S_A — геометрическая площадь раскрыва антенны.

По сравнению с параболическими антеннами линзовые имеют преимущество вследствие отсутствия в раскрыве облучателя, затеняющего раскрыв и искажающего амплитудно-фазовое распределение лепестка. Боковые лепестки у линзовых антенн обычно составляют около 1% (по мощности).

Линзовые антенны дают широкие возможности формирования желаемой характеристики направленности путем изменения профиля поверхностей линзы, величины коэффициента преломления и закона его изменения внутри линзы. К недостаткам линзовых антенн следует отнести большой вес и дороговизну изготовления.

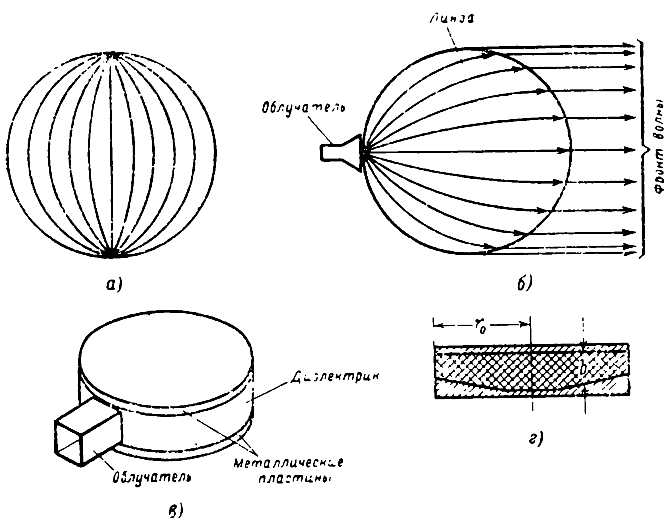


Рис. 7-61. Линза Люнеберга.

а — сферическая линза, образованная из шаровых сегментов; *б* — траектория лучей в сферической линзе; *в* — эскиз цилиндрической линзы; *г* — продольное сечение цилиндрической линзы.

Линзовые антенны с большим углом качания луча. В случае, когда требуется обеспечить качание луча на несколько десятков градусов, практически очень трудно для этой цели пользоваться механическим пермещением всей антенны. Управление же лучом с помощью смещения облучателя из фокуса при значительных углах отклонения луча приводит к значительным искажениям характеристики направленности. Для того чтобы эти искажения были минимальными, в антенной технике применяются так называемые *линзы Люнеберга* (сферические и цилиндрические).

Сферическая линза Люнеберга состоит из большого числа шаровых клиньев — сегментов, образованных сечением шара плоскостями, проходящими через один из его диаметров (рис. 7-61, *а*). Сегменты изготовляются из радиопрозрачного материала, например из пенистого полистирола. Сегменты прессуются таким образом, чтобы плотность полистирола повышалась по направлению от границы к центру сферы. Это необходимо для обеспечения коэффициента преломления линзы по закону

$$n = \sqrt{2 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2},$$

где r — расстояние от центра сферы;
r_0 — радиус сферы.

При $r = r_0$ коэффициент преломления равен единице и, значит, линза согласована с внешним пространством. В радиальном направлении линзы коэффициент преломления изменяется, повышаясь за счет увеличения плотности материала до значения $n = \sqrt{2}$ в центре сферы. При этом, если перед сферической линзой установить облучатель, все лучи на выходе линзы образуют параллельный пучок шириной $2r_0$ (рис. 7-61, *б*). Поскольку коэффициент преломления линзы на ее поверхности равен единице, преломления лучей на границе воздух — поверхность линзы не происходит. Линза

обладает сферической симметрией: перемещая облучатель по поверхности линзы, можно осуществлять качание характеристики направленности на любой угол без ее искажения.

Цилиндрическая линза Люнеберга состоит из двух круглых металлических пластин,

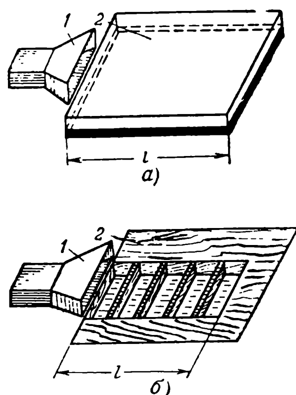


Рис. 7-62. Антенны поверхностных волн.

а — направитель в виде металлической пластины с диэлектрическим покрытием; *б* — направитель в виде плоской металлической периодической структуры.

образующих основания цилиндра, пространство между которыми заполняется диэлектриком (рис. 7-61, *в*). Линза возбуждается прямоугольным волноводом с волной H_{01}, электрический вектор которой параллелен плоскости пластин. Изменение коэффициента преломления по радиусу цилиндра достигается путем изменения расстояния b между пластинами (рис. 7-61, *г*). При этом коэффициент преломления n в зависимости от размера b изменяется по закону

$$n = \sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2},$$

где ε — относительная диэлектрическая постоянная диэлектрика, заполняющего пространство между металлическими пластинами.

Угол раствора характеристики направленности цилиндрической линзы Люнеберга определяется по формулам:

$$\Phi^\circ_H \approx 140\sqrt{\frac{\lambda}{r_0}};$$

$$\Theta^\circ_E \approx 30\,\frac{\lambda}{r_0}. \qquad (7\text{-}92)$$

Антенны поверхностных волн представляют собой комбинацию первичного источника излучения — возбудителя *1* и металлической или диэлектрической поверхности — направителя *2*, увеличивающего направленность возбудителя (рис. 7-62).

Излученная возбудителем радиочастотная энергия распространяется вдоль направителя в виде волны особой структуры, называемой п о в е р х н о с т н о й в о л н о й, что приводит к увеличению направленного действия антенны.

Создание поверхностной волны возможно при условии замедления фазовой скорости волны возбудителя по сравнению со скоростью в воздухе. Это замедление возможно получить, например, в случае применения в направителе плоской металлической пластины или стержня с тонким диэлектрическим покрытием (рис. 7-62, *а*), например из полиэтилена.

Если бы направитель обладал идеальной проводимостью, то электромагнитные волны полностью излучались бы им в окружающую среду, так как внутри идеального проводника электрическое поле отсутствует. По мере уменьшения проводимости металла напряженность электрического поля в нем увеличивается, что приводит к уменьшению фазовой скорости и к концентрации энергии вдоль направителя. Однако при уменьшении проводимости резко растут потери энергии в металле. Поэтому в качестве направителя применяется металл с высокой проводимостью, покрытый слоем диэлектрика, в котором фазовая скорость волны меньше скорости в воздухе. Чем толще слой диэлектрика, тем сильнее поверхностная волна, но тем больше и потери энергии в диэлектрике.

Эффект уменьшения фазовой скорости волны можно получить также при возбуждении металлических плоских или цилиндрических поверхностей, имеющих периодическую структуру, например канавки (рис. 7-62, *б*).

Направленность излучения антенны поверхностных волн зависит [Л. 11]:

1) в случае диэлектрического покрытия направителя — от его длины и ширины, увеличиваясь при их увеличении, а также от толщины диэлектрического слоя;

2) в случае периодической структуры направителя — от его длины и ширины, а также от глубины и ширины канавок и расстояния между выступами.

Коэффициент направленного действия антенны определяется по формуле

$$D = (7 \div 8)\frac{l}{\lambda}, \qquad (7\text{-}93)$$

где l — длина направителя.

Диэлектрические антенны являются также антеннами поверхностных волн и состоят из сплошного или трубчатого стержня из диэлектрика и расположенного внутри стержня облучателя в виде вибратора (рис. 7-63) или щели. Для получения однонаправленного излучения (приема) часть диэлектрического стержня со стороны сочленения с вибратором помещается в металлический патрон. Форма поперечного се-

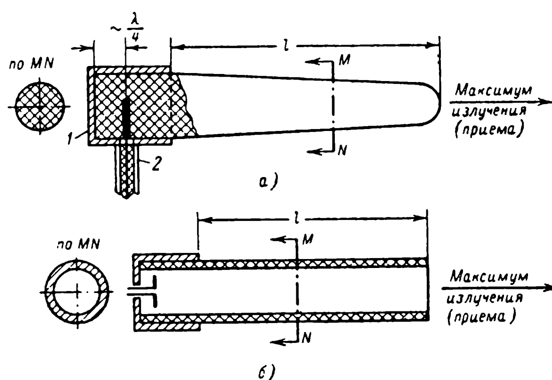


Рис. 7-63. Диэлектрические антенны.

а — со сплошным стержнем: *1* — металлический экран; *2* — коаксиальный кабель; *б* — с трубчатым стержнем.

чения стержней может быть круглой, квадратной, прямоугольной. Сплошные стержни обычно выполняются суживающимися к противоположному от облучателя концу, трубчатые же стержни имеют, как правило, постоянное поперечное сечение. Возбужден-

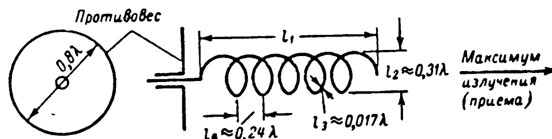


Рис. 7-64. Спиральная антенна.

ная облучателем в патроне, являющемся волноводом, волна распространяется по диэлектрическому стержню, частично отражаясь на границе раздела диэлектрика и воздуха, а частично излучаясь наружу. Поперечное сечение стержня подбирается так, чтобы переносимая волной энергия в основном концентрировалась вблизи поверхности стержня, а в направлении, перпендикулярном стержню, интенсивность излучения быстро убывала. Это возможно осуществить за счет замедления фазовой скорости в диэлектрике. Таким образом, диэлектрические антенны могут быть по принципу действия отнесены к антеннам поверхностных волн.

Максимум излучения антенны совпадает с осью стержня. Направленное действие антенны увеличивается при увеличении длины стержня l по сравнению с длиной волны. Увеличение отношения l/λ до 3—4 приводит к росту амплитуды боковых лепестков характеристики направленности, что нежелательно.

Характеристика направленности диэлектрической антенны определяется по формуле

$$F(\varphi) \approx F(\Theta) = \frac{\sin \dfrac{\pi l}{\lambda}\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_\varepsilon} - \cos\varphi\right)}{\dfrac{\pi l}{\lambda}\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_\varepsilon} - \cos\varphi\right)}, \qquad (7\text{-}94)$$

где λ_ε — длина волны в диэлектрике, равная $\lambda/\sqrt{\varepsilon}$.

Обычно для стержней используется диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2{,}5$. В этом случае при отношении $l/\lambda = 1 \div 2$ величина $\lambda/\lambda_\varepsilon = 0{,}65 \div 0{,}7$ (уменьшается при увеличении l/λ).

Коэффициент направленного действия антенны определяется так же, как и для антенны поверхностных волн.

Если одностержневая антенна не обеспечивает требуемой направленности, то применяют несколько диэлектрических антенн, питаемых синфазно.

Угол раствора характеристики направленности (по половинной мощности) одиночной диэлектрической антенны определяется по формуле

$$\Phi_H^\circ \approx \Theta_E^\circ = 60\sqrt{\frac{\lambda}{l}}. \qquad (7\text{-}95)$$

Наибольший и наименьший диаметры сплошной стержневой антенны находятся по формулам:

$$d_{\text{макс}} \approx 0{,}565\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon - 1}};$$

$$d_{\text{мин}} \approx 0{,}355\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon - 1}}.$$

Спиральные антенны выполняются в виде проволочной спирали, один конец которой присоединяется к внутренней жиле коаксиального кабеля (рис. 7-64). К оболочке кабеля в качестве противовеса присоединяется плоский металлический экран круглой или прямоугольной формы. По принципу действия спиральные антенны относятся к антеннам поверхностных волн с периодической структурой.

Спиральные антенны излучают радиоволны круговой поляризации. В зависимости от отношения общей длины витков спирали nL (где n — число витков, а L — длина одного витка) к длине волны антенна может быть направленной или слабонаправленной. Увеличение nL/λ (до известного предела) приводит к увеличению направленности антенны. В случае $L/\lambda \approx 1$ (оптимальный случай) в спиральной антенне устанавливается бегущая волна, обеспечивающая широкодиапазонность антенны.

Ширина характеристики направленности по половине мощности определяется по

формуле

$$\Phi_H^\circ = \Theta_E^\circ = \frac{52}{\frac{L}{\lambda}\sqrt{\frac{nl_0}{\lambda}}}, \quad (7\text{-}96)$$

где l_0 — шаг витка спирали.

Коэффициент направленного действия антенны

$$D = 15\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 n\frac{l_0}{\lambda}. \quad (7\text{-}97)$$

Входное сопротивление антенны активно и находится по формуле

$$R_{\text{А.вх}} = 140\frac{L}{\lambda}. \quad (7\text{-}98)$$

Щелевые антенны выполняются в виде щелей той или иной формы, прорезанных в стенках волновода, оболочке коаксиального кабеля или металлическом листе (рис. 7-65). При возбуждении радиоволн внутри полых систем, например в волноводах, по их внутренним стенкам протекают в определенных направлениях токи проводимости. Если под углом 90° к направлению протекания токов прорезать узкую щель, то в этом месте возникает резкое изменение характера распределения токов, что равносильно нарушению экранировки замкнутой проводящей полости. Этим объясняется излучающее (приемное) действие щели.

На основании принципа двойственности щелевая антенна имеет своим аналогом проволочную антенну (вибратор) с такими же поперечным сечением и длиной, как и щель; при этом структура электрического (магнитного) поля щелевой антенны аналогична структуре магнитного (электрического) поля соответствующей вибраторной антенны (рис. 7-65, *а*).

Подобная эквивалентность полей обусловливает одинаковое направленное действие щелевой и соответствующей проволочной антенн. При этом необходимо только учитывать, что щелевая антенна обычно выполняется в замкнутой полости и, следовательно, излучает радиоволны только по одну сторону экрана, в то время как вибратор излучает радиоволны во всех направлениях.

Необходимо также учитывать, что поляризация щели отлична на 90° от поляризации аналогичного вибратора. Например, вертикальный вибратор излучает вертикально-поляризованные волны, а вертикальная щель — горизонтально-поляризованные волны.

Обычно применяются резонансные щели, чаще всего полуволновые. При этом длина щели должна быть близка к половине длины волны в волноводе ($\lambda_в$), а ширина щели — мала по сравнению с длиной.

С целью увеличения направленного действия щелевые антенны выполняются в виде ряда синфазно питаемых щелей (рис. 7-65, *б*), для чего они располагаются друг от друга на расстоянии $\lambda_в/2$.

Для системы равноамплитудных щелей с одинаковым сдвигом фаз характеристика направленности многощелевой антенны определяется по формуле

$$F(\Theta) = \frac{\sin\left[\frac{n}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\Theta - \psi\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\Theta - \psi\right)\right]}, \quad (7\text{-}99)$$

где λ — длина волны в воздухе;
d — расстояние между серединами щелей;
n — число щелей;
Θ — угол относительно перпендикуляра к оси волновода;
ψ — разность фаз между соседними щелями.

Коэффициент направленного действия многощелевой антенны при ориентировочных расчетах можно найти из выражения

$$D \approx 3{,}2n.$$

Направление максимума ($\Theta_м$) характеристики направленности многощелевой антенны можно найти из условия

$$\sin\Theta_м = \frac{\psi}{2\pi d}\lambda. \quad (7\text{-}100)$$

При $d=\lambda_в/2$ сдвиг фаз $\psi=0$, т. е. имеет место синфазное возбуждение щелей. Из формулы (7-100) при этом получаем $\Theta_м = 0$, т. е. максимум излучения ориентирован в направлении нормали к оси волновода.

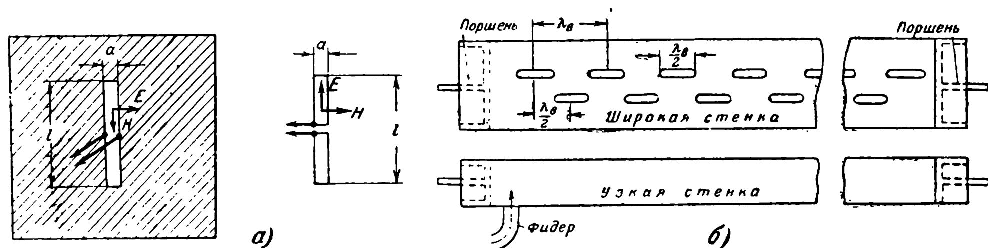


Рис. 7-65. Щелевые антенны.

а — щель в металлическом листе; *б* — синфазная многощелевая антенна.

При значении d, несколько большем $\lambda_в/2$, максимум излучения будет отклонен от нормали к оси волновода в сторону движения бегущей волны по волноводу (и наоборот).

Как показывает формула (7-100), в случае многощелевых антенн можно осуществить электрическое управление лучом антенны, изменяя каким-либо образом сдвиг фаз между соседними щелями.

7-9. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ФИДЕРНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Линия передачи (фидер) служит для канализации электромагнитной энергии от генератора к нагрузке. В радиопередающих устройствах генератором является радиопередатчик, а нагрузкой — передающая (излучающая) антенна; в радиоприемных устройствах генератор — приемная антенна, нагрузка — приемник.

Линии передач имеют разнообразные конструктивные особенности в зависимости от области их применения, но все они должны удовлетворять следующим требованиям: иметь малые потери энергии при передаче (высокий к. п. д.); передавать широкий спектр частот (большая диапазонность); иметь малые габариты при достаточно большой передаваемой мощности; должны быть просты и экономичны.

Все существующие типы линий передачи делятся на две группы: открытые и закрытые линии передачи (рис. 7-66).

К открытым линиям передачи относят: проволочные линии (двух- и многопроводные); линии с поверхностной волной (диэлектрические волноводы, провода с диэлектрическим покрытием, провода с замедляющими структурами); полосковые (ленточные) линии.

К закрытым линиям относят: радиочастотные кабели (коаксиальные кабели различных типов, экранированные двухпроводные линии); волноводы в виде металлических труб. (В принципе любую линию передачи можно назвать волноводом, но на практике название «волновод» относят только к линиям передачи в виде металлических труб.)

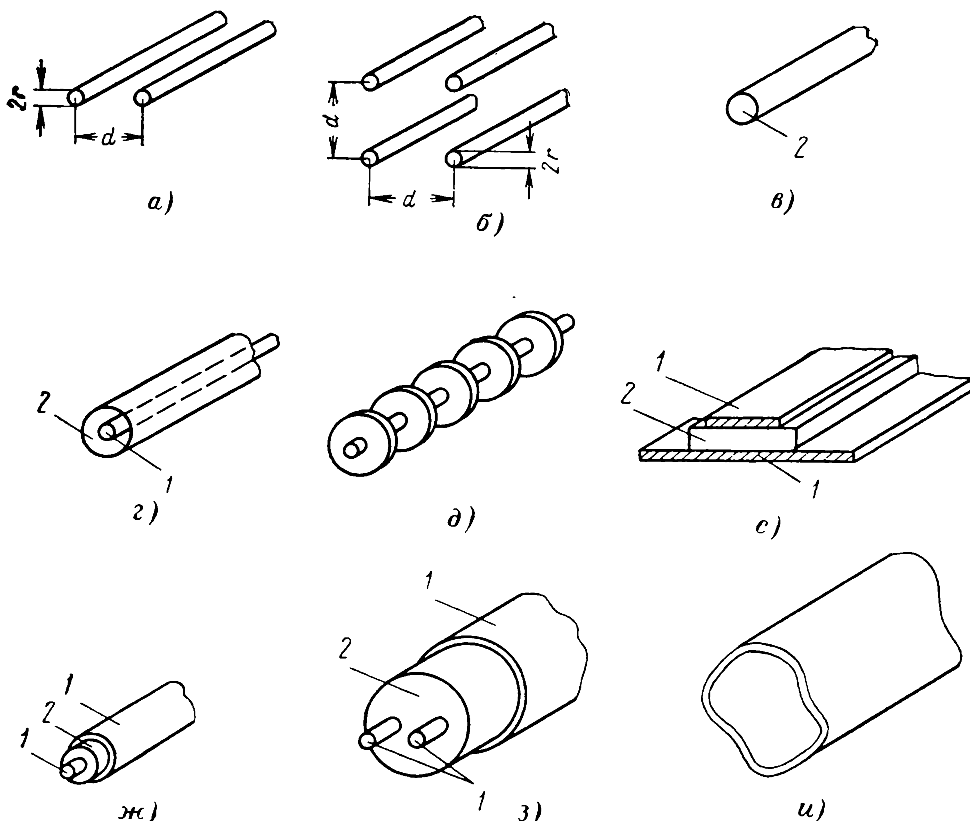


Рис. 7-66. Некоторые типы линий передачи.

а — двухпроводная линия; *б* — четырехпроводная линия; *в* — диэлектрический волновод; *г* — провод с диэлектрическим покрытием; *д* — провод с ребристой структурой; *е* — полосковая (ленточная) линия; *ж* — коаксиальный кабель; *з* — экранированная двухпроводная линия; *и* — волновод (металлическая труба)

(*1* — проводник, *2* — диэлектрик).

Каждый из указанных типов линий передач может быть разбит еще на несколько видов в зависимости от конструктивного оформления и назначения.

Основные свойства двухпроводных линий передачи и волноводов рассмотрены в разд. 5. Ниже приводятся основные расчетные характеристики, а также сведения по конструкции основных элементов линий передач.

Проволочные линии передачи

Открытые проволочные линии передачи нашли широкое применение в диапазонах длинных, средних и коротких волн. Применение таких линий на волнах короче нескольких метров оказывается нецелесообразным, так как при малом отношении длины волны λ к расстоянию между проводами линии d потери на излучение оказываются значительными. Уменьшение расстояния между проводами для снижения потерь на излучение ведет к росту потерь в проводах и диэлектрике линии и уменьшению максимальной мощности, пропускаемой линией.

Двухпроводные линии передачи. Параметры линии из двух одинаковых проводов при условии $d \ll \lambda$, $r<d$ могут быть определены по следующим формулам.

Волновое сопротивление двухпроводной линии (без учета потерь)

$$Z_{0ф} = \frac{276}{\sqrt{\varepsilon}} \lg \frac{d}{r}, \text{ ом}, \quad (7\text{-}101)$$

где d — расстояние между осями проводов линии;

r — радиус провода;

ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой расположена линия.

Коэффициент затухания β равен:

$$\beta = \frac{R}{2Z_{0ф}} + \frac{GZ_{0ф}}{2}, \text{ неп/м}, \quad (7\text{-}102)$$

где R — сопротивление двухпроводной линии на единицу длины (погонное сопротивление) для частот $f > 1$ *Мгц*,

$$R = \frac{2\cdot 10^{-3}}{r}\sqrt{\frac{\mu\rho f}{10}} \times \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{d}\right)^2\right], \text{ ом/м}, \quad (7\text{-}103)$$

где μ — относительная магнитная проницаемость материала проводов линии;

ρ — удельное сопротивление проводов, *ом · мм²/м*;

f — рабочая частота;

G — погонная проводимость линии;

$$G \approx \omega C \operatorname{tg}\delta, \quad (7\text{-}104)$$

где $\operatorname{tg}\delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь среды, в которой расположена линия;

C — погонная емкость линии, равная:

$$C = \frac{\varepsilon\cdot 10^{-9}}{83\lg\frac{d}{r}}, \text{ ф/м}. \quad (7\text{-}105)$$

Для воздушных линий проводимость G зависит от метеорологических условий, и для ее определения можно воспользоваться эмпирической формулой [Л. 7-31]

$$G = G_0 + nf, \quad (7\text{-}106)$$

где G_0 — проводимость при постоянном токе, равная 10^{-11} *сим* при сухой погоде и $5\cdot 10^{-11}$ при сырой;

n — коэффициент, равный $5\cdot 10^{-11}$ для сухой погоды и $25\cdot 10^{-11}$ для сырой.

При достаточно высоких частотах в двухпроводной линии будет происходить дополнительное затухание вследствие излучения. Для длинной прямой линии коэффициент затухания этого вида можно определить по приближенной формуле [Л. 32]

$$\beta l = \frac{800}{Z_{0ф}}\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2, \text{ неп}, \quad (7\text{-}107)$$

где λ — рабочая длина волны.

Погонная индуктивность двухпроводной линии равна:

$$L = 9{,}2\cdot 10^{-7} \lg \frac{d}{r}, \text{ гн/м}. \quad (7\text{-}108)$$

Иногда провода двухпроводной линии покрывают слоем пластмассы (полихлорвинилового пластиката), которая образует также «мостик» между проводами, удерживая их на постоянном расстоянии. Таким образом получают гибкий двухпроводный симметричный кабель с волновым сопротивлением порядка 200—300 *ом*. Так, кабель КАТВ имеет $Z_{0ф} = 280 \div 300$ *ом*, затухание при $f=50$ *Мгц* не более 0,105 *дб/м*, и емкость не более 13 *пф/м*. Кабель предназначен для соединения приемных телевизионных систем с телевизором, имеющим симметричный вход. В тех случаях, когда для двухпроводной линии применяются проводники в виде лент, волновое сопротивление линии равно:

$$Z_{0ф} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}}\frac{d}{d+b}, \quad (7\text{-}109)$$

где d — расстояние между лентами, плоскости которых параллельны друг другу;

b — ширина ленты;

Формула (7-109) справедлива для очень тонких ленточных проводников и когда $b/d > 0{,}3$.

Если двухпроводная линия находится на расстоянии h от проводящей плоскости, то ее волновое сопротивление при условии $r<h$ и $d<h$ равно [Л. 32]:

$$Z_{0ф}=\frac{120}{\sqrt{\varepsilon}}\left[\text{Arch}\,\frac{d}{2r}-\ln\sqrt{1+\left(\frac{d}{2h}\right)^2}\right]. \quad (7\text{-}110)$$

По мере приближения линии к проводящей плоскости ее волновое сопротивление уменьшается.

Четырехпроводные линии передачи применяют для уменьшения излучаемой линией мощности. Четырехпроводная линия передачи представляет собой четыре провода, расположенные в вершинах квадрата со стороной d. Провода соединяются попарно, образуя своеобразную двухпроводную линию. Если соединяются провода, расположенные на одной стороне квадрата, то такую линию называют *четырехпроводной нескрещенной*, если же соединяют провода, расположенные на одной диагонали квадрата, то линию называют *четырехпроводной скрещенной*.

Параметры скрещенной линии, расположенной в воздухе, можно определить по формулам

$$Z_{0ф}=138\lg\frac{d\sqrt{2}}{2r},\ ом; \quad (7\text{-}111)$$

$$L=4{,}6\cdot10^{-7}\lg\frac{d\sqrt{2}}{2r},\ гн/м; \quad (7\text{-}112)$$

$$C=\frac{24{,}1}{\lg\frac{d\sqrt{2}}{2r}}10^{-12},\ ф/м. \quad (7\text{-}113)$$

Четырехпроводная скрещенная линия может иметь сравнительно низкое волновое сопротивление, близкое к волновым сопротивлениям коаксиальных кабелей.

На практике могут найти применение и другие типы многопроводных линий передачи. Методы расчета таких линий изложены, например, в [Л. 3], где приведены также схемы различных проволочных линий и формулы для расчета их волнового сопротивления.

Коаксиальные кабели

Коаксиальный кабель представляет собой два проводника, один из которых имеет форму металлической трубки, а второй расположен внутри трубчатого проводника. Внутренний проводник обычно изолирован каким-нибудь диэлектриком.

Конструкции коаксиальных кабелей очень разнообразны. Широко распространены коаксиальные кабели, внешний проводник которых представляет собой металлическую оплетку из тонких проводов, надетую на диэлектрический цилиндр. Внутри этого цилиндра находится второй проводник кабеля либо в виде сплошного цилиндрического проводника либо многопроволочного. Такие кабели называют гибкими, так как им легко придать необходимую форму, особенно если внутренний проводник многопроволочный.

Коаксиальные кабели в виде круглой металлической трубы с расположенным по оси внутренним проводом, представляющим собой металлический стержень или трубку, называют жесткими. Центрирование внутреннего провода относительно внешнего в жестких кабелях осуществляется с помощью диэлектрических шайб или же с помощью короткозамкнутых четвертьволновых отрезков жесткого коаксиального кабеля («металлический изолятор»).

Потери на излучение в коаксиальном кабеле отсутствуют, однако потери в проводах и особенно в диэлектрике на высоких частотах значительны. По этой причине коаксиальные кабели находят применение в диапазонах волн не ниже 10 *см*. В исключительных случаях (кабель с высококачественным диэлектриком при малой длине) используют и в диапазоне 3—10 *см*. Для уменьшения потерь в диэлектрике последний иногда делают не сплошным, а в виде спиралей, шайб, колпаков и т. п.

Условия распространения электромагнитных волн в коаксиальном кабеле могут быть исследованы так же, как и в двухпроводной линии (разд. 5). Однако следует иметь в виду, что в коаксиальном кабеле могут распространяться различные типы волн. Лишь при условиях, что

$$\lambda>2{,}6\,(D-d),\ \lambda>\pi\,(d+D), \quad (7\text{-}114)$$

где D — внутренний диаметр внешнего проводника; d — диаметр внутреннего проводника, в коаксиальном кабеле будет распространяться одна волна типа ТЕМ. Все проводимые ниже данные относятся к основной волне в коаксиальном кабеле типа ТЕМ.

Параметры коаксиального кабеля могут быть определены из следующих соотношений.

Волновое сопротивление (без учета потерь)

$$Z_{0ф}=\frac{138}{\sqrt{\varepsilon}}\lg\frac{D}{d},\ ом, \quad (7\text{-}115)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость изолирующего диэлектрика кабеля. Если диэлектрик не сплошной, а многослойный из материалов с разной проницаемостью, то следует определить эквивалентную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_э$, которая, например, для диэлектрических шайб равна:

$$\varepsilon_э=1-\frac{t'}{t}(\varepsilon-1), \quad (7\text{-}116)$$

где t — период расположения шайб;
t' — толщина шайбы;
ε — диэлектрическая проницаемость материала шайбы.

Величина $\varepsilon_э$ и должна использоваться вместо ε при расчетах по формуле (7-115). Определение $\varepsilon_э$ в других случаях обычно производится методами электростатики. Для этого $\varepsilon_э$ определяют из равенства емкостей двух коаксиальных конденсаторов, имеющих одинаковую геометрию (такую, как и кабель), но один со сплошной изоляцией, диэлектрическая проницаемость которой и является эквивалентной, а второй с изоляцией, применяемой в кабеле.

Погонная емкость равна:

$$C=\frac{24{,}1\,\varepsilon}{\lg\frac{D}{d}}10^{-12},\ ф/м, \qquad (7\text{-}117)$$

причем в отношении ε справедливы замечания, сделанные выше.

Погонная индуктивность равна:

$$L=4{,}6\cdot10^{-7}\lg\frac{D}{d},\ гн/м. \qquad (7\text{-}118)$$

Коэффициент затухания можно определить с помощью приближенного соотношения [Л. 31]

$$\beta\approx\frac{2{,}6\cdot10^{-6}\sqrt{\varepsilon f}}{\lg\frac{D}{d}}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{D}\right)+$$
$$+9{,}08\cdot10^{-8}f\sqrt{\varepsilon}\ \operatorname{tg}\delta,\ дб/м, \qquad (7\text{-}119)$$

где f — рабочая частота;
$\operatorname{tg}\delta$ — тангенс угла потерь диэлектрика кабеля.

Формула справедлива для коаксиального кабеля из сплошных проводников. В случае плетеного внешнего проводника кабеля и многожильного внутреннего β несколько увеличивается (подробнее см. [Л. 31]).

Длина волны (для волны ТЕМ) равна:

$$\lambda_к=\frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}, \qquad (7\text{-}120)$$

где λ_0 — длина волны в вакууме.

Следует иметь в виду, что для коаксиального кабеля такие его характеристики, как затухание волны, наибольшее приложенное напряжение, максимальная мощность, передаваемая по кабелю, и т. д., имеют оптимальные величины, зависящие не только от геометрии кабеля, но и от параметров материалов, из которых они изготовлены. Так, при фиксированной величине внутреннего диаметра сплошного внешнего проводника D минимальное затухание в коаксиальном кабеле из меди будет при отношении D/d, равном 3,6. Волновое сопротивление $Z_{0ф}$ такого кабеля равно 77 *ом*. Наибольшее напряжение можно приложить к кабелю, у которого $D/d=2{,}7$, а наибольшую мощность в согласованную нагрузку при заданной максимальной величине напряженности поля в кабеле можно передать по кабелю, у которого $D/d=1{,}65$.

Коаксиальные радиочастотные кабели, выпускаемые промышленностью, имеют следующие волновые сопротивления: 50, 75, 100, 150 и 200 *ом*. Для них установлены следующие номинальные значения диаметров по изоляции: 0,5; 1,0; 1,5; 2,2; 3,0; 4,6; 7,3; 9,0; 11,0; 13,0; 17,3; 24,0; 33,0; 44,0; 60,0; 82,0 и 112 *мм*. В качестве изоляции используются следующие материалы, которым присвоены цифровые обозначения: 1 — полиэтилен различных видов и его смеси; 2 — фторопласты; 3 — полистирол, стирофлекс; 4 — полипропилен и его смеси; 5 — резина; 6 — неорганическая изоляция.

Маркировка кабеля состоит из букв, указывающих вид кабеля данной марки (РК — радиочастотный, коаксиальный; РКС, РКГ — кабели для больших мощностей; РКПГ — радиочастотный кабель повышенной гибкости; ТКМ — телевизионные кабели мощные и т. п.), и трех чисел, отделенных дефисами. Первое число указывает величину волнового сопротивления, второе — диаметр по изоляции (округлен после 2 *мм* до целого числа) и третьем (двухзначном числе) первая цифра указывает на тип изоляции, а вторая — на порядковый номер конструкции.

Пример.

РК-50-11-13 (старое название РК-48) — радиочастотный коаксиальный, волновое сопротивление 50 *ом* диаметром 11 *мм* с внутренней полиэтиленовой изоляцией.

РК-75-7-16 (старое название РК-20) — радиочастотный коаксиальный, волновое сопротивление 75 *ом*, внутренняя полиэтиленовая изоляция.

Элементы коаксиальных трактов

Любая практическая линия передачи (тракт), в том числе и коаксиальная, не может быть выполнена в виде однородной прямой линии. В нее обязательно входят различные элементы, позволяющие изменять направление распространения волны (изгибы, повороты), передавать энергию при вращении одной части линии относительно другой (вращающиеся сочленения), соединять между собой отдельные отрезки линий (фишки, разъемы) и т. д.

Обычно эти элементы линий стандартизованы или отрабатываются экспериментально. Поэтому расчеты их обычно не производятся. Там, где это возможно, приводятся соотношения, поясняющие принцип действия элемента или позволяющие ориентировочно выбрать его размеры.

Соединительные устройства (фланцы, штепсельные разъемы и т. п.) служат для соединения между собой отдельных кусков коаксиального кабеля. Соединительные устройства должны иметь минимальное отра-

жение, высокую электрическую прочность, малые потери, механическую прочность и герметичность. На основе этих требований сконструированы различные типы разъемов, описание которых приводится в [Л. 26, 29, 32].

Изгибы коаксиальных линий должны быть по возможности более плавными, т. е.

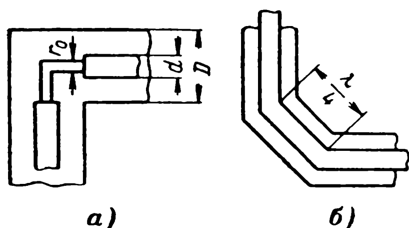


Рис. 7-67. Неотражающие изгибы коаксиальной линии.

а — прямоугольный изгиб, $\delta/D=0{,}26$ для $Z_{0ф}$ = =70 *ом*; *б* — двойной изгиб.

радиус кривизны изгиба должен быть большим по сравнению с длиной волны. В случае необходимости резких изгибов применяют прямоугольные изгибы с компенсацией отражения (рис. 7-67). Разработаны также фишки с поворотом на 90° и компенсацией отражений от них.

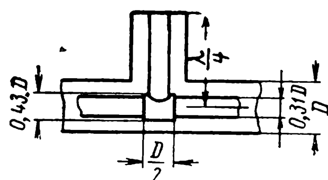


Рис. 7-68. Неотражающее разветвление коаксиальной линии ($Z_{0ф}$ =70 *ом*).

Разветвления коаксиальных линий осуществляются с помощью тройников (рис. 7-68), в которых обычно принимаются меры для компенсации отражений от них. Разветвления линии, работающей в диапазоне метровых и более длинных волн, могут быть более простыми, так как их размеры малы по сравнению с длиной волны. Обычно это паяные соединения трех кабелей, взаимное расположение которых в месте пайки фиксируется с помощью платы.

Металлический изолятор представляет собой ответвление от основной линии (рис. 7-68) длиной четверть длины волны, замкнутое на конце. Входное сопротивление такого ответвления очень велико и практически не оказывает влияния на работу линии. Такие изоляторы применяются в жестких коаксиальных линиях для центровки центрального проводника. Недостатком металлического изолятора является его узкополосность.

Вращающиеся коаксиальные соединения бывают: контактные, бесконтактные (дроссельные) и емкостные.

Контактные вращающиеся сочленения применяются при небольших скоростях вращения и малых мощностях. Они представляют собой входящие друг в друга на длину не менее 2—3 *см* жесткие коаксиальные кабели. Контакт между проводниками достигается путем продольных разрезов конца одной из линий и создания таким образом пружинных кольцевых пластин. Такие сочленения просты и имеют коэффициент бегущей волны не ниже 0,9 в полосе частот $\pm 25 \div 30\%$. Однако контактные соединения имеют низкую надежность и не способны передавать большие мощности.

Бесконтактные соединения позволяют передавать значительные мощности и работают при больших скоростях вращения. Один

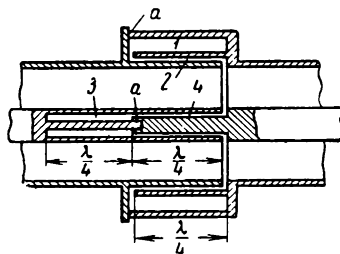


Рис. 7-69. Коаксиальное вращающееся сочленение.

1, 2, 3, 4 — коаксиальные четвертьволновые линии, образующие короткозамыкающие перемычки по высокой частоте; *а* — трущиеся контакты.

из вариантов такого сочленения показан на рис. 7-69. Хотя в этом сочленении и имеются трущиеся контакты, но их качество не влияет на работу линии, так как они находятся в узле тока полуволновой короткозамкнутой линии. Короткое замыкание по высокой частоте проводников соединяемых линий достигается с помощью короткозамкнутых коаксиальных полуволновых линий, волновые сопротивления которых выбираются из следующих приближенных соотношений: $Z^{(0)}_{0ф}=(5\div10)\,Z^{(2)}_{0ф}$; $Z^{(3)}_{0ф}\approx(2\div2{,}5)\,Z^{(1)}_{0ф}$; $Z^{(4)}_{0ф}=(3\div3{,}5)\,Z^{(2)}_{0ф}$.

Емкостные соединения или вращающиеся сочленения емкостного типа, не имеющие трущихся гальванических контактов, основаны на том, что в разрыв внешнего и внутреннего проводников последовательно включаются большие емкости, которые образуются коаксиальными конденсаторами. Одной обкладкой такого конденсатора является, например, внешняя часть внешнего проводника одного кабеля, а второй — внутренняя часть внешнего проводника второго кабеля, который имеет больший диаметр и надвинут на первый. Аналогично устроен и конденсатор для внутреннего проводника.

Более полные сведения о конструкциях вращающихся сочленений и методах их расчета можно найти в [Л. 26, 29].

Кольцевые мосты («гибридные соединения») нашли широкое применение для согласования нагрузок, развязки двух генераторов, работающих на одну нагрузку, и т. п.

Кольцевой мост на коаксиальных линиях (рис. 7-70) работает следующим об-

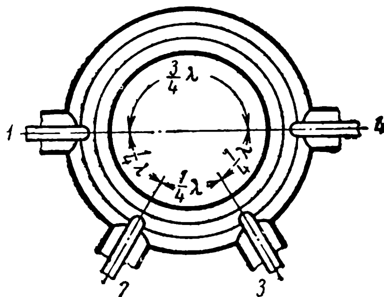


Рис. 7-70. Коаксиальный кольцевой мост.

разом. Если генератор подключен к плечу *1*, а остальные плечи подключены к согласованным нагрузкам, то энергия генератора разделится поровну между нагрузками, присоединенными к плечам *2* и *4*. Таким образом энергия поступит в те плечи, к которым волны, распространяющиеся вправо и влево в разветвлении 1, приходят в фазе или разность фаз этих волн кратна 2π. Энергия, поступившая из плеча *4*, попадает в плечи *1* и *3*, а энергия из плеча *3* поступит в плечи *2* и *3* и т. д.

Следует иметь в виду и фазовые соотношения между волнами в плечах моста. Так, если волна поступает в плечо *1*, то фаза волн в плечах *2* и *4* отличается на π.

Волноводные фидеры

Волноводы нашли применение для передачи электромагнитной энергии в сантиметровом диапазоне волн. Некоторое применение они находят в нижней части дециметрового и верхней части миллиметрового диапазонов.

Наиболее широко распространены волноводы прямоугольного и отчасти круглого сечения. Волноводы с сечением другой формы (например, П- и Н-образные волноводы) обычно находят применение в специальных устройствах.

Основные параметры волны, распространяющейся в волноводе, могут быть определены по следующим формулам:

Длина волны Λ

$$\Lambda = \frac{\lambda_д}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_д}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \qquad (7\text{-}121)$$

где $\lambda_д$ — длина волны в безграничном пространстве, заполненном тем же диэлектриком, что и волновод (для свободного пространства $\lambda_д = \lambda_0 = c/f$);

$\lambda_{кр}$ — критическая длина волны.

Коэффициент распространения γ

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_д}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_д}{\lambda_{кр}}\right)^2} \qquad (7\text{-}122)$$

Фазовая скорость волны $v_{ф.в}$

$$v_{ф.в} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_д}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \qquad (7\text{-}123)$$

Волновое сопротивление волновода. Этот параметр волновода нельзя определить однозначно и поэтому на практике используют несколько различных соотношений, которые отличаются выбором исходных величин. Волновое сопротивление волновода, определенное как отношение поперечных компонент векторов напряженности электрического и магнитного полей, имеет вид:

для магнитных волн

$$Z_{0ф}^{H} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_д}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\Lambda}{\lambda}; \qquad (7\text{-}124)$$

для электрических волн

$$Z_{0ф}^{E} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_д}{\lambda_{кр}}\right)^2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\lambda}{\Lambda}. \qquad (7\text{-}125)$$

Определенные таким образом сопротивления иногда называют ***удельным волновым сопротивлением*** волновода.

В других определениях волнового сопротивления волновода обычно используют понятия максимальной амплитуды напряжения U, амплитуды полного продольного тока I и мощности, переносимой по волноводу P. Так, определив для данного волновода I и P, его волновое сопротивление можно найти из соотношения

$$Z_{0ф}^{(PI)} = \frac{2P}{I^2}. \qquad (7\text{-}125а)$$

Если найти максимальное для данного волновода значение амплитуды напряжения U и мощность P, то можно волновое сопротивление определить следующим образом:

$$Z_{0ф}^{(PU)} = \frac{U^2}{2P}. \qquad (7\text{-}126)$$

Иногда под волновым сопротивлением волновода понимают отношение максималь-

ной амплитуды напряжения к полному продольному току:

$$Z_{0ф}^{(IU)} = \frac{U}{I}. \qquad (7\text{-}127)$$

Волновые сопротивления, определенные по приведенным выше формулам, отличаются числовыми коэффициентами, что, впрочем, часто не существенно, так как обычно оперируют с нормированными сопротивлениями, когда числовые коэффициенты сокращаются. Следует помнить, что все определения волнового сопротивления волноводов в достаточной мере условны и не всегда точно отражают все явления в линии.

Волноводы прямоугольного сечения. Прямоугольные волноводы используют для передачи электромагнитной энергии на относительно большие расстояния, причем основной тип волны в прямоугольном волноводе — магнитная волна H_{10} (TE_{10}). Эта волна удобна тем, что при правильно выбранных размерах волновода исключается появление других типов волн. Кроме того, энергия этой волны сравнительно слабо поглощается при распространении и при этом картина поля жестко связана с ориентацией в пространстве стенок волновода.

Размеры прямоугольного волновода с волной H_{10} должны удовлетворять следующим соотношениям. Размер широкой стенки a, т. е. стенки, перпендикулярной вектору напряженности электрического поля, должен находиться в пределах

$$\lambda > a > \frac{\lambda}{2}. \qquad (7\text{-}128)$$

Размер узкой стенки волновода b должен удовлетворять неравенству

$$b < \frac{\lambda}{2}. \qquad (7\text{-}129)$$

Выполнение условий (7-121) и (7-122) гарантирует существование в волноводе только волны H_{10}. В прямоугольном волноводе может существовать волна H_{01}, которая полностью аналогична волне H_{10}. Отличием является то, что вектор напряженности электрического поля этой волны перпендикулярен не стенке a, а стенке b. Все формулы для волны H_{10} справедливы и для волны H_{01} при замене a на b и b на a. Например, формулы (7-121) и (7-122) для волны H_{01} будут иметь вид:

$\lambda > b > \lambda/2$, $a < \lambda/2$.

Критическая длина равна:

$$\lambda_{кр}^{H_{10}} = 2a. \qquad (7\text{-}130)$$

Величины, характеризующие распространение этой волны, определяются по соответствующим формулам (7-121—7-123). Волновое сопротивление волновода с волной H_{10} можно определить по одной из следующих формул:

$$Z_{0ф}^{(UI)} = \frac{\pi}{2}\frac{b}{a} Z_{0ф}^{H};$$

$$Z_{0ф}^{(PU)} = 2\frac{b}{a} Z_{0ф}^{H};$$

$$Z_{0ф}^{(PI)} = \frac{\pi^2}{8}\frac{b}{a} Z_{0ф}^{H}, \qquad (7\text{-}131)$$

где $Z_{0ф}^{H}$ находят из соотношения (7-124). Для применяемых на практике волноводов волновое сопротивление составляет 300—500 *ом*.

Коэффициент затухания волны H_{10} в прямоугольном волноводе равен:

$$\beta = \frac{\sqrt{\pi f \mu_в \rho}\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda_д}{2a}\right)^2\right]}{bZ\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_д}{2a}\right)^2}}, \ неп/м, \qquad (7\text{-}132)$$

где f — рабочая частота;
$\mu_в$ — магнитная проницаемость стенок волновода (обычно $\mu_в = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м*);
ρ — удельное сопротивление материала стенок волновода (*ом·мм/м*);
Z — волновое сопротивление среды, которой заполнен волновод;
b — размер узкой стенки волновода, *м*.

Размеры прямоугольных волноводов стандартизированы, и данные о них приводятся в специальных справочниках.

Волноводы круглого сечения (круглые волноводы) используются в фидерных трактах обычно только в специальных устройствах (вращающихся сочленениях, циркуляторах с использованием эффекта Фарадея, облучателях антенн оптического типа и т. п.). Наибольшее применение нашли два типа волн в круглом волноводе: волна H_{11} и волна E_{01} (см. § 5-13).

Волна H_{11} является основной для круглых волноводов. *Критическая длина волны* H_{11} в круглом волноводе равна:

$$\lambda_{кр}^{H_{11}} = 3{,}42\,a, \qquad (7\text{-}133)$$

где a — радиус волновода.

Если величина радиуса волновода удовлетворяет неравенствам

$$0{,}29\,\lambda < a < 0{,}38\,\lambda, \qquad (7\text{-}134)$$

то в круглом волноводе может распространяться только волна H_{11}.

Волновое сопротивление круглого волновода с волной H_{11} равно:

$$Z_{0ф}^{(PU)} = \frac{754}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_д}{3{,}42a}\right)^2}}, \qquad (7\text{-}135)$$

а коэффициент затухания при воздушном заполнении равен:

$$\beta = \frac{2,65\sqrt{\mu_в \rho \pi f}}{a\sqrt{1-0,086\left(\frac{\lambda_д}{a}\right)^2}} \times$$

$$\times \left[0,418 + 0,086\left(\frac{\lambda_д}{a}\right)^2\right] 10^{-3}, \text{ неп/м}, \quad (7\text{-}136)$$

где a — радиус волновода в метрах, а остальные обозначения такие же, как и в (7-132).

Волна E_{01} широко используется во вращающихся сочленениях, так как структура поля этой волны симметрична относительно оси волновода. Критическая длина этой волны равна:

$$\lambda_{кр}^{E_{01}} = 2,61a. \quad (7\text{-}137)$$

Для подавления волн высших типов должно выполняться условие

$$0,38a < a < 0,48\lambda. \quad (7\text{-}138)$$

Однако при этом в волноводе, кроме волны E_{01}, может распространяться и волна H_{11}, для подавления которой обычно применяют специальные устройства, например резонансные кольца.

Элементы волноводных трактов

Соединительные устройства служат для соединения отрезков волноводов и разделяются на два основных типа: дроссельное фланцевое соединение (ДФС) и контактное фланцевое соединение (КФС).

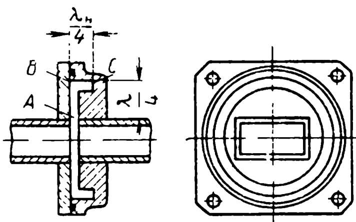


Рис. 7-71. Дроссельно-фланцевое соединение прямоугольных волноводов.

Назначение ДФС состоит в том, чтобы создать хороший контакт между волноводами по высокой частоте, с помощью специально подобранных отрезков линий передачи. При этом оказывается возможным механическое соединение (гальванический контакт) разместить в узле тока и тем самым резко снизить потери в соединении (рис. 7-71). Участок AB представляет собой плоский волновод, в котором распространяется волна ТЕМ; участок BC — коаксиальный кабель с волной типа H_{11}. В соответствии с этим длина участка AB равна $\lambda/4$, а $BC - \Lambda_{H_{11}}/4$. В точке гальванического контакта B расположен узел тока, а в точке A — короткое замыкание по высокой частоте, так как полуволновая линия ABC замкнута на конце C. Расчет ДФС можно найти в книгах [Л. 26, 29], однако следует помнить, что получаемые из расчета размеры соединения являются ориентировочными и подлежат экспериментальному уточнению.

Элементы КФС с тщательно обработанными фланцевыми поверхностями создают

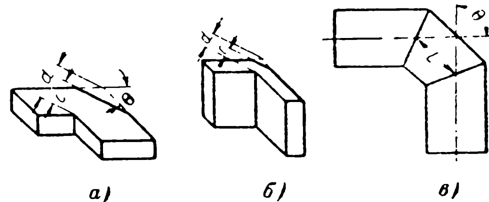


Рис. 7-72. Волноводные уголки в прямоугольных волноводах.

а — в Н-плоскости с компенсацией отражений; *б* — в Е-плоскости с компенсацией отражений. *в* — двойной уголок.

хороший электрический контакт, но не надежны при переборках. Более широко используются КФС с бронзовыми рассеченными прокладками, в которых электрический контакт осуществляется пружинящими лепестками прокладки, расположенными по периметру волновода [Л. 29].

Изгибы волноводов делают плавными и в виде уголков. Плавный изгиб прямоугольного волновода может быть в Е- и Н-плоскостях. Если радиус изгиба $R > (1,5 \div 2)\,\Lambda$, то отражения от изгиба настолько малы, что специальных мер для их устранения не требуется. При $R < 1,5\Lambda$ длина изгиба, измеренная вдоль средней линии, должна быть кратной половине средней длины волны диапазона. В этом случае происходит компенсация отражений от мест сочленения изогнутого волновода с прямыми.

Уголки применяются для крутого изменения направления волновода и могут выполняться в Е- и Н-плоскостях. Обычный уголок применяют в тех случаях, когда угол поворота не превышает 30—40°. При больших углах изгиба применяют компенсацию отражений путем среза внешнего угла уголка или применением двойных уголков (рис. 7-72). Подбором расстояния c можно добиться полной компенсации отражений на средней волне диапазона.

Выбор расстояния c в зависимости от угла поворота Θ можно осуществить с помощью графиков на рис. 7-73. Для уголков в Н-плоскости графики пригодны при выполнении условий

$$0,73 \leqslant \lambda/\lambda_{кр} \leqslant 0,8,$$

а в Е-плоскости — при

$$0,65 \leqslant \lambda/\lambda_{кр} \leqslant 0,82.$$

Следует иметь в виду, что диапазонные свойства уголков в Е-плоскости лучше, чем уголков в Н-плоскости, но пропускаемая ими мощность меньше. Для Е-плоскостных уголков L должна равняться четверти средней длины волны диапазона ($\lambda_0/4$). Если при

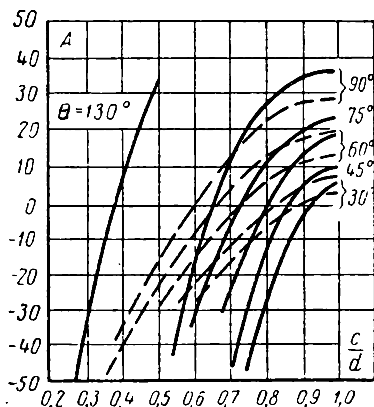


Рис. 7-73. Графики для определения размеров волноводных уголков с компенсацией. ——— Н-плоскостной уголок, — — — Е-плоскостной уголок; А — амплитуда коэффициента отражения в процентах.

этом $\lambda_0/\lambda_{кр}\approx 0{,}65$, то полоса пропускания, в которой КБВ $\geqslant 0{,}95$, достигает 20%. Для этого же соотношения $\lambda_0/\lambda_{кр}$ L для Н-плоскостного уголка должна быть равна $0{,}285\Lambda$ при полосе пропускания порядка 15%.

Уголки, аналогичные приведенным для прямоугольных волноводов, могут быть применены и для круглых.

Разветвления волноводов применяются при необходимости ответвления какой-либо части энергии, распространяющейся по волноводу. Виды волноводных разветвлений очень разнообразны, но наибольшее распространение получили Т-образные разветвления в Н- и Е-плоскостях (рис. 7-74, *а*, *б*). Н-плоскостное Т-образное разветвление эквивалентно параллельному соединению двухпроводных линий, так как продольные поверхностные токи, текущие по широким стенкам волновода, в месте соединения волноводов разветвляются. Т-образное разветвление в Е-плоскости эквивалентно последовательному соединению. Существенно то, что при поступлении волны с обоих концов основного волновода для передачи максимальной мощности в Н-плоскостное разветвление волны к разветвлению должны приходить в фазе, а в Е-плоскостное — в противофазе. Соответственно при поступлении волны в Н-плоскостное ответвление волны в основном волноводе будут синфазны, а при поступлении волны в Е-плоскостное ответвление — противофазны (рис. 7-74, *а*, *б*).

На практике применяют симметричные разветвления волноводов в качестве делителей мощности. Разветвления в Е-плоскости обычно более диапазонны, чем в Н-плоскости, и если угол разветвления не очень велик (8—10 *град*), то его диапазонность более 10% при КБВ $\geqslant 0{,}94$.

Как Т-образные, так и другие типы разветвлений вызывают отражение волн, отражения могут быть скомпенсированы с помощью дополнительных неоднородностей в месте разветвления.

Двойное Т-образное разветвление (двойной Т-мост, двойной тройник, «магическое Т») на прямоугольных волноводах (рис. 7-74, *в*) характеризуется следующими свойствами.

Волны, приходящие к центру моста из плеч *А* и *Б* в фазе, поступают только в плечо *Г*.

Волны, приходящие к центру моста из плеч *А* и *Б* в противофазе, поступают только в плечо *В*.

Волны, поступающие в волновод *АБ* из плеча *В*, расходятся в плечи *А* и *Б* в противофазе, причем если эти плечи имеют одинаковую длину и нагружены на одинаковые сопротивления, то волна из плеча *В* в плечо *Г* не поступает (плечи *В* и *Г* развязаны).

Волны, поступающие в волновод *АБ* из плеча *Г*, расходятся в плечи *А* и *Б* в фазе, причем если эти плечи имеют одинаковую длину и нагружены на одинаковые сопро-

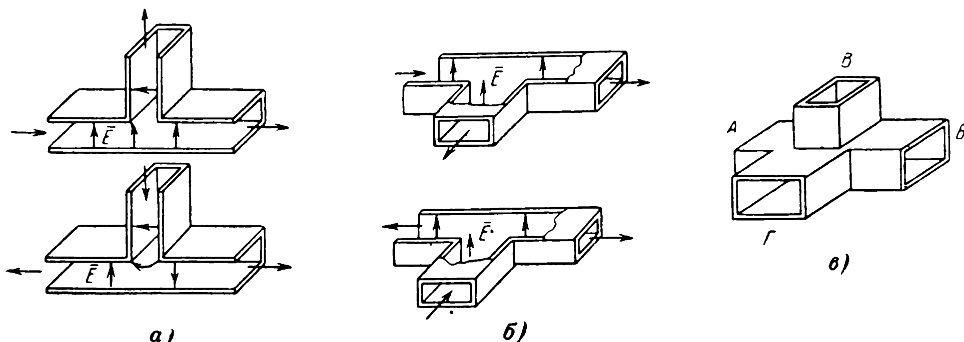


Рис. 7-74. Т-образные разветвления прямоугольных волноводов.
а — в Е-плоскости; *б* — в Н-плоскости; *в* — двойной Т-мост.

тивления, то волна из плеча *Г* в плечо *В* не поступает.

Возможность развязки плеч *Г* и *В* двойного Т-моста широко используется на практике.

Кольцевые волноводные мосты (КВМ) (рис. 7-75) аналогичны кольцевым мостам на коаксиальных линиях (см. рис. 7-70). Обычно КВМ выполняют в Е-плоскости, т. е.

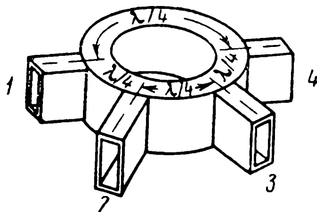


Рис. 7-75. Кольцевой волноводный мост.

волноводы плеч включаются в кольцевой волновод последовательно. Это объясняется меньшими габаритами моста и более простой технологией изготовления. Нетрудно заметить, что свойства кольцевого моста аналогичны свойствам двойного Т-моста.

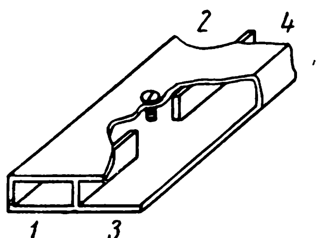


Рис. 7-76. Щелевой волноводный мост.

Достоинством КВМ является отсутствие согласующих элементов, и поэтому он имеет бо́льшую допустимую мощность, чем двойной Т-мост. Размеры КВМ выбираются в соответствии с рис. 7-75, причем расстояния измеряются по средней окружности.

Щелевые волноводные мосты нашли широкое применение, особенно в сочетании с применением ферритов. Щелевой мост (рис. 7-76) представляет собой два прямоугольных волновода, в которых может распространяться только волна H_{10}. Волноводы имеют общую узкую стенку, в которой прорезана на всю высоту стенки щель.

Размеры щели выбираются так, чтобы при поступлении волны в плечо *1* мощность делилась поровну между плечами *2* и *4*, а в плечо *3* энергия не поступала. Важно отметить, что при этом волна в плече *4* опережает по фазе волну в плече *2* на 90°. Винт в центре отверстия служит для настройки моста.

Вращающиеся волноводные сочленения, нашедшие применение на практике, схематически показаны на рис. 7-77. Коаксиально-волноводное вращающееся сочленение (рис. 7-77, *а*) имеет зондовый переход от коаксиальной линии к верхнему волноводу и переход с Т-образным вибратором в нижнем волноводе. Внутренний проводник коаксиальной линии неподвижен, а во внешнем для возможности вращения сочленения имеется дроссельное соединение. Зондовый переход от коаксиальной линии к волноводу по существу является антенной (несимметричным вибратором) в волноводе, которая может быть рассчитана обычными методами, исходя из условия согласования с

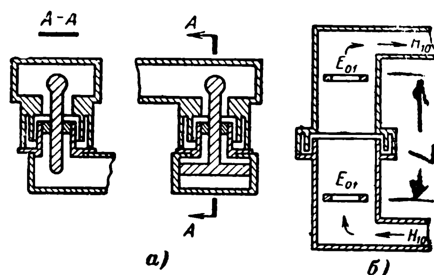


Рис. 7-77. Вращающиеся сочленения.
а — волноводно-коаксиальное; *б* — волноводное.

коаксиальной линией и волноводом. Зондовые переходы имеют пониженную пропускную мощность и сравнительно узкую полосу пропускания. Для расширения полосы применяют толстые зонды или шарик на конце зонда. Т-образные переходы обычно отрабатываются экспериментально, имеют большую диапазонность и могут пропускать значительные мощности.

В волноводном вращающемся сочленении (рис. 7-77, *б*) используется волна E_{01}. Для подавления волны H_{11} применяется резонансное фильтрующее кольцо, которое возбуждается только волной H_{11} и хорошо пропускает волну E_{01}. В сочленении применен непосредственный переход от прямоугольного волновода с волной H_{10} к круглому волноводу с волной E_{01}, который обычно отрабатывается экспериментальным путем.

Существуют также волноводные вращающиеся сочленения, в которых подавление волны H_{11} осуществляется шлейфом, присоединенным к торцу круглого волновода в месте его соединения с прямоугольным. Шлейф представляет собой короткозамкнутый отрезок круглого волновода, длина которого кратна половине длины волны H_{11} в этом волноводе и нечетному числу четвертей длины волны E_{01}. Однако такой метод подавления волны H_{11} в последнее время применяется реже из-за узкополосности и относительно небольшой пропускаемой мощности.

Скрутки волноводов применяются при необходимости изменить ориентацию поперечного сечения волновода, для чего волновод скручивают вокруг его оси на необходимую величину. Для уменьшения отражений от скрутки сечение волновода должно быть неизменным вдоль всей скрутки, а ее длина должна превышать две-три длины волны.

Направленные ответвители (НО) применяются для отвода из основного волновода части мощности, обычно незначительной, только от волны, распространяющейся в одном направлении. Схема направленного ответвителя показана на рис. 7-78, *а*. Часть энергии волны, распространяющейся вправо, ответвляется через отверстие связи *с* и распространяется в верхнем волноводе также только вправо. В идеальном НО волна, распространяющаяся влево $P_{от}$, совершенно не проходит к его выходу.

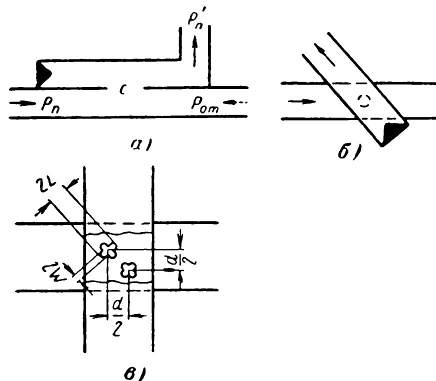


Рис. 7-78. Направленные ответвители.

а — схема направленного ответвителя; *б* — направленный ответвитель с круглой щелью; *в* — направленный ответвитель с крестообразными щелями.

Направленный ответвитель характеризуется двумя параметрами: ослаблением (коэффициентом связи) C и направленностью D, которые определяются по следующим формулам:

$$C = \frac{P'_п}{P_п} \text{ или } C_{дб} = 10 \lg \frac{P'_п}{P_п}, \ дб; \qquad (7\text{-}139)$$

$$D = \frac{P''_п}{P'_0} \text{ или } D_{дб} = 10 \lg \frac{P''_п}{P'_0}, \ дб, \qquad (7\text{-}140)$$

где P'_0 — мощность волны, распространяющейся влево, равная мощности $P_п$;

$P''_п$ — мощность на выходе НО при распространении волны влево с мощностью P'_0.

Классическая конструкция НО состоит из двух волноводов, имеющих общую стенку, в которой прорезаны две щели на расстоянии четверти длины волны, распространяющейся в волноводе. В линии связи каждая щель будет возбуждать две волны, идущие в противоположные стороны. При этом волны в линии связи от двух щелей, идущие против направления распространения волны в основном волноводе, будут компенсировать друг друга, а волны в линии связи, распространяющиеся от щелей в направлении, совпадающем с направлением распространения волны в основном волноводе, будут складываться и поступать на выход направленного ответвителя. Так как практически НО не является идеальным, то некоторая мощность будет распространяться в линии связи в сторону, противоположную основной волне. Поэтому во всех НО на конце линии, противоположном выходу, ставят поглощающие нагрузки.

На практике нашли применение НО с круглым отверстием связи (рис. 7-78, *б*) и крестообразными щелями (рис. 7-78, *в*).

Ослабление НО с круглым отверстием можно определить по формуле (прямоугольные волноводы с волной H_{10} одинаковые, щель посередине широкой стенки):

$$C_{дб} = 20 \lg \frac{2\pi d^3}{3ab\Lambda} \cos\Theta - 32 \frac{t}{d} \sqrt{1 - \left(1{,}71 \frac{d}{\lambda}\right)^2}, \qquad (7\text{-}141)$$

где d — диаметр отверстия;

a и b — размеры волновода;

Θ — угол между продольными осями волноводов;

t — толщина стенки между двумя волноводами (длина отверстия связи).

Для НО с крестообразными щелями ослабление равно (при C до —20 *дб*):

$$C = 4e^{-\pi tK/L} \frac{\pi^4}{9a^4 b^2} \frac{L^6}{[\ln(4L/W) - 1]^2} \times \frac{1}{[(4fL/11{,}8)^2 - 1]^2} \sin \frac{2\pi d}{\Lambda}, \qquad (7\text{-}142)$$

где $K = 1{,}275$ для $C = -20 \div 30$ *дб* и уменьшается до 1 для $C = -50 \div 60$ *дб*, а остальные обозначения ясны из рис. 7-78, *в* или такие же, что и в (7-14).

В тех случаях, когда требуется большая диапазонность и высокая направленность, применяют НО с большим числом отверстий связи, диаметр которых уменьшается от центра к краям по биномиальному закону. Прямоугольные волноводы в таких НО обычно соединяют по одной из стенок, так что оси их параллельны.

Другие типы линий передачи

Рассмотренные выше линии передачи нашли наиболее широкое применение. Однако иногда применяют и другие типы

линий передачи, которые более удобны в различных конкретных случаях применения.

Полосковые (ленточные) линии передачи (ПЛП). По существу ПЛП являются видоизмененными двухпроводными и коаксиальными линиями (см. рис. 7-66, *е*) и могут быть как симметричными, так и несимметричными.

Симметричные ПЛП представляют собой металлическую ленту (полоску), находящуюся между двумя более широкими полосками и изолированную от них либо сплошным диэлектриком, либо диэлектрическими стойками. Последние обладают, естественно, меньшими потерями. К симметричной ПЛП можно отнести и двухпроводную ленточную линию, описанную выше, если между лентами поместить диэлектрик.

Несимметричная ПЛП представляет собой металлическую полоску, расположенную над относительно большой металлической плоскостью и изолированную от нее диэлектриком. Обычно ПЛП конструируют так, чтобы в них могла распространяться только волна типа ТЕМ, для этого расстояние между полосками должно быть меньше половины длины волны в диэлектрике, применяемом для изоляции. Если при этом ширина полоски значительно больше толщины диэлектрика, то почти вся энергия сосредоточена вблизи линии. Излучение в полосковых линиях незначительно и мощность излучения составляет незначительную часть от передаваемой по линии. Затухание в ПЛП больше, чем в волноводах, но при правильно сконструированной ПЛП оно меньше, чем в коаксиальной линии с тем же диэлектриком.

Малые габариты ПЛП, широкополосность и экономичность позволяют использовать их в сантиметровом и даже миллиметровом диапазонах волн, причем удается создать весьма простые элементы ПЛП, такие как изгибы, ответвления, направленные ответвители, кольцевые мосты и т. п. Вопросы, связанные с конструированием ПЛП, достаточно полно освещены в [Л. 31, 41 и 42], где можно найти данные о конструкции многих элементов ПЛП.

Линии передачи поверхностных волн. К линиям передачи поверхностных волн относятся диэлектрический волновод, который часто выделяют в самостоятельную линию передачи, провод с диэлектрическим покрытием, провода с ребристыми структурами (см. рис. 7-66, *в*, *г*, *д*). Основной особенностью поверхностных волн, распространяющихся вдоль какой-либо линии поверхностных волн, является быстрое (по экспоненциальному закону) спадание амплитуды поля при удалении от линии. Однако поверхностная волна занимает некоторый объем вокруг линии и предметы, находящиеся вблизи нее, искажают картину поля, что приводит к возникновению отражений в линии и потерям. Уменьшение объема, занимаемого основной частью поверхностной волны (путем уменьшения диаметра линии), ведет к увеличению затухания в самой линии. Поэтому конструируя такую линию, надо учитывать и внешние воздействия и свойства самой линии.

К недостаткам линий с поверхностной волной следует отнести трудности, связанные с выполнением изгибов линии, так как при этом возникают потери на излучение и влияние на параметры линии метеорологических условий. Тем не менее простые в конструктивном отношении линии поверхностных волн могут найти практическое применение.

Для иллюстрации параметров линии поверхностной волны можно привести следующие данные: провод диаметром 1 *мм*, покрытый слоем диэлектрика ($\varepsilon=3$) толщиной $5 \cdot 10^{-7}$ *мм*, имеет затухание 0,025 *дб/м* при длине волны 10 *см*, причем 90% мощности находилось в зоне с радиусом 10 *см*.

Необходимые для расчетов линий поверхностной волны соотношения можно найти, например, в [Л. 30, 31, 32].

Радиочастотные кабели. Помимо коаксиальных кабелей, получивших очень широкое распространение, находят применение и другие типы радиочастотных кабелей — экранированные двухпроводные кабели, ленточные кабели, двухкоаксиальные кабели. Все эти кабели относятся к симметричным кабелям.

Экранированные двухпроводные кабели представляют собой двухпроводную линию, помещенную в экран, относительно которого провода линии фиксируются с помощью гибкого диэлектрика или диэлектрических шайб.

Ленточные кабели представляют собой двухпроводную линию, заключенную в гибком диэлектрике. Обычно — это два провода, заключенные в диэлектрик, расстояние между которыми поддерживается постоянным с помощью мостика из того же диэлектрика.

Двухкоаксиальный кабель представляет собой два одинаковых коаксиальных кабеля, заключенных в одну оболочку. Сопротивление и индуктивность такой симметричной линии в 2 раза больше, а емкость и проводимость изоляции в 2 раза меньше, чем у коаксиальных кабелей, образующих линию.

Волновое сопротивление двухкоаксиального кабеля будет в 2 раза больше, чем образующего его кабеля.

Отечественная промышленность выпускает симметричные кабели с волновыми сопротивлениями, равными 75, 100, 150, 200 и 300 *ом*. Маркировка симметричных кабелей такая же, как и коаксиальных, но начальные буквы маркировки не РК, а РД (радиочастотный, двужильный).

Метод расчета симметричных радиочастотных кабелей и параметры кабелей, выпускаемых промышленностью, можно найти в [Л. 31].

Спиральные радиочастотные кабели представляют собой коаксиальный кабель со спиральным внутренним проводником, что значительно увеличивает индуктивность

кабеля, а следовательно, и его волновое сопротивление. Это позволяет получать кабели с волновым сопротивлением в несколько сотен и тысяч омов. Так как время распространения волны в таком кабеле увеличивается, то их удобно применять в качестве линий задержки. Спиральные кабели удобно применять для широкополосного согласования волновых сопротивлений, так как при плавном изменении шага спирали изменяется и волновое сопротивление. Сведения, необходимые для расчета спиральных кабелей, можно найти в [Л. 31].

Волноводы П- *и* Н-*образного сечения.* Кроме волноводов с прямоугольной и круглой формой поперечного сечения, применяются волноводы например, с П- и Н-образной формой поперечного сечения. Интерес к ним проявляется прежде всего потому, что при равных с прямоугольным волноводом габаритах П и Н-образные волноводы имеют более длинную критическую волну, более низкое волновое сопротивление и могут работать в более широкой полосе частот без появления волн высшего типа. Однако П- и Н-волноводы имеют большее затухание и более низкую допустимую мощность, чем прямоугольные волноводы. Последний недостаток можно в значительной мере устранить, закругляя углы волновода. П- и Н-волноводы целесообразно применять при работе в очень широкой полосе частот и в качестве различного рода согласующих элементов.

Методы расчета параметров П- и Н-волноводов можно найти в ряде книг [Л. 30, 31].

Согласование сопротивлений в линиях передач

В регулярной линии передачи, имеющей бесконечную длину или нагруженной на конце на активное сопротивление, равное волновому сопротивлению линии, устанавливается режим бегущей волны. В реальном фидерном тракте имеется много неоднородностей, которые вызывают отраженные волны. Отраженную волну вызывает и включенная на конце линии нагрузка, сопротивление которой не равно волновому сопротивлению линии.

Наличие отраженной волны ведет к увеличению потерь при передаче мощности и уменьшению величины максимальной мощности, которую можно передавать по линии без опасности пробоя. По этим причинам всегда стремятся в линии передачи создать режим бегущей волны.

Определение величины отраженной волны и ее устранение (компенсация) связано с большими математическими операциями. Для получения простых, но приемлемых на практике приближенных решений конкретную линию передачи заменяют эквивалентной двухпроводной линией, а неоднородности — сосредоточенными элементами, включенными в линию в соответствующем месте. Если учитывать в линии передачи существование только одного типа волны, то ее можно представить в виде эквивалентной длинной линии с волновым сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии. Иначе говоря, для каждого типа волны в линии передачи должна быть своя эквивалентная линия, длина волны в которой равна длине волны в линии.

Неоднородность в линии передачи, в том числе и нагрузку, характеризуют с помощью комплексного коэффициента отражения p, под которым понимают отношение напряжения (напряженности поля) отраженной волны к напряжению (напряженности поля) падающей волны у неоднородности (нагрузки). Коэффициент отражения p можно рассматривать и в любом сечении линии, отстоящем от неоднородности нагрузки (см. § 5-11). Коэффициент отражения связан с сопротивлением нагрузки соотношением

$$Z_н = \frac{1+p}{1-p} Z_{нф}. \qquad (7\text{-}143)$$

О величине отраженной волны в линии передачи судят по величине КБВ, который равен отношению минимального напряжения (напряженности поля) в линии к максимальному и обычно определяется экспериментальным путем. Коэффициент бегущей волны связан с модулем коэффициента отражения соотношением

$$КБВ = \frac{1-|p|}{1+|p|}. \qquad (7\text{-}144)$$

Полезно помнить, что сопротивление линии в сечении, где напряжение минимально, равно величине КБВ, умноженного на волновое сопротивление линии. В сечении, где напряжение максимально, сопротивление равно величине, обратной КБВ, называемой коэффициентом стоячей волны (КСВ), умноженной на волновое сопротивление линии. Указанное обстоятельство дает возможность определять экспериментальным путем величину нагрузки линии по измеренным КБВ и положению минимума напряжения в линии. Для этого достаточно пересчитать (см. разд. 5) известное сопротивление в минимуме (максимуме) напряжения к концу линии.

Устранение в линии передачи отраженной волны, вызванной отличием сопротивления нагрузки на конце от волнового сопротивления линии или какой-либо неоднородностью в линии (изгиб, ответвление и т. п.), называется согласованием линии. Согласование линии на фиксированной частоте решается довольно просто. Для согласования нагрузки с линией применяют устройства, трансформирующие сопротивление нагрузки в активное сопротивление, равное волновому сопротивлению линии. В качестве таких устройств используют реактивные элементы, не вызывающие дополнительных потерь. Согласование неоднородностей обычно производят путем создания в линии второй неоднородности, которая вызывает отраженную волну, амплитуда

которой равна амплитуде волны, отраженной первой неоднородностью, а фаза противоположна.

Четвертьволновый трансформатор позволяет согласовать с линией активную нагрузку $R_н$, если волновое сопротивление линии, образующей трансформатор $Z_{тр}$, равно:

$$Z_{тр} = \sqrt{R_н Z_{0ф}}\,. \quad (7\text{-}145)$$

Длина линии трансформатора равна четверти длины волны в этой линии. Это следует учитывать, например, при конструировании волноводных четвертьволновых тран-

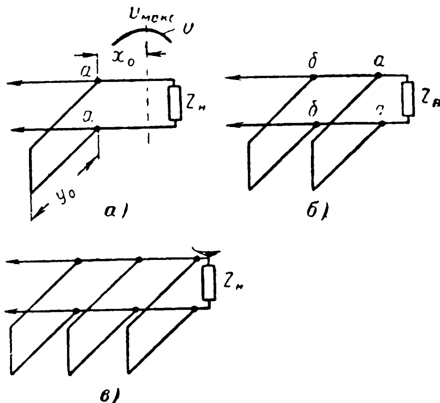


Рис. 7-79. Согласование с помощью реактивных шлейфов.

а — одношлейфовый трансформатор; *б* — двухшлейфовый трансформатор; *в* — трехшлейфовый трансформатор.

сформаторов, так как в этом случае изменение размеров волновода для получения нужного $Z_{тр}$ может изменить длину волны.

Четвертьволновый трансформатор возможно применить и для согласования комплексной нагрузки. В этом случае трансформатор включают в ближайшую к нагрузке точку линии с максимумом или минимумом напряжения, т. е. в то сечение линии, где сопротивление чисто активное.

Недостатком четвертьволнового трансформатора является необходимость разрыва линии. С этой точки зрения более удобны схемы согласования с помощью реактивных шлейфов.

Согласование с помощью реактивного шлейфа (рис. 7-79, *а*). Идея согласования нагрузки с помощью реактивного шлейфа заключается в подключении к точкам *аа* линии, где пересчитанная к этим точкам активная проводимость равна величине, обратной волновому сопротивлению линии ($1/Z_{0ф}$). К этим точкам подключают короткозамкнутый отрезок линии (шлейф), входная проводимость которого носит чисто реактивный характер, причем эта проводимость должна быть равна по величине и обратна по знаку реактивной составляющей проводимости нагрузки, пересчитанной в точке *аа*. Таким образом, реактивная составляющая в сечении *аа* компенсируется и сопротивление в этом сечении становится активным и равным волновому сопротивлению линии.

Расстояние от первого максимума напряжения в линии до точек подключения шлейфа x_0 можно определить по формуле

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\Lambda} x_0\right) = \sqrt{КБВ}\,, \quad (7\text{-}146)$$

а длину шлейфа y_0 — из соотношения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\Lambda} y_0\right) = \frac{z_{0ф}}{z_{шл}} \frac{\sqrt{КБВ}}{(1-КБВ)}. \quad (7\text{-}147)$$

Двухшлейфное согласование (рис. 7-79, *б*). Согласование с помощью одного шлейфа неудобно тем, что в экранированных линиях трудно уточнять место включения шлейфа. В этом случае применяют согласование с помощью двух шлейфов, подключенных к линии на некотором расстоянии. На практике часто расстояние между шлейфами берут равным $\lambda/8$ или $3/8\lambda$. Изменяя длину первого от нагрузки шлейфа, добиваются того, чтобы в точках подключения второго шлейфа *бб* активная проводимость равнялась величине, обратной волновому сопротивлению линии, т. е. $1/Z_{0ф}$. Реактивность в точках *бб* компенсируется с помощью второго шлейфа. Расчет двухшлейфового согласования удобно производить с помощью круговой диаграммы полных сопротивлений (см. § 5-12).

Однако с помощью закрепленных шлейфов можно согласовать не всякую нагрузку. Может оказаться, что для согласования необходимо переместить оба шлейфа вдоль линии на некоторое расстояние. Этот недостаток устраняется применением трех шлейфов.

Трехшлейфное согласование. Включение в линию трех шлейфов (рис. 7-79, *в*) позволяет согласовать линию с любой нагрузкой. Согласование осуществляется либо с помощью первых двух шлейфов при отключенном третьем (для этого его длину устанавливают равной четверти длины волны), либо с помощью второго и третьего шлейфов при отключенном первом. Таким образом, фактически согласование осуществляется с помощью двух шлейфов, а третий лишь устраняет необходимость перемещения двух шлейфов вдоль линии.

Индуктивный стержень в волноводе широко используется на практике для компенсации отражений от различного рода неоднородностей. Стержень (штырь) располагается в волноводе параллельно узкой стенке и соединяет верхнюю и нижнюю широкие стенки волновода Нормированное к волновому сопротивлению волновода реактивное сопротивление стержня можно определить по формуле

$$x = \frac{a}{2\Lambda} \csc^2\left(\frac{\pi d}{a}\right)\left[\ln\left(\frac{2a}{\pi r} \sin \frac{\pi d}{a}\right) - \right.$$

$$-\sin^2\left(\frac{\pi d}{a}\right)\left(2+\frac{k^2a^2}{\pi^2}\right)+$$

$$+k^2d^2\left(\frac{3}{2}+\frac{\pi^2 d^2}{36a^2}-\ln\frac{2\pi d}{a}\right)\Bigg], \quad (7\text{-}148)$$

где $k=2\pi/\lambda$, λ — длина волны в воздухе; Λ — длина волны в волноводе, а остальные обозначения ясны из рис. 7-80.

Для согласования волновода можно также использовать емкостные и индуктивные диафрагмы, однако на практике их используют значительно реже, чем индуктивный штырь.

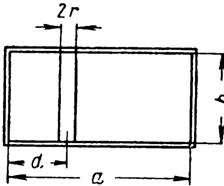


Рис. 7-80. Индуктивный стержень в прямоугольном волноводе.

Указанные выше методы согласования являются узкополосными. Для широкополосного согласования активных сопротивлений (в том числе и линий с разными волновыми сопротивлениями) широко применяются ступенчатые и плавные переходы, представляющие собой линии со скачкообразным (ступенчатым) или плавным изменением волнового сопротивления. Ступенчатые переходы имеют меньшую длину по сравнению с плавными, но плавные могут пропускать большую мощность.

Экспоненциальный переход представляет собой простейший плавный переход, у которого волновое сопротивление $Z_п(x)$ изменяется по закону

$$Z_п(x)=\sqrt{Z_1Z_2}\; e^{\frac{x}{l}\ln\frac{Z_2}{Z_1}}, \quad (7\text{-}149)$$

где Z_1 и Z_2 — волновые сопротивления согласуемых линий (Z_2 может быть сопротивлением активной нагрузки), l — длина экспоненциальной линии. Полное согласование получается лишь при l, кратной половине длины волны. С увеличением длины перехода согласование в полосе частот улучшается.

Вероятностный переход представляет собой линию, волновое сопротивление которой изменяется по закону

$$Z_п(x)=\sqrt{Z_1Z_2}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{\Phi\left(2\sqrt{2}\,n\frac{x}{l}\right)}{\Phi\left(2\sqrt{2}\,n\right)}\frac{1}{2}\ln\frac{Z_2}{Z_1}\right], \quad (7\text{-}150)$$

где n — параметр, выбираемый в пределах от 0 (экспоненциальный переход) до нескольких единиц;

$\Phi\left(2\sqrt{2}n\frac{x}{l}\right)$ и $\Phi\left(2\sqrt{2}\,n\right)$ — интеграл вероятности от аргумента, стоящего в скобках, значение которого можно найти в математических справочниках.

Вероятностный переход должен иметь тем большую длину, чем больше параметр n, однако качество согласования при этом также улучшается.

Методы расчета ступенчатых переходов подробно изложены в [Л. 29].

Задача согласования комплексного сопротивления с линией передачи является весьма сложной. Согласование может быть достигнуто путем подключения к комплексной нагрузке таких реактивных элементов, которые в заданной полосе частот компенсируют реактивность нагрузки. Следует отметить, что с помощью пассивных линейных четырехполосников без потерь согласование комплексного сопротивления с активным возможно при некоторых ограничениях, накладываемых на степень согласования и полосу частот [Л. 7-43].

Максимальная мощность, передаваемая линией передачи, и ее к. п. д.

Мощность, передаваемая линией передачи, ограничивается предельной напряженностью электрического поля в линии, превышение которой приводит к электрическому пробою. Мощность, передаваемая регулярной линией передачи и соответствующая предельной напряженности поля, называется предельной мощностью. Допустимая рабочая мощность рассчитывается с учетом необходимого запаса электрической прочности поля в линии, вызванного неоднородностями и наличием отраженной волны.

Допустимая мощность в двухпроводной линии определяется соотношением

$$P_{доп}=\frac{U^2_{доп}}{Z_{оф}}\text{КБВ}, \quad (7\text{-}151)$$

где $U_{доп}$ — допустимое напряжение на линии. $U_{доп}$ должно быть меньше критического, т. е. меньше напряжения $U_{пр}$, при котором в неблагоприятных условиях может возникнуть факельное истечение, определяемое в коротковолновом диапазоне (для проводов диаметром 2 *мм*, находящихся в воздухе), по эмпирической формуле

$$U_{пр}=2\sqrt{19+0{,}029\,\lambda^2_м}, \; кв. \quad (7\text{-}152)$$

Допустимая мощность в коаксиальном кабеле равна:

$$P_{доп}=\frac{U^2_{доп}}{Z_{оф}}\text{КБВ}, \quad (7\text{-}153)$$

где $U_{доп}$ — допустимое напряжение для данного кабеля, которое дается в справочных таблицах по коаксиальным кабелям.

Для кабелей с воздушным заполнением допустимая мощность равна:

$$P_{доп} = \frac{E^2_{доп}}{8Z_{0ф}} d \cdot КБВ \left(\ln \frac{D}{d}\right)^2, \ вт, \quad (7\text{-}154)$$

где $E^2_{доп}$ — амплитуда допустимой напряженности поля, *в/см*.

Следует иметь в виду, что при нормальном атмосферном давлении напряженность поля, при которой наступает пробой, равна 30 000 *в/см*. Допустимую напряженность поля можно положить при этих же условиях равной $(15 \div 20) 10^3$ *в/см*.

Допустимая мощность для прямоугольного волновода с волной H_{10}

$$P_{доп} = 6{,}63 \cdot 10^{-4} E^2_{доп} ab \times \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}, \ вт; \quad (7\text{-}155)$$

круглого волновода с волной H_{11}

$$P_{доп} = 19{,}9 \cdot 10^{-4} E^2_{доп} a^2 \times \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3{,}41a}\right)^2} \ КБВ, \ вт; \quad (7\text{-}156)$$

круглого волновода с волной E_{01}

$$P_{доп} = 11{,}3 \cdot 10^{-4} a^2 E^2_{доп} \left(\frac{2{,}61a}{\lambda}\right)^2 \times \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2{,}61a}\right)^2} \ КБВ, \ вт. \quad (7\text{-}157)$$

Коэффициент полезного действия линии передачи, определяемый как отношение мощности в конце линии (у нагрузки) к мощности в начале линии при малом затухании, равен:

$$\eta \approx \frac{1}{1 + \beta l \left(\frac{1}{КБВ} + КБВ\right)},$$

где β — коэффициент затухания в *неп/м*;
l — длина линии в метрах.

При КБВ>0,5÷0,6 к. п. д. с хорошей точностью можно рассчитать по приближенной формуле

$$\eta \approx \frac{1}{1 + 2\beta l}, \quad (7\text{-}158)$$

а при $\beta l < 0{,}1 \div 0{,}2$ *неп*

$$\eta \approx (1 \div 2) \beta l. \quad (7\text{-}159)$$

Симметрирующие устройства

Для питания симметричных антенн с помощью несимметричной линии передачи (например, полуволнового вибратора с помощью коаксиального кабеля) применяют симметрирующие устройства. Назначение этих устройств заключается в сохранении свойств симметричной антенны и устранении антенного эффекта фидера, который возникает при питании симметричных антенн несимметричным фидером и заключается в том, что фидер сам начинает излучать (принимать) радиоволны. Симметрирующие схемы необходимы и при переходе от несимметричной линии передачи к симметричной и наоборот.

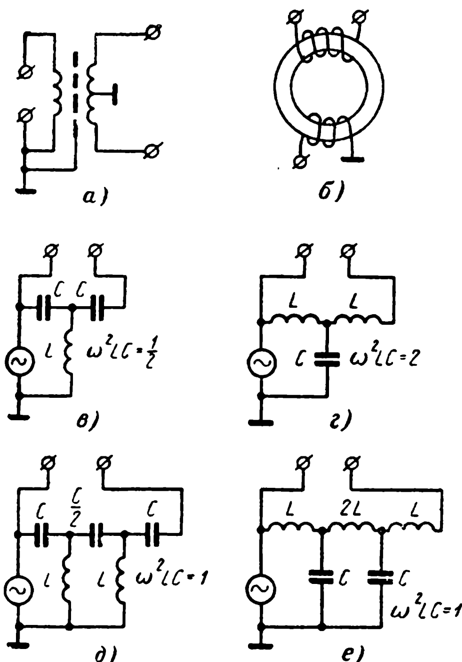


Рис. 7-81. Симметрирующие устройства коротковолнового диапазона.

а — симметрирующий трансформатор с электростатическим экраном; *б* — трансформатор с ферритовым сердечником; *в*, *г* — симметрирующие четырехполосники из одного Т-звена; *д*, *е* — симметрирующие четырехполосники из двух Т-звеньев.

Иногда симметрия питания нарушается несимметричным выходом передатчика (входом приемника). В этом случае симметрирующее устройство включается между передатчиком (приемником) и симметричным фидером.

В диапазоне коротких волн используются симметрирующие устройства, схемы которых показаны на рис. 7-81. Трансформатор с электростатическим экраном (незамкнутый заземленный виток из металлической полосы или сетки) проектируют, исходя из условия согласования

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}, \quad (7\text{-}160)$$

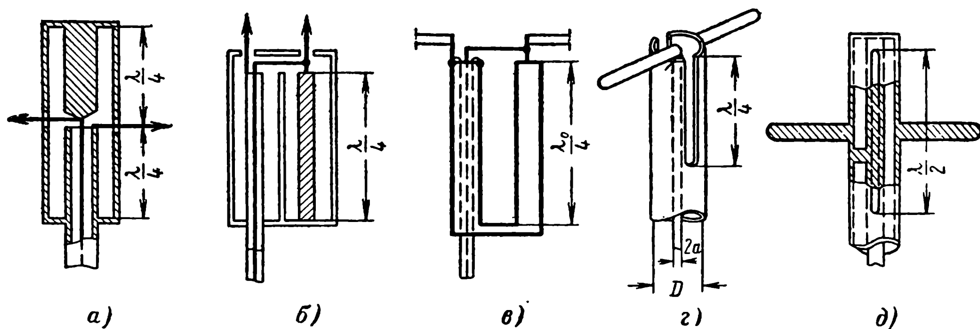


Рис. 7-82. Симметрирующие устройства ультракоротких волн.

а — широкодиапазонное устройство из двух четвертьволновых стаканов; *б* — укороченное широкодиапазонное симметрирующее устройство; *в* — симметрирующий шлейф; *г* — симметрирующее устройство с четвертьволновой щелью; *д* — симметрирующее устройство с полуволновой щелью.

где N_1 и N_2 — числа витков обмоток;
R_1 и R_2 — величины сопротивлений, подлежащих согласованию.

Трансформатор с тороидальным ферритовым сердечником может не иметь электростатического экрана при хорошей симметрии. Однако к. п. д. таких трансформаторов не очень хороший и часто в качестве симметрирующих устройств используют симметрирующие четырехполосники (рис. 7-81,*в*, *г*, *д*, *е*). Входное сопротивление симметрирующего устройства $Z_{вх}$ для схем 7-81,*г* равно:

$$Z_{вх}=\frac{Z_А}{2\left(2+\frac{Z_А}{iX}\right)}, \qquad (7\text{-}161)$$

где $Z_А$ — сопротивление нагрузки симметрирующего устройства, а $X=1/\omega C$ для рис. 7-81,*в* и $X=\omega L$ для рис. 7-81,*г*.

Для симметрирующих устройств (рис. 7-81, *д*, *е*) их входное сопротивление равно:

$$Z_{вх}=\frac{Z_А}{4}. \qquad (7\text{-}162)$$

Для симметрирования возможно использовать и мостовые схемы.

В диапазоне ультракоротких волн, где в качестве фидеров широко используются коаксиальные кабели, в качестве симметрирующих устройств часто используют четвертьволновый стакан (рис. 7-43, *а*), U-образное колено (7-43, *б*) и U-образное колено с четвертьволновым трансформатором (рис. 7-45). Эти устройства являются узкополосными. Для сохранения симметрирующих свойств четвертьволнового стакана к его нагрузке присоединяют второй четвертьволновый стакан (рис. 7-82,*а*). Такое устройство сохраняет симметричность питания при изменении частоты, однако его входное сопротивление при этом изменяется. Расширить рабочий диапазон такого устройства с точки зрения сохранения входного сопротивления возможно, если волновое сопротивление коаксиальных линий $Z_{тр}$, образующих стаканы, выбрать равным:

$$Z_{тр}=\frac{R_А^2}{2Z_{0ф}}, \qquad (7\text{-}163)$$

где $R_А$ — сопротивление нагрузки, а $Z_{0ф}$ — волновое сопротивление фидера.

С целью уменьшения длины симметрирующего устройства из двух четвертьволновых стаканов его иногда изгибают так, как это показано на рис. 7-82,*б*.

На практике часто используют симметрирующий шлейф (рис. 7-82,*в*) для симметрирования в широкой полосе частот. Обычно длину шлейфа выбирают равной четверти средней длины волны диапазона, когда входное сопротивление шлейфа равно бесконечности и шлейф не влияет на величину входного сопротивления нагрузки. Расширить диапазон по согласованию можно, выбирая волновое сопротивление $Z_ш$ двухпроводной линии, образующей шлейф:

$$Z_ш=\frac{R_А^2}{Z_{0ф}}. \qquad (7\text{-}164)$$

Весьма широкое применение нашли также щелевые симметрирующие устройства. На рис. 7-82, *г* приведено симметрирующее устройство с использованием симметричного полуволнового вибратора. Центральный проводник кабеля присоединяется к внешнему проводнику в точке *а*. Для согласования необходимо выполнить условие

$$Z_с^2=R_А\,Z_{0ф}, \qquad (7\text{-}165)$$

где $Z_{0ф}$ — волновое сопротивление фидера;
$Z_с$ — волновое сопротивление полукоаксиальных линий, образованных центральным проводником кабеля и половинками его внешнего проводника, которое равно:

$$Z_с=276\lg\frac{D}{2a}. \qquad (7\text{-}166)$$

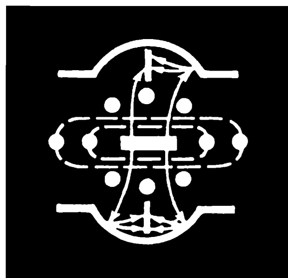
Симметрирующее устройство с использованием полуволновой щели (рис. 7-82, *д*), имеет короткозамыкающую перемычку. Ее место выбирается исходя из условия согласования нагрузки с кабелем. Часто перемычка располагается в середине щели, где подсоединяется нагрузка. Симметрирующее устройство с полуволновой щелью имеет более широкий диапазон, чем устройство с четвертьволновой щелью, и часто используется для возбуждения вибраторных облучателей антенн оптического типа.

Более подробное описание упомянутых симметрирующих устройств и устройств других разнообразных типов приведено в [Л. 32].

В последнее время в линиях передачи особенно в волноводах находят широкое применение устройства с применением ферритов. Описание такого рода различных устройств и их применение на сверхвысоких частотах приведено в [Л. 34].

ЛИТЕРАТУРА

1. Пистолькорс А. А., Антенны, Связьиздат, 1947.
2. Домбровский И. А., Антенны, Связьиздат, 1951.
3. Надененко С. И., Антенны, Связьиздат, 1959.
4. Щелкунов С. и Фриис Г., Антенны (теория и практика), пер. с англ. изд-во «Советское радио», 1955.
5. Белоусов С. П., Направленные антенны для профессионального приема радиовещания в диапазоне 200—2 000 *м*, Связьиздат, 1961.
6. Айзенберг Г. З., Антенны для магистральных коротковолновых радиосвязей, Связьиздат, 1948.
7. Айзенберг Г. З., Коротковолновые антенны, Связьиздат, 1962.
8. Фельд Я. Н., Основы теории щелевых антенн, изд-во «Советское радио», 1948.
9. Шубарин Ю. В., Антенны сверхвысоких частот, изд. Харьковского университета, 1960.
10. Айзенберг Г. З., Антенны ультракоротких волн, Связьиздат, 1957.
11. Фрадин А. З., Антенны сверхвысоких частот, изд-во «Советское радио», 1957.
12. Никольский В. В., Антенны, изд-во «Связь», 1966
13. Марков Г. Т., Антенны, Госэнергоиздат, 1960.
14. Белоцерковский Г. Б., Антенны, Оборонгиз, 1962.
15. Резников Г. Б., Самолетные антенны, изд-во «Советское радио», 1962.
16. Антенны сантиметровых волн, т. I и II, под ред. Я. Н. Фельда, изд-во «Советское радио», 1950.
17. Драбкин А. Л. и Зузенко В. Л., Антенно-фидерные устройства, изд-во «Советское радио», 1961.
18. Ульянов Б. И., Антенны, Судпромгиз, 1957.
19. Покрасс А. М., Перископические антенны и беспроводные линии передачи, Связьиздат, 1963.
20. Верещагин Е. М., Антенны и распространение радиоволн, Воениздат, 1964.
21. Антенные решетки (обзор зарубежных работ), под ред. Л. С. Бененсона, изд-во «Советское радио», 1966.
22. Дорохов А. П., Расчет и конструирование антенно-фидерных устройств, изд. Харьковского университета, 1960.
23. Фибранц А., Антенные устройства для приема телевидения и радиовещания, пер. с нем., изд-во «Связь», 1964.
24. Фрадин А. З. и Рыжков Е. В., Измерение параметров антенно-фидерных устройств, Связьиздат, 1962.
25. Вайнштейн Л. А., Электромагнитные волны, изд-во «Советское радио», 1957.
26. Линии передачи сантиметровых волн, т. I и II, пер. с англ., под ред. Г. А. Ремеза, изд-во «Советское радио», 1951.
27. Белоруссов Н. И., Гроднев И. И., Радиочастотные кабели. Госэнергоиздат, 1952.
28. Справочник по волноводам, пер. с англ. под ред. Я. Н. Фельда, изд-во «Советское радио», 1952.
29. Фельдштейн А. Л., и др., Справочник по элементам волноводной техники, Госэнергоиздат, 1963.
30. Жук М. С., Молочков Ю. Б., Проектирование антенно-фидерных устройств, изд-во «Энергия», 1966.
31. Ефимов И. Е., Радиочастотные линии передачи, изд-во «Советское радио», 1964.
32. Мейнке Х., Гундлак Ф., Радиотехнический справочник, Госэнергоиздат, 1960.
33. Харвей А. Ф., Техника сверхвысоких частот, т. I и II, пер. с англ., под ред. В. И. Сушкевича, изд-во «Советское радио», 1965.
34. Микаэлян А. Л., Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах, Госэнергоиздат, 1963.
35. Печатные схемы сантиметрового диапазона, Сб. статей под ред. В. И. Сушкевича. Изд-во иностр. лит., 1956.
36. Полосковые системы сверхвысоких частот, Сб. статей под ред. В. И. Сушкевича. Изд-во иностр. лит., 1950.
37. Фано Р. Теоретические ограничения полосы согласования произвольных импедансов, изд-во «Советское радио», 1965.
38. Сканирующие антенные системы СВЧ пер. с англ., изд-во «Советское радио», 1966.
39. Сверхширокополосные антенны, пер. с англ., изд-во «Советское радио», 1964.



РАЗДЕЛ 8

ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫЕ ПРИБОРЫ



СОДЕРЖАНИЕ

8-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Принципы классификации. Электровакуумными называют такие приборы, действие которых связано с использованием электрических явлений в рабочем пространстве (баллоне) прибора: электронного разряда в высокоразреженном газе (вакууме) или электрического разряда в газе или парах. Различают, таким образом, электронные электровакуумные и ионные электровакуумные приборы.

В качестве признаков классификации электровакуумных приборов приняты также: принцип образования потока свободных электронов или род катода (приборы с термоэлектронным катодом, фотоэлектрические приборы), метод управления электронным потоком (электроннолучевые приборы), основное назначение (генераторные, частотопреобразовательные лампы и др.), число электродов (двух-, трех-, многоэлектродные лампы), конструкция баллона или электродов прибора и т. п.

Основные свойства. Электровакуумные приборы обладают многими важными свойствами для широкого круга практических применений. Например, наиболее ценное качество этих приборов — их быстродействие. Большая величина отношения заряда электрона *e*, определяющего силу воздействия на него электрических и магнитных полей, к массе электрона *m*, характеризующей его инерционные свойства ($e/m = 1{,}759 \cdot 10^8$ *к/г*), позволяет изменять движение электронов за очень короткие (до 10^{-10} *сек*) промежутки времени, т. е. управлять процессами в приборе практически безынерционно.

Не менее важно и другое характерное свойство. Управление рабочими процессами в электровакуумных приборах обычно не требует затраты значительной мощности. Воздействие на электронный поток осуществляется путем изменения напряжений на тех электродах, в цепях которых ток практически отсутствует.

Элементы конструкции. В любом электровакуумном приборе можно выделить три основных конструктивных элемента: баллон,

систему электродов и цоколь или группу выводов.

Баллон изолирует электроды и рабочее пространство прибора от окружающей среды. Баллоны изготовляются из стекла, металла или специальной керамики. Применяются также металлостеклянные или металлокерамические баллоны.

В баллонах электронных электровакуумных приборов создается разрежение порядка 10^{-7}—10^{-6} *мм рт. ст.*

Баллоны ионных приборов заполняются инертными газами, водородом, смесью водорода с парами воды, парами ртути и т. д. Давление газа порядка 10^{-2}—10^{-1} *мм рт. ст.*

Электроды прибора монтируются с помощью специальных металлических держателей, стоек, керамических или слюдяных изоляторов в единую систему, которая впаивается в дно баллона.

Один из электродов — катод предназначен для образования потока свободных электронов (эмиссии). Вылет электронов с поверхности катода может происходить при нагревании катода (термоэлектронная эмиссия), облучении катода световым потоком (фотоэлектронная эмиссия), бомбардировке катода электронами или ионами (вторичная эмиссия) и т. п. В зависимости от вида эмиссии различают термоэлектронные, фотоэлектронные и вторичноэлектронные катоды. Наиболее распространены термоэлектронные катоды. Если подогрев осуществляется током, протекающим по самому катоду, то такой катод называют катодом прямого накала. Эти катоды питаются обычно постоянным током. В катодах косвенного накала (подогревных) имеется подогреватель — нить, помещенная внутри собственно катода и электрически изолированная от него. Для разогрева катода косвенного накала может быть использован постоянный и переменный ток.

Рабочая поверхность термоэлектронных катодов покрывается специальным составом, не требующим значительной тепловой энергии для эмиссии (с малой работой выхода). Чаще всего катоды покрывают оксидом — смесью окислов стронция, бария и кальция.

Анодом называют электрод, служащий для собирания основного потока электронов. Аноды изготовляют из никеля, алюминированнного железа, а в мощных лампах — из меди, молибдена и др.

В большинстве электронных и ионных приборов в качестве электродов, управляющих электронным потоком, используются сетки. Чаще всего сетки выполняются в виде спирали из никелевой проволоки, навиваемой на специальные держатели — траверсы.

Выводы электродов ввариваются в дно или в стенки баллона и в большинстве приборов припаиваются к металлическим ножкам — штырькам, укрепленным в пластмассовой, стеклянной или керамической оправке, образующей цоколь. Порядок расположения выводов — цоколевка прибора указывается в паспорте и в справочниках.

Условные обозначения электронных и ионных приборов на радиотехнических схемах регламентируются ГОСТ 7624-62.

8-2. ДВУХЭЛЕКТРОДНЫЕ ЛАМПЫ

Принцип действия. Электронные лампы, содержащие лишь два электрода — анод и катод, называют диодами.

Анод диода обычно имеет форму цилиндра или плоского параллелепипеда. В первом случае катод выполняется в виде нити или же имеет цилиндрическую форму, но меньшего диаметра, и помещается внутри анода. В диодах плоской конструкции катод чаще всего изготовляется из тонкой проволоки в форме букв V или W и укрепляется внутри анода на оттяжках. В диодах применяются как подогревные катоды, так и катоды прямого накала.

Катод разогревается до рабочей температуры током от специального источника, создающего номинальной величины ток $I_н$ или напряжение $U_н$ накала. Потенциал катода в диодах, как и в других электронных лампах, принимают равным нулю; напряжение на других электродах отсчитывается относительно катода.

Если на анод подано от внешней батареи $E_а$ положительное относительно катода напряжение ($U_а>0$), то электроны, увлекаемые электрическим полем, движутся к аноду.

В диоде и во внешней цепи течет анодный ток $I_а$, направленный в междуэлектродном пространстве от анода к катоду. При изменении полярности батареи $E_а$ ток в диоде прекращается; электроны, отталкиваемые электрическим полем возвращаются на катод. Таким образом, ток в диоде может протекать лишь в одном направлении — от анода к катоду; диод является униполярным, вентильным прибором.

Статические характеристики

Величина анодного тока зависит от интенсивности эмиссии, т. е. от тока эмиссии I_e и анодного напряжения $U_а$. Обычно лампы работают при неизменном рабочем напряжении накала и, следовательно, ток эмиссии не меняется. Поэтому зависимость $I_а=f(U_а)$ при $U_н=\text{const}$ является основной для диода и называется анодной характеристикой (рис. 8-1).

Характеристика отражает следующие физические процессы в диоде. При $U_а=0$ электроны не попадают на анод и в междуэлектродном пространстве лампы образуется скопление электронов — отрицательный объемный заряд. При повышении анодного напряжения часть электронов уходит на анод: у его поверхности поле объемного заряда компенсируется полем анода. Область отрицательного объемного

заряда (отрицательного относительно катода потенциала) сохраняется лишь в прикатодной части лампы. Этот потенциальный барьер у поверхности катода преодолевают лишь наиболее быстрые электроны, устремляющиеся затем к аноду и образующие анодный ток. Более медленные электроны

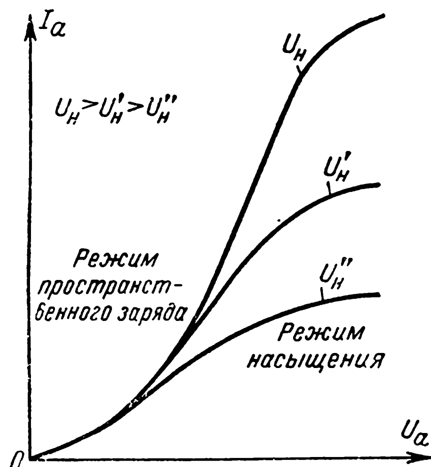


Рис. 8-1. Анодная характеристика диода.

тормозятся в области отрицательного потенциала и возвращаются обратно на катод. Вблизи катода существует отрицательный пространственный заряд, находящийся при фиксированных значениях $U_н$ и $U_а$ в динамическом равновесии. Этот режим, называемый режимом пространственного заряда, соответствует восходящему участку вольт-амперной характеристики диода и является рабочим режимом лампы.

По мере увеличения анодного напряжения плотность пространственного заряда у катода уменьшается, и при некотором значении $U_а$ наступает режим насыщения. Область отрицательного потенциала у катода исчезает; все эмиттированные катодом электроны уходят на анод; анодный ток равен току эмиссии I_e и может быть увеличен только путем увеличения последнего. Этому режиму соответствует пологая часть анодной характеристики.

Закон степени $^3/_2$. Аналитически зависимость $I_а = f(U_а)$ (идеальная анодная характеристика) в режиме пространственного заряда описывается законом степени $^3/_2$

$$I_а = 2{,}33 \cdot 10^{-6} \frac{Q_а}{\beta^2 r_а^2} U_а^{3/2}; \qquad (8\text{-}1)$$

где $I_а$ — анодный ток в амперах;

$Q_а$ — эффективная поверхность анода;

$r_а$ — радиус анода в диодах цилиндрической конструкции или расстояние анод — катод в лампах плоской конструкции; $\beta = f(r_а/r_к)$, где $r_к$ — радиус катода. Для плоской конструкции электродов ($r_а \gg r_к$) $\beta^2 = 1$; для цилиндрических электродов β^2 уменьшается с уменьшением отношения $r_а/r_к$ (при $r_а/r_к = 3$ $\beta^2 \approx 0{,}3$).

В режиме насыщения идеальная анодная характеристика представляет собой прямую, параллельную оси $OU_а$.

Реальные характеристики диода отличаются от идеальной вследствие разброса начальных скоростей эмиттированных электронов, неодинаковой температуры поверхности катода, асимметрии электродов и других причин, не учитываемых при выводе закона степени $^3/_2$.

Статические параметры

Степень зависимости анодного тока от напряжения на аноде описывается статическими параметрами лампы.

Крутизна характеристики S отображает зависимость анодного тока от анодного напряжения вблизи некоторой точки *А* анодной характеристики (рис. 8-2) и равна по величине тангенсу угла наклона касательной к этой точке:

$$S = \frac{dI_а}{dU_а}, \ ма/в. \qquad (8\text{-}2)$$

Дифференциальное сопротивление R_i в диоде — величина, обратная крутизне *S*, позволяет рассматривать двухэлектродную лампу как некоторое сопротивление протекающему через нее переменному току. Дифференциальное сопротивление позволяет оценить связь между амплитудой тока $I_{а.макс}$ и амплитудой переменного напряжения $U_{а.макс}$, если к диоду, помимо постоянного напряжения $U_{аi}$, подведено также переменное напряжение $u = U_{а.м} \sin \omega t$.

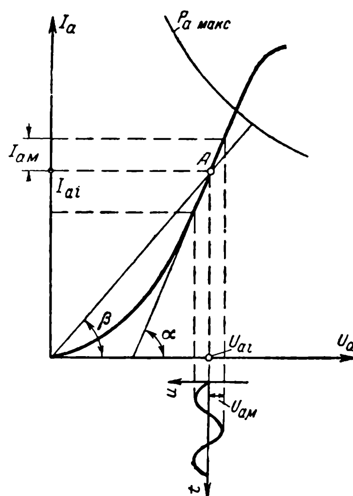


Рис. 8-2. Определение статических параметров диода.

Величина R_i зависит от нелинейности характеристики вблизи точки A.

Геометрически R_i определяется как котангенс угла α наклона касательной к точке A:

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a}, \text{ ом}. \qquad (8\text{-}3)$$

Величины S и R_i для различных диодов лежат в пределах 0,5—6 *ма/в* и 2—0,15 *ком* соответственно.

Сопротивление диода постоянному току

$$R_0 = \frac{U_{ai}}{I_{ai}}, \text{ ом}. \qquad (8\text{-}4)$$

Величина R_0 не зависит от характера кривой вблизи точки A, а только от координат этой точки. Геометрически R_0 определяется как котангенс угла β наклона прямой, проведенной из начала координат в заданную точку (рис. 8-2).

Предельная величина мощности, выделяемой на аноде,

$$P_{\text{а.макс}} = (I_a U_a)_{\text{макс}}. \qquad (8\text{-}5)$$

Предельные величины $U_{\text{а.макс}}$ и $I_{\text{а.макс}}$ для каждого типа диода ограничиваются значениями характеристики, лежащими на гиперболической кривой $P_{\text{а.макс}}$ (рис. 8-2).

Междуэлектродные емкости. При использовании диодов, особенно на сверхвысоких частотах, существенное значение имеют величины междуэлектродных емкостей. Электроды диода при ненакаленном катоде можно рассматривать как некоторый конденсатор, емкость которого прямо пропорциональна поверхности электродов и обратно пропорциональна расстоянию между ними. Эта емкость называется статической междуэлектродной емкостью диода в холодном состоянии. Пространственный заряд между катодом и анодом в работающем диоде увеличивает эту емкость примерно на 30%. В справочниках обычно приводится величина междуэлектродной емкости $C_{\text{а.к}}$ анода с накаленным катодом. Для некоторых применений диодов важны также величины распределенных емкостей между катодом и подогревателем $C_{\text{п.к}}$.

Применения диодов

В радиоэлектронных устройствах диоды используются чаще всего для выпрямления переменного тока и детектирования колебаний, а также в качестве ограничителей амплитуды различных сигналов, генераторов шумовых напряжений и др.

Поэтому в справочниках, помимо данных о номинальном режиме накала ($U_н$ и $I_н$), приводятся также величины междуэлектродных емкостей, предельные величины обратного напряжения $U_{\text{обр}}$, выпрямленного тока $I_{\text{выпр}}$ и другие специальные данные.

Конструкция диодов определяется их назначением и требуемым режимом работы. Выпрямительные диоды — кенотроны можно разделить на две группы: низковольтные и высоковольтные. Кенотроны первой группы обычно имеют катод косвенного накала, металлический или стеклянный баллон, электроды небольшого размера с выводами на общий цоколь. Конструкция мощных высоковольтных кенотронов рассчитана на большие токи и напряжения; баллоны этих ламп, обычно стеклянные, могут быть больших размеров; катоды — мощные, способные создать значительный ток эмиссии; аноды — массивные, иногда требующие принудительного охлаждения; особое внимание уделено изоляции выводов, которые могут быть впаяны в различных местах баллона. Импульсные высоковольтные кенотроны — обычно малогабаритные; вывод анода впаивается в верхнюю часть баллона. Для удобства использования в двухполупериодных выпрямителях часто два низковольтных кенотрона монтируются в одном баллоне (двуханодные кенотроны); иногда катоды их объединяются в один общий, а два анода имеют раздельные выводы.

Детекторные диоды — маломощные лампы, как правило, с оксидным катодом. Междуэлектродная емкость этих ламп должна быть как можно меньше. Диоды, предназначенные для работы на ультравысоких и сверхвысоких частотах, не имеют цоколя, жесткие штырьки впаиваются в стеклянное дно баллона.

8-3. ТРЕХЭЛЕКТРОДНЫЕ ЛАМПЫ

Трехэлектродная лампа, в которой, помимо катода и анода, имеется третий электрод — сетка, предназначенный для управления плотностью потока электронов, движущихся к аноду, называется триодом. Сетка располагается ближе к поверхности катода в области образования отрицательного пространственного заряда.

Физические процессы в триоде

Введение сетки изменяет распределение потенциалов между катодом и анодом; наиболее существенно изменяется поле в пространстве сетка — катод. Так как часть силовых линий поля анода замыкается на витки сетки, то между сеткой и катодом образуется результирующее поле, конфигурация которого зависит от потенциалов сетки и анода. Если на сетку подано значительное отрицательное (относительно катода) напряжение ($U_c<0$), то даже, несмотря на положительный потенциал анода, у всей поверхности катода образуется поле, тормозящее вылетающие из катода электроны. Электроны возвращаются на катод, не достигая витков сетки или анода. Ток в лампе равен нулю, или, как говорят, лампа заперта. Такой потенциал сетки U_{c0} называется потенциалом запирания. При уменьшении отрицательного потенциала сетки потенциальный барьер у катода сни-

жается и часть электронов, минуя витки сетки, устремляется к аноду. Возникает анодный ток $I_а$, растущий по мере уменьшения отрицательного потенциала $U_с$.

Если сетка находится под положительным относительно катода потенциалом, то часть электронов попадает на витки сетки. Возникает сеточный ток $I_с$. Катодный ток $I_к$ разветвляется на два: сеточный и анодный токи лампы $I_к = I_с + I_а$. Внутри прибора токи $I_с$ и $I_а$ направлены от соответствующих электродов к катоду.

Режимы токораспределения. Процесс разделения катодного тока на составляющие токи в цепях отдельных электродов оценивается коэффициентом токораспределения, который для триода равен:

$$k = \frac{I_а}{I_с}. \qquad (8\text{-}6)$$

В лампах с сетками различают два режима токораспределения. В триоде при

$$\frac{U_а}{U_с} < 0{,}1 \div 0{,}2\,(U_с > 0)$$

большая часть электронов движется от катода к виткам сетки. Некоторые электроны пролетают плоскость сетки, но под влиянием поля сетки возвращаются из пространства сетка — анод на ее витки. Этот процесс соответствует режиму возврата электронов.

При дальнейшем увеличении $U_а$, когда

$$\frac{U_а}{U_с} \gtrsim 0{,}2,$$

в триоде наступает режим прямого перехвата электронов сеткой. Под влиянием поля анода все электроны, пролетевшие плоскость сетки, уходят к аноду. Ток сетки образуется только за счет электронов, которые непосредственно попадают на ее витки, «перехватываются» сеткой.

В режиме возврата с увеличением $U_а$ анодный ток быстро возрастает, а ток $I_с$ падает, так как анодное поле сравнительно легко захватывает электроны, пролетевшие плоскость сетки. В режиме прямого перехвата анодный ток при увеличении $U_а$ растет более медленно, главным образом из-за влияния анодного поля на пространственный заряд у катода; ток сетки остается почти неизменным. Величина коэффициента токораспределения определяется, в основном, соотношением поверхностей анода и сетки.

Проницаемость лампы. Для сравнительной оценки воздействия сетки и анода на поле вблизи катода вводится понятие действующего напряжения $U_д$, влияние которого на поле вблизи катода должно быть эквивалентно совместному действию напряжений $U_с$ и $U_а$:

$$U_д \approx U_с + DU_а. \qquad (8\text{-}7)$$

Коэффициент D, называемый проницаемостью лампы, характеризует степень проникновения поля анода в пространство сетка — катод и учитывает ослабление ($D<1$) действия этого поля на потенциальный барьер у катода по сравнению с действием поля сетки.

Ослабленное воздействие анодного поля объясняется главным образом влиянием самой сетки, отделяющей анод от катода и служащей электростатическим экраном. Степень экранирующего действия сетки зависит от ее густоты, конструкции других электродов и расстояний между ними. Можно показать, что величина проницаемости достаточно точно определяется соотношением

$$D \approx \frac{C_{а.к}}{C_{с.к}}, \qquad (8\text{-}8)$$

где $C_{а.к}$ — емкость анод — катод;
$C_{с.к}$ — емкость сетка — катод.

Для триодов обычно $D \approx 0{,}02 \div 0{,}15$. Поскольку в результате изменений потенциального барьера у катода меняется и число электронов, уходящих к аноду и сетке, то можно определить проницаемость лампы и как некоторый коэффициент, характеризующий сравнительное воздействие приращений напряжений анода и сетки на изменение катодного тока $I_к$:

$$D = -\frac{dU_с}{dU_а} \text{ при } I_к = \text{const}. \qquad (8\text{-}9)$$

Знак минус означает, что для поддержания $I_к$ постоянным приращения $dU_с$ и $dU_а$ должны быть разных знаков.

С помощью коэффициента D, зная величину $U_а$, легко определить потенциал запирания $U_{с0}$ лампы:

$$U_{с0} = -DU_а. \qquad (8\text{-}10)$$

Статические характеристики

Зависимости токов $I_а$ и $I_с$ от напряжений на электродах триода отображаются четырьмя основными характеристиками:

анодно-сеточная характеристика

$$I_а = f(U_с) \text{ при } U_а = \text{const}; \qquad (8\text{-}11)$$

анодная характеристика

$$I_а = f'(U_а) \text{ при } U_с = \text{const}; \qquad (8\text{-}12)$$

сеточная характеристика

$$I_с = \varphi(U_с) \text{ при } U_а = \text{const}; \qquad (8\text{-}13)$$

сеточно-анодная характеристика

$$I_с = \varphi'(U_а) \text{ при } U_с = \text{const}. \qquad (8\text{-}14)$$

Обычно зависимости (8-11)—(8-14) изображаются в виде семейств характеристик для различных фиксированных значений $U_с$ или $U_а$ (рис. 8-3 и 8-4).

Различные характеристики связаны между собой, и по семейству анодно-сеточ-

ных характеристик легко построить ряд соответствующих кривых $I_а = f'(U$ (рис. 8-5.).

В зависимости от конструкции лампы те или иные характеристики могут несколько

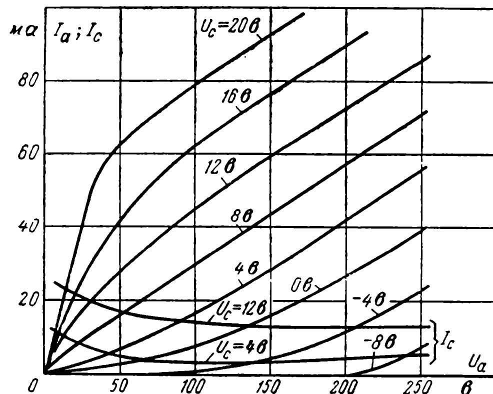


Рис. 8-3. Семейства анодных и сеточно-анодных характеристик триода.

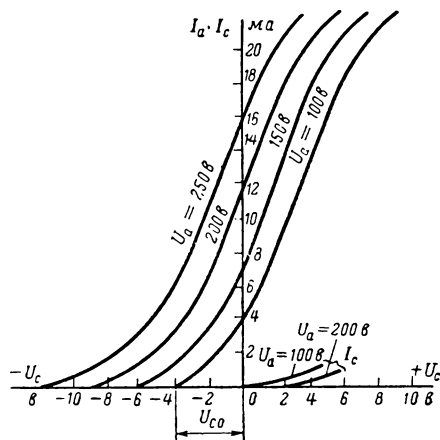


Рис. 8-4. Семейства анодно-сеточных и сеточных характеристик триода.

видоизменяться, однако некоторые отличительные особенности, свойственные лишь характеристикам триода, остаются неизменными для любых типов трехэлектродных ламп. Анодно-сеточные характеристики — семейство почти эквидистантных кривых; при изменении анодного напряжения меняется потенциал запирания $U_{с0}$; кривая $I_а = f(U_с)$ как бы перемещается вдоль оси $OU_с$. Кривые $I_а = f'(U_а)$ при отрицательных значениях $U_с$ начинаются не из нулевой точки; анодный ток возникает лишь при определенных положительных напряжениях на аноде.

Статические параметры

Для определения зависимости анодного тока от напряжений на электродах триода используются статические параметры.

Крутизна анодно-сеточной характеристики S, или просто крутизна лампы, отображает зависимость анодного тока от напряжения на сетке при неизменном значении напряжения на аноде:

$$S = \frac{dI_а}{dU_с} \text{ при } U_а = \text{const}. \qquad (8\text{-}15)$$

Геометрически крутизна S определяется как тангенс угла α наклона касательной к анодно-сеточной характеристике в некоторой точке A (рис. 8-6, *а*), имеет размерность проводимости и выражается в миллиамперах на вольт (*ма/в*).

Дифференциальное (внутреннее) *сопротивление* R_i устанавливает зависимость анодного тока от напряжения на аноде при неизменном напряжении на сетке:

$$R_i = \frac{dU_а}{dI_а} \text{ при } U_с = \text{const}. \qquad (8\text{-}16)$$

На анодных характеристиках триода дифференциальное сопротивление определяется величиной котангенса угла β наклона касательной к характеристике в некоторой точке B (рис. 8-6, *б*) и выражается в омах (*ом*). Дифференциальное сопротивление можно рассматривать как сопротивление лампы переменному току, так как этот параметр оценивает изменение анодного тока

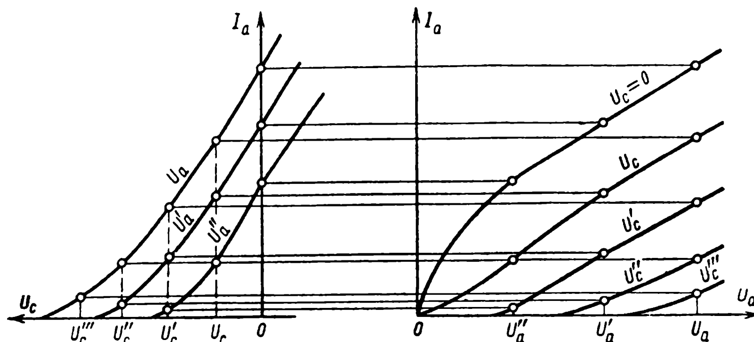


Рис. 8-5. Построение семейства анодных характеристик по семейству анодно-сеточных характеристик.

под влиянием анодного напряжения с учетом характера зависимости $I_а = f'(U_а)$ вблизи определенной рабочей точки.

Напряжения $U_с$ и $U_а$ в разной степени влияют на величину анодного тока. Зави-

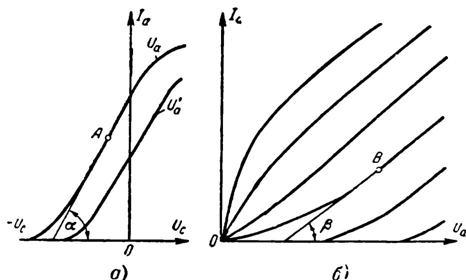


Рис. 8-6. Определение статических параметров триода.

симость $I_а$ от этих напряжений можно записать в виде полного дифференциала

$$dI_а = \frac{\partial I_а}{\partial U_с} dU_с + \frac{\partial I_а}{\partial U_а} dU_а, \quad (8\text{-}17)$$

где частные производные — крутизна и величина, обратная дифференциальному сопротивлению лампы,

$$dI_а = S\, dU_с + \frac{1}{R_i} dU_а. \quad (8\text{-}18)$$

Статический коэффициент усиления выражает сравнительное воздействие напряжений $U_с$ и $U_а$ на анодный ток лампы:

$$\mu = -\frac{dU_а}{dU_с} \text{ при } I_а = \text{const}. \quad (8\text{-}19)$$

Статический коэффициент усиления — величина положительная. Знак минус в этом выражении означает, что для поддержания анодного тока неизменным приращения $dU_а$ и $dU_с$ должны быть разного знака.

Внутреннее уравнение лампы можно получить из выражения (8-18) с учетом условия $I_а = \text{const}$ и, следовательно, $dI_а = 0$:

$$SR_i = \mu, \quad (8\text{-}20)$$

где S — крутизна лампы, *ма/в*;

R_i — дифференциальное сопротивление, *ком*;

μ — статический коэффициент усиления — величина безразмерная.

Следует подчеркнуть, что параметры S, R_i и μ оценивают влияние напряжений на электродах на анодный, а не на катодный ток лампы. Проницаемость лампы D отражает влияние этих напряжений на общий катодный ток лампы. Как следует из (8-9) и (8-19), при $I_с = 0$ и, следовательно, $I_к = I_а$

$$\mu = \frac{1}{D}. \quad (8\text{-}21)$$

Для этого случая внутреннее уравнение лампы можно записать в форме

$$SR_i D = 1. \quad (8\text{-}22)$$

Вследствие нелинейности характеристик величины статических параметров меняются в зависимости от напряжений $U_с$ и $U_а$ (рис. 8-7).

В справочниках обычно указываются величины S и μ для номинального режима питания лампы.

Междуэлектродные емкости. Важное значение в триоде имеют междуэлектродные емкости: $C_{с.к}$ (емкость сетка—катод), $C_{а.к}$ (емкость анод—катод) и $C_{а.с}$ (емкость анод—сетка). Величины междуэлектродных емкостей определяются не только размерами соответствующих электродов и расстояниями между ними, но и распределенной емкостью, образуемой их выводами и держателями.

Междуэлектродные емкости шунтируют в триоде соответствующие междуэлектродные промежутки. В диапазоне низких частот сопротивления этих емкостей велики и их шунтирующее действие пренебрежимо мало. На высоких частотах емкостные сопротивления соизмеримы с сопротивлениями входной и выходной цепей лампы и их влияние на работу триода значительно. Особенно вредно влияние емкости $C_{а.с}$,

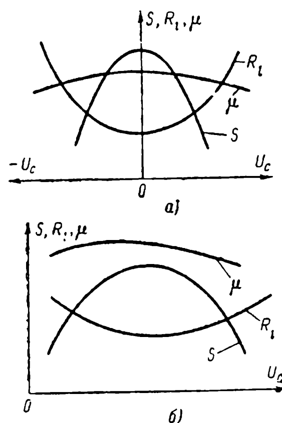


Рис. 8-7. Изменение статических параметров триода в зависимости от сеточного (*а*) и анодного (*б*) напряжений.

образующей нежелательную обратную связь между сеточной и анодной цепями лампы, что при работе триода в усилительном режиме может привести к самовозбуждению усилителя. Под влиянием переменного анодного напряжения через емкость $C_{а.с}$ изменяется и величина емкости в цепи между сеткой и катодом лампы.

Для уменьшения емкости $C_{а.с}$ в лампу вводится специальная экранирующая сетка (см. § 8-4).

Применения триодов

Триоды широко используются в самых различных радиоэлектронных схемах: в качестве усилителей напряжения низкой и высокой частоты, мощных усилителей, генераторов синусоидальных и релаксационных колебаний, в качестве мощных генераторов и модуляторов, в разнообразных импульсных устройствах и т. п. В зависимости от назначения триоды отличаются конструктивным оформлением, видом характеристик, величиной основных параметров. Триоды, предназначенные для работы в качестве усилителей напряжения, обычно имеют высокий коэффициент усиления μ. Потенциал запирания таких ламп невелик. В триодах, используемых в качестве усилителей напряжения в диапазоне высоких частот, стараются, по возможности, уменьшить междуэлектродные емкости и в особенности $C_{а.с}$. Наиболее употребительны для этой цели триоды в стеклянном миниатюрном и сверхминиатюрном оформлении бесцокольной конструкции. Триоды, работающие в схемах мощных усилителей, должны иметь так называемую «левую» анодно-сеточную характеристику, линейная часть которой лежит в области значительных отрицательных величин $U_с$. Потенциал запирания таких ламп велик, и, следовательно, коэффициент μ не может быть большим. В таких триодах стараются увеличить крутизну S, сохраняя при этом возможно большую величину μ. Это позволяет получить в анодной цепи значительную мощность сигнала. Генераторные и импульсные триоды отличаются мощными катодами, создающими высокую плотность тока, массивными анодами из молибдена, меди или тантала, снабженными радиаторами воздушного охлаждения или специальными устройствами жидкостного охлаждения.

8-4. МНОГОЭЛЕКТРОДНЫЕ ЛАМПЫ

Многоэлектродные лампы — лампы с одним электронным потоком, содержащие, помимо катода и анода, два или несколько управляющих электродов.

Конструктивные особенности

Тетрод — четырехэлектродная лампа, содержащая, кроме управляющей, еще экранирующую сетку, находящуюся между управляющей сеткой и анодом. Экранирующая сетка по своей конструкции аналогична управляющей сетке в триоде, но шаг ее обычно меньше. Экранирующая сетка служит дополнительным электростатическим экраном, ослабляющим воздействие анодного поля на пространственный заряд у катода. Вследствие этого лампы с экранирующими сетками отличаются от триодов значительно большими величинами внутреннего сопротивления R_i и статического коэффициента усиления μ. Введение экранирующей сетки уменьшает также емкость между анодом и управляющей сеткой.

На экранирующую сетку подается положительное напряжение $U_{с2} = (0{,}4 \div 0{,}8) U_а$. По переменному току эта сетка через большую емкость C соединяется с землей. Таким образом, между управляющей сеткой и анодом оказываются включенными две последовательные междуэлектродные емкости $C_{с1с2}$ и $C_{а.с2}$. Вторая емкость закорочена по переменному току емкостью C во внешней цепи экранирующей сетки. Результирующая емкость между управляющей сеткой и анодом из-за экранирующего действия второй сетки значительно уменьшается. В лампах с экранирующей сеткой проходная емкость $C_{а.с1}$ в 100 и более раз меньше, чем в триоде.

Тетроды не получили широкого распространения из-за вредного влияния так называемого динатронного эффекта, суть которого заключается в следующем. При сравнимых по величине положительных напряжениях на аноде и экранирующей сетке электроны, достигающие анода, выбивают с его поверхности вторичные электроны, которые уходят на экранирующую сетку. Анодный ток уменьшается. В некотором интервале анодных напряжений это явление усугубляется с ростом $U_а$. На анодной характеристике лампы образуется участок, характеризуемый отрицательным значением внутреннего сопротивления лампы — падением тока $I_а$ с ростом анодного напряжения. Таким образом, при анодных напряжениях, соответствующих этому участку характеристики, тетрод не может быть использован в усилительном режиме. Устранить динатронный эффект удалось в лучевых тетродах, а также в пентодах — лампах, содержащих еще одну — защитную или антидинатронную сетку.

Лучевой тетрод. Конструкция лучевого тетрода схематически показана на рис. 8-8. Специальные экраны, находящиеся под нулевым потенциалом, позволяют сфокусировать поток электронов в виде двух лучей. Управляющая и экранирующая сетки с одинаковым шагом делят электронные потоки в этих лучах на ряд плотных электронных слоев. Вследствие такой фокусировки плотность электронного потока возрастает и в пространстве экранирующая сетка—анод образуется область отрицательного относительно анода и сетки потенциала (рис. 8-9, *а*). Этот минимум потенциала препятствует движению вторичных электронов от анода к экранирующей сетке.

Пентод. В пентоде защитная сетка располагается между анодом и экранирующей сеткой. Расстояние от нее до этих электродов, а также шаг сетки выбираются в зависимости от назначения пентода. Потенциал $U_{с3}$ защитной сетки обычно равен потенциалу катода (в некоторых типах ламп эти электроды соединяются внутри баллона). За счет защитной сетки в пентоде недалеко от анода образуется потенци-

альный барьер (рис. 8-9, *б*), препятствующий движению вторичных электронов с анода на экранирующую сетку.

Действующее напряжение в многоэлектродных лампах. Для лучевого тетрода и пентода можно записать:

$$U_{д.тетр} \approx U_{c1} + D_1 U_{c2} + D_1 D_2 U_a; \quad (8\text{-}23)$$

$$U_{д.пент} \approx U_{c1} + D_1 U_{c2} + D_1 D_2 U_{c3} + D_1 D_2 D_3 U_a, \quad (8\text{-}24)$$

где D_1, D_2 и D_3 — проницаемости управляющей, экранирующей и защитной сеток соответственно.

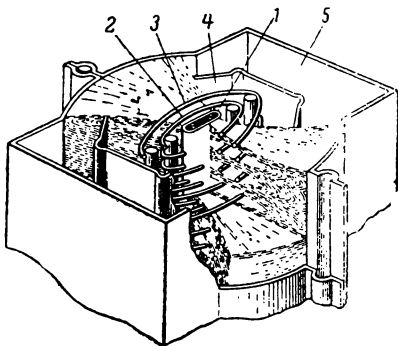


Рис. 8-8. Устройство лучевого тетрода.

1 — катод; *2* — управляющая сетка; *3* — экранирующая сетка; *4* — экран; *5* — анод.

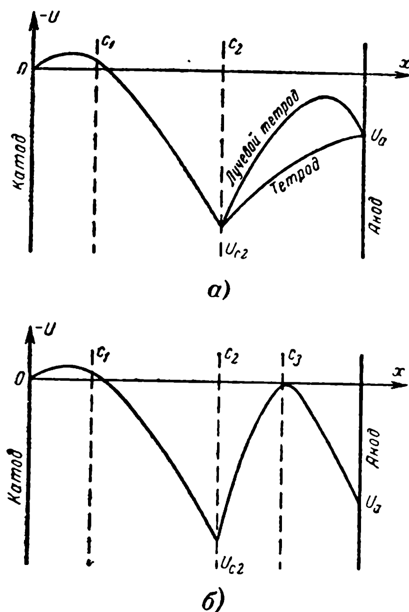


Рис. 8-9. Кривые распределения потенциалов.

а — в лучевом и экранированном тетродах; *б* — в пентоде.

Очевидно, что $D_1 D_2 \ll 1$ и $D_1 D_2 D_3 \ll 1$. Поэтому без большой погрешности выражения (8-23) и (8-24) можно упростить:

$$U_д \approx U_{c1} + D_1 U_{c2}. \quad (8\text{-}25)$$

Отсюда следует, что анодное напряжение в многоэлектродных лампах практически не влияет на величину катодного тока. Следовательно, и потенциал запирания лампы по управляющей сетке зависит лишь от напряжения U_{c2}:

$$U_{c10} \approx -D_1 U_{c2}. \quad (8\text{-}26)$$

Распределение токов. В многоэлектродных лампах катодный ток $I_к$ разветвляется на два:

$$I_к = I_a + I_{c2}, \quad (8\text{-}27)$$

так как обычно $U_{c3}=0$, а $U_{c1}<0$, и токи в цепях управляющей и защитной сеток отсутствуют. Разделение тока $I_к$ оценивается коэффициентом токораспределения

$$k = \frac{I_a}{I_{c2}}. \quad (8\text{-}28)$$

Токи анода и экранирующей сетки связаны с катодным током соотношениями

$$I_a = I_к \frac{k}{k+1}; \quad (8\text{-}29)$$

$$I_{c2} = I_к \frac{1}{k+1}. \quad (8\text{-}30)$$

Величина коэффициента k зависит от соотношения напряжений U_a/U_{c2}, величины шага экранирующей сетки, а также от густоты защитной сетки в пентоде. Как и в триоде, различают два режима токораспределения. В режиме возврата ($U_a/U_{c2}<0{,}3$) часть электронов, пролетевших плоскость экранирующей сетки, возвращается обратно на ее витки. За счет возвращающихся электронов в пространстве экранирующая сетка — анод создается объемный заряд повышенной плотности. Анодное поле влияет на эти электроны непосредственно (в тетроде) или через редкий экран — защитную сетку (в пентоде). Поэтому незначительное изменение анодного напряжения вызывает существенные изменения токов I_a и I_{c2} (начальный участок анодных характеристик лучевого тетрода и пентода, см. рис. 8-11). В режиме прямого перехвата ($U_a/U_{c2}>0{,}3$) ток I_{c2} образуется только за счет электронов, непосредственно перехватываемых витками экранирующей сетки. Анодное напряжение в этом режиме очень слабо влияет на анодный ток, так как пространственный заряд у катода экранирован от анода двумя или тремя сетками.

Двойное управление током в пентоде. Для управления анодным током в пентоде в некоторых случаях используется не только управляющая, но и защитная сетка.

При подаче на защитную сетку значительного отрицательного напряжения — U_{c3} (при этом $-U_{c1}=\text{const}$) результирующий

потенциал между витками этой сетки оказывается отрицательным. Тормозящее действие этого потенциального барьера настолько велико, что все электроны отражаются и возвращаются к экранирующей сетке. Лампа оказывается запертой напряжением $-U_{c3}=-U_{c30}$, и анодный ток равен нулю. По мере уменьшения напряжения $-U_{c3}$ потенциальный барьер уменьшается и все большее число электронов устремляется к аноду. Изменение тока I_a происходит за счет перераспределения потока электронов между экранирующей сеткой и анодом. Влияние потенциала U_{c3} на пространственный заряд у катода в пентоде ничтожно мало, и поэтому катодный ток остается практически неизменным. Степень влияния напряжения U_{c3} на ток I_a зависит от плотности общего электронного потока, т. е. от напряжения U_{c1}. При более отрицательных U_{c1} плотность электронного потока меньше и анодный ток меньше зависит от напряжения U_{c3}. Таким образом, в пентоде возможно двойное управление анодным током путем изменения потенциалов U_{c1} и U_{c3}.

Статические характеристики

Для тетрода и пентода можно написать и представить графически в виде характеристик значительное число зависимостей токов от напряжений на электродах. Однако на практике используются далеко не все. Важнейшие из них — это анодно-сеточная (рис. 8-10) и семейство анодных характеристик (рис. 8-11). В многоэлектродных лампах действующее напряжение (8-25) и потенциал запирания (8-26) практически не зависят от величины U_a. Поэтому семейство кривых $I_a=f(U_{c1})$ при

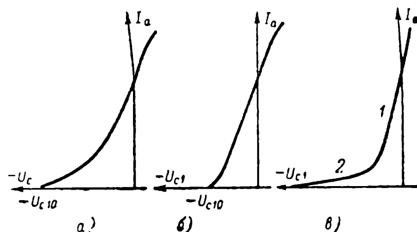


Рис. 8-10. Анодно-сеточные характеристики пентодов.

а — с редкой сеткой; *б* — с густой сеткой; *в* — с переменной крутизной.

$U_{c2}=\text{const}$ и различных U_a представляет собой ряд очень близко расположенных кривых. В справочниках обычно приводится лишь одна из этих кривых при рабочем значении U_a. При изменении величины U_{c2} анодно-сеточная характеристика сдвигается вдоль оси OU_{c1} подобно анодно-сеточной характеристике триода при вариации напряжения U_a. В зависимости от величины шага управляющей сетки вид кривой $I_a=f(U_{c1})$ может существенно изменяться. На рис. 8-10, *а* показана анодно-сеточная характеристика пентода с редкой управляющей сеткой. Экранирующее действие управляющей сетки в такой лампе невелико,

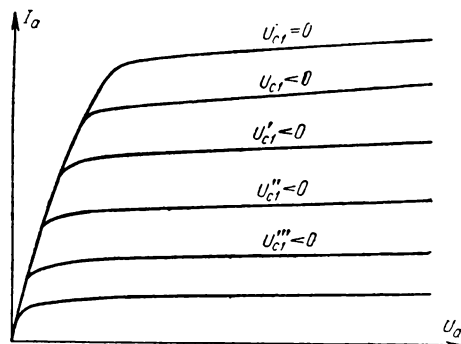


Рис. 8-11. Анодные характеристики пентода.

$|U'''_{c1}|>\cdots>|U_{c1}|$.

ко, и лампа запирается при значительных отрицательных напряжениях U_{c1}. Такая лампа отличается значительным «раствором характеристики», т. е. значительным диапазоном изменения управляющих напряжений U_{c1}, а также существенной зависимостью крутизны S от выбора рабочей точки. Лампы с относительно густой управляющей сеткой отличаются «короткой» анодно-сеточной характеристикой (рис. 8-10, *б*), линейной в рабочем участке ($U_{c1}<0$), небольшой величиной U_{c10} и высоким значением крутизны.

Особое место занимают пентоды с переменной крутизной характеристики, в которых часть управляющей сетки (один-два витка) делают более редкой. Такой пентод можно рассматривать как две параллельно включенные лампы, одна из которых — с густой сеткой — характеризуется высокими значениями S и μ, а другая — небольшой крутизной и малым μ (участок *2* характеристики, рис. 8-10, *в*). Пентоды с переменной крутизной используются в усилителях с автоматически регулируемым коэффициентом усиления.

Анодные характеристики лучевых тетродов и пентодов (рис. 8-11) во многом сходны. Анодный ток даже при больших отрицательных напряжениях на управляющей сетке возникает при самых малых напряжениях U_a, что объясняется достаточно высоким потенциалом экранирующей сетки. В начальном участке характеристики при $U_a=(0{,}15\div0{,}3)U_{c2}$, что соответствует режиму возврата, анодный ток резко увеличивается с ростом U_a. При дальнейшем повышении анодного напряжения лампа работает в режиме перехвата, рост анодного тока замедляется и при достаточно больших U_a характеристики становятся почти прямолинейными и составляют с осью аб-

цисс небольшой угол. Эта часть характеристик соответствует рабочему режиму. Диапазон анодных напряжений, соответствующих рабочему участку характеристик, и резкость их излома при переходе от режима возврата к режиму перехвата зависят от конструкции и расположения экранирующей и защитной сеток.

Статические параметры

Помимо основных статических параметров S, R_i и μ для многоэлектродных ламп используется также система параметров, отображающих влияние напряжений U_{c1}, U_{c2} и U_a на ток экранирующей сетки. В пентоде, кроме того, иногда особый интерес представляет влияние напряжения U_{c3} на анодный ток.

Наиболее важна *система статических параметров анодной цепи* многоэлектродной лампы.

Крутизна анодно-сеточной характеристики тетрода или пентода отражает зависимость анодного тока от напряжения U_{c1} при условии постоянства всех остальных напряжений:

$$S = \frac{dI_a}{dU_{c1}} \text{ при } U_{c2} = \text{const и } U_a = \text{const}. \tag{8-31}$$

Для пентода обычно $U_{c3}=0$.

Геометрически, как и в триоде, крутизна характеристики определяется тангенсом угла наклона касательной к анодно-сеточной характеристике $I_a=f'(U_{c1})$ в данной точке.

Внутреннее сопротивление многоэлектродной лампы имеет тот же смысл и то же геометрическое выражение, что и в триоде. При его определении должны поддерживаться постоянными напряжения на управляющей и экранирующей сетках:

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a} \text{ при } U_{c1} = \text{const и } U_{c2} = \text{const } (U_{c3} = 0). \tag{8-32}$$

Сравнительное влияние напряжений U_{c1} и U_a на анодный ток в тетроде и в пентоде, как и в триоде, характеризуется *статическим коэффициентом усиления*

$$\mu = -\frac{dU_a}{dU_{c1}} \text{ при } I_a = \text{const и } U_{c2} = \text{const } (U_{c3} = 0). \tag{8-33}$$

Помимо трех основных статических параметров, иногда используется *статический коэффициент усиления* $\mu_{a.c2}$, отражающий сравнительное влияние напряжений U_a и U_{c2} на анодный ток лампы,

$$\mu_{a.c2} = -\frac{dU_a}{dU_{c2}} \text{ при } I_a = \text{const и } U_{c1} = \text{const } (U_{c3} = 0). \tag{8-34}$$

Влияние напряжения U_{c2} по сравнению с влиянием U_{c1} на анодный ток в тетроде и пентоде ослаблено в D_1 раз за счет экранирующего действия управляющей сетки. Поэтому $\mu_{a.c2}$ всегда меньше μ.

В некоторых импульсных схемах сопротивление нагрузки может быть включено в цепь экранирующей сетки. Тогда используются *статические параметры цепи экранирующей сетки,* характеризующие зависимость тока I_{c2} от напряжений на электродах лампы.

Крутизна

$$S_{c2} = \frac{dI_{c2}}{dU_{c1}} \text{ при } U_{c2} = \text{const и } U_a = \text{const} \tag{8-35}$$

отображает зависимость тока экранирующей сетки от напряжения U_{c1} и выражается геометрически тангенсом угла наклона касательной к характеристике $I_{c2}=\varphi(U_{c1})$. Крутизна S_{c2} обычно меньше крутизны S, так как в режиме перехвата (рабочем режиме тетрода и пентода) ток I_{c2} и его абсолютное приращение при изменении катодного тока меньше тока I_a и его приращения.

Внутреннее сопротивление

$$R_{ic2} = \frac{dU_{c2}}{dI_{c2}} \text{ при } U_{c1} = \text{const и } U_a = \text{const} \tag{8-36}$$

изображается геометрически как котангенс угла наклона касательной к характеристике $I_{c2}=\varphi'(U_{c2})$ и показывает влияние напряжения U_{c2} на ток в цепи экранирующей сетки. Для тетрода сопротивление R_{ic2} по величине приблизительно такое же, как сопротивление R_i для триода.

Статический коэффициент усиления

$$\mu_{c2\,c1} = \frac{dU_{c2}}{dU_{c1}} \text{ при } I_{c2} = \text{const и } U_a = \text{const} \tag{8-37}$$

оценивает сравнительное влияние напряжений U_{c2} и U_{c1} на ток в цепи экранирующей сетки. Величины $\mu_{c2\,c1}$ лежат в тех же пределах, что и для статического коэффициента усиления в триоде.

В большинстве схем, использующих пентод, $U_{c3}=0$. Однако некоторые применения требуют подачи на защитную сетку небольших отрицательных или положительных напряжений. Поэтому, помимо указанных ранее параметров, для пентода используется еще один — *крутизна характеристики* $I_a = f''(U_{c3})$:

$$S_3 = \frac{dI_a}{dU_{c3}} \text{ при } U_a = \text{const}, \quad U_{c1} = \text{const}, \quad U_{c2} = \text{const}. \tag{8-38}$$

Этот параметр приобретает особо важное значение в режиме двойного управления анодным током.

Влияние токораспределения на статические параметры многоэлектродных ламп. Это влияние особенно заметно в режиме

возврата электронов, когда при мало меняющемся токе $I_к$ ток $I_а$ резко возрастает, а ток $I_{с2}$ уменьшается. В режиме прямого перехвата оно выражено слабее, но и здесь анодный ток растет главным образом за счет уменьшения тока $I_{с2}$. Таким образом, в многоэлектродных лампах влияние напряжений на электродах на токи $I_а$ и $I_{с2}$ нельзя рассматривать только с точки зрения воздействия полей этих электродов на пространственный заряд у катода и, следовательно, на величину общего потока электронов, движущихся от катода; необходимо учитывать также изменение коэффициента токораспределения.

При определении крутизны характеристики S, создавая некоторое приращение напряжения $\Delta U_{с1}$, фиксируют приращение $\Delta I_а$ анодного тока. Однако при этом изменяется не только анодный ток, но и ток экранирующей сетки. Поэтому вводится параметр $S_{с2}=\partial I_{с2}/\partial U_{с1}$. Приращение катодного тока в результате изменения $U_{с1}$ должно быть равно сумме приращений $\Delta I_а$ и $\Delta I_{с2}$. Воздействие напряжения $U_{с1}$ на катодный ток оценивается *крутизной характеристики катодного тока*

$$S_к = \frac{dI_к}{dU_{с1}} \text{ при } U_а = \text{const и}$$

$$U_{с2} = \text{const } (U_{с3} = 0). \quad (8\text{-}39)$$

Крутизну $S_к$ можно связать с параметрами S и $S_{с2}$, используя соотношения (8-29) и (8-30):

$$S_к = \frac{\partial}{\partial U_{с1}}\left(\frac{k+1}{k} I_а\right) = \frac{k+1}{k} S; \quad (8\text{-}40)$$

$$S_к = \frac{\partial}{\partial U_{с1}}[(k+1) I_{с2}] = (k+1) S_{с2}. \quad (8\text{-}41)$$

Отсюда следует, что крутизна $S_к$ всегда больше S и $S_{с2}$. Из соотношения (8-40) видно также, что крутизна S в тетроде и пентоде при прочих равных условиях должна быть несколько меньше, чем в триоде $(k+1)/k>1$, так как в многоэлектродных лампах в отличие от триода (при $U_с<0$) $\Delta I_а<\Delta I_к$. Это различие тем больше, чем меньше коэффициент токораспределения.

При определении внутреннего сопротивления в многоэлектродных лампах надо иметь в виду, что анодный ток в результате вариации $U_а$ меняется не столько за счет изменения $I_к$, сколько вследствие изменения коэффициента токораспределения. Экранирующее действие сеток в тетроде, а тем более в пентоде настолько велико, что изменение $U_а$ очень мало влияет на катодный ток. Изменение же анодного тока при этом может быть достаточно большим, что объясняется увеличением потока электронов к аноду за счет электронов, ранее попадавших на экранирующую сетку.

Не менее важно влияние токораспределения на статический коэффициент усиления μ, характеризующий сравнительное воздействие напряжений $U_а$ и $U_{с1}$ на анодный ток независимо от изменения тока $I_к$. Статический коэффициент усиления учитывает токораспределение в лампе. В связи с этим формула (8-22) внутреннего уравнения триода несправедлива для многоэлектродных ламп. В тетроде и пентоде правильным остается лишь соотношение (8-20).

Области применения

Наиболее широкое и разнообразное применение в радиотехнических устройствах находят пентоды. Они используются для усиления высокочастотных колебаний, усиления колебаний низкой частоты, генерирования мощных колебаний различных частот и т. д. Более ограничена область применения лучевых тетродов, которые работают в основном в качестве усилителей сигналов низкой частоты и в схемах генераторов.

Высокочастотные пентоды. В усилителях высокой частоты необходимо применять лампы, обладающие по возможности меньшими междуэлектродными емкостями, так как в схемах с общим катодом емкость $C_{а\text{-}с1}$ образует нежелательную обратную связь между выходной и входной цепями усилителя. В пентоде при включении его с заземленным катодом емкости входной сеточной цепи и выходной анодной цепи определяются не только емкостями $C_{с1к}$ и $C_{а.к}$, но и емкостями, которые образуются между управляющей сеткой или анодом и другими электродами лампы:

$$C_{вх} = C_{с1\,к} + C_{с1\,с2}; \quad (8\text{-}42)$$

$$C_{вых} = C_{а.с3} + C_{а.с2} + C_{а.к}. \quad (8\text{-}43)$$

Наибольшее влияние на работу пентода в усилителе высокой частоты оказывает проходная емкость $C_{а.\,с1}$, величина которой определяется как емкостью между самими электродами, так и емкостью между их выводами. Поэтому в высокочастотных пентодах стремятся уменьшить не только емкость между анодом и управляющей сеткой, для чего экранирующую сетку делают более густой, но также и емкость между выводами этих электродов, применяя специальные экраны внутри и снаружи лампы. Защитная сетка внутри лампы соединяется со специальными дисковыми торцовыми экранами, обеспечивающими более полную экранировку анода от управляющей сетки. Металлический баллон лампы, вывод от которого обычно делается к одному из штырьков цоколя, при включении пентода в схему соединяется либо с общим шасси, либо с междукаскадным экраном в усилителе. В пентодах миниатюрной конструкции со стеклянным баллоном применяется экран с наружной стороны анода, заменяющий металлический баллон лампы. Для этих пен-

тодов используются, кроме того, внешние экраны, охватывающие всю лампу и крепящиеся вместе с панелью к общему шасси.

Наибольшее устойчивое (без самовозбуждения) усиление лампы зависит от соотношения крутизны ее характеристики и емкости $C_{а.\,с1}$:

$$K_{макс} \approx 0{,}42 \sqrt{\frac{S}{\omega C_{а.с1}}} . \qquad (8\text{-}44)$$

Поэтому в высокочастотных пентодах стремятся не только снизить емкость $C_{а.\,с1}$, но и повысить крутизну S, что может быть достигнуто различными путями. Один из таких путей заключается в уменьшении шага первой сетки и максимально возможном приближении ее к катоду. При этом увеличивается также и емкость $C_{с1к}$, однако крутизна с уменьшением расстояния между катодом и управляющей сеткой растет быстрей и отношение $S/C_{с1к}$ улучшается. Повышение крутизны S достигается также за счет увеличения поверхности катода и тока, питающего его подогреватель, либо в результате повышения плотности тока эмиссии. В некоторых типах пентодов для уменьшения выходной емкости применяются не сплошные цилиндрические или коробообразные аноды, а аноды в виде двух соединенных вместе пластин, что уменьшает поверхность анода и, следовательно, емкость $C_{а.\,к}$.

На работу лампы на высоких частотах, помимо междуэлектродных емкостей, существенным образом влияют также распределенные индуктивности вводов, особенно ввода катода (см. стр. 359). Для уменьшения этой величины в высокочастотных пентодах иногда делают несколько параллельных вводов.

Особенности конструкции высокочастотных пентодов отражаются и на характеристиках этих ламп. Вследствие применения густых сеток внутреннее сопротивление и статический коэффициент усиления весьма велики.

Анодно-сеточная характеристика отличается небольшим раствором и линейностью в области отрицательных напряжений $U_{с1}$; крутизна характеристики значительна. Анодные характеристики в режиме прямого перехвата практически линейны и составляют с осью $OU_а$ незначительный угол (R_i — велико). Относительно редкая и близко расположенная к аноду защитная сетка позволяет спрямить траектории электронов в пространстве между экранирующей сеткой и анодом. Переход от режима возврата к режиму прямого перехвата происходит поэтому почти для всех электронов при одинаковых соотношениях $U_{с2}/U_а$. Это обстоятельство определяет более резкий излом анодных характеристик в начале рабочего участка.

Низкочастотные пентоды и лучевые тетроды. Для усилителей низкой частоты не так важно получение малой емкости $C_{а.\,с1}$. В связи с этим допустимо применение более редких экранирующих сеток, что позволяет уменьшить ток $I_{с2}$, величина которого в низкочастотных пентодах в режиме перехвата значительно меньше, чем в пентодах высокой частоты. В лучевых тетродах ток $I_{с2}$ составляет всего лишь несколько процентов от анодного тока, так как фокусирование электронного потока в значительной мере снижает число электронов, перехватываемых экранирующей сеткой. Меры специального экранирования анода в этих лампах обычно не применяются.

Выходные тетроды и пентоды характеризуются большими анодными токами, так как задача оконечных усилителей заключается в получении на выходе сигналов большой мощности. Поэтому в таких лампах применяют мощные катоды, лучеиспускание которых может привести к значительному разогреву сеток. Возникает опасность появления термоэлектронной эмиссии с управляющей сетки. Для устранения этого нежелательного эффекта на управляющую сетку иногда наносят углеродное покрытие, а к ее держателям приваривают специальные радиаторы для рассеяния тепловой энергии. В мощных выходных лампах возникает, кроме того, опасность вторичной эмиссии с поверхности баллона из-за бомбардировки его случайно вылетевшими электронами. Поэтому внутреннюю поверхность баллона лампы покрывают графитовым слоем, а края анода закрывают специальным экраном.

В мощных лампах приходится считаться и с ионным сеточным током. В лампе всегда остается некоторое число молекул газа. Летящие с большой скоростью электроны ионизируют эти молекулы. Положительно заряженные ионы притягиваются к сетке, находящейся под отрицательным потенциалом. Возникает ток, текущий во внешней цепи от сетки к катоду.

Развиваемое на резисторе в этой цепи напряжение изменяет потенциал сетки и смещает рабочую точку лампы, что приводит к искажению усиливаемого сигнала. Поэтому при использовании мощных ламп стараются выбрать сопротивление резистора в цепи утечки по возможности меньше (обычно не более 200 *ком*).

Анодные характеристики низкочастотных пентодов, имеющих негустые экранирующие сетки, плавно переходят от режима возврата к режиму перехвата. В режиме прямого перехвата они идут менее полого, так как внутреннее сопротивление не такое большое, как в высокочастотных пентодах.

В оконечных усилителях к сетке лампы подводятся сигналы большой амплитуды. Поэтому анодно-сеточная характеристика пентодов низкой частоты должна быть левой. Для этого $U_{с2} = (0{,}7 \div 1{,}0)\,U_а$.

Анодно-сеточные характеристики низкочастотных пентодов заметно нелинейны, что

на семействе анодных характеристик проявляется в виде неравных расстояний между соседними кривыми. В связи с этим пентоды низкой частоты «критичны» к выбору нагрузки.

Лампы для широкополосных усилителей. Несколько особое место занимают тетроды и пентоды, предназначенные для усиления сигналов с широким спектром частот, например импульсных сигналов малой длительности. Конструктивные особенности этих ламп позволяют получить максимальную крутизну характеристики, минимальные входную и выходную емкости, низкий уровень шумов и максимально возможное значение коэффициента токораспределения.

Пригодность лампы для широкополосного усиления оценивается специальным коэффициентом, называемым площадью усиления или добротностью

$$П_у = K\Delta f = \frac{S}{2\pi (C_{вх} + C_{вых} + C_м)}; \quad (8\text{-}45)$$

здесь K — коэффициент усиления ступени усилителя (без коррекции);
Δf — полоса пропускания;
$C_м$ — емкость монтажа.

Для снижения внутриламповых емкостей широкополосные тетроды и пентоды монтируются в баллонах бесцокольной конструкции; выводы электродов в виде коротких отрезков толстой проволоки впаиваются в стеклянное дно баллона. Для увеличения коэффициента токораспределения экранирующая сетка навивается из тонкой вольфрамовой проволоки, что позволяет уменьшить ее площадь. Для уменьшения вторичной эмиссии рабочая поверхность анода чернится.

Крутизна характеристики увеличивается путем приближения управляющей сетки к катоду. Во избежание короткого замыкания витков сетки на катод при прогреве сетки и провисании ее витков, она имеет рамочную конструкцию (тонкая проволока навивается на прямоугольную рамку). Применение рамочных сеток позволило увеличить крутизну до 30—45 *ма/в*.

Для широкополосного усиления разработаны пентоды с катодной сеткой. На первую, катодную сетку подается небольшое, порядка 10 *в*, положительное напряжение, что позволяет снизить плотность отрицательного пространственного заряда у катода и более эффективно использовать поток электронов. Управляющей служит вторая сетка, перед которой образуется виртуальный катод, так как $U_{c2} = -(1 \div 3)$ *в*. Третья сетка — экранирующая. Для устранения вторичной эмиссии используется сфокусированный поток электронов к аноду, создаваемый, как и в лучевом тетроде, с помощью экранов с нулевым потенциалом. В пентодах с катодной сеткой крутизна достигает 20—30 *ма/в*.

8-5. ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛАМПЫ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Комбинированные лампы

К числу специальных ламп относятся прежде всего комбинированные — лампы, в баллоне которых размещают две одинаковые или разнородные системы электродов. Помимо двойных диодов, промышленность выпускает также двойные триоды, диод-пентоды, триод-пентоды, триод-гептоды и др. В некоторых типах ламп используется единый катод для двух систем электродов. Эти лампы применяются, например, в схемах электронных переключателей, мультивибраторов (двойные триоды), в детекторах радиоприемных устройств (диод — триод), в схемах преобразователей частоты (триод — гептод) и т. п. Каждая часть комбинированной лампы может рассматриваться как отдельный электронный прибор, и для нее остаются в силе все соотношения, характеристики и параметры, свойственные этому типу лампы.

Частотопреобразовательные лампы

Особое место занимают многосеточные лампы, предназначенные для преобразования частоты сигнала. Для этой цели в настоящее время используются гептоды и триод-гептоды. Схематически устройство гептода показано на рис. 8-12. Катод, первая и вторая сетки образуют триодную часть лам-

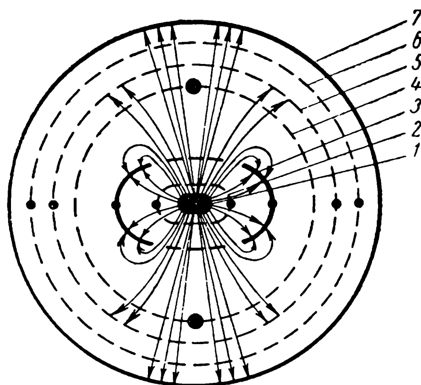


Рис. 8-12. Устройство гептода.

1 — катод; *2*—управляющая сетка; *3*—экранирующая сетка; *4* — сигнальная сетка; *5* — экранирующая сетка; *6* — защитная сетка; *7* — анод.

пы. Вторая сетка, снабженная экранирующими пластинами, служит анодом и экранирует эту часть лампы от остальных электродов. Ток второй сетки образуют не только электроны, попадающие на ее поверхность при движении от катода, но и электроны, отраженные полем третьей сетки, на которую подано отрицательное напряжение.

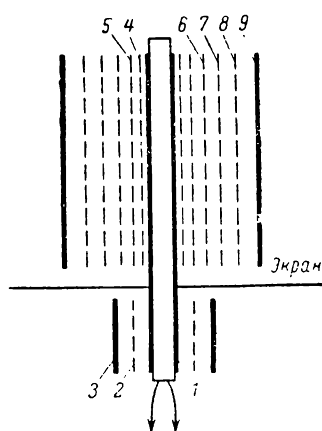


Рис. 8-13. Устройство триод-гептода.

1 — подогревный катод; *2* — сетка триода; *3* — анод триода; *4* — сигнальная сетка; *5* — экранирующая сетка; *6* — гетеродинная сетка; *7* — экранирующая сетка; *8* — защитная сетка; *9* — анод гептода.

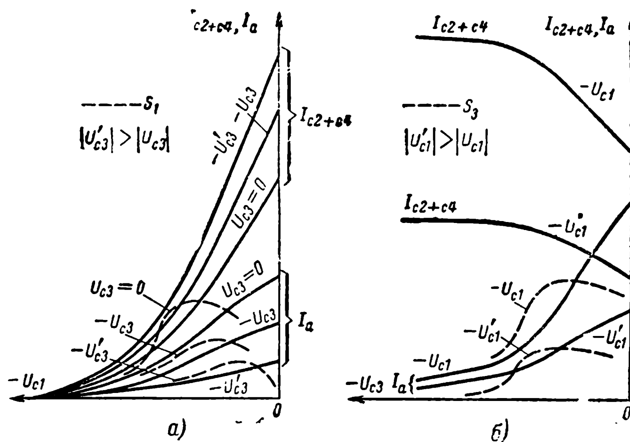


Рис. 8-14. Характеристики гептода.

а — зависимость токов I_a, I_{c2+c4} и крутизны S от напряжения на первой сетке; *б* — зависимость токов I_a и I_{c2+c4} и крутизны S от напряжения на третьей сетке.

Триодная часть гептода обычно используется в схеме гетеродина для получения вспомогательных колебаний с частотой $\omega_г$. Пространственный заряд между второй и третьей сетками образует катод для второй — пентодной части лампы. Третья — сигнальная сетка служит для управления током пентодной части. Помимо небольшого отрицательного смещения, к ней подводится напряжение сигнала, частота которого ω_c должна быть преобразована в промежуточную частоту $\omega_{пр}$. Четвертая — экранирующая и пятая — защитная сетки выполняют те же функции, что и в обычном пентоде. Обычно вторая и четвертая сетки соединяются.

При возникновении колебаний в триодной (гетеродинной) части лампы поток электронов, движущихся к аноду пентода, оказывается промодулированным по плотности с частотой $\omega_г$. По такому же закону изменяется крутизна характеристики $S_3 = dI_a/dU_{c3}$ подобно тому, как это происходит в пентоде при двойном управлении анодным током. Таким образом, анодный ток гептода меняется по величине в зависимости от двух напряжений: колебаний гетеродина с частотой $\omega_г$ и сигнала с частотой ω_c. Вследствие нелинейности характеристик $I_a = f(U_{c1})$ и $I_a = f_1(U_{c3})$ спектр анодного тока содержит ряд комбинационных частот, в том числе и промежуточную, разностную частоту $\omega_{пр} = \omega_c - \omega_г$, которая выделяется колебательным контуром, включенным в анодную цепь. В ряде случаев триодная часть лампы используется как усилитель колебаний с частотой $\omega_г$, получаемых от постороннего гетеродина.

Более совершенной преобразовательной лампой является триод-гептод (рис. 8-13). В качестве гетеродинной части лампы используется триод, расположенный в нижней части общего катода. Напряжение от гетеродина подводится к третьей, а напряжение сигнала — к первой сетке гептода смесителя. Благодаря такой конструкции влияние смесительной части лампы на гетеродин полностью исключено, а от третьей сигнальной сетки анодная цепь отделена двумя сетками.

Зависимости анодного тока и тока экранирующих сеток от напряжений на управляющей и сигнальной сетках для гептода представлены на рис. 8-14. По своему характеру кривые $I_a = f(U_{c1})$ при $U_{c3} = \mathrm{const}$ и $I_a = f_1(U_{c3})$ при $U_{c1} = \mathrm{const}$ походят на аналогичные кривые для пентода. Довольно резко меняющаяся крутизна характеристики $I_a = f(U_{c3})$ объясняется специальной конструкцией сетки с переменным шагом витков подобно лампе с переменной крутизной. На третью сетку в гептоде для управления коэффициентом усиления каскада подводится напряжение отрицательного смещения, величина которого является функцией амплитуды сигнала.

Ход кривых $I_{c2+c4} = f'(U_{c1})$ и $I_{c2+c4} = f'_1(U_{c3})$ наглядно демонстрирует различие принципов управления анодным током по этим двум сеткам. С уменьшением отрицательного напряжения U_{c1}, влияющего на пространственный заряд у катода, возрастает не только анодный ток, но и ток I_{c2+c4}. Уменьшение U_{c3} приводит к падению тока I_{c2+c4}, так как все меньше электронов при этом возвращается на экраны, соединенные со второй сеткой.

Вполне понятно, что коэффициент токораспределения падает с увеличением отрицательного напряжения на сигнальной сетке, о чем свидетельствует меньшая величина анодного тока для более отрицательных значений U_{c3}.

Анодные характеристики смесительной пентодной части представлены на рис. 8-15. Пологий характер кривых свидетельствует о большом внутреннем сопротивлении лампы.

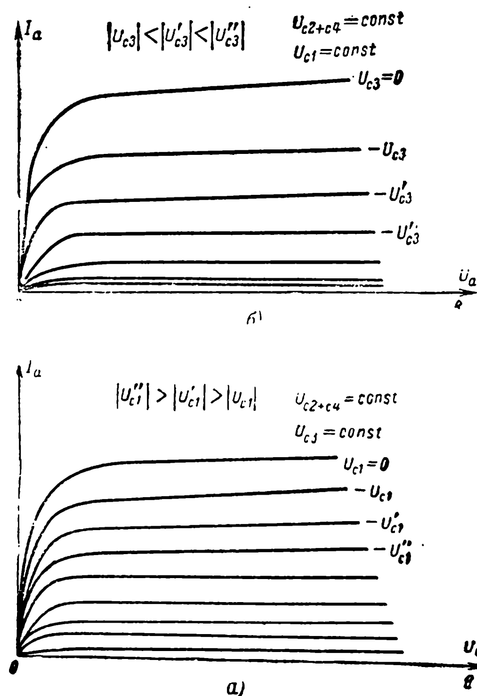


Рис. 8-15. Анодные характеристики пентодной части гептода.

а — при U_{c1} = const; *б* — при U_{c3} = const.

Частотопреобразовательные лампы характеризуются обычными статическими параметрами. Так, например, для триодной (гетеродинной) части ламп указываются крутизна характеристики

$$S_{тр} = \frac{\partial I_{c2}}{\partial U_{c1}} \qquad (8\text{-}46)$$

и внутреннее сопротивление

$$R_{i\,тр} = \frac{\partial U_{c2}}{\partial I_{c2}}. \qquad (8\text{-}47)$$

Для пентодной части гептода используются следующие статические параметры:

$$S_3 = \frac{\partial I_a}{\partial U_{c3}}; \qquad (8\text{-}48)$$

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a}; \qquad (8\text{-}49)$$

$$\mu = \frac{dU_a}{dU_{c3}} \text{ при } I_a = \text{const}. \qquad (8\text{-}50)$$

При определении статических параметров напряжения на всех электродах, за исключением того, по которому определяется параметр, поддерживают неизменными.

В качестве параметров преобразования используются коэффициент преобразования

$$K_{пр} = \frac{\partial S_3}{\partial U_{c1}} = \frac{\partial S_1}{\partial U_{c3}} \qquad (8\text{-}51)$$

и крутизна преобразования

$$S_{пр} = \frac{I_{a\,m\,пром}}{U_{c3\,m}} \qquad (8\text{-}52)$$

или

$$S_{пр} = \frac{1}{2} K_{пр} U_{c1\,m}. \qquad (8\text{-}53)$$

Здесь $I_{am пром}$ — амплитуда тока промежуточной частоты;

U_{c1m} и U_{c3m} — амплитуды напряжений, подводимых к первой и третьей сеткам соответственно.

Электронные лампы со вторичной эмиссией

Лампы, использующие вторичную эмиссию со специальных вторичноэлектронных катодов (динодов), отличаются высоким значением крутизны характеристики. Один из вариантов конструкции лампы со вторичной эмиссией схематически показан на рис. 8-16.

Тетродная часть лампы имеет обычную конструкцию. Электроны, прошедшие экранирующую сетку и отклоняемые лучеобразующими электродами, попадают на вторичноэлектронный катод, выполняемый из материала с коэффициентом вторичной эмиссии $\sigma = 4 \div 5$.

Потенциал этого электрода ниже потенциала анода, и поэтому вторичные электроны устремляются к аноду.

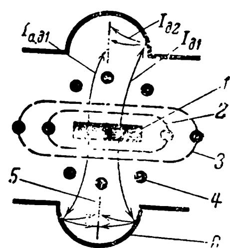


Рис. 8-16. Устройство лампы со вторичной эмиссией.

1 — катод; *2* — управляющая сетка; *3* — экранирующая сетка; *4* — лучеобразующие электроды; *5* — анод; *6* — вторичноэлектронный катод.

Если все первичные электроны попадают на вторичноэлектронный катод и $I_{а.д1} = 0$, то ток анода равен:

$$I_{а.д} = I_{д2} = \sigma I_{д1} = \sigma I_а, \qquad (8\text{-}54)$$

где $I_а$ — анодный ток в обычном пентоде.

Следовательно, крутизна лампы со вторичной эмиссией равна:

$$S_д = \sigma S, \qquad (8\text{-}55)$$

т. е. больше крутизны обычного пентода в σ раз.

Практически часть первичных электронов все же попадает на анод.

В этом случае

$$I_{а.д} = I_{а.д1} + \sigma I_{д1} \qquad (8\text{-}56)$$

и крутизна увеличивается меньше чем в σ раз, но все же ее величина получается большой.

Стержневые лампы

На рис. 8-17 показано устройство лампы, в которой для управления электронным потоком вместо обычных сеток используются жесткие металлические стержни c_2, c_3, определенным образом расположенные между нитевидным катодом *k* прямого накала и анодом *a*.

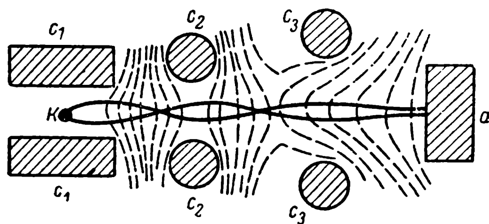


Рис. 8-17. Устройство стержневого пентода (правая половина лампы).

Управление катодным током производится путем изменения потенциала управляющих стержней c_1. При нулевом потенциале электронное облачко, образованное вылетевшими с поверхности катода электронами, имеет цилиндрическую форму, а при отрицательном потенциале оно принимает в сечении форму эллипса. Поверхность пространственного заряда уменьшается. Снижается и катодный ток лампы. В междуэлектродном пространстве лампы образуется электрическое поле, фокусирующее электронный поток.

Благодаря фокусировке анодные характеристики стержневых ламп имеют очень пологий рабочий участок, а переход характеристик от режима возврата к режиму прямого перехвата происходит при малых анодных напряжениях. Выводы от электродов стержневых ламп выполнены из гибких платиновых проволочек, проходящих через плоское стеклянное дно баллона. Анод выводится отдельно в верхнюю часть баллона, что способствует уменьшению междуэлектродных емкостей.

Стержневые лампы обладают высокой механической прочностью и продолжительным, до 2 000 *ч*, сроком службы.

Электронносветовой индикатор

В этом приборе (рис. 8-18, *а*), помимо обычного триода, образуемого электродами *2, 3, 4*, имеются люминесцирующий экран *7* и управляющие электроды *6*. Внутренняя поверхность экрана покрыта веществом, светящимся при бомбардировке поверхности электронами.

Если триод заперт ($I_а=0$), то потенциал управляющего электрода равен потенциалу экрана. Электроны падают на бо́льшую часть поверхности экрана, которая светится равномерным зеленоватым или голубоватым свечением.

К сетке триода подводится напряжение смещения с выхода детектора приемника (рис. 8-18, *б*). Величина этого напряжения пропорциональна амплитуде принимаемого сигнала. В отсутствие сигнала через триод и резистор *R* протекает большой анодный ток. Из-за падения напряжения на резисторе *R* потенциал управляющего электрода отрицателен по отношению к потенциалу экрана и вблизи стержня электронный поток отклоняется. На экране за управляющим электродом появляется широкая темная область.

По мере настройки приемника на частоту сигнала амплитуда его на входе детектора увеличивается и на сетку триода индикатора поступает все большее отрицательное смещение. Ток анода уменьшается, потенциал управляющего электрода приближается к потенциалу экрана, и темный сектор на экране становится уже.

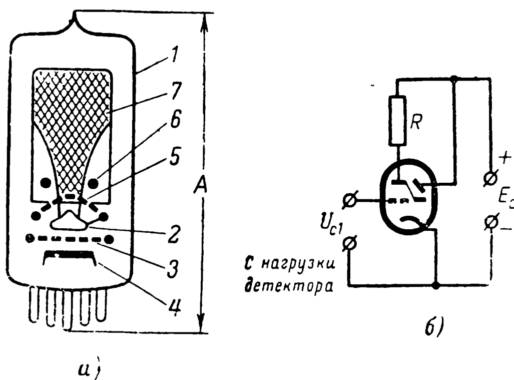


Рис. 8-18. Электронносветовой индикатор.

а — устройство; *б* — схема включения; *1*—баллон; *2* — катод; *3*—управляющая сетка триода; *4*—анод триода; *5* — сетка индикатора; *6* — управляющий электрод; *7* — люминесцирующий экран.

8-6. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ЛАМП НА ВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ

Влияние времени пролета электронов

Если на низких частотах время пролета электронов τ между электродами лампы значительно меньше периода *T* переменного напряжения, подводимого к лампе, и, следовательно, за время τ напряжение можно считать постоянным, то на высоких частотах эти величины соизмеримы.

Поэтому за время движения электронов между электродами лампы фаза переменного напряжения может измениться на заметную величину; образуются дополнительные сдвиги фаз между напряжениями и токами в цепях электродов. Рассмотрим это явление в пентоде.

С наименьшей скоростью электроны движутся между катодом и управляющей сеткой, на которую обычно подается отрицательное напряжение смещения. Изобразим

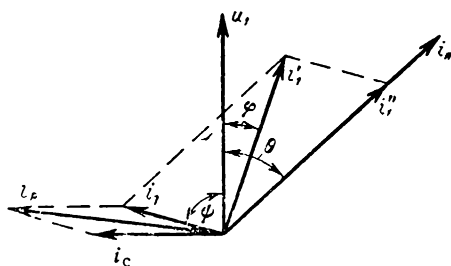


Рис. 8-19. Векторная диаграмма напряжений и токов в цепи сетки.

мгновенное напряжение между катодом и управляющей сеткой вектором u_1 (рис. 8-19). За время движения электронов от катода к управляющей сетке фаза переменного напряжения меняется. Ток переноса $i_п$, образуемый электронами, проходящими плоскость сетки, отстает от напряжения u_1 на угол θ. При движении от катода к сетке электроны наводят на сетке ток i'_1, среднее значение которого отстает от напряжения u_1 на угол φ, меньший угла θ. При дальнейшем движении от управляющей сетки к экранирующей электроны наводят на управляющей сетке ток i''_1. Ускоряемые высоким положительным напряжением U_{c2} электроны движутся к экранирующей сетке с достаточно высокой скоростью. Поэтому можно считать, что ток i''_1 практически совпадает по фазе с током $i_п$. Суммарный ток i_1, наведенный в цепи управляющей сетки, равен разности токов i'_1 и i''_1. Кроме того, в цепи управляющей сетки через емкость $C_{c1к}$ течет реактивный ток i_c. Таким образом, результирующий ток i_p, равный сумме токов i_c и i_1, сдвинут по фазе относительно напряжения u_1 на угол $\psi<\pi/2$. Следовательно, результирующий ток i_p содержит активную составляющую, что свидетельствует о появлении активной составляющей $G_{вх\tau}$ входной проводимости лампы. Величина этой активной составляющей зависит от времени τ_1 пролета электронов между катодом и сеткой, частоты ω приложенного напряжения и ряда параметров ламп:

$$G_{вх\,\tau} = a_\tau\,\omega^2, \qquad (8\text{-}57)$$

где

$$a_\tau = 0{,}05S\,\frac{k}{k+1}\,\tau_1^2;$$

k — коэффициент токораспределения;
S — крутизна характеристики.

Влияние распределенных реактивностей

По мере увеличения частоты сопротивление междуэлектродных емкостей уменьшается, а сопротивление распределенных индуктивностей вводов увеличивается. Эти распределенные реактивности изменяют не только реактивные проводимости, но и существенно влияют на активные составляющие входной и выходной проводимости лампы. Наибольшее влияние оказывает ин-

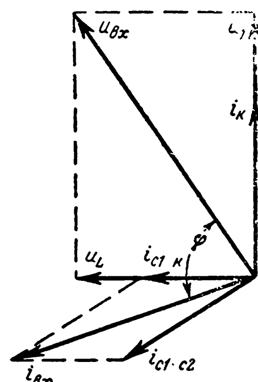


Рис. 8-20. Векторная диаграмма, иллюстрирующая влияние индуктивности катодного ввода.

дуктивность катодного ввода. Приложенное между управляющей сеткой и катодом переменное напряжение u_1 (рис. 8-20) определяет величину катодного тока $i_к$, который, если пренебречь временем пролета электронов, совпадает по фазе с напряжением u_1. Протекая по индуктивности $L_к$ катодного ввода, ток $i_к$ создает напряжение u_L, опережающее этот ток по фазе на угол, равный 90°.

Входное напряжение $u_{вх}$, таким образом, равно сумме напряжений u_1 и u_L.

Входной ток $i_{вх}$ равен сумме токов:

$$i_{вх} = i_{c1\,к} + i_{c1\,c2} \qquad (8\text{-}58)$$

где $i_{c1к}$ — ток через емкость $C_{c1к}$;
i_{c1c2} — ток через емкость C_{c1c2}.

К емкости $C_{c1к}$ приложено напряжение u_1, и ток $i_{c1к}$ опережает это напряжение на угол, равный 90°. К емкости C_{c1c2} приложено напряжение $u_{вх}$, так как экранирующая сетка по высокой частоте заземлена через большую внешнюю емкость. Следовательно, ток i_{c1c2} опережает напряжение $u_{вх}$ на угол, равный 90°.

В результате (см. векторную диаграмму) входной ток сдвинут по фазе относительно входного напряжения на угол φ, меньший 90°. Это свидетельствует о появлении активной составляющей входной проводимости лампы. Ее величина определяется выражением

$$G_{вх\,L} = a_L\omega^2, \qquad (8\text{-}59)$$

где $a_L = C_{c1к} L_к S_к$;

$S_к$ — крутизна характеристики катодного тока.

Итак, на высоких частотах возникает активная составляющая входной проводимости лампы, величина которой определяется главным образом, влиянием времени пролета электронов и индуктивности катодного ввода. Поэтому в диапазоне высоких частот при расчете ламповых схем необходимо учитывать активную входную проводимость лампы

$$G_{вх} = G_{вхL} + G_{вх\tau} = (a_L + a_\tau)\,\omega^2. \quad (8\text{-}60)$$

Можно показать, что индуктивность $L_к$ влияет также на выходную проводимость лампы, величина которой в диапазоне высоких частот должна определяться по формуле

$$G_{вых} = \frac{1}{R_i} + b\omega^2, \quad (8\text{-}61)$$

где $b = L_к C_{а.к} S$.

Для триодов R_i невелико, и поэтому на всех частотах $1/R_i \gg b\omega^2$; для пентодов с большим R_i в диапазоне высоких частот $1/R_i < b\omega^2$.

Перечисленные выше и ряд других менее существенных причин ухудшают параметры ламп на высоких частотах, затрудняют их использование в этом диапазоне, а на более высоких частотах (свыше 1 000 *Мгц*) применение обычных электронных ламп оказывается практически невозможным. Поэтому для работы в диапазоне ультракоротких — метровых и дециметровых — волн разработаны специальные электронные лампы (диоды, триоды и тетроды), а в сантиметровом и миллиметровом диапазонах используются специальные сверхвысокочастотные приборы: клистроны, магнетроны, лампы бегущей и обратной волны и др.

Лампы диапазона высоких частот

Наиболее простой путь уменьшения времени пролета электронов в лампе — это уменьшение расстояний между ее электродами. Однако при сближении электродов увеличиваются междуэлектродные емкости. В связи с этим в высокочастотных лампах уменьшают не только расстояния между электродами, но и площадь электродов. Это позволяет, сохранив почти прежними значения междуэлектродных емкостей, увеличить крутизну характеристики и значительно уменьшить время пролета электронов.

Лампы для работы в СВЧ диапазоне отличаются и по конструкции выводов электродов. Вместо длинных тонких выводов на общий нижний цоколь лампы используются значительно более короткие толстые, диаметром до 1,5 *мм* выводы, впаиваемые непосредственно в стеклянный баллон бесцокольной конструкции. Примером могут служить лампы в миниатюрном и сверхминиатюрном оформлении. В миниатюрных лампах короткие толстые выводы, впаянные в стеклянный баллон, служат для соединения лампы с гнездами специальной панели. Сверхминиатюрные лампы, выводы которых припаиваются непосредственно к элементам схемы, вообще не требуют специальных панелей, и их распределенные емкости между электродами и выводами еще меньше.

В некоторых случаях, когда требуется сконструировать усилитель с малым уровнем собственных шумов, выгодно использовать триоды в схемах с заземленной сеткой. В этих схемах заземляется не катод лампы, а ее управляющая сетка. Индуктивность ввода управляющей сетки оказывает на входную проводимость лампы такое же влияние, как и индуктивность катода в схемах с заземленным катодом. Поэтому в триодах, предназначенных для работы с заземленной сеткой, делают несколько параллельных выводов управляющей сетки.

Миниатюрные и сверхминиатюрные лампы удовлетворительно работают на частотах вплоть до нескольких сотен мегагерц. На более высоких частотах проходная проводимость этих ламп растет и нормальная работа ламп нарушается.

В дециметровом и частично сантиметровом диапазонах волн применяются маячковые и металлокерамические лампы. Маячковые лампы, получившие такое название из-за своей формы, представляют собой диод или триод плоской конструкции. Расстояние между электродами очень мало. Анод выполняется обычно в виде массивного штыря. Выводы анода, сетки и катода — дисковые; к ним крепятся отрезки коаксиальных линий, которые в этом диапазоне частот служат колебательными контурами. Таким образом, в маячковых лампах вследствие малого расстояния между электродами, а также благодаря применению массивных дисковых выводов, сочленяемых непосредственно с колебательными контурами, влияние инерции электронов и распределенных реактивностей сведено к минимуму.

В металлокерамических лампах выводы электродов, которые имеют также плоскую конструкцию, отделены друг от друга не стеклянными стаканами, как в маячковых лампах, а цилиндрами из специальной высокочастотной керамики с малыми потерями. Металлокерамические лампы, так же как и маячковые, благодаря дисковым выводам удобно сочленяются с коаксиальными колебательными системами. Маячковые и металлокерамические лампы, обладающие, как правило, высокой (15—30 *ма/в*) крутизной, могут использоваться на частотах вплоть до нескольких тысяч мегагерц.

8-7. ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ЛАМПАХ

Источники шумов

Вследствие различных причин число электронов, приходящих на анод в единицу времени, колеблется вокруг некоторого среднего значения. Эти отклонения, называемые электрическими флюктуациями, очень невелики по сравнению со средним значением тока. Так, например, в приемно-усилительных лампах, у которых среднее значение анодного тока равно десяткам, миллиампер флюктуации составляет примерно тысячную долю микроампера.

Однако, если электронная лампа с таким уровнем флюктуаций является первой ступенью многолампового усилителя с большим коэффициентом усиления, то на выходе этого усилителя флюктуации, усиленные всеми каскадами, могут достигнуть значительной величины.

Если полезный входной сигнал, подлежащий усилению, соизмерим с флюктуациями в первой лампе усилителя, то на его выходе сигнал окажется замаскированным флюктуационным напряжением. В выходной нагрузке усилителя, например в телефонах, флюктуационное напряжение создает характерное шипение и шум. В связи с этим вместо термина «флюктуации» в литературе иногда употребляют термин «шум». Источниками шумов в электронных лампах могут быть: дробовой эффект, поверхностный флюктуационный электрический эффект, вторичная эмиссия с электродов лампы, изменение токораспределения, ионизация остатков газа в лампе и др.

Наибольшие шумы в диоде возникают из-за дробового эффекта. С поверхности катода в различные, но равные отрезки времени вылетает случайное неодинаковое число электронов. Число электронов n, достигающих анода, колеблется во времени вокруг некоторой средней величины

$$\bar{n} = \frac{I_e \tau}{e}, \qquad (8\text{-}62)$$

где I_e — ток эмиссии с катода;
e — заряд электрона;
τ — некоторый интервал времени, по которому усредняется величина n.

Если за время τ на анод прибыло n электронов, то отклонение анодного тока за этот отрезок времени определится как

$$i_\tau = \frac{e(n - \bar{n})}{\tau}. \qquad (8\text{-}63)$$

Метод гармонического анализа флюктуирующих величин позволяет найти выражение для среднего квадрата флюктуаций насыщенного анодного тока:

$$\overline{i^2_{ш}} = 2eI_а \Delta f. \qquad (8\text{-}64)$$

Флюктуационную составляющую можно представить в виде совокупности очень коротких импульсов тока, вызванных, например, попаданием на анод одного или нескольких «лишних» электронов. Диапазон частот, охватываемый спектром такой последовательности, чрезвычайно широк и практически простирается от очень низких до сверхвысоких частот.

Анодная цепь лампы даже в случае чисто активной небольшой по величине нагрузки обладает хотя и значительной, но все же конечной полосой пропускания Δf, определяемой емкостью $C_{а.к}$, сопротивлением $R_а$ и другими факторами. Поэтому из бесконечно широкого в идеальном случае спектра флюктуационной составляющей в анодной цепи лампы выделяется лишь его часть, определяемая полосой Δf.

При наличии пространственного заряда флюктуации анодного тока несколько уменьшаются. Пространственный заряд как бы сглаживает флюктуации тока I_e, что в выражении для среднего квадрата флюктуаций определяется коэффициентом депрессии Γ^2:

$$\overline{i^2_{ш}} = 2e\,\Gamma^2 I_а \Delta f, \qquad (8\text{-}65)$$

где

$$\Gamma^2 = 0{,}644\,\frac{2kT_к S}{eI_а}; \qquad (8\text{-}66)$$

здесь k — постоянная Больцмана;
$T_к$ — абсолютная температура катода;
S — крутизна характеристики диода.

В многоэлектродных лампах, помимо шумов дробового эффекта, значительную долю составляют шумы, обусловленные случайным характером разделения электронов потока между анодом и положительно заряженными сетками, т. е. токораспределением, а также вторичной эмиссией с поверхности электродов. Существенное влияние на величину флюктуаций тока может оказывать также вторичная эмиссия вследствие случайного характера ее, т. е. флюктуаций коэффициента вторичной эмиссии.

Полное выражение, определяющее флюктуации анодного тока в многоэлектродных лампах, имеет вид:

$$\overline{i^2_{а.ш}} = 2e\left[\frac{k}{k+1}(\Gamma^2 I_а + I_{c2}) + I_а\,\sigma\,(\Gamma^2\sigma + 1)\right]; \qquad (8\text{-}67)$$

здесь k — коэффициент токораспределения.

В обычных приемно-усилительных лампах шумы, вызванные вторичной эмиссией,

как правило, значительно меньше шумов дробового эффекта и токораспределения. Поэтому для практических целей вторым слагаемым в (8-67) можно пренебречь.

Одной из причин возникновения шумов является также **поверхностный флюктуационный электрический эффект**, вызванный тем, что во времени происходит потеря эмиссионной способности отдельными участками катода из-за изменения их активного слоя. Спектр шумов, обязанных этому эффекту, охватывает главным образом очень низкие частоты.

Шумы в лампах могут возникать также вследствие внешних механических воздействий (микрофонный эффект). При колебаниях элементов конструкции расстояния между электродами ламп меняются, вызывая изменение анодного тока.

В многоэлектродных лампах флюктуации больше, чем в диоде или в триоде, однако по сравнению с постоянной составляющей они все же чрезвычайно малы.

В диапазоне высоких частот ток в цепи сетки, наведенный пролетающими электронами, не равен нулю (рис. 8-19). Флюктуации этого тока при больших углах пролета электронов могут также достигать существенной величины.

Методы оценки шумовых свойств. Наибольшее распространение для оценки шумовых свойств ламп получил метод эквивалентного шумового сопротивления, основанный на сравнении флюктуаций тока лампы с тепловыми флюктуациями в цепи с обычным сопротивлением при температуре $T_0=290°$ K. Среднеквадратичное значение флюктуационного напряжения на сопротивлении R находится по формуле

$$\overline{u}_ш^2 = 4kT_0R\Delta f; \qquad (8\text{-}68)$$

k — постоянная Больцмана.

Шумящее сопротивление R (рис. 8-21, *а*) можно заменить генератором напряжения шумов, включенным последовательно с нешумящим сопротивлением (рис. 8-21, *б*) или же генератором шумового тока, который включен параллельно с нешумящим сопротивлением (рис. 8-21, *в*).

Приравнивая шумовые токи диода и шумящего сопротивления, получим, что эквивалентное диоду шумящее сопротивление

$$R_{ш.д} = \frac{0{,}644\,T_к}{ST_0}, \qquad (8\text{-}69)$$

где $T_к$ — температура катода;

Для ламп с сетками флюктуации анодного тока пересчитывают к входу лампы, заменяя шумящую лампу (рис. 8-22, *а*) нешумящей, к входу которой подключен эквивалентный генератор шумового напряжения (рис. 8-22, *б*). Для триода, например,

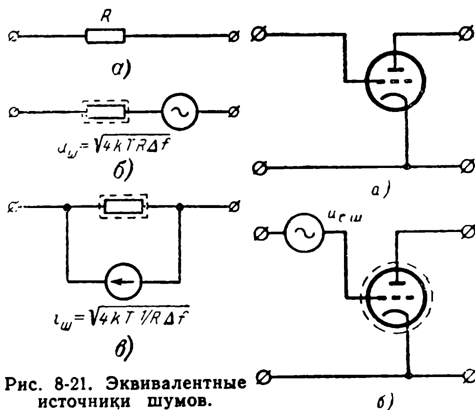


Рис. 8-21. Эквивалентные источники шумов.

а — шумящее сопротивление; *б* — нешумящее сопротивление и генератор шумового напряжения; *в* — нешумящее сопротивление и генератор шумового тока.

Рис. 8-22. Замена шумящей лампы эквивалентными источниками шума.

а — шумящий триод; *б* — нешумящий триод и генератор шумового напряжения; *в* — нешумящий триод и шумящий резистор.

этот пересчет легко выполнить, используя известное соотношение

$$dI_а = S\,dU_с.$$

В свою очередь эквивалентный генератор шумового напряжения можно заменить включенным в цепь сетки шумящим сопротивлением (рис. 8-22, *в*) при условии, что их шумовые напряжения равны.

Для триода такой пересчет приводит к выражению величины шумящего сопротивления

$$R_{ш.тр} = \frac{0{,}644\,T_к}{ST_0\delta}. \qquad (8\text{-}70)$$

Для пентода получается:

$$R_{ш.п} = \frac{k}{k+1}\left(\frac{0{,}644\,T_к}{ST_0\delta} + \frac{20\,I_{с2}}{S^2}\right). \qquad (8\text{-}71)$$

Подставляя в формулы (8-69), (8-70) и (8-71) величины $T_к=1\,000°$ K; $T_0=290° \approx \approx 300°$ K и $\delta=0{,}8 \div 1$, получим простые и удобные для расчетов формулы:

$$R_{ш\,д} \approx \frac{2{,}3}{S}; \qquad (8\text{-}72)$$

$$R_{ш.тр} \approx \frac{2{,}5}{S}; \qquad (8\text{-}73)$$

$$R_{ш.п} \approx \frac{k}{k+1}\left(\frac{2{,}5}{S} + \frac{20\,I_{с2}}{S^2}\right). \qquad (8\text{-}74)$$

Другой метод оценки шумовых свойств ламп основан на замене лампы шумящим сопротивлением, имеющим эквивалентную абсолютную температуру $T_э$. Предположим, что мощность шумов, создаваемых лампой от всех указанных ранее причин равна $P_{ш.л}$, а мощность при произвольной температуре T равна $kT\Delta f$, тогда в общем случае $P_{ш.л} \neq kT\Delta f$. Однако температуру сопротивления можно изменить до такой величины $T_э$, при которой эти мощности будут равны: $P_{ш.л} = kT_э\Delta f$.

Отношение

$$t = \frac{T_э}{T} \quad (8\text{-}75)$$

называется относительной шумовой температурой.

Методы снижения шумов в лампах

Снижение шумов в лампе может быть достигнуто прежде всего путем повышения крутизны характеристики. Для увеличения S стремятся приблизить управляющую сетку к катоду и уменьшить ее шаг. Это не всегда можно сделать без ущерба для других параметров лампы. При конструировании многоэлектродных ламп для уменьшения шумов стремятся уменьшить коэффициент k (для чего экранирующую сетку делают редкой) или же работать при низких U_{c2}. В последнем случае k уменьшается вследствие снижения I_{c2}, величина которого независимо от k влияет на величину шумов.

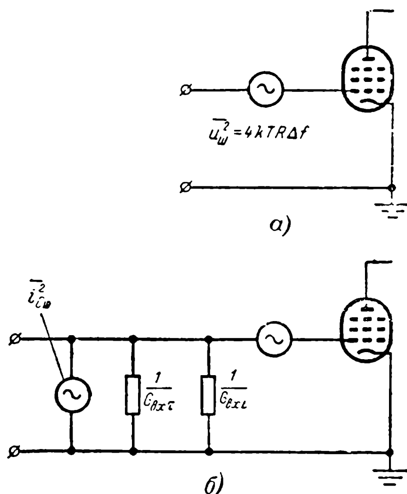


Рис. 8-23. Входная цепь лампы с эквивалентными источниками шумов.

а — на низких частотах; *б* — на высоких частотах.

Для уменьшения коэффициента вторичной эмиссии электроды лампы выполняются из материалов с небольшим σ или специально покрываются тонким слоем металла с малым коэффициентом вторичной эмиссии. Кроме того, при выборе типа катода и режима его работы уделяют особое внимание предотвращению испарения активного слоя с его поверхности.

Входная цепь лампы с учетом источника шумов. Входная цепь лампы на низких частотах может быть представлена с учетом эквивалентного генератора шумового напряжения (рис. 8-23, *а*) $\overline{u_ш^2} = 4\ kT_0\Delta f \cdot R_ш$, где $R_ш$ — шумовое сопротивление диода или пентода.

В диапазоне высоких частот необходимо учитывать появление активной составляющей входной проводимости лампы за счет времени пролета электронов и индуктивности катодного ввода (см. стр. 360). Наличие проводимости (8-60)

$$G_{вх} = G_{вх\tau} + G_{вх\,L}$$

определяет возникновение в цепи сетки шумового тока

$$\overline{i^2_{Gш}} = 4kT_0G_{вхL}\,\Delta f + 4k\,(5T_0)\,G_{вх\,\tau}\,\Delta f. \quad (8\text{-}76)$$

Схема входной цепи в этом случае имеет вид, представленный на рис. 8-23, *б*.

8-8. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ЭЛЕКТРОННЫХ ЛАМП

Электронная лампа как четырехполюсник

Замена лампы эквивалентной схемой удобна при расчете большинства устройств, которые, помимо электронных ламп, содержат сопротивления, емкости и индуктивности.

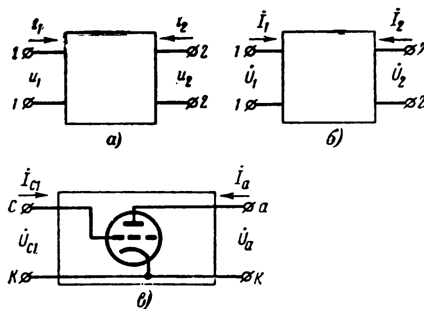


Рис. 8-24. Линейный четырехполюсник, эквивалентный электронной лампе.

а — на низких частотах; *б* — на высоких частотах; *в* — для схемы с общим катодом.

Любую электронную лампу можно представить в виде нелинейного активного четырехполюсника. В большинстве случаев, однако, к входу лампы подводятся небольшие напряжения, что позволяет рабочий участок характеристики считать линейным, а саму лампу представить как линейный активный четырехполюсник (рис. 8-24, *а*). Как известно, связь между входными и выход-

ными токами и напряжениями в четырехполюснике определяется системой из двух уравнений, для которых в качестве независимых переменных могут быть взяты любые две величины. Для электронных ламп в качестве независимых переменных удобно выбрать входное и выходное напряжения. Тогда уравнения четырехполюсника запишутся:

$$\left.\begin{aligned} di_1 &= \frac{\partial i_1}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial i_1}{\partial u_2} du_2; \\ di_2 &= \frac{\partial i_2}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial i_2}{\partial u_2} du_2. \end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}77)$$

В общем случае токи и напряжения в лампе — величины комплексные (рис. 8-24, *б*) и уравнения (8-76), можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} \dot I_1 &= \dot Y_{11} \dot U_1 + \dot Y_{12} \dot U_2; \\ \dot I_2 &= \dot Y_{21} \dot U_1 + \dot Y_{22} \dot U_2. \end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}78)$$

Характеристические проводимости

Частные производные в уравнениях, (8-77), имеющие размерность проводимости, называются характеристическими проводимостями лампы; они могут быть определены из уравнений (8-78) при условиях поочередного осуществления режима короткого замыкания на входе и выходе четырехполюсника ($\dot U_1=0$ и $\dot U_2=0$).

Однако при анализе работы электронных ламп, особенно на высоких частотах, удобней использовать совокупность других проводимостей, определяемых по методу, предложенному В. И. Сифоровым [Л. 14].

Предположим, что лампа включена по схеме с общим катодом (рис. 8-24, *в*).

Отношение

$$\dot Y_{c1a} = \frac{\dot I_{c1}}{\dot U_a} \text{ при } \dot U_{c1} = 0 \quad (8\text{-}79)$$

называется проводимостью обратного действия или проходной проводимостью лампы. Она определяется при коротком замыкании входа лампы.

На частотах порядка мегагерц ток $\dot I_{c1} = -i\omega C_{a.c1} \dot U_a$ и, следовательно,

$$Y_{c1a} = i\omega C_{a.c1}. \quad (8\text{-}80)$$

Для определения остальных трех проводимостей удобно воспользоваться методом нейтрализации проходной проводимости, т. е. включить параллельно ей проводимость, равную по величине, но обратного знака.

Проводимость

$$\dot Y_{c1к} = \frac{\dot I_{c1}}{\dot U_{c1}} \text{ (при } Y_{c1a}=0) \quad (8\text{-}81)$$

называется входной проводимостью лампы.

В общем случае эта проводимость — величина комплексная:

$$Y_{c1к} = G_{c1к} + iB_{c1к}. \quad (8\text{-}82)$$

На низких частотах при работе лампы без сеточных токов $G_{c1к}=0$ и величина проводимости определяется емкостью $C_{c1к}$:

$$Y_{c1к} = i\omega C_{c1к}. \quad (8\text{-}83)$$

В области высоких частот активная составляющая проводимости вследствие влияния времени пролета электронов и индуктивности катодного ввода не равна нулю и величина $G_{c1к}$ определяется соотношением (8-60)

$$G_{c1к} = (a_L + a_\tau)\,\omega^2.$$

Проводимость

$$\dot Y_{a.к} = \frac{\dot I_a}{\dot U_a} \text{ (при } Y_{c1a}=0) \quad (8\text{-}84)$$

является выходной проводимостью лампы. Реактивная составляющая этой проводимости определяется емкостью анод — катод $B_{a.к}=i\omega C_{a.к}$. Активная составляющая в области низких частот — величина, обратная внутреннему сопротивлению лампы, $G_{a.к}=1/R_i$.

На высоких частотах активная составляющая изменяется вследствие влияния индуктивности вводов и ее величина определяется выражением (8-61)

$$G_{a.к} = 1/R_i + b\omega^2.$$

Поскольку в триодах R_i невелико, то для всей области усиливаемых частот можно считать $G_{a.к} \approx 1/R_i$. В пентодах, где внутреннее сопротивление велико, активная составляющая выходной проводимости увеличивается пропорционально квадрату частоты.

Проводимость

$$\frac{\dot I_a}{\dot U_{c1}} \text{ (при } Y_{c1a}=0); \quad (8\text{-}85)$$

есть крутизна лампы — также величина комплексная. Однако практически в области рабочих частот крутизну лампы считают величиной чисто активной.

Эквивалентная схема лампы

Электронная лампа может быть представлена эквивалентной П-образной схемой, содержащей характеристические проводимости (рис. 8-25, *а*). Активный характер схемы отмечен генератором тока $S\dot U_c$.

В диапазоне низких частот характеристические проводимости следует считать чи-

сто активными. Проводимость Y_{c1a}, определяемая емкостью $C_{a.c1}$, на низких частотах может быть принята равной нулю. Обычно лампы работают при отрицательных напряжениях на управляющей сетке и ток $\dot{I}_{c1}=0$. Кроме того, $Y_{a.к}=1/R_i$.

Таким образом, на низких частотах можно пользоваться лишь выходной частью схемы (рис. 8-25, *а*). С учетом сопротивления анодной нагрузки эквивалентная схема на низких частотах приобретает вид, показанный на рис. 8-25, *б*.

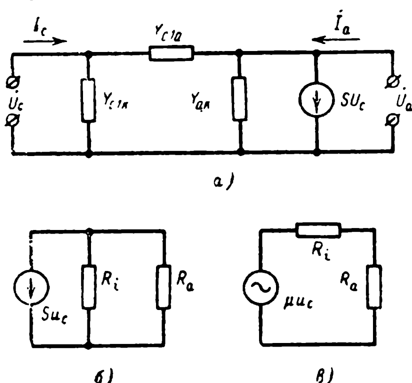


Рис. 8-25. Эквивалентная схема лампы. *а* — на высоких частотах; *б* и *в* — на низких частотах.

Уравнение для этой схемы имеет вид:

$$i_a = Su_c + \frac{1}{R_i} u_a. \tag{8-86}$$

Определяя u_a как падение переменного напряжения на сопротивлении нагрузки $u_a = -R_a i_a$, выражение (8-86) легко привести к виду

$$i_a = \frac{\mu u_c}{R_i + R_a} \tag{8-87}$$

и эквивалентную схему анодной цепи триода изобразить в виде эквивалентного генератора напряжения, питающего последовательно соединенные сопротивления R_i и R_a (рис. 8-25, *в*).

На высоких частотах величины проводимостей Y_{c1a}, $Y_{c1к}$, $Y_{a.к}$ и S определяются соотношениями, приведенными выше.

Диод может быть представлен в виде двухполюсника. Его эквивалентная схема достаточно проста. В общем случае между катодом и анодом диода может быть приложена постоянная разность потенциалов U_a, определяющая на вольт-амперной характеристике рабочую точку, и, кроме того, некоторое переменное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ (рис. 8-26, *а*). Если амплитуда переменного напряжения не слишком велика, то рабочий участок характеристики в окрестностях точки *А* (рис. 8-26, *б*) можно считать линейным и диод можно заменить сопротивлением R_i, равным его внутреннему сопротивлению в данной точке. Параллельно сопротивлению R_i должна быть включена междуэлектродная емкость C.

Однако для диапазона низких частот, где сопротивление $X_c = 1/i\omega C$, значительно больше R_i, шунтирующим действием X_c можно пренебречь и эквивалентная схема диода будет такой, как это показано на рис. 8-26, *в*.

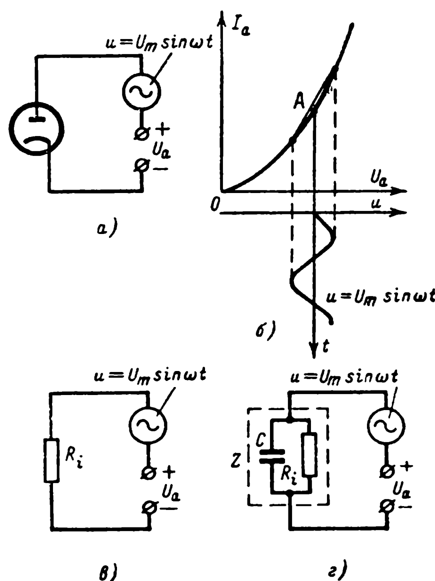


Рис. 8-26. Эквивалентные схемы диода.

а — общий случай включения диода в схему; *б* — аппроксимация участка характеристики диода прямой линией; *в* — эквивалентная схема диода для низких частот; *г* — эквивалентная схема диода для высоких частот.

Если же частота ω переменного напряжения велика, то сопротивлением емкости C пренебречь нельзя и диод нужно изображать в виде комплексного сопротивления Z (рис. 8-26, *г*).

8-9. ЭЛЕКТРОННОЛУЧЁВЫЕ ПРИБОРЫ

Электроннолучевыми называются такие приборы, принцип действия которых основан на использовании узкого сфокусированного электронного пучка (луча). Управление этим электронным лучом, его плотностью (интенсивностью) и пространственным положением осуществляется с помощью электрических и магнитных полей различной конфигурации.

Принципы электронной оптики

Движение электронов в полях подчиняется законам электронной оптики. Сила,

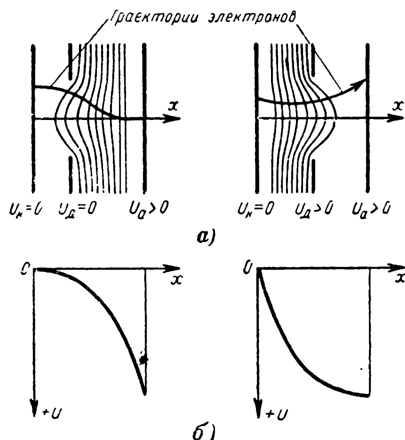


Рис. 8-27. Электронные линзы-диафрагмы и распределение потенциала в них.

а — собирающая; *б* — рассеивающая.

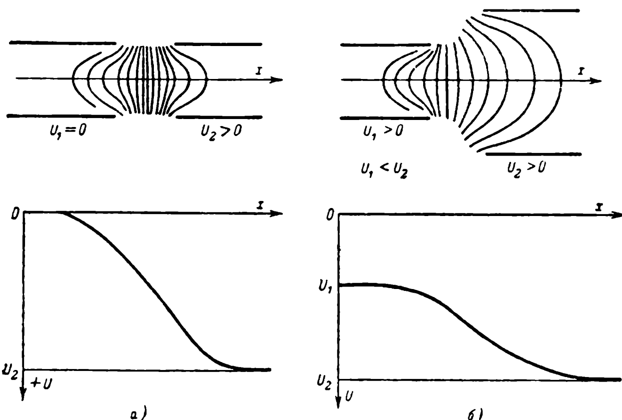


Рис. 8-29. Иммерсионные линзы и кривые распределения потенциала.

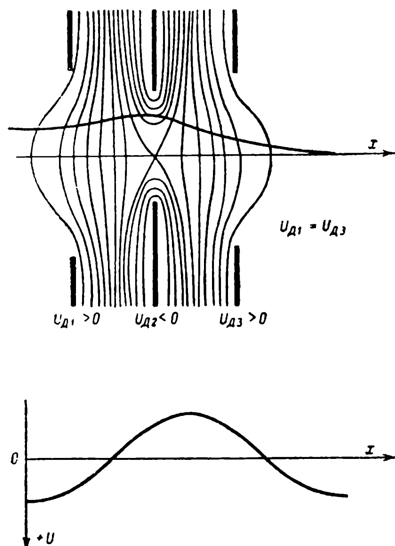


Рис. 8-28. Одиночная электронная линза и кривая распределения потенциала.

действующая на электрон в электрическом поле, равна:

$$F_e = -eE, \qquad (8\text{-}88)$$

где e — заряд электрона;

E — напряженность поля.

Используя известное соотношение

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d^2s}{dt^2}, \qquad (8\text{-}89)$$

(m — масса электрона; v — скорость; S — путь; t — время)

можно записать общее уравнение движения электрона в электрическом поле:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -eE. \qquad (8\text{-}90)$$

Интегрируя это уравнение, можно найти траекторию движения электрона.

При движении электрона в электрическом поле его скорость может изменяться по величине и направлению. Если на некотором участке Δx потенциал поля меняется на величину $\Delta U = U_2 - U_1$ и электрон движется под углом Θ_1 относительно нормали к эквипотенциальной поверхности U_1, то на пути Δx направление его движения изменится (Θ_2) в соответствии с законом преломления

$$\frac{\sin\Theta_1}{\sin\Theta_2} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}. \qquad (8\text{-}91)$$

В электроннолучевых приборах для управления движением электронов широко используются неоднородные электрические поля, образующие электронные линзы. В электронной оптике различают линзы-диафрагмы, одиночные линзы, иммерсионные линзы и иммерсионные объективы.

Линза-диафрагма и кривые распределения потенциалов вдоль оси линзы приведены на рис. 8-27. Эти линзы, образованные электродами с круглыми отверстиями, могут быть собирающими и рассеивающими. В собирающей линзе в плоскости диафрагмы $\frac{\partial^2 U_д}{\partial x^2} > 0$; в рассеивающей линзе $\frac{\partial^2 U_д}{\partial x^2} < 0$. Фокусное расстояние линз-диафрагм можно определить по формуле

$$f = \frac{4U_д}{E_{а.д} - E_{к.д}}, \qquad (8\text{-}92)$$

где $E_{к.д}$ — напряженность поля слева, а $E_{а.д}$ — справа от диафрагмы.

Одиночные линзы образуются системой линз-диафрагм и характеризуются постоянными и равными потенциалами по обе стороны линз. Одиночная линза показана на рис. 8-28.

Широкое применение в электроннолучевых приборах находят *иммерсионные линзы* с цилиндрическими электродами равных или различных диаметров. В таких линзах потенциалы по обе стороны различны по величине. Примеры иммерсионных линз приведены на рис. 8-29.

Иммерсионными объективами называют обычно иммерсионные линзы, расположенные в непосредственной близости от катода, находящегося под нулевым потенциалом.

Для фокусирования параксиальных пучков используются также неоднородные магнитные поля, образуемые короткими катушками — многослойными соленоидами, длина которых соизмерима с их внутренним диаметром. На электрон, влетающий в неоднородное магнитное поле короткой катушки под углом α (рис. 8-31), действуют силы, изменяющие его траекторию. Электрон под действием этих сил приближается к оси линзы, причем плоскость, в которой лежит его траектория, искривляется. Электрон движется по отрезку спирали, пересекающей ось линзы в точке *O*.

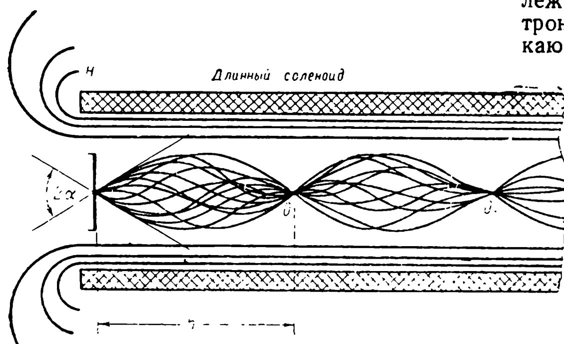


Рис. 8-30. Магнитная линза, образованная полем длинной катушки.

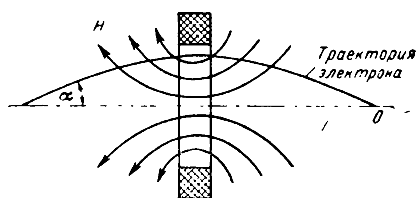


Рис. 8-31. Магнитная линза, образованная полем короткой катушки.

В магнитном поле с вектором индукции *B* на электрон действует сила

$$F_м = -e[vB]. \quad (8\text{-}93)$$

Вектор силы $\mathbf{F}_м$ нормален к плоскости, в которой расположены векторы — сомножители **v** и **B**. Направление силы $F_м$ находится с помощью правила правой руки.

Кинетическая энергия электрона при его движении в магнитном поле остается неизменной. Магнитное поле может лишь изменить направление движения электрона.

Для управления электронным потоком в электроннолучевых приборах используются как однородные, так и неоднородные магнитные поля.

Примером использования однородного магнитного поля может служить *магнитная линза*, образуемая полем длинного соленоида (рис. 8-30). Такая линза фокусирует поток электронов, выходящих с поверхности катода под углами меньше α. Если угол α невелик, то пучок электронов называют параксиальным. Фокусирующее действие линзы основано на равенстве шага спиральных траекторий всех электронов

$$h = 2\pi \frac{mv}{eB}. \quad (8\text{-}94)$$

В точках *O*, O_1 и др., отстоящих друг от друга на величину *h*, траектории электронов касаются оси соленоида; происходит фокусирование электронного пучка.

Устройство и принцип действия электроннолучевых трубок

Электроннолучевые приборы отличаются по конструкции в зависимости от их назначения. Для осциллографирования используются трубки с электростатическим управлением луча, экранами зеленого или синего свечения, с коротким послесвечением. Применяются также двухлучевые трубки с двумя прожекторами, смонтированными в одном баллоне под некоторым углом друг к другу, так чтобы их оси пересекались в центре экрана. В телевизорах применяются трубки с магнитным отклонением луча. В радиолокационных устройствах обычно применяются трубки также с магнитным управлением луча и длительным послесвечением экрана (экран покрыт двумя слоями люминофора с коротким и длительным послесвечением). Особую конструкцию имеют различные коммутационные трубки и трубки специального назначения.

Трубки с электростатическим управлением отличаются тем, что формирование электронного луча и управление им осуществляются с помощью электростатических полей (рис. 8-32). В торце узкой части стеклянного баллона расположен катод *1* в виде небольшого цилиндра, внутри которого помещена спираль для подогрева. Дно цилиндра с внешней стороны покрыто оксидным слоем; с его поверхности при подогреве эмиттируются электроны. Вблизи катода расположен полый цилиндр *2* с небольшим круглым отверстием — диафрагмой в его дне. Этот цилиндр называется управляю-

щим электродом или модулятором и служит главным образом для изменения плотности тока электронного луча.

Далее по оси трубки располагаются еще два цилиндра — первый и второй аноды. Первый анод *3*, находясь под положительным потенциалом в несколько сотен вольт, ускоряет движущийся от катода поток электронов. Ко второму аноду *4* подводится напряжение, достигающее в некоторых электроннолучевых приборах десятков киловольт, и поток электронов покидает второй анод с достаточно высокой скоростью.

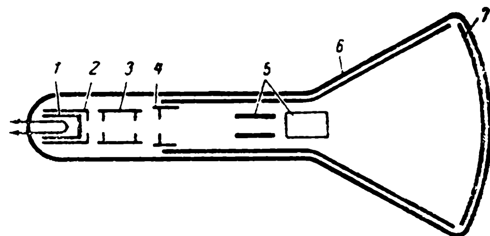


Рис. 8-32. Устройство электроннолучевой трубки с электростатическим управлением.

1 — катод; *2* — модулятор; *3* — первый анод; *4* — второй анод; *5* — отклоняющие пластины; *6* — аквадаг; *7* — экран.

Кроме ускорения электронов, назначение анодов заключается в формировании узкого электронного пучка — фокусировании электронного потока. Вследствие различия потенциалов катода, модулятора, первого и второго анодов в пространстве между ними создаются неоднородные электрические поля — электронные линзы. Проходя через эти линзы, электроны образуют узкий сходящийся у экрана *7* пучок — электронный луч. Вся система электродов крепится на траверсах и образует единое устройство, называемое электронной пушкой (электронным прожектором). Выйдя из электронной пушки, электронный луч попадает в отклоняющую систему *5*, служащую для управления положением луча в пространстве. В трубках с электростатическим управлением отклоняющая система состоит из двух пар пластин, расположенных попарно в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Каждая пара пластин образует плоский конденсатор, и если потенциалы пластин различны, то между ними создается электрическое поле. Между пластинами электроны движутся в поперечном электрическом поле по параболической траектории, и по выходе из пластин траектория оказывается направленной по отношению к оси трубки под некоторым углом, величина которого зависит от разности потенциалов на пластинах и от размеров пластин. С помощью двух пар пластин, создающих взаимно перпендикулярные электрические поля, электронным лучом можно управлять в двух взаимно перпендикулярных направлениях и, следовательно, электронный луч может занимать в пространстве любое положение. Обычно вертикально расположенные пластины, образующие электрическое поле, вектор напряженности которого лежит в горизонтальной плоскости, называют горизонтально отклоняющими. Изменение разности потенциалов на этих пластинах заставляет электронный луч перемещаться по горизонтальной оси. Пластины, расположенные горизонтально и отклоняющие электронный луч по вертикали, называют вертикально отклоняющими.

Пройдя отклоняющую систему, электронный луч движется в расширенной части баллона, и электроны в конце пути попадают на экран трубки *7*. Эта часть баллона с внутренней стороны покрыта люминофором — веществом, способным светиться под воздействием бомбардирующих его электронов. При попадании электронного луча на экран люминофор возбуждается и на экране трубки появляется небольшое светящееся пятно, видимое снаружи через стекло баллона. При бомбардировке экрана с его поверхности выходят вторичные электроны, которые увлекаются полем проводящего покрытия аквадага *6*, находящегося под положительным напряжением.

Если напряжения на отклоняющих пластинах изменяются, то электронный луч, а следовательно, и светящееся пятно на экране перемещаются, описывая траекторию в соответствии с изменением напряжения на отклоняющих пластинах. Таким образом, закон изменения напряжения на отклоняющих пластинах может визуально наблюдаться на экране электроннолучевой трубки.

Трубки с магнитным управлением (рис. 8-33) называются так потому, что управление электронным лучом производится магнитными полями с помощью специальных катушек. В электронном прожекторе имеется лишь одна электронная линза, образуемая неоднородным электрическим полем, между модулятором *2* и первым анодом *3*. Вторая фокусирующая линза образуется неоднородным магнитным полем короткой фокусирующей катушки *4*, надеваемой снаружи, вблизи первого анода, на горловину бал-

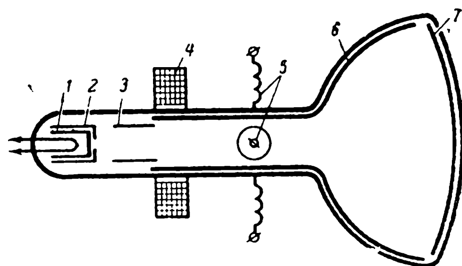


Рис. 8-33. Устройство электроннолучевой трубки с магнитным управлением.

1 — катод; *2* — модулятор; *3* — первый анод; *4* — фокусирующая катушка; *5* — отклоняющие катушки; *6* — аквадаг; *7* — экран.

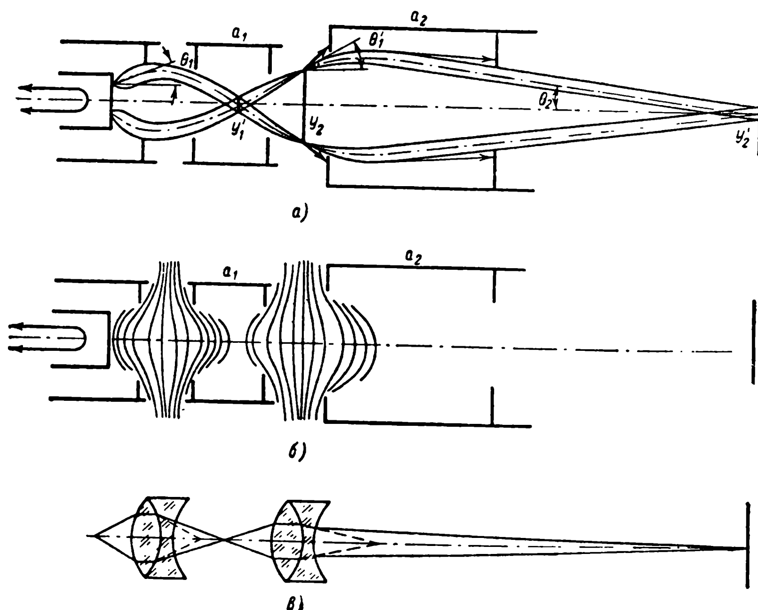


Рис. 8-34. Траектории электронов (*а*), картина электрического поля (*б*) и оптический эквивалент электронных линз (*в*).

лона трубки. Отклонение электронного луча осуществляется магнитными полями двух взаимно перпендикулярных отклоняющих катушек *5*.

Управление плотностью тока луча. Электронный поток в трубке регулируется изменением потенциала модулятора. К модулятору подводится небольшой отрицательный потенциал, регулируемый в пределах от нуля до — 30 *в*. Электронный поток формируется только из электронов, прошедших через диафрагму диаметром около 1 *мм* (электроны, вектор начальной скорости которых значительно отклоняется от нормали к поверхности катода, через диафрагму не проходят и в формировании электронного луча не участвуют). Предварительной фокусировке электронного потока способствует небольшой отрицательный потенциал, подводимый к управляющему электроду. Изменение этого потенциала приводит к изменению траекторий электронов, и при более отрицательном потенциале электроны, ранее проходившие по периферии диафрагмы, отражаются, а плотность электронного потока уменьшается. Зависимость тока электронного луча от напряжения на модуляторе называется *модуляционной характеристикой* трубки. Плотность тока пучка оценивается по величине тока I_{a2} второго анода, на который попадает большая часть отработавших электронов.

Фокусирование электронного луча. Пушка простейшей конструкции (рис. 8-34) состоит из двух сложных линз, образованных неоднородными полями между модулятором и первым анодом, а также между первым и вторым анодами. Каждую из этих линз можно рассматривать как две простейшие линзы: двояковыпуклую собирающую линзу, образованную эквипотенциальными поверхностями, обращенными выпуклостью к катоду, и двояковогнутую линзу, образованную эквипотенциальными поверхностями, обращенными в другую сторону. Конфигурация полей выбрана такой, что преломляющее действие собирающей линзы больше преломляющего действия рассеивающей линзы. Кроме того, скорости движения электронов вследствие возрастания потенциала в поле рассеивающей линзы больше, чем в поле собирающей. Таким образом, каждая из сложных линз обладает собирательным действием и влияние рассеивающей части линзы приводит лишь к увеличению фокусного расстояния всей системы. Фокусное расстояние второй системы линз с целью совмещения плоскости второго скрещения электронного луча с плоскостью экрана трубки можно регулировать, меняя преломляющую силу одной из линз системы. Это достигается изменением напряжений на первом или втором аноде трубки.

Обычно потенциал первого анода значительно ниже потенциала второго; в цепи последнего протекает больший ток, и поэтому регулировка напряжения на втором аноде более затруднительна. Однако при изменении напряжения на первом аноде меняются также преломляющая сила первой системы линз и поле у поверхности катода, что неизбежно приводит к изменению плотности тока луча. В свою очередь в процессе управления плотностью тока, т. е. при

регулировании напряжения на модуляторе, нарушается фокусирование луча.

В пушке, изображенной на рис. 8-35, *а*, между модулятором и первым анодом помещен ускоряющий электрод, находящийся под потенциалом второго анода. Это не только значительно уменьшает взаимное

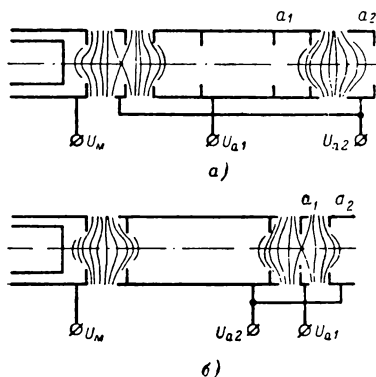


Рис. 8-35. Устройство электронных пушек.

а — с ускоряющим электродом; *б*—с нулевым током первого анода.

влияние регулировок плотности тока и фокусирования луча, но и улучшает фокусирование луча за счет уменьшения радиуса скрещения. На рис. 8-35, *б* изображена электронная пушка с нулевым током первого анода. Здесь, как и в пушке на рис. 8-35, *а*, первый анод, служащий для регулировки фокусирования луча, отделен от модулятора ускоряющим электродом. На первый анод с диафрагмой большого диаметра электроны почти не попадают, и ток в его цепи близок к нулю. Таким образом, при изменении потенциала первого анода не изменяется ток, потребляемый от выпрямителя, питающего все электроды трубки, и даже при использовании маломощного выпрямителя взаимное влияние потенциалов различных электродов отсутствует.

В трубках с магнитным управлением фокусирование луча осуществляется неоднородным магнитным полем короткой катушки.

Фокусное расстояние такой магнитной линзы определяется выражением

$$\frac{1}{f} = \frac{0,02}{U}\int_{x_1}^{x_2} B^2\,dx, \qquad (8\text{-}95)$$

где $U = \dfrac{v_x^2 m}{2e}$ потенциал, определяющий скорость движения электрона вдоль оси катушки, а интегрирование ведется в пределах существования неоднородного магнитного поля $x_2 - x_1$.

Число необходимых ампер-витков определяется по формуле

$$wI = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{U}{0,02f}}, \qquad (8\text{-}96)$$

где w — число витков;
I — ток в катушке;
k — коэффициент, зависящий от конструкции и формы катушки.

Для увеличения преломляющей силы магнитной линзы фокусирующие катушки помещаются в тороидальные металлические экраны с кольцевой прорезью на внутренней поверхности тороида (панцырные катушки).

Качество фокусировки часто характеризуется величиной

$$Q_ф = d_э/d_п,$$

где $d_э$ — диаметр экрана,
$d_п$ — диаметр пятна.

Отклоняющие системы. Важными параметрами электроннолучевой трубки являются *чувствительность трубки к отклонению луча* и *максимальный угол отклонения*.

Величина отклонения z электронного луча от оси в трубке с электростатическим отклонением пропорциональна напряжению $U_{пл}$ на пластинах:

$$z = \frac{U_{пл}\,lL}{2d\,U_{a2}}; \qquad (8\text{-}97)$$

здесь l — длина пластин;
d — расстояние между пластинами;
L — расстояние от середины пластин до экрана;
U_{a2} — потенциал второго анода, ускоряющего электроны.

Коэффициент пропорциональности, определяющий величину отклонения луча при $U_{пл} = 1$ *в*, называется чувствительностью трубки к отклонению

$$\varepsilon_э = \frac{lL}{2dU_{a2}}. \qquad (8\text{-}98)$$

Величина чувствительности для трубок с электростатическим отклонением равна обычно десятым долям миллиметра на вольт. Она зависит от формы и взаимного расположения отклоняющих пластин. Помимо параллельно расположенных пластин, применяются также косо расставленные, однократно изломанные и изогнутые пластины (рис. 8-36), которые позволяют увеличить максимальный угол отклонения луча. Непараллельные пластины позволяют также увеличить чувствительность трубки к отклонению луча. По срав-

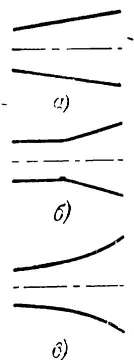


Рис. 8-36. Отклоняющие пластины.

а — косо расставленные; *б* — изломанные; *в* — изогнутые.

нению с плоскопараллельными пластинами чувствительность при прочих равных условиях увеличивается для изломанных пластин примерно на 70%, для косо расставленных — примерно на 60% и для изогнутых — на 80%.

В трубках с магнитным управлением электронный луч отклоняется с помощью магнитных полей, образуемых двумя парами отклоняющих катушек. Применяются катушки со стальными сердечниками (при низкой частоте отклоняющих напряжений) и без сердечников.

Катушки без сердечников для получения однородного магнитного поля изгибают по форме горловины трубки; витки в катушке распределяют неравномерно; число витков на краях обычно больше, чем в середине.

Катушки с сердечниками обычно имеют секционированные обмотки, число витков в которых увеличивается по направлению от середины к краям.

Чувствительность трубки к отклонению магнитным полем определяется по формуле

$$\varepsilon_м = \sqrt{\frac{e}{2m}}\,\frac{lL}{\sqrt{U_а}};\qquad (8\text{-}99)$$

здесь l — толщина катушки;
L — расстояние от катушки до экрана;
e — заряд электрона;
$U_а$ — напряжение анода, ускоряющего электроны.

Один из недостатков магнитной системы отклонения заключается в том, что величина отклонения зависит от соотношения заряда частицы к ее массе. Поэтому тяжелые отрицательные ионы, заряд которых равен заряду электрона, практически не отклоняются магнитным полем. В трубках с магнитным управлением луча для удаления ионов применяются специальные ионные ловушки (см. далее).

Величина чувствительности к отклонению магнитным полем составляет обычно несколько десятых долей миллиметра на ампер-виток.

Экраны. Экран трубки (внутренняя поверхность торцовой части баллона) покрыт люминофором — веществом, способным светиться под воздействием бомбардирующих электронов. Яркость свечения зависит от плотности тока электронного луча и энергии приходящих на экран электронов. Экраны различают по цвету свечения (белый, зеленый и др.), а также по времени послесвечения τ — времени, в течение которого яркость свечения уменьшается до 1—2% от максимальной величины ($\tau<10^{-3}$ *сек* — короткое, $\tau=10^{-3}\div 10^{-1}$ *сек* — среднее и $\tau>10^{-1}$ *сек* — длительное послесвечение).

Кинескопы

Электроннолучевые трубки, предназначенные для приема телевизионного изображения, получили название кинескопов. Колбы кинескопа имеют круглое или прямоугольное дно значительного размера, на внутреннюю поверхность которого наносится люминесцирующий слой. Цвет свечения экрана — белый.

В кинескопах применяются магнитная или трехлинзовая электростатическая фокусирующая система; управление лучом обычно магнитное. При прочих равных условиях лучшую фокусировку имеют трубки с магнитной фокусировкой. Однако применение электростатической фокусировки диктуется специальными условиями применения трубок. Телевизионный сигнал подается на управляющий электрод или катод и модулирует электронный луч по интенсивности.

Для получения изображения достаточных размеров необходимо увеличивать расстояние от отклоняющей системы до экрана или увеличивать угол отклонения луча. Последний метод предпочтительней, так как позволяет значительно сократить длину кинескопа. В современных отечественных кинескопах угол отклонения луча превышает 100°. Для получения такого угла отклонения необходимо увеличивать напряженность магнитного поля отклоняющих катушек, что достигается, в частности, путем сужения горловины кинескопа.

Высокие требования предъявляются к качеству фокусирования луча, так как диаметр светящегося пятна на экране определяет разрешающую способность кинескопа, зависящую от числа воспроизводимых на экране элементов изображения. Диаметр пятна на экране кинескопа не должен быть более 0,5 *мм* для больших экранов, и не более 0,3 *мм* для экранов небольшого (30—40 *см*) диаметра. В кинескопах с небольшим экраном используется обычно фокусирующая система, состоящая из первой электростатической линзы и второй магнитной линзы, образуемой короткой катушкой.

Достоинство такой системы — незначительные искажения изображения.

Недостаток магнитной системы фокусирования заключается в наличии так называемого «ионного пятна». В электронном луче обычно присутствует незначительное количество отрицательных ионов, которые вследствие большой массы практически не отклоняются магнитным полем. Разгоняемые высоким ускоряющим напряжением ионы бомбардируют центральную часть экрана, быстро разрушая ее. Для борьбы с ионным пятном в кинескопах с магнитной системой отклонения используются пушки со специальными ионными ловушками. В электронной пушке, изображенной на рис. 8-37, *а*, используются постоянные магниты, поля которых отклоняют поток электронов сначала вверх от оси, а затем в области анода — к оси трубки. Поток ионов этими полями практически не отклоняется. Косые срезы промежуточного электрода и анода образуют электростатическую линзу, направляющую поток ионов к аноду. На рис. 8-37, *б* изображена ионная ловушка, исполь-

зующая изогнутый анод и магнитное поле постоянного магнита, корректирующего траектории электронов.

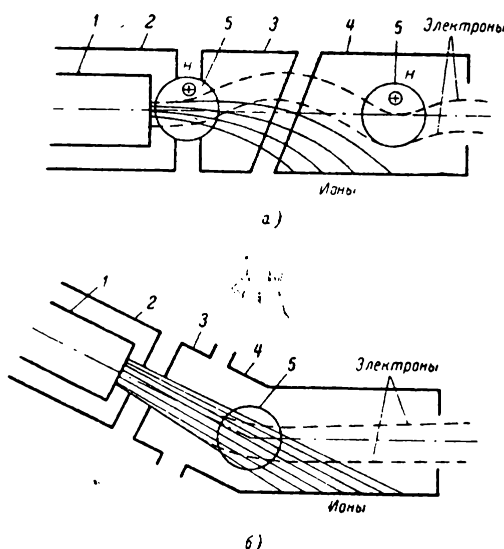


Рис. 8-37. Ионные ловушки.

а — с двумя магнитами; *б* — с изогнутым анодом; *1* — катод; *2* — модулятор; *3*—экранирующий электрод; *4* — анод; *5* — магниты.

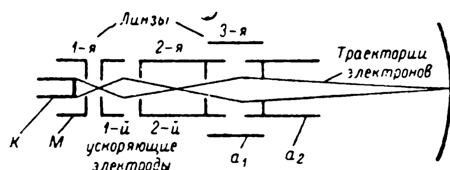


Рис. 8-38. Трехлинзовая пушка.

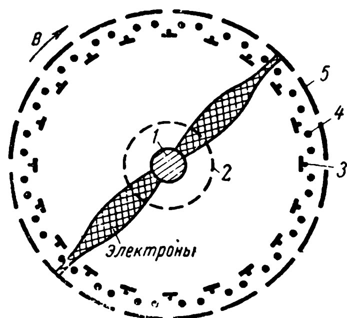


Рис. 8-39. Радиальный электронный переключатель.

1 — катод; *2*—управляющая сетка; *3* — экранирующая сетка; *4* — 3-я сетка; *5* — анодные пластины.

В современных кинескопах с большим экраном используются пушки с электростатической фокусировкой (рис. 8-38). При этом достигаются хорошая фокусировка, незначительное потребление мощности и малая зависимость от нестабильности питающих напряжений.

Для повышения контрастности изображения электронная пушка должна иметь повышенную крутизну модуляционной характеристики. К последнему аноду электронного прожектора обычно подводят высокое напряжение (5—20 *кв*), что позволяет значительно ускорить электроны в пучке и получить необходимую яркость изображения.

Экраны кинескопов покрывают обычно двухкомпонентными фосфорами. Белый цвет свечения достигается путем смешивания компонент люминофоров желтого и синего свечения. Дно баллона, на которое наносят люминофор, выполняется из утолщенного дымчатого стекла. В некоторых кинескопах на люминофор наносят тонкий слой алюминия (алюминированные экраны). Слой алюминия непрозрачен для тяжелых ионов, и ионное пятно в таких кинескопах устраняется без применения специальных ионных ловушек. Слой алюминия, отражая световые лучи, способствует также увеличению яркости и контрастности изображения.

Электроннолучевые коммутаторы

В устройствах вычислительной техники и системах автоматики весьма широко применяются электроннолучевые приборы, в которых электронный луч выполняет функции электрически управляемого переключателя каналов или цепей. К числу таких приборов относятся радиальные электронные переключатели и трохотроны. В радиальном переключателе (рис. 8-39) электронный луч формируется в радиальном электрическом поле, на которое накладывается поперечное магнитное поле.

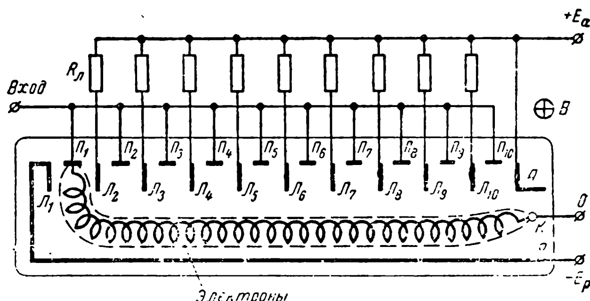


Рис. 8-40. Линейный трохотрон.

К — катод; *П* — пластины; *Л* — лопатки; *Р*—рельс.

Электронный поток замыкает цепь между осевым цилиндрическим катодом и какой-либо парой анодных пластин *5*. Вращение луча осуществляется вращающимся магнитным полем, образуемым тремя внешними катушками, напряжения на которых сдви-

нуты по фазе на 120°. Управляющая сетка *1* позволяет менять плотность электронного потока; экранирующая сетка *3* улучшает фокусирование луча и ослабляет связь между соседними анодными пластинами. Назначение третьей сетки *4* — устранение потока вторичных электронов от анодных пластин к экранирующей сетке.

В линейном трохотроне (рис. 8-40) поток электронов образуется во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях. Электроны движутся по трохоидам, перемещаясь вдоль эквипотенциальных линий электрического поля. Электрическое поле образуется из-за разности потенциалов между анодом *А*, лопатками *Л* и пластинами *П*, на которые подается положительное относительно катода напряжение, и отрицательно заряженным рельсом *Р*. Если напряжение на всех лопатках близко к напряжению анода, то электроны, двигаясь по трохоидальным траекториям, отражаются полем первой лопатки, соединенной с рельсом, и попадают на первую пластину. При понижении напряжения на второй лопатке часть электронов будет попадать на ее поверхность; ток лопатки сначала растет, а затем уменьшается, так как электроны, отражаясь полем второй лопатки, устремляются на вторую пластину. Уменьшение напряжения на третьей лопатке приводит к переброске электронного луча на третью пластину и т. д. В зависимости от расположения пластин и управляющих лопаток конструкция трохотрона может видоизменяться. Модификациями линейного трохотрона являются кольцевой и бинарный трохотроны, расположение электродов в которых схематически показано на рис. 8-41.

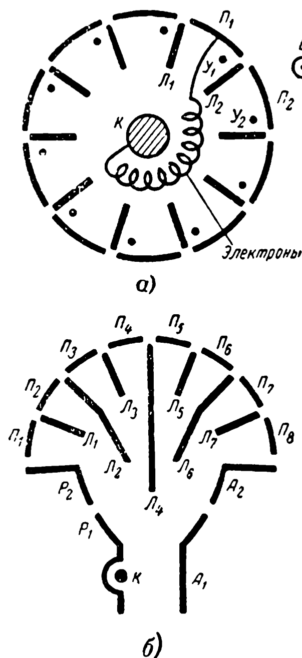


Рис. 8-41. Схемы трохотронов.

а — кольцевого: *К* — катод; *Л* — лопатки; *У* — управляющие электроды; *П* — пластины; *б* — бинарного: *К* — катод; *А* — аноды; *Р* — рельсы; *Л* — лопатки; *П* — пластины.

8-10. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

Фотоэлектронная эмиссия

Электронные приборы, преобразующие энергию светового потока в электрическую, называются фотоэлектрическими приборами.

К фотоэлектрическим приборам относятся электровакуумные и ионные **фотоэлементы**, **фотоэлектронные умножители**, передающие телевизионные трубки: **иконоскоп**, **ортикон** и др. (см. разд. 15), а также **полупроводниковые фотоэлементы**, **фотодиоды**, **фототриоды** и др. (см. разд. 9).

Поток свободных электронов в таких приборах возникает с поверхности фотокатода за счет энергии фотонов, поглощаемой катодом при облучении его световым потоком (**фотоэлектронная эмиссия**).

Количество $n_ф$ эмиттируемых электронов (фототок $I_ф$) пропорционально световому потоку, облучающему фотокатод,

$$I_ф = n_ф e = KФ. \qquad (8\text{-}100)$$

Кинетическая энергия эмиттированных электронов зависит от частоты ν световых колебаний и не зависит от интенсивности светового потока:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - W_0; \qquad (8\text{-}101)$$

здесь h — постоянная планка;

W_0 — работа, затрачиваемая электроном при выходе с поверхности фотокатода.

При некотором значении $\nu = \nu_{кр}$ кинетическая энергия электронов равна нулю ($h\nu = W_0$). Длина волны $\lambda_{кр} = c/\nu_{кр}$ называется порогом фотоэлектронной эмиссии.

Фотоэлементы

Примеры конструктивного оформления электровакуумных фотоэлементов даны на рис. 8-42. Катодом *2* фотоэлемента служит тонкий слой светочувствительного вещества, нанесенный либо на часть внутренней поверхности стеклянного баллона, либо на специальную пластину.

Из числа разнообразных фотокатодов чаще всего применяются кислородно-цезиевый и сурьмяно-цезиевый. В большинстве

случаев сурьмяно-цезиевый катод наносится на тонкую никелевую пленку — подложку.

Анодом прибора является кольцо *3*, помещаемое в центре баллона, или сетка *3*, располагаемая вблизи пластинчатого катода. Такое устройство анода не препятствует прохождению световых лучей на катод фотоэлемента.

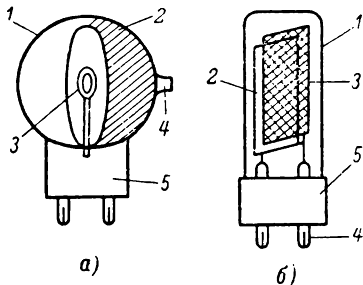


Рис. 8-42. Устройство электровакуумных фотоэлементов.

а — с катодом на стекле баллона; *б* — с катодом в виде пластины; *1* — баллон; *2* — катод; *3* — анод; *4* — вывод катода; *5* — цоколь.

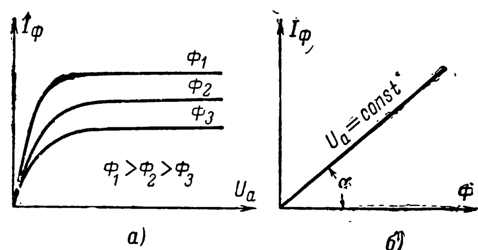


Рис. 8-43. Вольт-амперная (*а*) и световая (*б*) характеристики вакуумного фотоэлемента.

Вольт-амперная и световая характеристики вакуумного фотоэлемента. Основными характеристиками фотоэлементов являются: вольт-амперная, отображающая изменение фототока $I_ф$ от напряжения $U_а$ при $Ф = \text{const}$ (рис. 8-43, *а*), и световая, показывающая зависимость $I_ф$ от величины светового потока Ф (рис. 8-43, *б*).

Вольт-амперные характеристики напоминают анодные характеристики пентода. При малых $U_а$ не все электроны, эмиттированные фотокатодом, попадают на анод. У поверхности катода образуется область отрицательного пространственного заряда. При дальнейшем увеличении напряжения пространственный заряд постепенно рассасывается и, наконец, все электроны, вышедшие с поверхности катода, устремляются на анод. Наступает режим насыщения.

Световая характеристика фотоэлемента отражает прямую пропорциональность между световым потоком и фототоком. Наклон световой характеристики определяется коэффициентом K в уравнении (8-100).

Величина $K = \operatorname{tg} \alpha$ называется интегральной чувствительностью и определяет величину фототока, возникающего в результате облучения фотоэлемента световым потоком в один люмен независимо от его спектрального состава.

Наряду с вакуумными применяются также ионные (газонаполненные) фотоэлементы, баллоны которых заполняются разреженным газом (при давлении около 0,2 *мм рт. ст.*). В этих приборах электроны, двигаясь к аноду, соударяются с молекулами газа. При определенном уровне кинетической энергии электронов может произойти ионизация молекул газа. Вновь образованные электроны движутся к аноду, а положительно заряженные ионы перемещаются к катоду. Это движение электронов и ионов увеличивает плотность потока заряженных частиц, и анодный ток растет.

Вольт-амперная и световая характеристики ионного фотоэлемента имеют вид, показанный на рис. 8-44. При малых световых потоках число фотоэлектронов невелико и ионизация газа незначительна. Между световым потоком и анодным током сохраняется прямая пропорциональность. По мере увеличения $Ф$ увеличивается число соударений электронов с молекулами газа и анодный ток за счет электронов и ионов возрастает. По этой же причине растет анодный ток при повышении анодного напряжения.

Увеличение тока в ионных фотоэлементах по сравнению с вакуумными принято характеризовать коэффициентом газового усиления

$$K_{г.у} = \frac{I_{ф.г}}{I_ф}, \qquad (8\text{-}102)$$

где $I_{ф.г}$ — ток в ионном фотоэлементе при рабочем анодном напряжении и некоторой величине $Ф$;

$I_ф$ — ток насыщения в вакуумном фотоэлементе при той же величине светового потока (рис. 8-44, *а*).

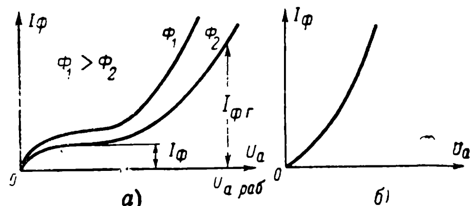


Рис. 8-44. Вольт-амперная (*а*) и световая (*б*) характеристики ионного фотоэлемента.

Обычно $K_{г.у} = 5 \div 10$. Величину рабочего напряжения для ионных фотоэлементов выбирают такой, чтобы в приборе не возник лавинообразный процесс ионизации газа (самостоятельный разряд), при котором

бомбардировка катода ионами может привести к его разрушению.

Ионные фотоэлементы инерционны. При облучении их световым потоком периодически меняющимся по интенсивности коэффициент газового усиления уменьшается с увеличением частоты изменения интенсивности. Эта особенность объясняется инерционностью процессов ионизации и деионизации газа, связанной с малой подвижностью ионов. В большинстве ионных фотоэлементов коэффициент газового усиления остается постоянным лишь на частотах до 1 *кгц* изменения интенсивности света.

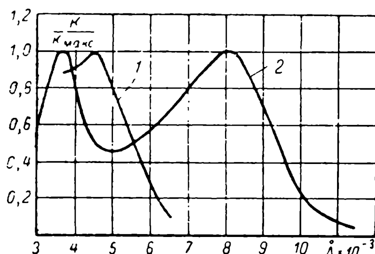


Рис. 8-45. Спектральная характеристика фотоэлементов.

1 — с сурьмяно-цезиевым катодом; 2 — с кислородно-цезиевым катодом.

Важное значение имеет чувствительность фотоэлементов к той или иной части спектра светового потока. Эти свойства фотоэлементов, вернее их катодов, отражаются *спектральными характеристиками.* Такие характеристики для сурьмяно-цезиевого и кислородно-цезиевого катодов показаны на рис. 8-45. Для первого катода характерна повышенная чувствительность к голубой, а для второго катода — к красной части спектра.

Фотоэлементы оцениваются еще одним параметром — *темновым током* $I_т$, протекающим в цепи фотоэлемента, когда $\Phi=0$. Темновой ток обусловлен термоэлектронной эмиссией катода и токами проводимости по стеклу.

Значение минимального тока фотоэлементов ограничивается уровнем собственных шумов этих приборов. Природа флюктуаций и причина их возникновения в фотоэлементах те же, что и в электронных лампах. В ионных фотоэлементах уровень шумов значительно выше, чем в вакуумных.

Фотоэлектронные умножители

Фотоэлектронными умножителями называют приборы, содержащие, помимо фотокатода, специальное устройство для увеличения фототока. Увеличение тока в умножителях достигается за счет вторичной эмиссии со специальных электродов — вторично-электронных катодов, бомбардируемых электронами с других таких же электродов. Схематически устройство фотоэлектронного умножителя показано на рис. 8-46.

Электроны, эмиттируемые фотоэлектронным катодом *1* при облучении его световым потоком, устремляются под воздействием электрического или магнитного (в зависимости от конструкции умножителя) поля к первому вторично-электронному катоду *3*. На его поверхность наносится кислородно-цезиевое, медно-серно-цезиевое или другое сложное покрытие, при котором коэффициент вторичной эмиссии $\sigma>1$ (обычно $\sigma=6\div8$). Таким образом, если при данном световом потоке ток с фотоэлектронного катода равен $I_ф$, то ток первого вторично-электронного катода равен $\sigma I_ф$, второго $\sigma^2 I_ф$ и т. д. Общий коэффициент усиления фототока в умножителе выражается формулой

$$K_у=\sigma^n, \qquad (8\text{-}103)$$

где n — число вторичноэлектронных катодов (ступеней).

Для увеличения коэффициента усиления $K_у$ поток электронов от одного катода к другому стремятся сфокусировать так, чтобы все вторичные электроны падали на поверхность следующего катода.

Интегральная чувствительность фотоэлектронных умножителей равна произведению интегральной чувствительности фотоэлемента на входе умножителя на коэффициент усиления фототока:

$$K_ф=KK_у. \qquad (8\text{-}104)$$

Величина $K_ф$ достигает сотен ампер на люмен и, так же как и коэффициент $K_у$, увеличивается с повышением положительных

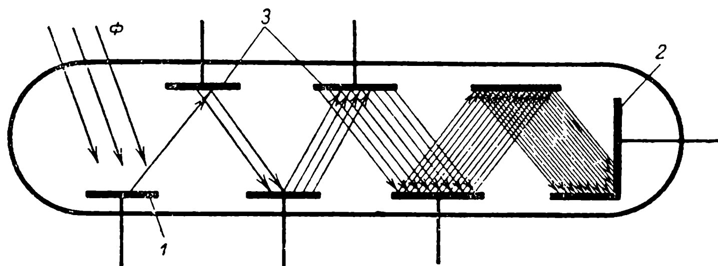


Рис. 8-46. Устройство фотоумножителя.

1 — фотокатод; 2 — анод; 3 — вторично-электронные катоды.

напряжений, подводимых к вторично-электронным катодам и аноду.

Фотоэлектронные умножители применяются главным образом для регистрации и усиления слабых световых потоков. Поэтому при очень высокой интегральной чувствительности величина анодного тока обычно не превосходит десятков миллиампер.

Чувствительность фотоумножителей, как и фотоэлементов, ограничивается уровнем собственных флюктуаций. Источниками шумов в фотоумножителях являются: дробовой эффект тока фотокатода, работающего в режиме насыщения, флюктуации коэффициента вторичной эмиссии вторичноэлектронных катодов, разброс траекторий электронов при их движении с одного катода на другой и т. п.

Уровень собственных шумов фотоумножителей выше, чем у фотоэлементов.

8-11. ИОННЫЕ ПРИБОРЫ

Электрический разряд в газах

Ионными называют приборы, баллоны которых наполнены инертными газами (аргоном, неоном, криптоном и др.), их смесью, водородом или парами ртути.

В ионных приборах используются явления, связанные с электрическим разрядом в газе. В переносе электрических зарядов в междуэлектродном пространстве участвуют не только электроны, но и положительные ионы. Начальная ионизация частиц газа происходит под воздействием внешних факторов: светового потока, космических лучей и др. Если к электродам прибора приложено некоторое напряжение, то электроны движутся к положительно заряженному электроду — аноду, а отрицательные ионы — к катоду. При движении происходят соударения частиц с молекулами газа, возникают новые электроны и ионы (объемная ионизация). Источниками свободных электронов могут служить также термоэлектронные, холодные и вторичные катоды, испускающие электроны при бомбардировке их ионами (поверхностная ионизация). Наряду с процессом ионизации протекает и обратный процесс — рекомбинация свободных электронов и ионов. Эти два процесса находятся в динамическом равновесии.

Дрейфовое движение свободных электронов и ионов под действием разности потенциалов на электродах прибора образует ток через разрядный промежуток. Скорость движения тяжелых ионов меньше скорости движения электронов; из разрядного промежутка в единицу времени уходит больше электронов, чем ионов, и в приборе образуется пространственный положительный заряд. Результирующий ток через прибор слагается из электронной и ионной составляющих, так как разноименные заряды перемещаются во встречных направлениях.

Характер электрического разряда в газе зависит от отношения (M) числа вновь образуемых в результате ионизации электронов к числу первичных электронов. Если $M<1$, то разряд может происходить только под действием внешнего ионизатора (несамостоятельный разряд). Если же $M \geqslant 1$, то разряд протекает и после прекращения действия внешнего ионизатора (самостоятельный разряд).

Начальная стадия самостоятельного разряда соответствует *темному разряду*, который характеризуется малым током, ограниченным большим внешним сопротивлением, и слабым свечением газа. При увеличении тока через прибор возникает *тлеющий разряд*, для которого характерно постоянство разности потенциалов на электродах при изменении тока в весьма широких пределах.

При дальнейшем увеличении тока тлеющий разряд переходит в *дуговой* (большой ток и незначительная разность потенциалов на электродах прибора).

В ионных приборах используется тлеющий, а также самостоятельный и несамостоятельный дуговой разряды.

В группу приборов дугового разряда входят приборы, работающие при несамостоятельном дуговом разряде, снабженные подогревным катодом, — *газотроны*, *тиратроны*, а также приборы, в которых происходит самостоятельный дуговой разряд, — *игнитроны*, *ртутные вентили* и др.

Приборы и их характеристики

Газотроны. Газотронами называют неуправляемые вентили, служащие для выпрямления переменного тока напряжением до нескольких сотен киловольт. Низковольтные газотроны наполняются обычно аргоном, высоковольтные — парами ртути.

Катоды в этих приборах могут быть подогревными (в газотронах большой мощности) и прямонакальными; изготовляются они из торированного молибдена или оксидированного никеля.

Для ограничения путей электрического разряда анод в мощных газотронах выполняется в виде чаши, накрывающей катод.

Основная характеристика газотрона — вольт-амперная. При повышении анодного напряжения до величины напряжения зажигания в приборе возникает лавинообразный разряд, который поддерживается за счет термоэлектронной эмиссии с катода.

Газ в баллоне прибора после возникновения разряда сильно ионизирован. У поверхности катода образуется скопление ионов, вызывающее катодное падение потенциала.

Тиратроны. Тиратроном называют ионный прибор, содержащий анод, катод, одну или несколько сеток. Наиболее часто применяются тиратроны с накальным катодом, работающие при несамостоятельном дуговом разряде. Устройство тиратрона с одной сеткой показано на рис. 8-47.

Баллоны тиратронов, как и газотронов, наполняются инертными газами (низковольтные приборы), ртутными парами (высоковольтные) или водородом (импульсные тиратроны).

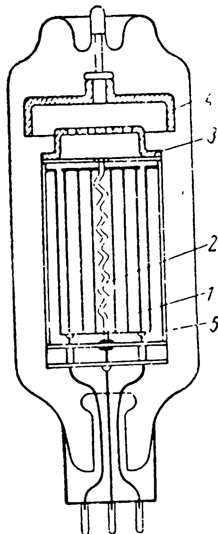


Рис. 8-47. Устройство тиратрона. 1 — катод; 2 — подогреватель; 3—сетка, 4—анод; 5 — экран.

Сетки тиратронов выполняются чаще всего в виде никелевых, молибденовых или графитовых дисков с отверстиями разной формы и величины.

Изменяя напряжение на сетке, а следовательно, затормаживая в большей или меньшей степени электроны, можно задерживать начало разряда зажиганием тиратрона. Напряжение на сетке, при котором возникает разряд, зависит также от анодного напряжения. На рис. 8-48, *а* изображена зависимость $I_а = \varphi(U_с)$. При значительном отрицательном напряжении на сетке ток, проходящий через прибор, равен нулю.

Если уменьшать напряжение на сетке, то наиболее быстрые электроны, преодолевая тормозящее действие поля сетки, устремляются к аноду. При некотором значении $-U_с = -U_{с.з}$ происходит ионизация газа и скачком возрастает ток. Тиратрон зажигается. Дальнейшее изменение потенциала сетки даже в сторону напряжений, более отрицательных, чем $-U_{с.з}$, не влияет на величину тока $I_а$, и разряд не прекращается. Сетка теряет свое управляющее действие. Это объясняется нейтрализацией поля сетки образовавшимися при разряде положительными ионами.

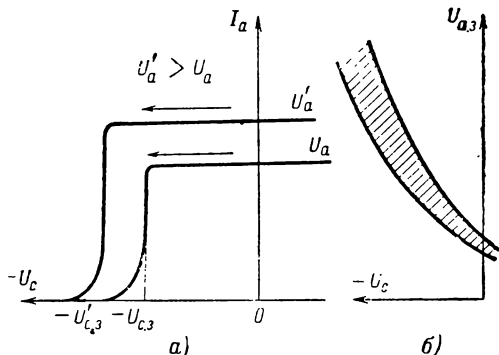


Рис. 8-48. Характеристики тиратрона. $I_а = f(U_с)$ б — пусковая характеристика.

притянутыми отрицательным полем сетки. Они образуют вокруг сетки облачко положительных зарядов.

Если повышать потенциал анода, то разряд будет начинаться при более отрицательном напряжении на сетке — $U'_{с.з}$, а ток станет больше, так как скорости электронов увеличатся и возрастет степень ионизации газа.

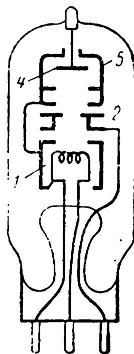


Рис. 8-49. Устройство тиратрона с экранирующей сеткой.

1 — катод; 2 — управляющая сетка; 3 — экранирующая сетка, 4 — анод; 5 — экран.

Характеристика, связывающая потенциал зажигания тиратрона и соответствующее ему анодное напряжение, называется **пусковой характеристикой** (или **характеристикой зажигания**) тиратрона (рис. 8-48, *б*). При работе тиратрона в схеме пусковые характеристики имеют разброс и образуют **пусковую область**.

В тиратронах при достаточно больших анодных напряжениях может возникнуть самостоятельный тлеющий разряд между сеткой и анодом. Чтобы устранить это вредное явление и повысить предельное напряжение, в тиратрон вводится еще одна — экранирующая сетка. Она позволяет также расширить пределы управления током тиратрона. Устройство экранированного тиратрона показано на рис. 8-49, а его характеристики даны на рис. 8-50.

Тиратроны используются в качестве электронных реле, позволяющих при малых токах в управляющей цепи включать и выключать сильноточные схемы, а также в качестве регулируемых выпрямителей переменного тока.

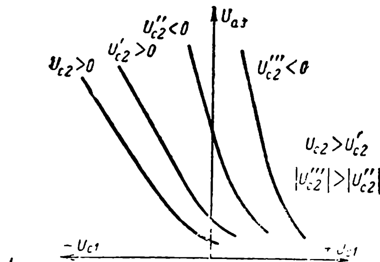


Рис. 8-50. Пусковые характеристики экранированного тиратрона.

Стабилитроны. Стабилитроном называется двух- или многоэлектродный ионный прибор (рис. 8-51) с тлеющим разрядом, служащий для стабилизации напряжения. Катод стабилитрона *2* выполняется в виде цилиндра, внутри которого помещается стержнеобразный анод *3*. Внутренняя поверхность катода активируется.

Применяются также ступенчатые стабилитроны с несколькими катодами. В зависимости от использования той или иной пары электродов величина стабилизируемого напряжения может быть различной.

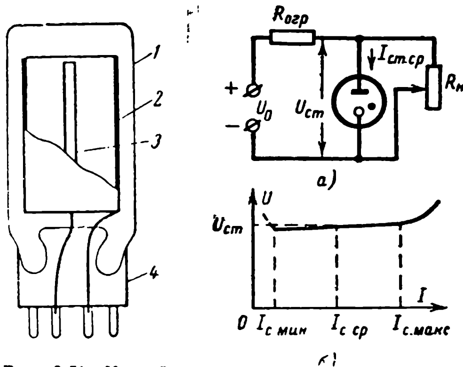


Рис. 8-51. Устройство стабилитрона.

1 — баллон; 2—катод; 3—анод; 4 — цоколь.

Рис. 8-52. Схема включения (а) и характеристика (б) стабилитрона. $R_н$ — нагрузка; $R_{огр}$ ограничитель тока.

Схема включения стабилитрона приведена на рис. 8-52, *а*. Напряжение, поддерживаемое стабилитроном постоянным, называется напряжением стабилизации $U_{ст}$, а токи стабилитрона ограничивающие область тлеющего разряда, — максимальным $I_{с.макс}$ и минимальным $I_{с.мин}$ токами, при которых сохраняется стабилизирующее действие.

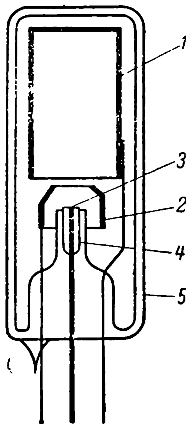


Рис. 8-53. Устройство тиратрона тлеющего разряда.

1 — катод; 2—сетка; 3 — анод; 4 — стеклянный чехол; 5—баллон.

Тиратроны тлеющего разряда. Эти приборы используются в счетных и импульсных устройствах. Устройство такого тиратрона показано на рис. 8-53. Миниатюрный баллон *5* заполнен неоном при давлении 20 *мм рт. ст.* Катод лампы *1* выполнен в виде никелевого цилиндрика, покрытого изнутри цезием. Анодом лампы *3* служит торец молибденовой проволоки; сама проволока у торца заключена в стеклянный чехол *4*. Сетка *2* чашеобразной формы защищает анод от непосредственного попадания частиц, движущихся от катода. Время деионизации газа в тиратроне после снятия анодного напряжения очень мало.

Декатроны. В устройствах вычислительной техники, ядерной физики и других областях используются многоэлектродные переключающие приборы тлеющего разряда — декатроны.

Двухимпульсный декатрон (рис. 8-54) содержит дисковый анод, вокруг которого расположены катоды, разбитые на три группы: индикаторные катоды, первые подкатоды и вторые подкатоды. Одноименные катоды соединены в приборе в катодные кольца. Один из индикаторных катодов — «основной» служит выходным электродом и имеет отдельный вывод. На анод декатрона подается положительное относительно индикаторных катодов напряжение, а на первые подкатоды — положительное напряжение порядка 50 *в*. В исходном положении тлеющий разряд существует между анодом и основным катодом. Переброс разряда осуществляется с помощью двух

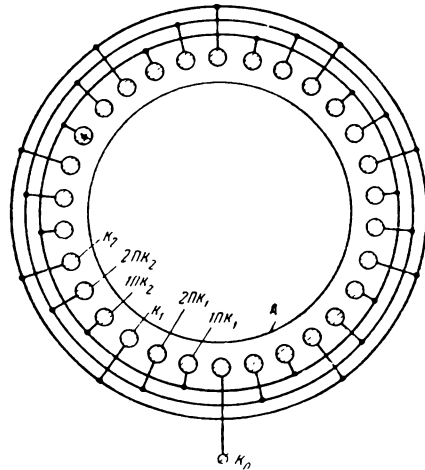


Рис. 8-54. Декатрон.

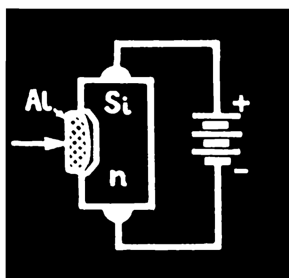
K_0 — основной индикаторный катод; $1ПК$ — первые подкатоды; $2ПК$ — вторые подкатоды; K — индикаторные катоды; A — анод.

отрицательных следующих друг за другом импульсов амплитудой порядка 100 *в* и длительностью 20—30 *мксек*. Первый импульс подается в цепь первых подкатодов и вызывает переброс заряда на ближайший первый подкатод $1ПК_1$. Второй импульс, подаваемый в цепь вторых подкатодов, переводит разряд на ближайший второй подкатод $2ПК_1$. По окончании второго импульса разряд перемещается на индикаторный катод K_2 и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хлебников Н. Н., Электронные приборы, изд-во «Связь», 1964.
2. Дулин В. Н., Электронные и ионные приборы, Госэнергоиздат, 1963.
3. Власов В. Ф., Электронные и ионные приборы, Связьиздат, 1960.
4. Тягунов Г. А., Электровакуумные и полупроводниковые приборы, Госэнергоиздат, 1962.
5. Шпангенберг К. Р., Электронные лампы, под ред. С. А. Оболенского, т. I и 2, изд-во «Советское радио», 1953, 1954.
6. Бекк А., Электронные лампы. Теория и конструирование, изд-во «Советское радио», 1958.

7. Григорьев В. С. и Григорьев Б. С., Электронные и ионные приборы, Связьиздат, 1954.
8. Гапонов В. И., Электроника, т. 1 и 2, Физматгиз, 1960.
9. Царев Б. М., Расчет и конструирование электронных ламп, Госэнергоиздат, 1961.
10. Черепнин Н. В., Электронные лампы для широкополосных усилителей, Госэнергоиздат, 1958.
11. Ван-дер-Зил А., Флюктуации в радиотехнике и физике, Госэнергоиздат, 1958.
12. Винокуров В. В., Степанов М. М., Техника измерения основных электрических параметров приемно-усилительных ламп, Госэнергоиздат, 1958.
13. Дудник Л. А., Испытания электронных ламп, изд-во «Советское радио», 1958.
14. Сифоров В. И., Радиоприемники сверхвысоких частот, Воениздат, 1957.
15. Вайнриб Е. А., Милютин В. И., Электронная оптика, Госэнергоиздат, 1951.
16. Жигарев А. А., Электроннолучевые приборы, изд-во «Энергия», 1965.
17. Кноль М., Кэйзан Б., Электроннолучевые трубки с накоплением зарядов, Госэнергоиздат, 1955.
18. Лукьянов С. Ю., Фотоэлементы, Изд-во Академии наук СССР, 1948.
19. Капцов Н. А., Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950.
20. Каганов И. Л., Электронные и ионные преобразователи, Госэнергоиздат, т. 1, 1950, т. 2, 1955.
21. Воронков Т. А., Импульсные тиратроны, изд-во «Советское радио», 1958.
22. Кораблев Л. Н., Лампы с холодным катодом, Изд-во Академии наук СССР, 1961.
23. Генис А. А., Горнштейн И. Л., Пугач А. Б., Приборы тлеющего разряда, Гостехиздат УССР, 1963.
24. Электровакуумные приборы, справочник, Госэнергоиздат, 1956.
25. Бергельсон И. Г., Дадерко Н. К., Кароль Н. В., Петухов В. М., Приемно-усилительные лампы повышенной надежности, справочник, изд-во «Советское радио», 1962.
26. Электроника, Электротехника, Терминология, Изд-во Академии наук СССР, 1962.



РАЗДЕЛ 9

ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ



СОДЕРЖАНИЕ

9-1. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Основные принципы теории

К полупроводникам относится обширная группа веществ (как химических элементов, так и их соединений), отличающихся существенной зависимостью концентрации подвижных носителей электричества от температуры и наличием отрицательного температурного коэффициента сопротивления в определенных областях температур. Значительные изменения проводимости полупроводников вызывают также освещение (фотопроводимость), радиоактивное облучение и другие энергетические воздействия.

Наиболее важным в современной технике является класс *электронных полупроводников*, у которых перенос электричества обусловлен движением электронов. К электронным полупроводникам относятся германий (Ge) и кремний (Si).

Энергетические уровни и зоны электронных полупроводников В отдельном атоме состояние каждого электрона определяется совокупностью ряда квантовых чисел, характеризующих энергию различных форм движения электронов. При этом полная энергия электрона может принимать только ряд дискретных значений, в связи с чем

говорят о существовании ряда разрешенных *энергетических уровней,* которые на энергетических схемах (рис. 9-1, *а*) изображают горизонтальными линиями.

В нормальном (невозбужденном) состоянии электроны занимают нижние уровни, что вытекает из стремления всякой физической системы к состоянию с наименьшим запасом энергии. Нижние уровни соответствуют пребыванию электронов на ближайших к атомному ядру оболочках, обусловливающих достаточно прочную связь электронов с ядром (стабильное состояние атома). Распределение электронов по уровням подчинено *принципу Паули,* исключающему одновременное пребывание в одном квантовом состоянии более одного электрона.

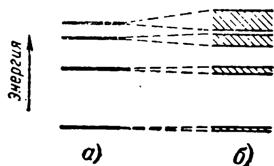


Рис. 9-1. Схема разрешенных уровней энергии электрона в отдельном атоме (*а*) и разрешенных зон в твердом теле (*б*).

Переход электрона на более высокий уровень требует сообщения извне энергии, равной разности энергий нового и первоначально занимаемого электроном уровней. Обратный переход происходит самопроизвольно с выделением такого же количества энергии в форме фотона (кванта света) или нескольких фононов (квантов тепла).

В твердом теле отдельные уровни расщепляются в *энергетические зоны* (рис. 9-1, *б*), представляющие собой множество уровней с близкими значениями энергий. Количество уровней в каждой зоне пропорционально общему числу атомов в данном теле, а ширина зон зависит от расстояния между соседними атомами. Наиболее правильная картина энергетических зон свойственна кристаллическим структурам, отличающимся упорядоченным расположением отдельных атомов и фиксированными значениями межатомных расстояний.

Стремление к наименьшей энергии и принцип Паули приводят к тому, что электроны заполняют ряд нижних зон, а верхние зоны остаются пустыми. Последняя заполненная зона занята электронами, которые находятся на внешних оболочках атомов и могут участвовать в химических реакциях Эта энергетическая зона, как и электроны, находящиеся в ней, называется *валентной.* Следующая за ней первая незаполненная зона называется *зоной проводимости,* потому что, переходя в эту зону, электроны теряют связь с материнскими атомами и приобретают способность свободно передвигаться внутри твердого тела, в частности под действием внешнего электрического поля, образуя при этом электрический ток.

Электропроводность твердого тела в значительной степени зависит от взаимного расположения валентной зоны и зоны проводимости.

При расщеплении уровней одиночного атома эти две зоны могут перекрываться (рис. 9-2, *а*) сливаясь как бы в одну *частично заполненную зону.* При этом в непосредственной близости от верхних занятых электронами уровней оказываются свободные энергетические состояния, для перехода в которые электронам достаточно самых незначительных приращений энергии. Такие приращения энергии способно сообщить внешнее электрическое поле, под действием которого немедленно начинается направленное движение электронов внутри тела, проявляющееся в форме электрического тока. Наличием частично заполненной зоны объясняется хорошая электропроводность металлов-проводников.

В другом характерном случае (рис. 9-2, *б*) между полностью заполненной ва-

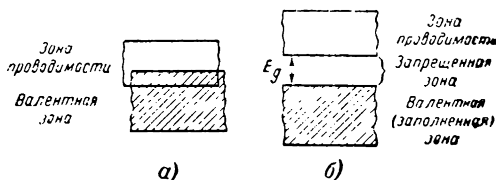


Рис. 9-2. Схемы взаимного расположения валентной зоны и зоны проводимости у проводников (*а*) и полупроводников (*б*).

лентной зоной и полностью свободной зоной остается энергетический зазор (*запрещенная зона*). При этом электропроводность возможна лишь после перехода части электронов из валентной зоны в зону проводимости, для чего требуются значительные количества энергии, активирующей этот процесс. Энергия активации равна ширине запрещенной зоны E_g. Такая картина свойственна чистым полупроводникам и диэлектрикам, причем разделение веществ на полупроводники и диэлектрики условно и опирается лишь на количественные различия в значениях ширины запрещенной зоны. Энергию электронов принято выражать в электрон-вольтах (*эв*); 1 *эв* соответствует энергии, которую приобретает электрон в результате ускорения разностью потенциалов в 1 *в*.

К полупроводникам обычно относят вещества, у которых $E_g < 2 \div 3$ *эв*. Так, у германия $E_g \approx 0{,}67$ *эв*, у кремния $E_g \approx 1{,}12$ *эв*.

Собственная проводимость. Небольшая ширина запрещенной зоны приводит к тому, что тепловые колебания кристаллической решетки полупроводника систематически сообщают некоторой части электронов энергию, достаточную для их перехода из валентной зоны в зону проводимости. Од-

новременно в валентной зоне освобождается соответствующее количество уровней, называемых *дырками*. Наряду с этим процессом генерации пар электрон — дырка идет процесс их рекомбинации, состоящий в самопроизвольном обратном переходе электронов из зоны проводимости на свободные уровни в валентной зоне. Вероятность рекомбинации возрастает с увеличением концентрации пар электрон — дырка в объеме

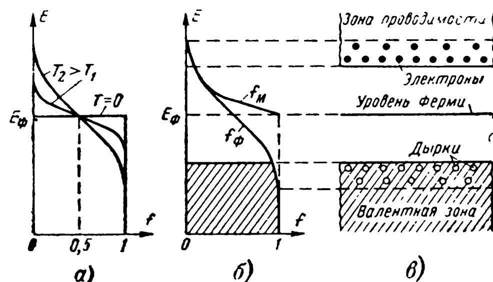


Рис. 9-3. Распределение Ферми — Дирака $f_ф$ при различных температурах (*а*), сопоставление с распределением Максвелла — Больцмана $f_М$ (*б*) и энергетическая схема собственного полупроводника при температуре $T>0$ (*в*).

полупроводника. Поэтому данной температуре соответствует статистически определенная равновесная концентрация электронов и дырок.

Ввиду статистического характера задачи о распределении электронов по энергетическим уровням вводится вероятностная функция $f(E, T)$, указывающая вероятность заполнения электроном уровня с энергией E при температуре T. В общем случае для системы частиц, подчиняющихся принципу Паули, справедливо *распределение Ферми—Дирака* (рис. 9-3, *а*):

$$f_ф = \frac{1}{e^{\frac{E-E_ф}{kT}} + 1}, \qquad (9\text{-}1)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ *эрг/град* — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; $E_ф$ — уровень Ферми — термодинамическая характеристика системы, имеющая размерность энергии Если среди разрешенных уровней имеется уровень с энергией, равной $E_ф$, то вероятность его заполнения при любой температуре одинакова и составляет 0,5.

В собственном полупроводнике (у которого можно пренебречь влиянием примесей и прочих несовершенств) уровень Ферми располагается практически посредине запрещенной зоны и концентрация электронов в зоне проводимости описывается «хвостом» функции Ферми — Дирака (рис. 9-3, *б*, *в*). При этом единицей в знаменателе выражения (9-1) можно пренебречь и функция Ферми — Дирака в зоне проводимости совпадает с классическим *распределением Максвелла — Больцмана*:

$$f_М = e^{-\frac{E-E_ф}{kT}}. \qquad (9\text{-}2)$$

Собственная концентрация носителей заряда n_i (концентрация электронов проводимости, равная концентрации дырок в собственном полупроводнике) определяется с помощью функций распределения и составляет:

$$n_i = AT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_{g0}}{2kT}}, \qquad (9\text{-}3)$$

где в качестве E_{g0} используется асимптотическое значение ширины запрещенной зоны при $T \to 0$ (0,785 *эв* для германия и 1,21 *эв* для кремния); A — постоянная, равная $1{,}76 \cdot 10^{16}$ *град*$^{-3/2}$ $\cdot$ *см*$^{-3}$ для германия и $3{,}9 \cdot 10^{16}$ *град*$^{-3/2}$ $\cdot$ *см*$^{-3}$ для кремния.

Подвижностью обладают не только электроны проводимости, но и оставленные при их возбуждении дырки. С точки зрения зонной теории подвижность дырки обусловлена легкостью перехода на соответствующий данной дырке уровень одного из валентных электронов, занимающих ближайшие энергетические состояния. В результате такого перехода дырка оказывается на новом уровне, который до этого занимал перешедший в нее электрон. Описанные переходы сопровождаются перемещением валентных электронов от одного атома к другому, а дырок — навстречу. С этим обстоятельством связано распространенное представление о дырке как подвижной частице, несущей положительный заряд, по абсолютному значению равный заряду электрона.

Приложение внешнего электрического поля вызывает статистически направленное перемещение электронов проводимости навстречу полю и дырок в обратном направлении. При этом постоянные столкновения носителей заряда обоих видов с атомами кристаллической решетки исключают их монотонное ускорение в данном направлении и уместно говорить лишь о *средней скорости* переноса (дрейфа) зарядов в электрическом поле. Исключая случаи чрезмерно сильных полей (порядка 10^5 *в/см*), эта скорость $v_{ср}$ прямо пропорциональна величине внешнего поля E:

$$v_{ср} = \mu E, \qquad (9\text{-}4)$$

где коэффициент пропорциональности μ представляет собой скорость носителей в поле $E = 1$ *в/см* и носит название *дрейфовой подвижности*. Величина подвижности зависит от природы полупроводникового материала и обычно для дырок (μ_p) оказывается в несколько раз меньше, чем для электронов (μ_n). В германии $\mu_n = 3\,900$ *см/в·сек* и $\mu_p = 1\,900$ *см/в·сек*; в кремнии $\mu_n = 1\,900$ *см/в·сек*; и $\mu_p = 480$ *см/в·сек* С повышением температуры подвижность носителей обоих знаков уменьшается.

Проводимость полупроводников

Проводимость собственного полупроводника — собственная проводимость — определяется движением носителей обоих видов и ее удельная величина составляет:

$$\sigma = qn_i(\mu_n + \mu_p), \tag{9-5}$$

где $q=1{,}6\cdot10^{-19}$ k — заряд электрона. Удельное сопротивление (объемное) чистого германия при комнатной температуре составляет около 50 *ом·см.*

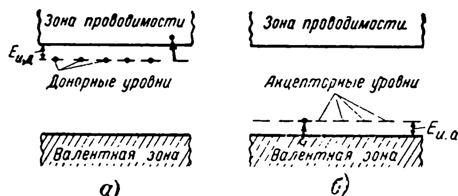


Рис. 9-4. Энергетические схемы примесных полупроводников n-типа (a) и p-типа ($б$).

В связи с экспоненциальной зависимостью собственной концентрации от температуры удельная проводимость собственных полупроводников также практически экспоненциально растет с повышением температуры. Этим и объясняются отрицательный знак и большое абсолютное значение температурного коэффициента сопротивления полупроводников

Примесная проводимость. Наличие различного рода дефектов в структуре полупроводника и в первую очередь примесей существенно изменяет электропроводность.

Введение атомов других веществ приводит к появлению дополнительных энергетических уровней, которые при соответствующей структуре примесных атомов могут расположиться внутри запрещенной зоны основного полупроводника (рис. 9-4).

Если такой *примесный уровень* занят электроном, но располагается вблизи зоны проводимости (рис. 9-4, a), то для перехода этого электрона в зону проводимости требуется небольшая энергия $E_{и.д}$, причем атом примеси, теряя этот электрон, становится положительным ионом. Такие примеси и создаваемые ими уровни называются *донорными.* Так, для германия донорными примесями являются сурьма (Sb), мышьяк (As), фосфор (P). Их энергия ионизации составляет около 0,01 *эв*, в связи с чем при обычной температуре практически все атомы этих примесей отдают по одному электрону в зону проводимости. Это приводит к увеличению проводимости германия и относительному превышению концентрации электронов (n) над концентрацией дырок (p). В случае $n>p$ полупроводник называют полупроводником с электронной проводимостью или n-типа.

Если примесный уровень свободен и располагается вблизи дна запрещенной зоны (рис. 9-4, $б$), то на него легко переходит электрон из валентной зоны, освобождая в последней дырку. При этом примесный атом, приобретая лишний электрон, становится отрицательным ионом. Такие уровни и примеси называются *акцепторными.* Для германия акцепторами являются индий (In), бор (B), алюминий (Al). Акцепторы также увеличивают проводимость полупроводника, придавая ей дырочный характер ($p>n$). Проводимость легированных акцепторной примесью полупроводников называют дырочной или проводимостью p-типа.

Носители преобладающего типа в примесных полупроводниках называются *основными,* а носители другого знака — *неосновными.*

Распределение электронов в примесном полупроводнике также подчинено функциям Ферми — Дирака (в общем случае) или Максвелла — Больцмана (в случае, когда уровень Ферми располагается в запрещенной зоне на расстоянии не менее) $(2\div3)\ kT$ от ее края; при этом полупроводник называется *невырожденным*). При введении примесей уровень Ферми перемещается с середины запрещенной зоны в направлении к примесному уровню и его положение может существенно зависеть от температуры.

Ввиду малых значений собственной концентрации носителей, весьма незначительного содержания примеси достаточно для того, чтобы довести концентрацию основных носителей до значений, во много раз превышающих собственную концентрацию. При этом концентрация основных носителей практически равна концентрации примесных атомов (N) и в определенном интервале перестает зависеть от температуры. Пренебрегая неосновными носителями, проводимость примесного полупроводника выражают соотношением

$$\sigma = qN\mu, \tag{9-6}$$

где μ обозначает подвижность основных носителей.

Поскольку подвижность уменьшается с повышением температуры, у примесных полупроводников можно наблюдать обычный для металлов небольшой положительный температурный коэффициент сопротивления.

Однако по мере повышения температуры экспоненциально нарастающее увеличение собственной концентрации может привести к тому, что она превысит концентрацию примесных атомов и выполнится условие $n_i \gg N$, причем можно пренебречь носителями, которые обусловлены примесными уровнями. В этом случае полупроводник вновь обретает свойства собственного полупроводника.

На рис. 9-5 показан типичный ход температурной зависимости проводимости полупроводника с различным содержанием примесей. На графике ясно видны области примесной и собственной проводимости.

Учитывая возможные изменения характера проводимости, в общем случае следует опираться на следующее соотношение для

удельной электропроводности полупроводника:

$$\sigma = q\,(n\mu_n + p\mu_p), \qquad (9\text{-}7)$$

где концентрации носителей каждого знака (n и p) должны соответствовать данной температуре.

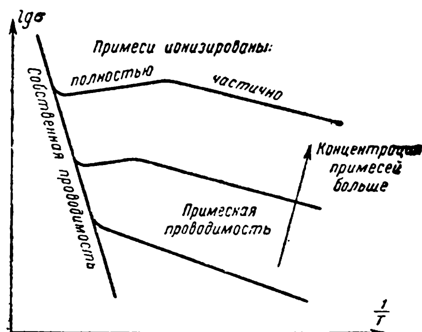


Рис. 9-5. Типичные зависимости проводимости полупроводника от температуры при различных содержаниях примеси.

Для нахождения концентрации неосновных носителей можно пользоваться универсальным соотношением, вытекающим из статистики рекомбинации в невырожденном примесном полупроводнике:

$$np = n_i^2, \qquad (9\text{-}8)$$

откуда следует, что концентрация неосновных носителей тем меньше, чем сильнее легирован примесью полупроводник (чем меньше его удельное сопротивление).

В некоторых случаях в примесных полупроводниках одновременно присутствуют и акцепторная и донорная примеси. Поскольку введение примесей одного и другого типа вызывает перемещения уровня Ферми в противоположных направлениях, действие одной примеси ослабляет действие другой примеси и результирующая концентрация основных носителей определяется избыточной концентрацией преобладающей примеси

$$N_{рез} = N - P, \qquad (9\text{-}9)$$

где через N обозначена концентрация доноров, а через P — концентрация акцепторов.

В частном случае, когда $N = P$, происходит *компенсация примесей* и, несмотря на наличие примесей, электропроводность полупроводника равна собственной.

Неравновесные носители

Различные виды энергетических воздействий (например, освещение, рентгеновское облучение) способны вырывать из атомов валентные электроны, причем одновременно с переходом электрона в зону проводимости образуется дырка в валентной зоне. В результате этого концентрация носителей будет превосходить равновесное (соответствующее данной температуре) значение. При этом избыточные носители называются *неравновесными*.

Неравновесные носители существуют в течение ограниченного времени, после чего рекомбинируют за счет возврата электрона из зоны проводимости в валентную зону. Процесс рекомбинации носит статистический характер, и продолжительность существования неравновесных носителей описывают некоторой усредненной величиной — *временем жизни* τ. Величина τ равна интервалу времени, в течение которого избыточная концентрация носителей после прекращения возбуждающего воздействия уменьшается в e раз.

В зависимости от структурных особенностей полупроводника, наличия и типа примесей время жизни может очень сильно изменяться, в частности у компенсированных полупроводников оно заметно ниже чем у чистых собственных полупроводников, несмотря на равенство их проводимостей.

Диффузионные токи. Если неравновесные носители возбуждены в какой-то одной части объема полупроводника, то благодаря тепловым колебаниям кристаллической решетки они начинают хаотически перемещаться во всех направлениях. При этом наблюдается тенденция к выравниванию концентрации носителей каждого знака во всем объеме полупроводника. Такое самопроизвольное перемещение неравновесных носителей из области, где их концентрация велика, в область с пониженной концентрацией называется *диффузией*.

Поскольку время жизни неравновесных носителей ограниченно, они успевают удалиться от места своего появления на конечное расстояние, средняя величина которого называется *диффузионной длиной* L и составляет:

$$L = \sqrt{D\tau}, \qquad (9\text{-}10)$$

где D — *коэффициент диффузии, см²/сек*. Коэффициент диффузии связан с подвижностью носителей в данном материале *универсальным соотношением Эйнштейна:*

$$D = \frac{kT}{q}\mu. \qquad (9\text{-}11)$$

В германии для электронов $D_n = 93$ *см²/сек*, а для дырок $D_p = 44$ *см²/сек*.

Благодаря диффузии неравновесных носителей в полупроводниках может наблюдаться электрический ток даже в отсутствие электрического поля. Однако за счет диффузионного механизма распространение тока от одной точки объема полупроводника к другой происходит со скоростью перемещения самих носителей, а не со скоростью распространения электрического поля, а потому отличается заметной инерционностью. Тем не менее диффузионные токи играют большую роль в принципах дейст-

вия многих полупроводниковых приборов, в частности транзисторов.

Плотность диффузионного тока пропорциональна градиенту концентрации носителей данного знака в рассматриваемом направлении:

$$J_{n\,диф} = qD_n \frac{dn}{dx}; \qquad (9\text{-}12а)$$

$$J_{p\,диф} = -qD_p \frac{dp}{dx}. \qquad (9\text{-}12б)$$

Составляющие полного тока в полупроводнике

Расчеты показывают, что даже незначительные изменения объемной плотности заряда вызывают появление сильных электрических полей, стремящихся выровнять плотность заряда во всем объеме. Это приводит к тому, что в однородном полупроводнике, в котором концентрация примесей по всему объему одинакова, объемные заряды практически отсутствуют, т. е. суммарный заряд ионов примесей и носителей обоих знаков в любой точке полупроводника равен нулю:

$$N - P + p - n = 0; \qquad (9\text{-}13)$$

в частности, в собственном полупроводнике повсюду $p=n$.

Приведенное соотношение, называемое *принципом нейтральности*, предоставляет удобные способы рассмотрения многих явлений. Так, исходя из этого принципа, легко показать, что диффузионный ток в однородном полупроводнике представляет собой одновременное движение в данном направлении носителей обоих знаков.

В общем случае в полупроводниках следует рассматривать четыре составляющих тока: *дрейфовый и диффузионный ток для носителей каждого знака*. При этом плотности тока для электронов и дырок составляют:

$$J_n = q\mu_n nE + qD_n \frac{dn}{dx}; \qquad (9\text{-}14а)$$

$$J_p = q\mu_p pE - qD_p \frac{dp}{dx}. \qquad (9\text{-}14б)$$

Однако в различных случаях одни составляющие токов резко преобладают над другими и возможны упрощения.

9-2. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ С СИММЕТРИЧНОЙ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Терморезисторы

Приборы, изготовленные из полупроводникового материала, сопротивление которого в значительной степени зависит от его температуры (рис. 9-6), называются *терморезисторами*.

Терморезисторы изготовляются из поликристаллических полупроводниковых материалов (большей частью из смеси окислов марганца и меди или кобальта), обладающих отрицательным температурным коэффициентом.

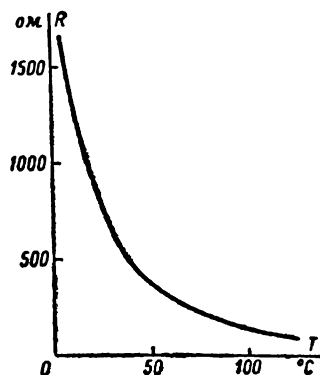


Рис. 9-6. Типичная зависимость сопротивления терморезистора от температуры.

Отличительная особенность терморезисторов состоит в том, что ввиду инерционности процессов теплообмена с внешней средой электрическое сопротивление не успевает следовать за быстрыми изменениями тока и определяется действующим значением тока. При этом в цепи переменного тока терморезистор не искажает форму тока. В цепи постоянного тока свойства терморезистора не должны зависеть от направления тока.

Статическая вольт-амперная характеристика (рис. 9-7) выражает зависимость падения постоянного напряжения на терморезисторе от проходящего через него постоянного тока. Начальный участок, в пределах которого из-за малости токов саморазогревом можно пренебречь, — линейный и соответствует *области малых нагрузок*. В этой области режимов терморезисторы применяются как линейные элементы электрической цепи, реагирующие на температуру окружающей среды (для измерения температуры и для температурной компенсации). В *области больших нагрузок* вольт-амперная характеристика становится нелинейной и в зависимости от условий теплоотдачи может иметь одну из трех характерных форм (рис. 9-7).

Терморезисторы с характеристикой *1* в режимах больших нагрузок применяются для контроля разнообразных характеристик окружающей среды (теплопроводности, скорости течения жидкостей и газов, уровня жидкости и т. д.). При нормальных условиях (окружающая среда — воздух при комнатной температуре и нормальном ат-

мосферном давлении) терморезисторы с характеристикой 2 используются для стабилизации напряжения, а с характеристикой 3 позволяют создавать схемы релейного типа с двумя устойчивыми состояниями и применяются в системах сигнализации, ступенчатого управления и т. д.

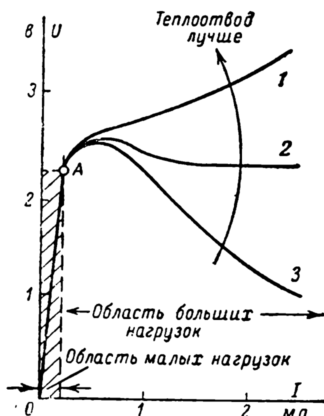


Рис. 9-7. Статические вольт-амперные характеристики терморезистора при различных условиях теплоотвода.

В области малых нагрузок зависимость сопротивления терморезистора от температуры T хорошо описывается выражением

$$R_T = Ae^{\frac{B}{T}}, \qquad (9\text{-}15)$$

где A и B — постоянные, зависящие от физических свойств материала и геометрии проводящего элемента терморезистора. Постоянная B характеризует *температурную чувствительность* терморезистора и обычно заключена в пределах 2 000—5 200. При данном значении B постоянная A определяет *холодное сопротивление* терморезистора:

$$R_{20} = Ae^{\frac{B}{290}} \qquad (9\text{-}15а)$$

— сопротивление при температуре 20° С (290° К) в области малых нагрузок.

Параметры терморезисторов. Свойства терморезисторов характеризуются температурным коэффициентом, постоянной времени, теплоемкостью и другими величинами, знание которых позволит применять эти приборы в различных областях техники.

Температурный коэффициент α указывает относительное изменение сопротивления терморезистора (в процентах) при изменении температуры на 1° С:

$$\alpha = 100\frac{\Delta R}{R\,\Delta T} = -100\frac{B}{T^2}. \qquad (9\text{-}16)$$

Величина α составляет для различных типов терморезисторов —(2 ÷ 6) %/°С и по абсолютному значению уменьшается с повышением температуры. В справочных таблицах приводится значение α для температуры 20° С.

Постоянная времени τ — интервал времени, в течение которого первоначальная разность температур терморезистора и окружающей среды уменьшается в e раз (на 63%). Величина τ существенно зависит от конструкции терморезистора и у реальных образцов составляет от единиц до сотен секунд.

Важнейшими теплотехническими характеристиками терморезистора являются его *теплоемкость* C — количество тепла, необходимого для повышения температуры на 1° С, и *коэффициент рассеяния* H — мощность, рассеиваемая в терморезисторе при разности температур терморезистора и окружающей среды в 1° С.

Если выразить теплоемкость C в джоулях на 1° С, а коэффициент рассеяния H — в ваттах на 1° С, то эти две величины будут связаны с постоянной времени τ (в секундах) следующим соотношением:

$$\tau = \frac{C}{H}. \qquad (9\text{-}17)$$

Коэффициент энергетической чувствительности G показывает, какую мощность необходимо рассеивать в терморезисторе для уменьшения его сопротивления на 1%. Эта величина однозначно связана с коэффициентом рассеяния H и температурным коэффициентом сопротивления α:

$$G = \frac{H}{\alpha}. \qquad (9\text{-}18)$$

Мощность, не вызывающая заметного разогрева терморезистора — мощность, ограничивающая область малых нагрузок. В большинстве случаев она не превышает 10 *мвт.*

Статическое сопротивление терморезистора — отношение падения постоянного напряжения на терморезисторе к вызывающему его постоянному току в данной точке вольт-амперной характеристики:

$$R_{ст} = \frac{U}{I}. \qquad (9\text{-}19)$$

Динамическое или *дифференциальное сопротивление терморезистора* — отношение малого приращения постоянного напряжения к вызывающему его малому приращению постоянного тока в данной точке вольт-амперной характеристики:

$$R_д = \lim \frac{\Delta U}{\Delta I}\Bigg|_{\Delta I \to 0} = \frac{dU}{dI}, \qquad (9\text{-}20)$$

т. е. определяется крутизной вольт-амперной характеристики в данной точке.

Статическое и динамическое сопротивления совпадают в области малых нагрузок. Статическое сопротивление всегда положительно, а динамическое в области больших

нагрузок может быть отрицательным (кривая 3 на рис. 9-7).

Терморезисторы, предназначенные для стабилизации напряжения (характеристика 2 на рис. 9-7), имеют малое динамическое сопротивление в области больших нагрузок, и их параметрами являются: номинальное напряжение $U_{ном}$, пределы рабочего тока $I_{мин}$—$I_{макс}$ и наибольшее изменение напряжения $\Delta U_{ст}$ (рис. 9-8).

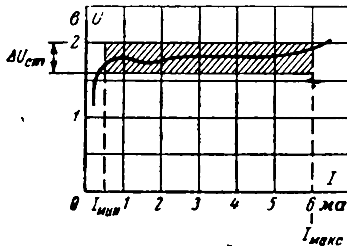


Рис. 9-8. Вольт-амперная характеристика терморезистора — стабилизатора напряжения.

Терморезисторы косвенного подогрева имеют независимый от собственно терморезистора подогреватель, который может вводиться в другую электрическую цепь, причем такой прибор может рассматриваться как электрически управляемое переменное сопротивление. Для таких терморезисторов наряду с холодным сопротивлением указывают величину *сопротивления при максимально допустимой мощности подогрева*. Обычно у терморезисторов с косвенным подогревом *кратность изменения сопротивления* бывает не менее 20—30 раз.

Предельные режимы эксплуатации терморезисторов. Во избежание необратимого изменения характеристик терморезисторов предписываются ограниченный *диапазон рабочих температур* и *предельная мощность*, длительно рассеиваемая терморезистором. Для терморезисторов с косвенным подогревом оговаривается также максимальный рабочий ток через подогреватель. Для терморезисторов, рассчитанных на работу с развитием релейного эффекта при большом уровне мощности, указывается максимальное время (обычно 2 *сек*), в течение которого допускается пребывание терморезистора в таком режиме.

Варисторы

Приборы, изготовленные из полупроводникового материала (на основе порошка карбида кремния), сопротивление которых в значительной степени зависит от приложенного напряжения (тока), называются *варисторами* (нелинейным полупроводниковым сопротивлением НПС).

В отличие от терморезисторов варисторы обладают малоинерционной нелинейностью, причем нелинейность выражается в зависимости величины электрического сопротивления от *мгновенного* значения напряжения (тока).

Это свойство варисторов связано с уменьшением контактного сопротивления между зернами карбида кремния под действием электрического поля. Таким образом, по мере повышения напряжения сопротивление варистора уменьшается. Свойства варистора не зависят от полярности приложенного напряжения (направления тока).

Такие варисторы называются *симметричными*, поскольку их вольт-амперная характеристика (рис. 9-9) симметрична относительно начала координат (несимметричными варисторами являются, например, полупроводниковые диоды, см. § 9-4).

При повышенных частотах переменного тока (порядка 1 *кгц* и выше) емкость, шунтирующая варистор, придает ему инерционность, нарушающую однозначную связь между мгновенными значениями напряжения и тока. При достаточно больших мощностях, рассеиваемых в варисторах, наблюдается дополнительное понижение сопротивления, обусловленное нагревом.

Как быстродействующие нелинейные сопротивления варисторы находят применение для защиты от перенапряжений, искрогашения, стабилизации напряжения, в качестве элементов функциональных преобразователей и др. [Л. 13].

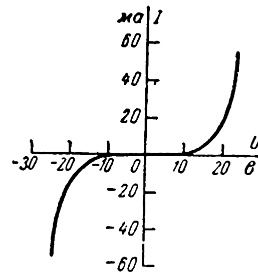


Рис. 9-9. Вольт-амперная характеристика варистора в цепи тока низкой частоты (100 *гц*).

Статическая вольт-амперная характеристика (рис. 9-9) выражает зависимость тока через варистор от приложенного к нему напряжения. Получают ее осциллографическим методом на переменном токе низкой частоты (50—100 *гц*).

При более высоких частотах вольт-амперная характеристика приобретает форму гистерезисной петли (рис. 9-10).

Коэффициент нелинейности — отношение статического сопротивления к динамическому (дифференциальному) в данной точке вольт-амперной характеристики:

$$\beta = \frac{R_{ст}}{R_{д}} = \frac{U}{I}\frac{dI}{dU}. \qquad (9\text{-}21)$$

Он представляет собой безразмерный параметр, значения которого зависят от приложенного напряжения. Эта зависимость выражается эмпирической формулой

$$\beta = 1 + a\sqrt{U}, \tag{9-22}$$

где постоянная a нуждается в экспериментальном определении. Максимальные значения β достигают 3—7.

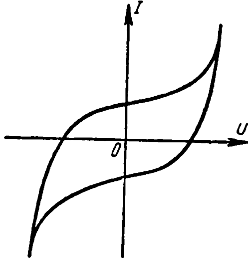


Рис. 9-10. Вольт-амперная характеристика варистора в цепи тока повышенной частоты (20 *кгц*).

Температурный коэффициент сопротивления имеет тот же смысл, что и для терморезисторов (см. выше). Его величина имеет порядок —0,5/°С.

Предельные режимы эксплуатации варисторов регламентируются максимальными значениями рабочего напряжения, тока и мощности. Существующий ассортимент варисторов охватывает диапазон максимальных напряжений от 10 *в* до нескольких десятков киловольт и рабочих токов от десятых долей милиамперметра до единиц ампер.

Фоторезисторы

Полупроводниковые приборы поликристаллической структуры, электрическое сопротивление которых зависит от освещенности, называются *фоторезисторами.* Их действие основано на *эффекте фотопроводимости,* или *внутреннем фотоэлектрическом эффекте.* Этот эффект заключается в переходе электронов из валентной зоны или с примесных уровней в зону проводимости или из валентной зоны на примесные уровни за счет энергии фотонов, которая при этом должна равняться энергии активации $E_а$ соответствующего перехода или превосходить ее.

В представлениях квантовой механики последнее условие означает

$$h\nu \geqslant E_а, \tag{9-23}$$

где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ *эрг · сек* — постоянная Планка; ν — частота электромагнитного облучения. Отсюда вытекает существование *красной границы фотоэффекта* — минимальной частоты, т. е. максимальной длины волны $\lambda_{кр}$, способной вызвать фотоэффект. Красная граница внутреннего фотоэффекта у полупроводников, применяемых в современной технике, часто лежит в области инфракрасных лучей ($\lambda_{кр}$ порядка нескольких микрон), что позволяет их использовать в качестве датчиков инфракрасного излучения. По мере укорочения длины волны от $\lambda_{кр}$ фотоэффект более или менее быстро затухает из-за усиленного поглощения света в поверхностном слое. Распространенные типы отечественных фоторезисторов изготовляются из сернистого свинца, сернистого кадмия и селенида кадмия. Они отличаются чрезвычайно высокой чувствительностью. Свойства фоторезисторов не зависят от полярности приложенного напряжения, что позволяет включать их в цепь переменного тока. Фоторезисторы обладают существенной инерционностью, ограничивающей их применение контролем сравнительно медленных изменений освещенности.

Статические вольт-амперные характеристики (рис. 9-11, *а*) выражают зависимость постоянного тока протекающего через фоторезистор, от приложенного напряжения при фиксированных значениях освещенности. Нижняя характеристика снимается в отсутствие освещения и соответствует *темновому току* $I_т$. Верхние две характеристики показывают зависимость тока $I_{ср}$ для

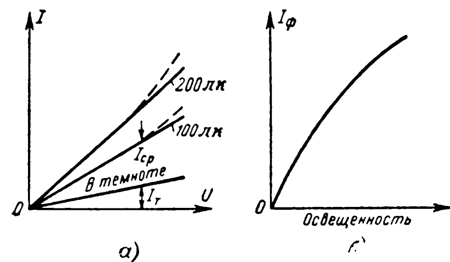


Рис. 9-11. Основные характеристики фоторезисторов.

а — семейство статических вольт-амперных характеристик; *б* — световая характеристика.

различной освещенности. Вольт-амперные характеристики фоторезисторов линейны или близки к линейным.

Чувствительность S — отношение приращения фототока к вызывающему его приращению светового потока, падающего на фоторезистор в отсутствие нагрузки ($U = \text{const}$). Обычно указывается *интегральная чувствительность,* измеряемая при освещении фоторезистора стандартной лампой накаливания с цветовой температурой 2 854° К. Поскольку фототок зависит еще от приложенного напряжения (рис. 9-11, *а*), причем чувствительность оказывается прямо пропорциональной напряжению, пользуются понятием *удельной чувствительности* $S_{уд}$ при напряжении 1 *в*. Таким образом, чувствительность фоторезистора при напряжении U составляет:

$$S = S_{уд} U. \tag{9-24}$$

Значения $S_{уд}$ для различных типов фоторезисторов составляют от 500 до 3 000 *мка/лм·в*, а величина S при максимальных рабочих напряжениях достигает единиц ампер на люмен.

Световая характеристика (рис. 9-11, *б*) показывает зависимость фототока от освещенности. Обычно эта характеристика несколько отклоняется от линейной, иллюстрируя понижение чувствительности с ростом освещенности.

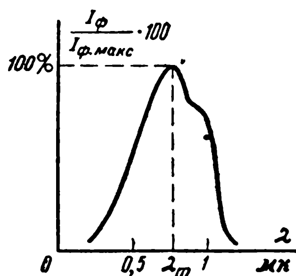


Рис. 9-12. Спектральная характеристика фоторезистора.

Спектральная характеристика (рис. 9-12) выражает относительное (в процентах) изменение фототока в зависимости от длины волны падающего на фоторезистор света. Различают *общий диапазон волн*, к которым чувствителен фоторезистор (например, в пределах снижения фототока до 10% максимального значения), и *волну основного максимума* λ_m. Полупроводниковые фоторезисторы, изготовленные из различных материалов, работают в чрезвычайно широком диапазоне волн: от инфракрасных лучей до рентгеновских и гамма-лучей.

Темновое сопротивление — величина сопротивления, обусловленная темновым током.

Кратность изменения сопротивления — число, показывающее, во сколько раз сопротивление фоторезистора при оговариваемой освещенности (обычно 100 или 200 *лк*) меньше темнового. У лучших типов фоторезисторов эта величина превышает 100.

Температурный коэффициент фототока — изменение фототока (в процентах) при повышении температуры на 1° С. Обычно он положителен и составляет от 0,1 до 1,5%/*град*.

Постоянная времени фототока $\tau_ф$ характеризует инерционность установления фототока, соответствующего новой освещенности после ее изменения.

В монокристаллических полупроводниках постоянная времени фототока совпадает с временем жизни τ неравновесных носителей и обычно лежит в пределах от долей микросекунды до единиц миллисекунд.

В промышленных образцах фоторезисторов используются поликристаллические структуры специально подбираемых полупроводниковых материалов, в которых возникают медленные вторичные процессы, затормаживающие спад фотопроводимости, что позволяет во много раз увеличить чувствительность фоторезисторов. При этом инерционность фотоэффекта описывается постоянной времени фототока, которая может превышать время жизни во много раз.

Обычно нарастание фототока при увеличении освещенности происходит быстрее, чем спад фототока при снижении освещенности. Поэтому величину $\tau_ф$ принято определять по спаду фототока при мгновенном затемнении фоторезистора. В таких условиях в течение времени $\tau_ф$ фототок снижается в e раз.

Инерционность фоторезистора с невысокой чувствительностью мала ($\tau_ф$ порядка десятков микросекунд), а у самых высокочувствительных фоторезисторов может быть весьма значительной (до 0,1 *сек*). При больших световых потоках постоянная времени фототока уменьшается.

Наряду с постоянной времени $\tau_ф$ для описания инерционности фоторезисторов приводят частотные характеристики, выражающие зависимость переменной составляющей фототока при освещении модулированным (прерывистым) светом от частоты модуляции.

Предельные режимы эксплуатации. Во избежание необратимого изменения характеристик фоторезисторов оговариваются *предельные рабочие температуры, максимальное рабочее напряжение* (может достигать 300—400 *в*) и *допустимая мощность рассеивания* (при длительной и импульсной нагрузках).

Датчики э. д. с. Холла

Действие этих датчиков основано *на эффекте Холла*, который заключается в том, что при помещении полупроводника с током в магнитное поле (рис. 9-13) в полупроводнике возникает поперечная (направленная перпендикулярно плоскости векторов электрического и магнитного полей) э. д. с.

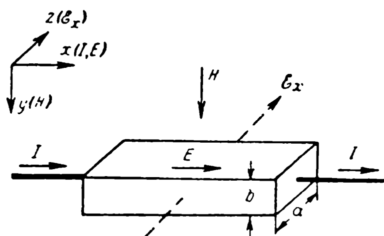


Рис. 9-13. Схема эффекта Холла.

$$\mathcal{E}_X = a\mu_X HE, \qquad (9\text{-}25)$$

где a — ширина образца;

μ_X — холловская подвижность (в зависимости от механизма взаимодействия движущихся электронов с кристаллической решеткой μ_X может либо совпадать с введенной выше дрейфовой подвижностью μ, либо отличаться от нее, но не более чем в 2 раза);
H — напряженность магнитного поля;
E — внешнее электрическое поле.

Этот эффект отражает появление стационарной силы, которая уравновешивает стремление магнитного поля отклонить движение носителей заряда.

Знаки э. д. с. Холла в полупроводниках с электронной и дырочной проводимостями противоположны.

Для практических целей удобно следующее выражение, связывающее э. д. с. Холла с током I через образец:

$$\mathcal{E}_X = R_X \frac{HI}{b} \cdot 10^{-8}\ в, \qquad (9\text{-}25а)$$

где b — толщина образца (*см*) в направлении поля H (*э*);
R_X — постоянная Холла, зависящая от концентрации n (или p) основных носителей,

$$R_X = \frac{1}{qn},\ см^3/к. \qquad (9\text{-}26)$$

Датчики э. д. с. Холла выполняются в виде тонких пластинок или пленок из полупроводниковых материалов, которым свойственны высокие значения R_X (германий, сурьмянистый индий, селенистая ртуть и др.), и снабжаются двумя парами выводов: одна пара для включения в цепь тока, вторая — для съема э. д. с. Они применяются для измерения магнитных полей, токов, мощности, для перемножения двух сигналов (э. д. с. Холла пропорциональна произведению тока через образец на напряженность магнитного поля), в качестве модуляторов, преобразователей частоты и для ряда других целей [Л. 3].

9-3. КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫЙ ПЕРЕХОД

Контактная разность потенциалов

Энергия, которую необходимо сообщить электрону для его удаления из твердого тела, называется *работой выхода*. В полупроводнике (как и в металле) работа выхода равна разности потенциальной энергии электрона в вакууме и энергии уровня Ферми.

При образовании контакта двух различных полупроводников (а также контактов полупроводник — металл или металл — металл) возникает *контактная разность потенциалов* $\varphi_к$, соответствующая разности работ выхода этих материалов, т. е. разности энергий уровней Ферми (рис. 9-14):

$$\varphi_к = \frac{E_{Ф1} - E_{Ф2}}{q}. \qquad (9\text{-}27)$$

Появление контактной разности потенциалов объясняется тем, что количество электронов, переходящих из материала с меньшей работой выхода в материал с большей работой выхода, превышает количество электронов, переходящих в обратном направлении. При этом в первом теле

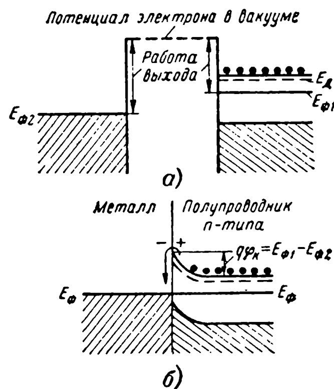


Рис. 9-14. Энергетические схемы изолированных металла и полупроводника (*а*) и при образовании контакта (*б*).

накапливается положительный заряд, а во втором отрицательный, и это происходит до тех пор, пока разность потенциалов, возрастающая вместе с образованием этих зарядов, не уравновесит исходную разность уровней Ферми. При наступлении равновесия исходная разность уровней Ферми обоих тел компенсируется *потенциальным барьером* $q\varphi_к$, в результате чего в соприкасающихся телах энергия уровня Ферми оказывается одинаковой.

До тех пор пока все элементы электрической цепи находятся при одинаковой температуре, обнаружить внешние проявления контактной разности потенциалов нельзя, поскольку в замкнутой цепи сумма контактных разностей потенциалов равна нулю. Если же условия теплового равновесия нарушены, то контактные разности потенциалов холодного и горячего контактов оказываются разными и перестают уравновешивать друг друга, что приводит к появлению в цепи *термо-э. д. с.* Кроме того, возможно появление объемной составляющей термо-э. д. с., обусловленной градиентом концентрации носителей вдоль неравномерно нагретого полупроводника [Л. 20]. В небольшом интервале температур величина термо-э. д. с.

$$\mathcal{E}_т = (\alpha_1 - \alpha_2)\,\Delta T, \qquad (9\text{-}28)$$

где α_1, α_2 — *коэффициенты термо-э. д. с.* данной пары материалов; ΔT — перепад температур между горячим и холодным контактом. Значения α полупроводников бывают как положительными, так и отрицательными и достигают сотен микровольт на градус, что делает *полупроводниковые термоэлектрические генераторы* весьма эффективными не только для измерения и контроля температур, но и для преобразования тепла в электрическую энергию с высоким к. п. д. [Л. 7].

Запорный слой

Объемный заряд в приконтактном слое полупроводника обычно представляет собой некомпенсированный заряд ионов примесей, обусловленный уходом электронов (в полупроводнике n-типа) или заполнением дырок перешедшими из другого материала электронами (в полупроводнике p-типа). При этом в области объемного заряда практически отсутствуют подвижные носители и она обладает значительным электрическим сопротивлением, в связи с чем эту область называют запорным или *обедненным слоем.*

Внутри обедненного слоя существует электрическое поле, создаваемое объемными зарядами, причем ввиду малой толщины этого слоя (обычно порядка 1 *мк*) напряженность поля зачастую достигает гигантских значений (десятки киловольт на сантиметр) при незначительных контактных разностях потенциалов (менее 1 *в*).

Если внутри обедненного слоя по какой-либо причине появляется электрон, то он немедленно перебрасывается электрическим полем в материал с меньшей работой выхода (как бы скатывается с потенциального барьера).

Так, при освещении контакта в прилегающих к нему слоях полупроводника возбуждаются пары электрон — дырка. Появившиеся при этом неосновные носители (электроны в p-области и дырки в n-области) увлекаются электрическим полем обедненного слоя и уходят в противоположную область полупроводника.

Легко видеть, что это приводит к уменьшению объемных зарядов по обеим сторонам контакта, а следовательно, к снижению контактной разности потенциалов на освещенном контакте.

Поскольку процесс генерации пар электрон — дырка продолжается все время, пока освещен контакт, можно было бы ожидать понижения контактной разности потенциалов до нуля. В действительности этого не происходит, так как понижение потенциального барьера облегчает преодоление его основными носителями, потоки которых быстро возрастают и при некотором пониженном значении контактной разности потенциалов, зависящем от интенсивности освещения, уравновешивают поток носителей, генерируемых светом. Понижение контактной разности потенциалов отождествляется с появлением соответствующей э. д. с. (фото-э. д. с.), которая при замыкании внешней цепи способна вызвать в ней электрический ток (фототок), направленный от вывода p-области и выводу n-области. Это явление, как и фотопроводимость, представляет собой *внутренний фотоэлектрический эффект* и в отличие от фотопроводимости называется *вентильным фотоэффектом.*

Величина фото-э. д. с. возрастает с повышением освещенности, но не может превышать значения некоторой разности потенциалов (обычно менее 1 *в*). Тем не менее основанные на этом явлении *фотоэлементы с запорным слоем, фотодиоды* и *солнечные батареи* являются высокоэффективными преобразователями энергии света в электрическую энергию и применяются в качестве не только контрольно-измерительных приборов, но и источников энергии [Л. 15].

С прохождением тока через контакт связаны специфические явления. Например, из энергетической схемы на рис. 9-14 видно, что при переходе электронов из полупроводника n-типа в металл они опускаются на более низкий энергетический уровень. При этом избыточная энергия отдается атомам металла и вызывает нагрев в районе контакта. Из металла в полупроводник могут перейти лишь наиболее «горячие» электроны, занимавшие до этого перехода уровни, расположенные выше дна зоны проводимости полупроводника. При этом область контакта охлаждается. Зависящее от направления постоянного тока выделение или поглощение тепла в контакте называется *эффектом Пельтье.* Оно лежит в основе *полупроводниковых термоэлектрических холодильных устройств.* Количество тепла, выделяемого (поглощаемого) в контакте в дополнение к джоулеву теплу, составляет:

$$Q_П = (П_1 - П_2)\, It, \tag{9-29}$$

где I — сила тока;
t — время;
$П_1$, $П_2$ — коэффициент Пельтье данной пары материалов, причем для данного материала

$$П = \alpha T, \tag{9-30}$$

где α — коэффициент термо-э. д. с.

Односторонняя проводимость

Запорному слою присущ *эффект выпрямления,* состоящий в различии сопротивления для токов противоположных направлений. Приложенное напряжение U ввиду повышенного сопротивления обедненного слоя практически полностью падает в этом слое. При этом уровни Ферми в обоих телах смещаются друг относительно друга на величину, соответствующую приложенному напряжению (qU), в результате чего потенциальный барьер либо понижается (при приложении прямого напря-

жения, рис. 9-15, *а*), либо повышается (при приложении обратного напряжения, рис. 9-15, *б*) на величину U. В первом случае объемные заряды, толщина обедненного слоя и его сопротивление уменьшаются и при увеличении внешнего напряжения ток через контакт быстро нарастает. Когда прямое напряжение достигает величины

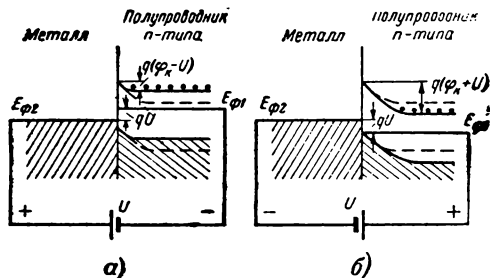


Рис. 9-15. Выпрямляющий контакт металл — полупроводник n-типа с приложенным внешним напряжением U в прямом (*а*) и обратном (*б*) направлениях. Штрихами показано положение зон в отсутствие внешнего смещения.

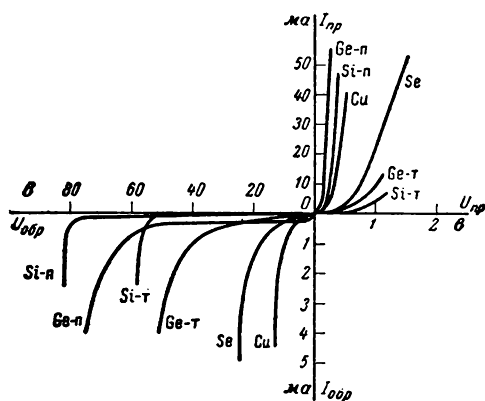


Рис. 9-16. Типичные вольт-амперные характеристики контактов металл — полупроводник (Cu — купроксного вентиля, Se — селенового вентиля, Ge—т — точечного германиевого диода, Si—т — точечного кремниевого диода) и переходов (Ge—п — плоскостного германиевого диода, Si—п — плоскостного кремниевого диода).

контактной разности потенциалов, потенциальный барьер должен исчезнуть, и при дальнейшем увеличении напряжения ток в цепи будет ограничиваться лишь внешними относительно контакта сопротивлениями.

Повышение потенциального барьера при обратном напряжении сопровождается увеличением объемных зарядов и как следствие — расширением обедненного слоя. При этом вероятность перехода через контакт основных носителей становится пренебрежимо малой и устанавливающийся в цепи небольшой *обратный ток* обусловлен неосновными носителями, для которых потенциальный барьер не является препятствием. Лишь при достаточно высоком обратном напряжении наблюдается резкое увеличение обратного тока, называемое *пробоем.*

Вольт-амперная характеристика выпрямляющего контакта металл — полупроводник показана на рис. 9-16.

Эффект односторонней проводимости контакта металл — полупроводник используется в *купроксных* и *селеновых выпрямителях, кристаллических детекторах* и *точечно-контактных диодах.* Исключая определенные типы точечных диодов, в этих приборах широко применяются полупроводниковые материалы поликристаллической структуры, которая отличается сильным несовершенством. Связанное с наличием структурных дефектов большое количество дополнительных уровней внутри запрещенной зоны, а также сильное влияние *поверхностных явлений* (см. стр. 409) приводят к неоднородности характеристик этих приборов, к повышенным и нестабильным обратным токам. От этих недостатков в значительной мере свободны полупроводниковые диоды с плоскостными p-n переходами.

Электронно-дырочный переход

Электронно-дырочный, или p-n, переход представляет собой особенно важную разновидность контакта двух разнородных по-

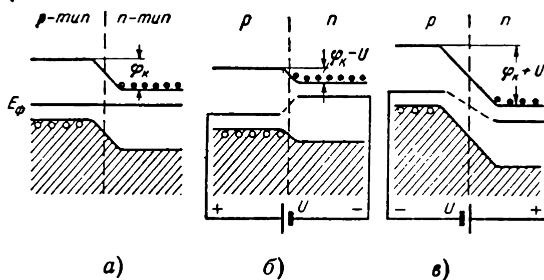


Рис. 9-17. Энергетическая схема p-n перехода в отсутствие внешнего смещения (*а*), при наличии прямого смещения (*б*) и при наличии обратного смещения (*в*).

лупроводников. Обычно p-n переход создается с помощью тонких технологических приемов, в результате чего граница раздела областей противоположными механизмами проводимости создается внутри одного монокристаллического объема полупроводника. Аналогичным свойством обладают и так называемые *l-h переходы* (p^+-p и n^+-n переходы), в которых механизм проводимости обеих областей полупроводника одинаков, но степень их легирования примесями различна (плюсом отмечается область с более высокой концентрацией примесей, т. е. с меньшим удельным сопротивлением). При этом также положение уровней Ферми в обеих областях полупроводника в отсутствие контакта оказывается различным, а выравнивание уровня Ферми при наличии контакта приводит к

искривлению границ энергетических зон в районе *l-h* перехода, т. е. к образованию потенциального барьера.

Несмотря на несколько отличную от случая контакта металл — полупроводник энергетическую схему (рис. 9-17), в *p-n* переходе наблюдаются все описанные выше контактные явления, но здесь они носят наиболее закономерный характер ввиду совершенной структуры контакта внутри монокристаллического полупроводника.

Контактная разность потенциалов *p-n* перехода определяется следующими соотношениями:

$$\varphi_к = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_n}{n_p} = \frac{kT}{q} \ln \frac{p_p}{p_n} = \frac{kT}{q} \ln \frac{\sigma_n \sigma_p}{q^2 n_i^2 \mu_p \mu_n} = \frac{kT}{q} \ln \frac{NP}{n_i^2}, \quad (9\text{-}31)$$

где n_n, p_n и N — концентрации соответственно электронов, дырок и доноров в *n*-области;

n_p, p_p и P — концентрации электронов, дырок и акцептороов в *p*-области;

σ_n и σ_p — удельные проводимости *n*-области и *p*-области соответственно;

μ_n и μ_p — подвижности электронов и дырок.

Последнее из приведенных выражений $\varphi_к$ справедливо при условии полной ионизации примесей, что обычно и происходит.

С увеличением концентрации примесей, т. е. при понижении удельного сопротивления полупроводника, контактная разность потенциалов возрастает. Это справедливо до тех пор, пока концентрация примесей не превышает некоторого критического значения (для германия и кремния около $2 \cdot 10^{19}$ *см*$^{-3}$), при котором уровень Ферми приближается к дну (в дырочном полупроводнике) или потолку (в электронном) запрещенной зоны. Дальнейшее повышение концентрации примесей существенных изменений в положение уровня Ферми не вносит, а контактная разность потенциалов достигает значения, соответствующего ширине запрещенной зоны, и перестает увеличиваться.

Прямая ветвь (при $U>0$) вольт-амперной характеристики *p-n* перехода хорошо описывается вытекающим из диодной теории выпрямления [Л. 14] выражением

$$I = I_s\left(e^{\Lambda U} - 1\right), \quad (9\text{-}32)$$

где I_s — так называемый ток насыщения *p-n* перехода (см. ниже), а

$$\Lambda = \frac{q}{kT} \quad (9\text{-}33)$$

и при обычной температуре ($T=300°$ К) составляет около 40 *в*$^{-1}$ (обратную величину $U_т=\Lambda^{-1}\approx 25$ *мв* часто называют *температурным напряжением* или *температурной разностью потенциалов*). При прямых смещениях, превышающих 2—3 $U_т$, обычно пренебрегают единицей и описывают прямую ветвь одним экспоненциальным членом:

$$I \approx I_s e^{\Lambda U}. \quad (9\text{-}32а)$$

Однако при достаточно больших прямых токах выражение вольт-амперной характеристики реальных *p-n* переходов снова усложняется из-за возрастающего влияния омического падения напряжения в толще полупроводника и других эффектов, проявляющихся при высоких плотностях тока (см. стр. 409).

Током насыщения p-n перехода называют не зависящую от приложенного напряжения составляющую тока, обусловленную неосновными носителями.

Из энергетической схемы *p-n* перехода (см., например, рис. 9-17) следует, что энергия электронов проводимости в *p*-области всегда выше, чем в *n*-области. Это же утверждение справедливо по отношению к электронам в валентной зоне. Поэтому всякий электрон проводимости, приблизившийся к *p-n* переходу со стороны *p*-области, немедленно скатывается в *n*-область. Аналогичное перемещение электронов через *p-n* переход в валентной зоне оказывается возможным при появлении дырки со стороны *n*-области. Плотность потоков неосновных носителей через *p-n* переход зависит от их концентрации в каждой области и от диффузионной длины L, поскольку поставлять неосновные носители, достигающие границы *p-n* перехода, могут лишь участки каждой области, удаленные на расстояние L. В отсутствие внешнего смещения эти потоки неосновных носителей уравновешиваются встречной диффузией основных носителей. При приложении достаточно большого обратного напряжения потоки основных носителей прекращаются из-за увеличения потенциального барьера и во внешней цепи обнаруживается *обратный ток.*

Из теоретического выражения вольт-амперной характеристики (9-32) также следует, что при обратных смещениях ($U<0$), превышающих (2—3) $U_т$, когда можно пренебречь экспоненциальным членом в сравнении с единицей, должен установиться не зависящий от обратного напряжения ток, равный току насыщения. Но у реальных *p-n* переходов обратный ток зачастую существенно превышает значение I_s и заметно зависит от напряжения, что объясняется существованием ряда других составляющих, связанных с влиянием поверхности, различного рода дефектов, утечек и генерацией пар электрон — дырка внутри обедненного слоя.

Ввиду сильной температурной зависимости концентрации неосновных носителей по мере повышения температуры происходит практически экспоненциальное увеличение

тока насыщения и при достаточно высокой температуре он превалирует над остальными составляющими обратного тока. При этом теоретическое выражение вольт-амперной характеристики *p-n* перехода становится справедливым и для обратной ветви.

Пробой *p-n* перехода. Электрический пробой *p-n* перехода, состоящий в резком увеличении обратного тока при высоком обратном напряжении, происходит из-за эффекта *лавинного умножения.* Кинетическая энергия электрона, скатывающегося с потенциального барьера, возрастает по мере увеличения высоты этого барьера, в результате чего растет вероятность выбивания дополнительных электронов из атомов полупроводника, находящихся на пути «быстрого» электрона в районе *p-n* перехода. Такое умножение числа носителей приводит сначала к росту обратного тока, а при некотором критическом напряжении вызывает лавинное увеличение обратного тока. Нарастание обратного тока при лавинном умножении описывается *коэффициентом лавинного умножения*

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U}{U_л}\right)^m}, \qquad (9\text{-}34)$$

где $U_л$ — напряжение лавинного пробоя, m — показатель, зависящий от материала полупроводника и типа проводимости более высокоомной области (в случае кремния или германия *n*-типа $m=3$, а для германия *p*-типа $m=5$). Напряжение лавинного пробоя определяется главным образом удельным сопротивлением высокоомной области и приблизительно прямо пропорционально его величине. Это объясняется тем, что удельное сопротивление примесного полупроводника непосредственно связано с концентрацией примесей, а значит, и с концентрацией зарядов, создающих электрическое поле в обедненном слое.

Эффект лавинного умножения при соответствующем ограничении рассеиваемой мощности внешним сопротивлением не вызывает необратимых изменений в характеристиках *p-n* перехода и широко используется для стабилизации напряжения в *кремниевых стабилитронах,* в *лавинных транзисторах*, обладающих $\alpha>1$, и других приборах.

Емкость *p-n* перехода. Наличие объемных зарядов и электрического поля в обедненном слое придает *p-n* переходу свойства электрической емкости. Эта емкость, называемая *барьерной емкостью p-n* перехода, используется в полупроводниковых конденсаторах — *варикапах.* Поскольку концентрация зарядов в обедненном слое предопределена концентрацией примесей, изменение потенциального барьера при вариации обратного напряжения происходит из-за изменения ширины этого слоя. Это равноценно изменению среднего расстояния между разноименными зарядами, находящимися по обе стороны от металлургической границы *p-* и *n*-областей, и приводит к зависимости емкости *p-n* перехода от величины приложенного обратного напряжения.

В соответствии с различными законами распределения примесей на границе *p-* и *n*-областей различают *резкий переход* (ступенчатый, или типа Шоттки, рис. 9-18, *а*) и *плавный переход* (рис. 9-18, *б*). Особыми технологическими приемами удается также изготовлять *p-n* переходы *с обратным градиентом примеси* (рис. 9-18, *в*), когда концентрация примеси в высокоомной области убывает по мере удаления от перехода. Дифференциальная емкость *p-n* перехода, характеризующая его емкостную реакцию на переменное напряжение, малое по сравнению с постоянным обратным напряжением смещения U_0, в общем случае выражается следующей зависимостью:

$$C_б = \frac{dq}{du} = a(\varphi_к + U_0)^{-n}, \qquad (9\text{-}35)$$

где постоянная a пропорциональна площади *p-n* перехода, а n зависит от закона распределения примесей. Для резкого *p-n* перехода $n=1/2$, для плавного $n=1/3$, а при обратном градиенте концентрации примесей $n>1/2$ и в определенных областях обратных напряжений может достигать нескольких единиц.

Наряду с барьерной емкостью *p-n* переходу приписывают *диффузионную емкость*, которая имеет практическое значение главным образом при прямых напряжениях, когда она может во много раз превышать барьерную. При прохождении прямого тока через *p-n* переход основные носители, преодолевающие потенциальный барьер, становятся в другой области полупроводника неосновными неравновесными, и их движение здесь подчинено законам диффузии. В связи с рекомбинацией концентрация этих носителей по мере их диффузии в глубь полупроводника от границы *p-n* перехода убывает и глубина их проникновения имеет порядок диффузионной длины L. Этот процесс приводит как бы к накоплению неосновных носителей вблизи *p-n* перехода. Заряд накапливающихся неравновесных носителей пропорционален току через *p-n* переход, однако из-за сравнительно медленного характера диффузии и рекомбинации неравновесных носителей этот заряд не может мгновенно изменяться при изменениях тока. Его инерционность описывается временем жизни неосновных носителей τ и обусловливает емкостный характер реакции *p-n* перехода на всякое изменение прямого тока. Это явление и описывают диффузионной емкостью *p-n* перехода, которая при достаточной протяженности обеих областей полупроводника, превышающих диффузионную длину, составляет на низких частотах

$$C_д = \frac{\Lambda}{2}(I_p \tau_p + I_n \tau_n), \qquad (9\text{-}36)$$

где соответственно I_p и I_n — дырочная и электронная составляющие постоянного то-

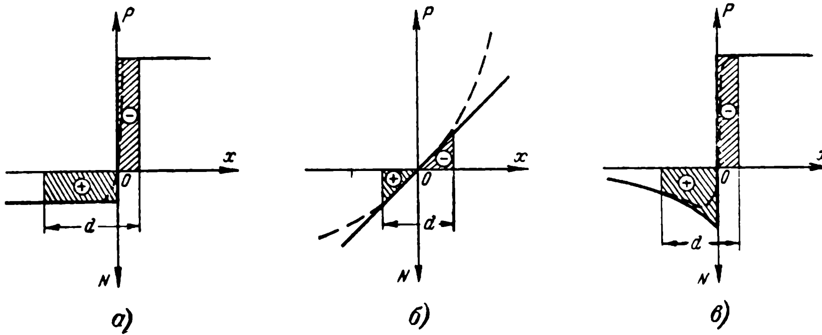


Рис. 9-18. Графики распределения примесей в p-n переходах: резком (a), плавном ($б$) и с обратным градиентом концентрации примеси ($в$). Штриховой линией показаны реальные распределения для p-n переходов, изготовленных путем сплавления (a), диффузии ($б$) и двойной диффузии ($в$). d — ширина обедненного слоя.

ка через p-n переход, а τ_p и τ_n — времена жизни дырок в p-области и электронов в n-области. По мере повышения частоты диффузионная емкость уменьшается и стремится к нулю на частотах $\omega \gg \tau_p^{-1}, \tau_n^{-1}$.

Туннельный эффект

Помимо прохождения прямого тока за счет носителей, преодолевающих потенциальный барьер, в особенно тонких p-n переходах, получаемых сильным легированием полупроводника примесями, т. е. в низкоомных материалах ($\rho<0{,}5$ *ом · см*), наблюдается особый механизм проводимости,

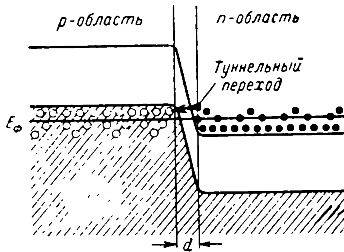


Рис. 19-19. Энергетическая схема p-n перехода при наличии вырождения в обеих областях.

называемый *туннельным эффектом*. Сильное легирование приводит к высокой концентрации основных носителей, соизмеримой с концентрацией разрешенных уровней в зоне проводимости полупроводника n-типа или в валентной зоне полупроводника p-типа. Такие полупроводники называются *вырожденными* и отличаются тем, что уровень Ферми находится в непосредственной близости к границе запрещенной зоны или даже попадает в зону проводимости (n-типа) или в валентную (p-типа) (рис. 9-19). Вероятностные соотношения квантовой механики устанавливают, что если толщина d p-n перехода будет достаточно малой, то возможно проникновение электрона из зоны проводимости n-области непосредственно в валентную зону p-области, ибо при этом не требуется существенных

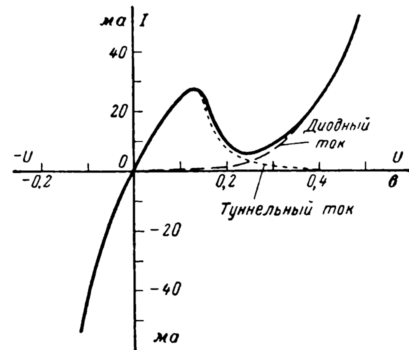


Рис. 9-20. Вольт-амперная характеристика p-n перехода с туннельным эффектом.

изменений энергии электрона. Такой переход электрона под потенциальным барьером и назван туннельным эффектом.

Туннельный эффект возможен при обратных и небольших прямых напряжениях, пока дно зоны проводимости в n-области располагается ниже потолка валентной зоны в p-области. При достаточно больших прямых напряжениях ток, обусловленный туннельным эффектом, пропадает и наблюдается обычный диодный механизм прямого тока. В области умеренных прямых напряжений, где ток туннельного эффекта падает, а диодный ток нарастает еще медленно, в вольт-амперной характеристике рассматриваемого p-n перехода появляется участок отрицательного дифференциального сопротивления (рис. 9-20).

На этом явлении основано действие *туннельных диодов*, пригодных для усиления и генерирования СВЧ колебаний и для построения сверхбыстродействующих импульсных устройств.

Малая инерционность туннельных диодов обусловлена тем обстоятельством, что при туннельном эффекте носители переходят в другую энергетическую зону и таким образом остаются основными. При этом их дальнейшее движение представляет собой не диффузию, а дрейф в электрическом поле, создаваемом внешней э. д. с.

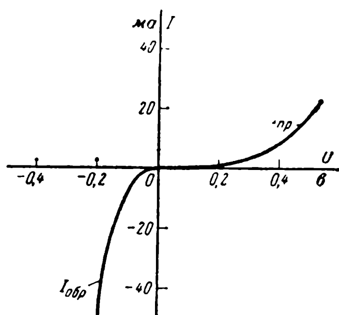


Рис. 9-21. Вольт-амперная характеристика обращенного диода.

Использование весьма низкоомных материалов, малая толщина обедненного слоя и «работа на основных носителях» придают туннельным диодам ряд других преимуществ, в частности высокую температурную стабильность и противорадиационную устойчивость.

При удельных сопротивлениях областей *p-n*-перехода, несколько больших, чем применяются в туннельных диодах, можно добиться смещения точки развития туннельного эффекта на вольт-амперной характеристике *p-n* перехода к нулевому напряжению. При этом туннельный эффект сохранится лишь при обратных напряжениях и вызовет резкий пробой в самом начале обратной ветви вольт-амперной характеристики, а прямая ветвь примет такой же вид, как у обычного диода (рис. 9-21). Приборы с такими характеристиками называются *обращенными диодами,* поскольку обратный ток у них нарастает быстрее прямого; они представляют большой интерес для индикации и детектирования слабых сигналов и для решения других нелинейных задач при низких уровнях напряжения.

9-4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ

Диоды-выпрямители и детекторы

Полупроводниковые приборы, структура которых содержит контакт типа металл — полупроводник или *p-n* переход, придающий им свойства односторонней проводимости, называются *диодами.*

Диоды с контактом типа металл — полупроводник образуют группу *точечных диодов,* а с контактом типа *p-n* перехода — *плоскостных диодов* (рис. 9-22).

В *германиевых* и *кремниевых диодах* используются монокристаллические пластинки соответствующих полупроводниковых материалов. К полупроводниковым диодам близки *меднозакисные (купроксные)* и *селеновые вентили* с запорным слоем на контакте металл — поликристаллический полупроводник, однако по всем характеристикам эти вентили уступают диодам.

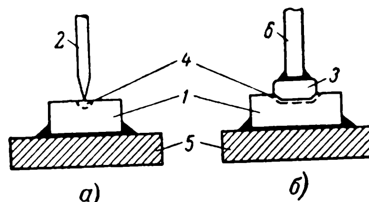


Рис. 9-22. Полупроводниковые диоды.

а — точечный; *б* — плоскостной; *1* — монокристаллическая пластинка полупроводника (германий, кремний); *2*—контактная металлическая игла; *3* — электродный сплав; *4* — *p-n* переход; *5* — кристаллодержатель; *6* — вывод.

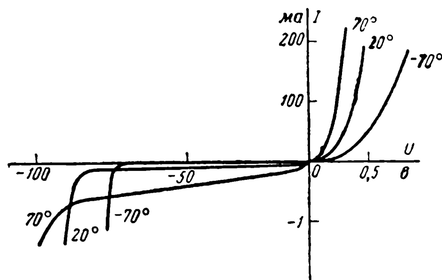


Рис. 9-23. Семейство вольт-амперных статических характеристик полупроводникового диода при различных температурах.

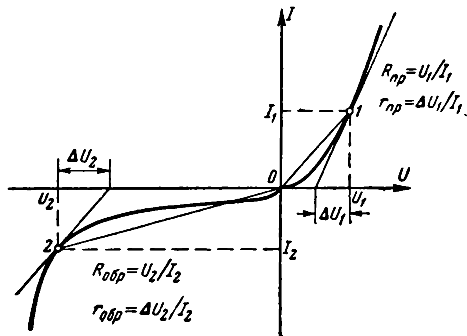


Рис. 9-24. Определение сопротивления постоянному току и дифференциального сопротивления по статической характеристике в точках *1* и *2*.

Вольт-амперная характеристика выражает зависимость тока, проходящего через диод, от величины и полярности приложен-

ного к нему постоянного напряжения (рис. 9-23).

Прямая ветвь (в пределах правого верхнего квадранта) соответствует пропускному направлению тока и прямой полярности напряжения, а обратная (в пределах левого нижнего квадранта) — запорному направлению тока и обратному напряжению. Прямой ток достигает значительных величин при падениях напряжения на диоде 0,3—1 *в*. Обратный ток сначала медленно увеличивается при повышении обратного напряжения, но при достаточно высоком обратном напряжении наблюдается резкое нарастание обратного тока, обычно называемое пробоем.

При повышении температуры как прямой, так и обратный токи увеличиваются.

Вместо графического представления вольт-амперных характеристик часто указывают параметры, характеризующие отдельные точки вольт-амперной характеристики:

прямой ток — это ток при определенном (обычно 1 *в*) прямом напряжении или *прямое падение напряжения* при оговариваемой величине тока;

обратный ток при определенном обратном напряжении (обычно близком к пробивному) или *обратное напряжение* при оговариваемой (достаточно большой) величине обратного тока.

Прямое и обратное сопротивления (рис. 9-24). Различают прямое и обратное сопротивления для постоянного тока (статические сопротивления):

$$R_{пр} = \frac{U_{пр}}{I_{пр}}; \qquad (9\text{-}37а)$$

$$R_{обр} = \frac{U_{обр}}{I_{обр}} \qquad (9\text{-}37б)$$

и аналогичные дифференциальные (динамические) сопротивления:

$$r_{пр} = \frac{dU_{пр}}{dI_{пр}}; \qquad (9\text{-}38а)$$

$$r_{обр} = \frac{dU_{обр}}{dI_{обр}}. \qquad (9\text{-}38б)$$

Последние характеризуют свойства диода по отношению к малым приращениям или к переменным составляющим, наложенным на большие постоянные токи и напряжения.

Дифференциальные сопротивления в общем случае существенно отличаются от сопротивлений постоянному току (в частности, всегда $r_{пр} < R_{пр}$), и, кроме того, все они зависят от рабочей точки диода (от величины постоянного напряжения или тока, рис. 9-25).

Частотные характеристики диодов. По мере повышения частоты приложенного к диоду переменного напряжения выпрямительные свойства диода ухудшаются. Для описания этого явления приводят частотные характеристики (рис. 9-26), иллюстрирующие понижение эффективности однополупериодного выпрямителя (детектора) с повышением частоты при определенных сопротивлениях нагрузки. Вместо частотных характеристик иногда указывают *граничную частоту* диода — частоту, на которой выпрямленный ток снижается до определенного уровня (например, в $\sqrt{2}$ раз) по сравнению с низкочастотным значением.

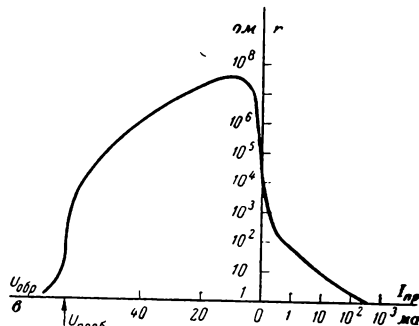


Рис. 9-25. Зависимость сопротивления диода от напряжения и тока.

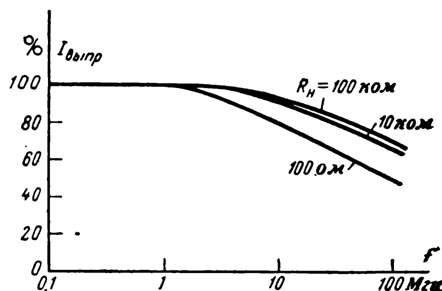


Рис. 9-26. Частотные характеристики детекторов.

Проходная емкость диода — емкость, шунтирующая выпрямляющий контакт. Она оказывает вредное действие, когда диод заперт, и складывается из барьерной емкости запорного слоя (особенно большой у плоскостных диодов) и конструктивной емкости выводов и корпуса диода.

У точечных диодов проходная емкость лежит в пределах 0,5—2 *пф*, а у плоскостных при большой площади *p-n* перехода может достигать сотен пикофарад.

Барьерная емкость плоскостных диодов, изготовляемых методом вплавления примесей, уменьшается с повышением обратного напряжения:

$$C_б = \frac{a}{\sqrt{\varphi_к + U_{обр}}}, \qquad (9\text{-}39)$$

где a — постоянная для данного диода величина;

$\varphi_к$ — контактная разность потенциалов (несколько десятых долей вольта).

Эквивалентные схемы диодов. По мере повышения частоты переменной составляющей напряжения, прикладываемого к диоду, дифференциальные сопротивления приобретают комплексный характер и начинают зависеть от частоты. Для анализа этих явлений применяются эквивалентные схемы.

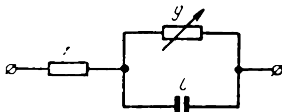


Рис. 9-27. Эквивалентная схема полупроводникового диода для средних частот.

Простейшая из них (рис. 9-27), кроме нелинейной проводимости запорного слоя g, учитывает емкость, C шунтирующую этот слой, и сопротивление объема полупроводника r. Элемент C в общем случае включает барьерную емкость, зависящую от приложенного к диоду напряжения, и диффузионную, характеризующую накопление носителей в объеме полупроводника и зависящую, таким образом, от тока через диод (главным образом прямого). Диффузионная емкость зависит от частоты тока и с повышением частоты убывает, стремясь к нулю. Сопротивление объема полупроводника r зависит от концентрации носителей в полупроводнике и при больших токах через диод уменьшается. Точный учет всех этих зависимостей достаточно сложен, и на практике часто считают элементы C и r линейными, приписывая им средние за период рабочей частоты значения.

В области СВЧ может потребоваться учет паразитных индуктивности $L_м$ и емкости $C_м$ выводов и корпуса диода, как это показано на схеме на рис. 9-28.

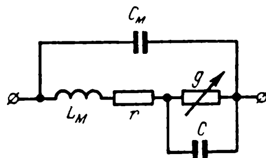


Рис. 9-28. Эквивалентная схема полупроводникового диода для диапазона СВЧ.

Предельные эксплуатационные режимы. Для предотвращения необратимых изменений характеристик полупроводниковых диодов нормируются *диапазон рабочих температур, обратное напряжение и прямой ток*, которые могут длительно действовать в цепи диода. Для выпрямительных диодов вместо последних двух величин указываются *предельная амплитуда обратного напряжения и выпрямленный ток* в однополупериодной схеме выпрямления с активным сопротивлением нагрузки. В схеме выпрямителя с емкостной нагрузкой амплитуда переменного напряжения должна быть снижена вдвое. Для некоторых выпрямительных диодов оговаривается *предельная амплитуда выпрямленного тока*. Под этой величиной понимается пиковое значение прямого тока через вентиль, которое при емкостной нагрузке может во много раз превышать среднее значение выпрямленного тока. При малой тепловой инерции отдельных элементов конструкции диода под действием этих пиков тока может возникать пагубный перегрев даже при допустимом среднем значении выпрямленного тока.

Особенно большие прямые токи могут проходить через диоды во время переходных процессов при подаче и снятии питания в силовых устройствах и импульсных схемах. Перегрузочная способность диодов в таких режимах гарантируется *предельной величиной импульса прямого тока* или амплитуды прямого тока при переходных процессах при оговариваемой длительности импульса.

При повышении температуры окружающей среды предельные значения напряжений и токов могут понижаться, что оговаривается особо.

К характеристикам, описывающим предельные эксплуатационные режимы, примыкают указания по применению радиаторов и принудительного охлаждения (для мощных выпрямительных диодов), а также рекомендации по номиналам дополнительных сопротивлений или конденсаторов, уравнивающих токи и напряжения на отдельных диодах при параллельном и последовательном соединении диодов в схемах выпрямителей.

Диоды-детекторы СВЧ, смесители, модуляторы

Характеристики и параметры. Точечные полупроводниковые диоды, предназначенные для работы в диапазоне СВЧ, имеют некоторые конструктивные особенности, сводящие до минимума паразитные индуктивность и проходную емкость.

Помимо характеристик, перечисленных для полупроводниковых диодов — выпрямителей и детекторов, для диодов СВЧ вводятся некоторые специальные характеристики и параметры.

В связи с тем что конструкция диода может сильно влиять на режим работы СВЧ резонаторов, некоторые типы СВЧ диодов предназначаются для работы в определенных *диапазонах волн*, например трехсантиметровом, десятисантиметровом.

Чувствительность по току β — отношение величины выпрямленного тока к величине поглощенной мощности при коротком замыкании на выходе:

$$\beta = \frac{I_{выпр}}{P_{погл}}. \qquad (9\text{-}40)$$

Размерность чувствительности β — *а/вт*.

Коэффициент стоячей волны напряжения (КСВН) — отношение максимальной напряженности электрического поля основной гармоники к минимальной в волноводе, нагруженном на стандартную камеру с данным детектором.

Величина КСВН регламентирует возможный разброс входных сопротивлений детекторов.

Выходное сопротивление $R_{вых}$ — дифференциальное сопротивление детектора в рабочем режиме на промежуточной частоте.

Относительная температура шума $t_ш$ — отношение располагаемой мощности шума[1] на выходе детектора к мощности шума сопротивления, находящегося при нормальной температуре ($T=290°$ К, k — постоянная Больцмана) в той же полосе частот Δf:

$$t_ш = \frac{P_{ш.д}}{kT\,\Delta f}\,. \qquad (9\text{-}41)$$

Потери преобразования L — отношение мощности СВЧ сигнала, поступающего на вход детектора, к мощности сигнала промежуточной частоты на выходе.

Нормальный коэффициент шума $Ш$ — коэффициент шума устройства, состоящего из смесителя на данном диоде и усилителя промежуточной частоты с нормированным значением коэффициента шума $Ш_{УПЧ}$:

$$Ш = L\,(t_ш + Ш_{УПЧ} - 1). \qquad (9\text{-}42)$$

Добротность $Q_д$ — совокупная характеристика качества диода — видеодетектора, учитывающая чувствительность по току β, выходное сопротивление $R_{вых}$ и относительную шумовую температуру $t_ш$:

$$Q_д = \frac{\beta R_{вых}}{\sqrt{t_ш R_{вых} + R_{ш.л}}}\,, \qquad (9\text{-}43)$$

где $R_{ш.л}$ — эквивалентное шумовое сопротивление лампы видеоусилителя, следующей за детектором.

Величина добротности $Q_д$ сильно зависит от постоянного смещения диода и достигает максимума при прямых смещениях порядка 0,1—0,2 *в* у германиевых видеодетекторов и порядка 0,3—0,4 *в* — у кремниевых.

Предельные эксплуатационные режимы. Для предотвращения порчи СВЧ диодов указывается *номинальная энергия тока выгорания* — энергия импульса постоянного тока, при котором происходят необратимые изменения электрических характеристик диодов. При работе СВЧ диодов во входных цепях приемников радиолокационных станций принимаются меры защиты диодов от воздействия импульсов передатчика. Необходимые требования к системе защиты заключены в *предельных значениях просачивающейся мощности в импульсе* $P_{прос}$ и *энергии пика просачивающейся мощности* $E_{прос}$. Величина $P_{прос}$ представляет собой отношение энергии импульса, просачивающегося через разрядник, к длительности этого импульса. Величина $E_{прос}$ характеризует собой энергию пика, просачивающуюся через разрядник импульса на начальном этапе развития разряда.

[1] Определение шумовых параметров — см. § 10-1.

Импульсные диоды

Импульсные параметры полупроводниковых диодов. Импульсные диоды — разновидность полупроводниковых диодов, предназначенных для применения в импульсных схемах. Помимо характеристик, указанных для диодов — выпрямителей и детекторов, у импульсных диодов рассматриваются следующие параметры:

Прямое импульсное сопротивление — отношение максимального всплеска прямого напряжения к величине вызвавшего его импульса тока. Может заметно превышать статическое сопротивление, измеряемое на постоянном токе, в связи с инерционностью процесса накопления носителей.

Время восстановления — интервал времени, отсчитываемый от момента переключения напряжения с прямого на обратное, по истечении которого обратный ток уменьшается до определенного значения. Повышенная проводимость диода сразу же после снятия прямого напряжения также является следствием накопления носителей в полупроводнике.

Предельные эксплуатационные режимы. В качестве специфической характеристики импульсных диодов выступает *максимальный импульс прямого тока* $I_{имп.макс}$. Работа в режимах с большими импульсами прямого тока допускается при условии, что *среднее значение прямого тока* при данных длительности и скважности импульсов не превышает некоторой особо оговариваемой величины.

Кремниевые стабилитроны

Назначение и параметры. Кремниевые плоскостные диоды с нормированным напряжением пробоя и резким нарастанием обратного тока в точке пробоя (рис. 9-29) используются как стабилитроны. Основное назначение — стабилизация постоянного напряжения. Выгодно отличаются от газовых стабилитронов отсутствием напряжения зажигания, превышающего напряжение стабилизации, и возможностью стабилизации низких напряжений (единицы — десятки вольт).

Для кремниевых стабилитронов действительны все характеристики и параметры, которые сообщаются для полупроводниковых диодов-выпрямителей, но в связи со специфическим назначением появляется ряд новых параметров, характеризующих свойства стабилитрона в режиме пробоя.

Напряжение стабилизации $U_{ст}$ — номинальное значение пробивного напряжения при оговариваемой (номинальной) величине обратного тока. Ввиду неизбежного разброса характеристик стабилитронов истинное значение напряжения стабилизации для отдельных экземпляров может отличаться от номинального (обычно в пределах $\pm 10\%$), и вместо номинального значения напряжения стабилизации часто приводят его возможные предельные значения.

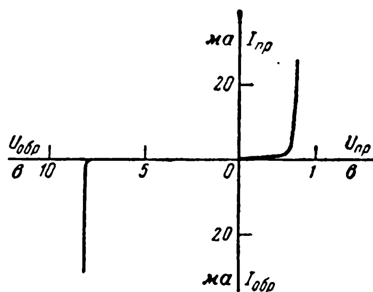


Рис. 9-29. Статическая вольт-амперная характеристика кремниевого стабилитрона.

Номинальный ток стабилитрона — значение обратного тока через стабилитрон, при котором измеряется напряжение стабилизации. Для маломощных стабилитронов он составляет 5 *ма*.

Динамическое сопротивление — дифференциальное сопротивление стабилитрона в области пробоя, характеризующее изменение стабилизированного напряжения при изменении тока. Динамическое сопротивление уменьшается с увеличением тока через стабилитрон и у низковольтных стабилитронов бывает от единиц до десятков ом.

Температурный коэффициент напряжения стабилизации (ТКН) указывает относительное изменение напряжения стабилизации при повышении температуры на 1° С. У некомпенсированных стабилитронов величина ТКН лежит в пределах 10^{-4}—10^{-3} *град*$^{-1}$, положительна при $U_{ст}>5\div6$ *в* и тем больше, чем выше значение $U_{ст}$. При низких напряжениях стабилизации ($U_{ст}<4$ *в*) ТКН<0. Наименьшие значения ТКН, близкие к нулю, присущи стабилитронам с напряжением стабилизации около 5 *в*.

Резкое уменьшение ТКН стабилитронов с напряжением стабилизации выше 7 *в* достигается введением в их структуру второго *p-n* перехода, включенного последовательно и навстречу основному *p-n* переходу. У таких температурно-компенсированных стабилитронов величина ТКН снижена до значений 10^{-5}—10^{-6} *град*$^{-1}$, причем знак ТКН может меняться.

Предельные режимы эксплуатации. В качестве основной характеристики стабилитронов в предельном режиме приводятся *предельная мощность* и *обратный ток*.

Для расчета предельной мощности при повышенных температурах указывается *тепловое сопротивление* $R_т$, характеризующее нагрев стабилитрона ΔT (° С) при рассеивании в нем мощности $P=1$ *мвт* или 1 *вт*:

$$R_т = \frac{\Delta T}{P}. \quad (9\text{-}44)$$

Мощность при повышенной температуре T окружающего воздуха определяется по формуле

$$P_{макс\,T} = \frac{T_{макс} - T}{R_т}, \quad (9\text{-}45)$$

где $T_{макс}$ — предельная температура *p-n* перехода стабилитрона.

Варикапы и параметрические диоды

Полупроводниковые диоды, у которых используется барьерная емкость запертого *p-n* перехода, зависящая от приложенного к нему обратного напряжения, обычно называют **варикапами**. Разновидность варикапов, предназначенных для работы в качестве нелинейной емкости параметрических схем, называют также *параметрическими* диодами или варакторами. Барьерная емкость не зависит от частоты во всем

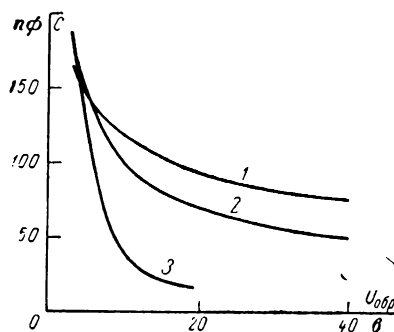


Рис. 9-30. Зависимость емкости *p-n* перехода от обратного напряжения.

1 — резкий *p-n* переход; *2* — плавный; *3* — с обратным градиентом концентрации примесей.

используемом в настоящее время диапазоне радиочастот. Основные области применения: параметрические усилители (преобразователи) и умножители частоты, системы автоматической подстройки частоты и электронной настройки, частотные модуляторы.

Зависимость емкости от напряжения в общем случае выражается кривой, падающей с ростом обратного напряжения (рис. 9-30). Аналитическое выражение этой зависимости дает формула (9-35) (см. стр. 394).

Емкость при нулевом смещении C_0 — значение емкости в отсутствие постоянного напряжения на варикапе:

$$C_0 = a\varphi_к^{-n}. \quad (9\text{-}46)$$

Используя величину C_0, зависимость емкости от обратного напряжения можно представить в виде

$$C = C_0\left(1 + \frac{U_{обр}}{\varphi_к}\right)^{-n}. \quad (9\text{-}47)$$

Номинальная емкость варикапа — емкость при номинальном обратном напряжении $U_{ном}$, при котором определяется ряд параметров варикапа. Обычно величина $U_{ном}$ выбирается в пределах 2—5 *в*.

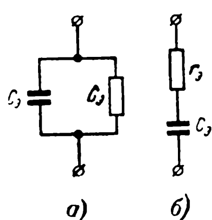


Рис. 9-31. Эквивалентные схемы варикапов для области низших (*а*) и высших (*б*) частот.

Эквивалентные схемы варикапа аналогичны эквивалентным схемам диодов. В полной моделирующей схеме (рис. 9-28) учитываются емкость *p-n* перехода C, утечка g, шунтирующая запертый *p-n* переход, сопротивление выводов r (в том числе объемное сопротивление полупроводниковой пластинки), собственная индуктивность $L_м$ выводов и конструктивная емкость $C_м$ корпуса и выводов. Элементы $L_м$ и $C_м$ оказываются существенными лишь в области СВЧ, причем их присутствие может привести к заметным отклонениям действующей емкости варикапа от емкости C *p-n*-перехода. Роль активного сопротивления r и проводимости утечки g с изменением рабочей частоты изменяется. Влияние обоих элементов сразу существенно только в районе некоторой средней частоты

$$f_{ср} = \frac{1}{2\pi C}\sqrt{\frac{g}{r}}. \quad (9\text{-}48)$$

На частотах ниже $f_{ср}$ потери сосредоточиваются в проводимости g, а на частотах выше $f_{ср}$ — в сопротивлении r. Соответственно в области низших частот удобна параллельная схема замещения (рис. 9-31, *а*) с подстановкой $G_э \approx g$, а в области высших частот — последовательная (рис. 9-31, *б*) с подстановкой $r_э \approx r$. В обеих схемах $C_э \approx C_б$, кроме области самых высоких частот, приближающихся к частоте собственного резонанса, обусловленного индуктивностью $L_м$.

Значение элемента r практически не зависит от обратного напряжения, а проводимость утечки g, проходя через минимум при напряжении в несколько вольт, увеличивается с повышением обратного напряжения. Типичные значения g составляют сотые доли микросименса, а r — десятые доли или единицы ома.

Добротность варикапа — отношение реактивного сопротивления к эквивалентному последовательному сопротивлению потерь (в соответствии со схемой замещения рис. 9-31, *б*):

$$Q = \frac{1}{2\pi f C_э r_э}. \quad (9\text{-}49)$$

Величина Q зависит от частоты и обратного напряжения, она максимальна на частоте $f_{ср}$:

$$Q_{макс} = \frac{1}{\sqrt{gr}}. \quad (9\text{-}50)$$

На частотах ниже $f_{ср}$ добротность варикапа прямо пропорциональна частоте и понижается с увеличением обратного напряжения, а на частотах выше $f_{ср}$ — обратно пропорциональна частоте и увеличивается с повышением обратного напряжения (рис. 9-32).

Качество варикапа — произведение добротности на частоту, при которой измерена добротность,

$$Qf = \frac{1}{2\pi C_э r_э}. \quad (9\text{-}51)$$

Эта величина характеризует ту высшую частоту, при которой добротность снижается до единицы. Качество, как и добротность, в области высших частот повышается с увеличением обратного напряжения.

Коэффициент изменения емкости k_C — отношение максимальной емкости варикапа

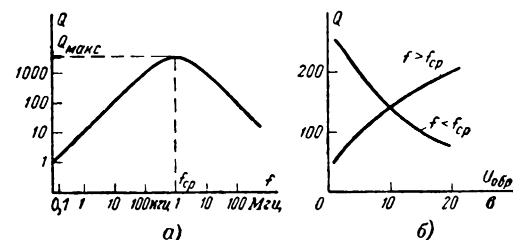


Рис. 9-32. Зависимости добротности варикапа от частоты (*а*) и обратного напряжения (*б*).

(обычно при номинальном напряжении) к минимальной (при максимальном рабочем напряжении). В связи с некоторой условностью выбора напряжений, при которых измеряются оба значения емкости варикапа, величина k_C не является жесткой характеристикой варикапа и в реальных схемах применения может отличаться от сообщаемой в справочных данных.

Температурный коэффициент емкости ТКЕ — относительное изменение емкости варикапа при повышении температуры на 1° С. Типичные значения имеют порядок 10^{-3} — 10^{-4} *град*$^{-1}$ и положительны. У варикапов ТКЕ существенно зависит от обратного напряжения и с увеличением последнего уменьшается.

Максимальное обратное напряжение варикапов ограничивается не только приближением к пробою, сопровождающемуся ростом обратного тока, но и увеличением собственного шума, что может отрицательно влиять на работу некоторых устройств.

Вентильные фотоэлементы и фотодиоды

Полупроводниковые приборы с запорным слоем, генерирующие э. д. с. под действием света, образуют две основные группы *вентильных фотоэлементов* (рис. 9-33).

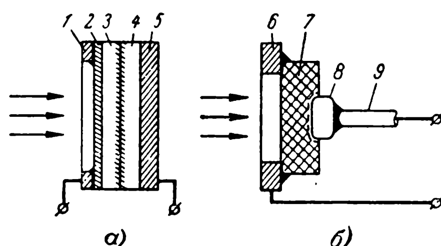


Рис. 9-33. Селеновый фотоэлемент (*а*) и германиевый фотодиод (*б*).

1 — контактное кольцо; *2* — полупрозрачный слой металла; *3* — селен с донорной примесью; *4* — чистый (дырочный) селен; *5* — стальная подложка; *6* — кристаллодержатель с отверстием; *7* — пластинка из электронного германия; *8* — индиевый электрод; *9* — вывод.

Первая группа — приборы, использующие тонкие слои поликристаллических полупроводников (селеновые, серноталлиевые и сернистосеребряные фотоэлементы), а вторая — приборы с *p-n* переходом в монокристаллической структуре (кремниевые фотоэлементы, германиевые фотодиоды и др.).

Вентильные фотоэлементы с поликристаллическими полупроводниками имеют меньшую чувствительность и обладают заметной инерционностью, проявляющейся уже в области звуковых частот. Наибольшим к. п. д. (порядка 10%) обладают кремниевые фотоэлементы, применяемые для преобразования энергии излучения солнца в электрическую энергию, причем их называют *солнечными батареями*.

Для энергетического преобразования света выгодны фотоэлементы из полупроводниковых материалов с большой шириной запрещенной зоны (например, арсенид галлия), развивающие более высокую фото-э. д. с.

Фотодиоды из монокристаллического полупроводника (германиевые, кремниевые) применяются не только как вентильные фотоэлементы, когда они выступают в качестве самостоятельных источников тока (рис. 9-34, *а*), но и в фотодиодном режиме, причем они работают как фотосопротивление в цепи источника постоянного тока (рис. 9-34, *б*).

Статические вольт-амперные характеристики (рис. 9-35, приводятся только для фотодиодов) выражают зависимость тока $I_д$ в цепи фотодиода от обратного напряжения $U_{обр}$ при различных значениях освещенности в режиме короткого замыкания ($R_н = 0$). Первая из этих характеристик, снимаемая в отсутствие освещения, характеризует *темновой ток* $I_т$ фотодиода и соответ-

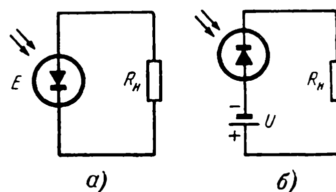


Рис. 9-34. Схемы включения вентильных фотоэлементов (*а*) и фотодиодов в фотодиодном режиме (*б*)

ствует обратному току обычного диода. Величина фототока при данной освещенности слабо зависит от обратного напряжения и достигает практически максимальной величины уже при $U_{обр} = 0{,}2 \div 0{,}5$ *в*.

Чувствительность — увеличение фототока при увеличении светового потока на 1 *лм* в режиме короткого замыкания. Обычно указывается ***интегральная чувствительность***, измеряемая при освещении стандартной лампой накаливания с цветовой температурой 2 854° К. В фотодиодном режиме чувствительность измеряется при обратном напряжении 1 *в* и может немного превышать величину чувствительности в вентильном

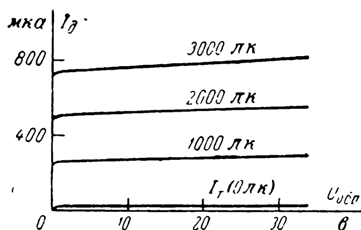


Рис. 9-35. Статические вольт-амперные характеристики фотодиода.

режиме. Значение интегральной чувствительности селеновых фотоэлементов составляет до 600 *мка/лм*, а у германиевых диодов достигает 20 000 *мка/лм*.

У энергетических фотопреобразователей в качестве чувствительности указывают плотность тока короткого замыкания при освещении прямыми лучами солнца; для солнечных элементов из кремния и арсенида галлия она достигает десятков миллиампер с 1 $см^2$.

Световые характеристики показывают зависимость фототока от освещенности. В вентильном режиме (рис. 9-36, *а*) с увеличением сопротивления нагрузки световые

характеристики становятся все более нелинейными, причем повышение освещенности приводит к снижению чувствительности. В фотодиодном режиме (рис. 9-36, *б*) световые характеристики практически линейны до тех пор, пока падение напряжения на сопротивлении нагрузки меньше напряжения дополнительного источника тока, и незначительно зависят от напряжения этого источника.

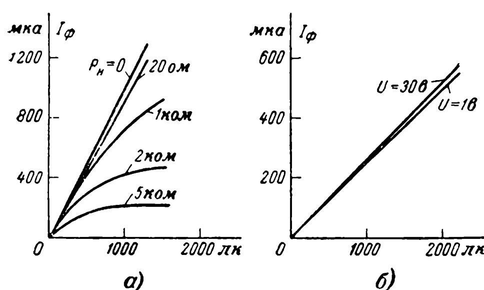


Рис. 9-36. Световые характеристики вентильного фотоэлемента (*а*) и фотодиода (*б*).

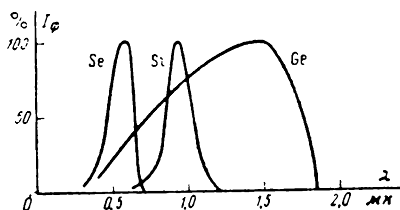


Рис. 9-37. Спектральные характеристики вентильных фотоэлементов и фотодиодов: Se — селенового; Ge — германиевого; Si — кремниевого.

Спектральные (рис. 9-37), *частотные характеристики* и *постоянная времени* имеют тот же смысл, что и для фоторезисторов.

Поскольку энергия активации вентильных фотоэлементов определяется шириной запрещенной зоны, максимум спектральной характеристики смещается в сторону более коротких волн по мере увеличения ширины запрещенной зоны. Для германиевых диодов он заходит в область инфракрасных лучей ($\lambda \approx 1{,}5$ *мк*), для кремниевых — в район максимума энергии солнечного спектра (около 0,8 *мкм*), для селеновых близок к максимуму чувствительности глаза человека (0,5—0,6 *мк*). Постоянная времени, значительная для фотоэлементов из поликристаллических полупроводников, для фотодиодов составляет всего лишь 10^{-5} *сек*.

Температурные характеристики выражают зависимость чувствительности или фототока (для фотодиодов — также темнового тока и внутреннего сопротивления) от температуры. Наиболее сильные температурные зависимости свойственны вентильным фотоэлементам из поликристаллических полупроводников, у которых максимум чувствительности наблюдается при некоторой оптимальной температуре, а при повышении и понижении температуры на 20—30° С чувствительность может снижаться в 2—3 раза. У фотодиодов чувствительность несколько увеличивается с повышением температуры (примерно на 1% на 1° С), сопротивление резко уменьшается из-за увеличения темнового тока (практически вдвое на каждые 10° С). Кроме того, в фотодиодах при значительных токах наблюдается саморазогрев, который может быть рассчитан по известной для каждой рабочей точки мощности *P*, рассеиваемой в *p-n* переходе:

$$\Delta T = \frac{P}{H}, \qquad (9\text{-}52)$$

где ΔT — превышение температуры *p-n* перехода над температурой окружающей среды;

H — *коэффициент рассеивания* — параметр фотодиода, равный мощности, которую необходимо рассеять в *p-n* переходе для повышения его температуры на 1° С.

Предельные режимы эксплуатации вентильных фотоэлементов ограничиваются только *рабочим диапазоном температур*, а для фотодиодных режимов указываются, кроме того, *предельное обратное напряжение и максимальная рассеиваемая мощность*.

Туннельные диоды

Плоскостные полупроводниковые диоды с очень узким *p-n* переходом, имеющие туннельный механизм проводимости, называют туннельными диодами. Они применяются для усиления и генерирования высокочастотных колебаний и как активные элементы быстродействующих переключающих схем.

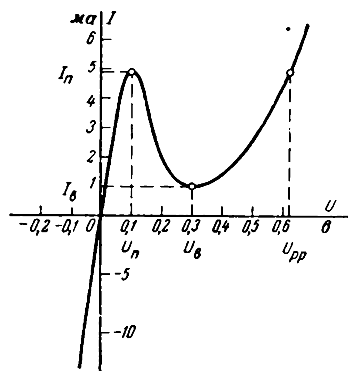


Рис. 9-38. Статическая вольт-амперная характеристика туннельного диода и ее параметры.

Статическая вольт-амперная характеристика (рис. 9-38) имеет участок с отрица-

тельным дифференциальным сопротивлением. Обратная ветвь отличается резким нарастанием тока при минимальных обратных напряжениях.

Непосредственно с видом вольт-амперной характеристики связан ряд специфических параметров туннельных диодов: значения токов и напряжений, соответствующих точкам максимума и минимума прямого тока (на рис. 9-38 — токи $I_п$ и $I_в$ и соответствующие им напряжения $U_п$ и $U_в$).

Отношение токов в максимуме и минимуме $I_п/I_в$ характеризует протяженность падающего участка вдоль оси токов. Обычно составляет несколько единиц.

Отрицательное сопротивление — дифференциальное сопротивление на падающем участке вольт-амперной характеристики.

Скачок напряжения ΔU — разность напряжений, соответствующих точке максимума и точке на восходящей ветви вольт-амперной характеристики при токе, равном току в максимуме.

Эквивалентная схема туннельного диода имеет такой же вид, как у обычных диодов для области СВЧ (см. рис. 9-28). На основании этой схемы рассчитывается входное сопротивление $Z_{вх}$. Пренебрегая емкостью $C_м$, которую, включив в емкость монтажа, можно отнести к внешней схеме, считают:

$$Z_{вх} = \left[r + \frac{R}{1+(\omega CR)^2}\right] + j\left[\omega L_м - \frac{\omega CR^2}{1+(\omega CR)^2}\right], \quad (9\text{-}53)$$

где $R = g^{-1}$.

Критическая частота $f_{кр}$ — наивысшая частота, на которой отрицательное активное входное сопротивление обращается в нуль:

$$f_{кр} = \frac{1}{2\pi CR}\sqrt{\frac{R}{r} - 1}. \quad (9\text{-}54)$$

9-5. ПРИНЦИПЫ ДЕЙСТВИЯ И КОНСТРУКЦИИ ТРАНЗИСТОРОВ

Плоскостной транзистор

Плоскостной транзистор представляет собой монокристаллическую структуру, состоящую из трех областей с чередующимися типами проводимости (*p-n-p* или *n-p-n*), причем толщина w средней области — *базы*, разделяющей два *p-n* перехода, делается меньше диффузионной длины L.

В нормальном режиме работы на один из *p-n* переходов, называемый эмиттерным, подается прямое напряжение смещения, а на другой — коллекторный — обратное (рис. 9-39). Соответственно крайние области называются *эмиттером* и *коллектором*.

Функцией эмиттерного перехода является *инъекция* (впрыскивание) неосновных носителей в область базы. Для этого область эмиттера (*n*-типа в случае структуры *n-p-n*, показанной на рис. 9-39) делается значительно более низкоомной, чем область базы. При этом электронная составляющая $I_{эn}$ эмиттерного тока, обусловленная потоком электронов из эмиттера в базу, превалирует над дырочной составляющей $I_{эp}$, обусловленной потоком дырок из базы в эмиттер.

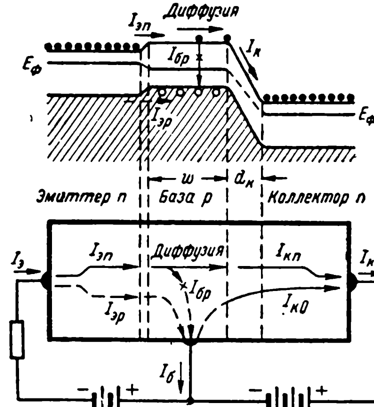


Рис. 9-39. Энергетическая схема и распределение токов в транзисторе структуры *n-p-n* при нормальных смещениях. Стрелки указывают направление движения электронов. Сплошными линиями изображены электронные составляющие токов, штриховыми — дырочные.

Эффективность Э эмиттера у транзистора структуры *n-p-n* определяется соотношением

$$Э = \frac{I_{эn}}{I_э} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_б\, w}{\sigma_э L_э}}, \quad (9\text{-}55)$$

где $I_э$ — полный ток эмиттера, равный сумме электронной $I_{эn}$ и дырочной $I_{эp}$ составляющих;

$\sigma_б$ и $\sigma_э$ — удельные проводимости областей базы и эмиттера соответственно;

$L_э$ — диффузионная длина дырок в области эмиттера.

Поскольку инъектированные эмиттером в область базы электроны оказываются здесь неосновными и неравновесными носителями, они вступают в диффузионное движение, стремящееся выровнять их концентрацию в базе. Малая толщина базы ($w < L$) приводит к тому, что основная часть электронов достигает границы коллекторного *p-n* перехода, скатывается с потенциального барьера в область коллектора и образует в коллекторной цепи ток $I_{кn}$. Небольшая часть электронов успевает рекомбинировать в базе с основными носителями (дырками) и образует в цепи базы небольшой рекомбинационный ток $I_{бр}$. Переход неосновных носителей через область базы

характеризуется *коэффициентом переноса* $П$, показывающим, какая часть инъектированных носителей достигает коллекторного p-n перехода[1]:

$$П = \frac{I_{кп}}{I_{эп}}. \qquad (9\text{-}56)$$

Если область базы однородно легирована и обладает неизменным по всему объему удельным сопротивлением, то

$$П = \operatorname{sch}\frac{w}{L_б} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_б}\right)^2, \qquad (9\text{-}57)$$

где $L_б$ — диффузионная длина неосновных носителей в области базы (случай дрейфового транзистора рассмотрен ниже).

Таким образом, введенный в цепь эмиттера ток передается в цепь коллектора с коэффициентом

$$\alpha = \frac{I_{кп}}{I_э} = ЭП, \qquad (9\text{-}58)$$

который называется *коэффициентом усиления по току в схеме с общей базой при постоянном напряжении на коллекторе* и обычно составляет немногим меньше единицы (0,9—0,999).

Указанное условие постоянства коллекторного напряжения вызвано тем обстоятельством, что при изменении напряжения на коллекторном переходе изменяется ширина обедненного слоя и как следствие изменяется ширина базы w (*эффект Эрли*). Это явление вызывает увеличение коэффициента переноса $П$, а вместе с ним и коэффициента усиления α при повышении коллекторного напряжения и усложняет математическое описание характеристик транзистора.

На переданный из цепи эмиттера в коллекторную цепь ток $I_{кп}$ накладывается обычный обратный ток $I_{к0}$ коллекторного перехода, обусловленный тепловой генерацией пар электрон — дырка вблизи коллекторного перехода. Если, как это показано на рис. 4-39, область базы более высокоомна, чем коллекторная (уровень Ферми в области базы расположен ближе к середине запрещенной зоны, чем в коллекторе), то равновесная концентрация неосновных носителей в базе будет также выше, чем в коллекторе. При этом обратный ток $I_{к0}$ по существу состоит из электронов, скатывающихся из базы в коллектор. Обычно $I_{к0} \ll I_{кп}$ и не оказывает существенного влияния на работу транзистора. Однако сильное увеличение обратного тока при повышении температуры приводит к заметному увеличению мощности, рассеиваемой коллектором, нагревает транзистор и ухудшает его работу. Что же касается составляющей $I_{кп}$, то она оказывается управляемой и придает транзистору свойства усилительного прибора.

Уравнение тока коллектора имеет вид:

$$I_к = \alpha I_э + I_{к0} \qquad (9\text{-}59)$$

и иллюстрирует возможность управления током коллектора путем изменения тока эмиттера. Поскольку эмиттерный переход находится под прямым напряжением, изменение тока эмиттера сопровождается малым изменением напряжения, т. е. требует затраты небольшой мощности. При этом ток в коллекторной цепи претерпевает практически такое же изменение ($\alpha \approx 1$), но ввиду обратного смещения коллекторного перехода напряжение питания этой цепи может быть выбрано значительным, что позволяет при соответствующем нагрузочном сопротивлении получать на нем большое изменение напряжения и мощности.

Важнейшим процессом, определяющим электрические характеристики транзистора, является механизм переноса неосновных носителей через область базы. В соответствии с двумя используемыми типами этого механизма различают диффузионные (бездрейфовые) и дрейфовые транзисторы.

Диффузионная модель транзистора

Приведенное выше качественное описание принципа работы транзистора предполагало диффузионный механизм переноса неосновных носителей через область базы.

Движение неравновесных носителей в однородном полупроводнике, вызванное неравномерной их концентрацией, описывается *уравнением непрерывности*, которое устанавливает связь между изменением концентрации n электронов во времени и плотностью J_n электронного тока в дифференциальном элементе объема области базы:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{n_p - n}{\tau_n} + \frac{1}{q}\operatorname{div} J_n, \qquad (9\text{-}60)$$

где n_p — равновесная концентрация электронов в базе p-типа;
τ_n — время жизни электронов.

Это уравнение предполагает электрическую нейтральность любой точки области базы (см. стр. 385). Математическое выражение принципа нейтральности для базы p-типа имеет вид:

$$p = P + n, \qquad (9\text{-}61)$$

где p — концентрация основных носителей; P — концентрация акцепторов. Из этого принципа, в частности, следует, что всякое изменение концентрации неосновных носителей сопровождается аналогичным изменением концентрации основных носителей ($\Delta p = \Delta n$). Однако во многих случаях $n \ll p$ причем относительное изменение концентрации основных носителей оказывается

[1] В физике транзисторов принято обозначать эффективность эмиттера символом γ, а коэффициент переноса — β. Поскольку в радиоэлектронике эти буквы широко применяются для обозначения других величин, в частности через β обозначается коэффициент усиления по току транзистора в схеме с общим эмиттером (см. стр. 414), здесь введены обозначения русскими буквами.

пренебрежимо малым ($\Delta p/p \ll 1$) и не имеет практического значения.

Ради уменьшения математических трудностей обычно сводят задачу к одно-

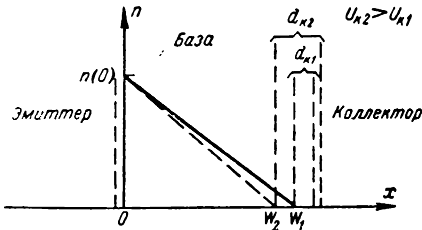


Рис. 9-40. График концентрации неосновных носителей в области базы транзистора при нормальных смещениях ($U_э$ =const).

мерной, предполагая, что концентрация электронов изменяется только в направлении оси x, перпендикулярной плоскостям эмиттерного и коллекторного переходов (рис. 9-40). При этом уравнение непрерывности приобретает вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{n_p-n}{\tau_n}+D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}, \qquad (9\text{-}62)$$

где D_n — коэффициент диффузии электронов. Описываемую этим уравнением модель транзистора называют *одномерной теоретической моделью* (ОТМ).

Для получения определенного решения уравнения непрерывности $n(x)$ необходимо задаться граничными условиями, характеризующими концентрацию электронов на приэмиттерной ($x=0$) и приколлекторной ($x=w$) границах области базы. Эти концентрации $n(0)$ и $n(w)$ однозначно связаны с приложенными к переходам напряжениями:

$$n(0)=n_p e^{\Lambda u'_э}; \qquad (9\text{-}63а)$$

$$n(w)=n_p e^{\Lambda u'_к}, \qquad (9\text{-}63б)$$

где $u'_э$ и $u'_к$ — напряжения, действующие непосредственно на эмиттерном и коллекторном переходах, и могут быть функциями времени, т. е. включать переменные составляющие $\Lambda=q/kT$.

При обратном напряжении ($u'_к<0$) концентрация неосновных носителей на приколлекторной границе весьма мала, и часто считают $n(w)=0$. Но зато вследствие эффекта Эрли сама величина w зависит от напряжения $u'_к$. Учет эффекта Эрли делает уравнение непрерывности нелинейным и при наличии переменной составляющей напряжения коллектора заставляет ограничиваться приближенными решениями. Вместо граничного условия, учитывающего зависимость $w=f(u'_к)$, обычно предполагают, что $w=\text{const}$, а зависит от коллекторного напряжения сама концентрация неосновных носителей. Тогда, ограничиваясь малыми переменными составляющими, при обратном напряжении на коллекторном переходе вместо (9-63б) принимают:

$$n(w,t)=n_p e^{\Lambda U'_{э0}}\varkappa u'_{к\sim}(t), \qquad (9\text{-}63в)$$

где $U'_{э0}$ — постоянное напряжение на эмиттерном переходе;

$u'_{к\sim}(t)$ — переменная составляющая коллекторного напряжения;

$\varkappa$ — размерный коэффициент [$в^{-1}$], значение которого увеличивается с повышением удельного сопротивления области базы.

Решением уравнения непрерывности является зависимость концентрации неосновных носителей n от координаты x (в пределах толщины базы $0\leqslant x\leqslant w$) и от времени t (если напряжения $u'_э$ и $u'_к$) содержат переменные составляющие).

Постоянная составляющая избыточной концентрации ($n-n_p$), а также переменная составляющая при малых синусоидальных напряжениях на переходах выражаются гиперболическими функциями координаты x типа

$$n(x,t)=A\,\mathrm{sh}\left(\frac{x-\frac{w}{2}}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right)+$$

$$+B\,\mathrm{ch}\left(\frac{x-\frac{w}{2}}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right), \qquad (9\text{-}64)$$

где постоянные A и B определяются из граничных условий, а ω обозначает угловую частоту приложенных к p-n переходам напряжений.

Характер зависимости $n(x)$ при $u'_э>0$ и $u'_к<0$ показан на рис. 9-40. Плотность тока в любом сечении, перпендикулярном оси x, однозначно связана с градиентом концентрации неосновных носителей соотношением (9-12), так что после определения функции $n(x, t)$ без труда вычисляется плотность тока неосновных носителей в любом сечении базовой области. При $x=0$ и $x=w$ определяются плотности эмиттерного и коллекторного токов неосновных носителей.

Постоянные составляющие этих токов в режиме усиления ($U'_{э0}>0$ и $U'_{к0}<0$) равны:

$$J_{эn=}=\frac{qD_n n_p}{L_n}\left[\left(e^{\Lambda U'_{э0}}-1\right)\mathrm{cth}\frac{w}{L_n}-\right.$$

$$\left.-\left(e^{\Lambda U'_{к0}}-1\right)\mathrm{csh}\frac{w}{L_n}\right]; \qquad (9\text{-}65)$$

$$J_{кп=} = \frac{qD_n n_p}{L_n}\left[\left(e^{\Lambda U'_{э0}}-1\right)\operatorname{csh}\frac{w}{L_n} - \left(e^{\Lambda U'_{к0}}-1\right)\operatorname{cth}\frac{w}{L_n}\right], \quad (9\text{-}66)$$

амплитуды переменных составляющих:

$$J_{эп\sim} = \frac{qD_n n_p}{L_n} e^{\Lambda U'_{э0}}\sqrt{1+j\omega\tau_n} \times \left[\Lambda U'_{эm}\operatorname{cth}\left(\frac{w}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right) - \varkappa U'_{кm}\operatorname{csh}\left(\frac{w}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right)\right]; \quad (9\text{-}67)$$

$$J_{кп\sim} = \frac{qD_n n_p}{L_n} e^{\Lambda U'_{э0}}\sqrt{1+j\omega\tau_n} \times \left[\Lambda U'_{эm}\operatorname{csh}\left(\frac{w}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right) - \varkappa U'_{кm}\operatorname{cth}\left(\frac{w}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right)\right], \quad (9\text{-}68)$$

где $U'_{эm}$ и $U'_{кm}$ обозначают амплитуды переменных напряжений на эмиттерном и коллекторном переходах, а ω — частоту этих напряжений.

Аналогично с помощью уравнения непрерывности для дырок в области эмиттера вычисляется составляющая $J_{эр}$. Этим путем получены приведенные выше выражения для эффективности эмиттера $Э$ и коэффициента переноса $П$ (в области низких частот, $\omega\tau_n \ll 1$).

Сомножители $\sqrt{1+j\omega\tau_n}$ в выражениях (9-67) и (9-68) иллюстрируют появление сдвига фазы токов относительно приложенных напряжений при повышении частоты сигнала. Комплексное выражение коэффициента переноса имеет вид:

$$П = \operatorname{sch}\left(\frac{w}{L_n}\sqrt{1+j\omega\tau_n}\right) \quad (9\text{-}69)$$

и указывает не только на увеличение фазового угла $П$ с повышением частоты, но и на уменьшение его модуля:

$$П \approx \frac{П_0 e^{-j0,2\frac{f}{f_п}}}{1+j\frac{f}{f_п}}, \quad (9\text{-}70)$$

где $П_0$ — низкочастотное значение коэффициента переноса (9-57), а $f_п$ — граничная частота коэффициента переноса, на которой его модуль уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с низкочастотным значением.

Теоретическое значение частоты $f_п$, вытекающее из выражения (9-69), составляет для диффузионной модели

$$f_п \approx \frac{2{,}43\, D_n}{2\pi w^2}. \quad (9\text{-}71)$$

Уменьшение $П$ с ростом частоты объясняется качественно тем обстоятельством, что при диффузионном характере движения отдельные электроны преодолевают расстояние от эмиттера к коллектору за различное время и это приводит к постепенному сглаживанию любого изменения эмиттерного тока по пути его передачи через базу. Чем толще база и чем выше частота изменений тока, тем сильнее проявляется это сглаживание.

Наиболее высокочастотные транзисторы, основанные на диффузионной модели, способны усиливать сигналы на частотах, не превышающих нескольких десятков мегагерц.

Диффузионная модель описывает не только передачу тока от эмиттера к коллектору (прямую передачу), но и внутреннюю обратную связь, присущую транзистору вследствие эффекта Эрли. Из рис. 9-40 видно, что изменение напряжения на коллекторе вызывает изменение наклона графика $n(x)$ на всем его протяжении, в том числе на эмиттерной границе (при $x=0$). Это значит, что даже при неизменном значении напряжения на эмиттерном переходе ток эмиттера (составляющая $I_{эп}$) изменяется при изменении напряжения на коллекторном переходе.

Дрейфовая модель транзистора

Основной недостаток транзистора, соответствующего диффузионной модели, — дисперсия времен диффузии отдельных носителей через базу — в значительной мере устраняется созданием в области базы электрического поля, увлекающего инъектированные эмиттером неосновные носители в направлении к коллектору. Это поле создается неравномерной концентрацией примесей, которая должна в базе убывать от эмиттера к коллектору. Появление электрического поля объясняется тем, что положение уровня Ферми в запрещенной зоне зависит от концентрации примесей, и в данном случае его удаление от середины запрещенной зоны увеличивается в направлении от коллектора к эмиттеру. Поскольку энергия уровня Ферми в пределах одного тела в условиях равновесия должна быть постоянной (стр. 390), в действительности появляется обратный наклон границ энергетических зон (рис. 9-41). В результате этого энергия электрона в зоне проводимости вблизи коллекторного перехода оказывается меньше, чем вблизи эмиттерного перехода, и инъектированные в базу электроны скатываются в направлении к коллектору. Наклон границ энергетических зон в схемах типа рис. 9-41 прямо пропорционален внутреннему электрическому полю.

Движение носителей заряда в электрическом поле называется дрейфом, а транзисторы, использующие его, — дрейфовыми.

При наличии дрейфа в уравнении непрерывности появляется дополнительный член, отражающий действие электрического

поля. В одномерном приближении для базы p-типа оно имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{n_p - n}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n E_x \frac{\partial n}{\partial x}, \quad (9\text{-}72)$$

где равновесная концентрация электронов n_p является функцией координаты x, а E_x — электрическое поле в направлении оси x, зависящее от градиента концентрации

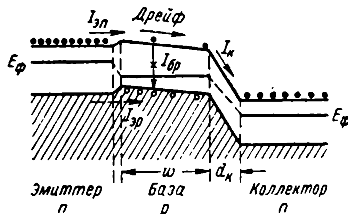


Рис. 9-41. Энергетическая схема дрейфового транзистора структуры n-p-n при нормальных смещениях (ср. с рис. 9-39).

примесей. При экспоненциальном законе распределения примесей

$$P(x) = P(0)\, e^{-\Lambda E x} \quad (9\text{-}73)$$

дрейфовое поле постоянно вдоль базы и составляет:

$$E = \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{P(0)}{P(w)}. \quad (9\text{-}74)$$

При этом разность потенциалов между эмиттерной и коллекторной границами области базы, называемая *дрейфовым потенциалом*, равна:

$$\Delta V = Ew. \quad (9\text{-}75)$$

Типичные значения ΔV составляют 0,1—0,2 *в*, т. е. несколько kT/q.

Подобно случаю диффузионной модели решение уравнения непрерывности позволяет определить распределение неосновных носителей в области базы и затем рассчитать электронные составляющие токов эмиттера и коллектора на основании общего выражения для плотности тока, учитывающего как диффузию, так и дрейф:

$$J_n = q\left(\mu_n nE + D_n \frac{\partial n}{\partial x}\right). \quad (9\text{-}76)$$

Анализ дрейфовой модели осложняется тем обстоятельством, что из-за неравномерного легирования области базы равновесная концентрация электронов и все коэффициенты (τ_n, D_n, μ_n) в уравнении непрерывности зависят от x. Зависимость подвижности учтена при расчете характеристики дрейфового транзистора в работе [Л. 21].

Наиболее существенное отличие дрейфовой модели от диффузионной состоит в том, что модуль коэффициента переноса $П$ по мере повышения частоты переменной составляющей усиливаемого тока падает медленнее, другой стороной чего является увеличение фазового сдвига в пределах рабочей полосы частот (рис. 9-42).

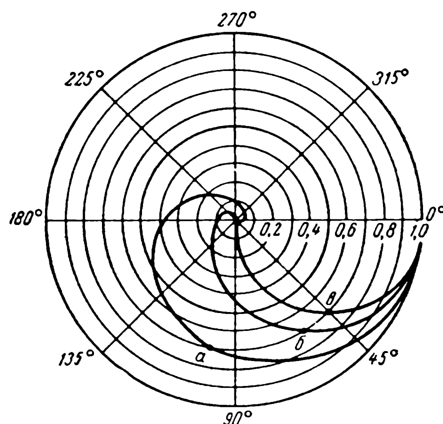


Рис. 9-42. Модуль и фаза коэффициента переноса $П$ дрейфовой (*а*) и диффузионной (*б*) моделей транзистора; *в* — характеристика RC-цепочки.

Граничная частота коэффициента переноса дрейфовой модели выражается соотношением

$$f_п = \frac{2{,}43\, D_n}{2\pi w^2}\,[1 + F(E)], \quad (9\text{-}77)$$

где $F(E)$ — функция дрейфового поля, зависящая от закона распределения примесей в базе. Для отечественных диффузионно-сплавных транзисторов типов 1Т308 и им подобных

$$F(E) = 0{,}85\left(\frac{\Lambda E w}{2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Эффекты высокого уровня инъекции

Ускоряющее электрическое поле может появиться и в транзисторах с однородной базой при больших плотностях инъектируемых эмиттером носителей. По мере увеличения тока эмиттера концентрация неравновесных носителей в базе становится сравнимой с равновесной концентрацией основных носителей. Однако вместе с ростом концентрации неосновных носителей, инъектируемых эмиттером (в соответствии с принципом нейтральности, см. стр. 385), растет концентрация основных носителей. Это приводит к уменьшению удельного сопротивления области базы. Больше всего понижается удельное сопротивление области базы вблизи эмиттерного p-n перехода, где концентрация инъектированных носителей максимальна, а вблизи коллекторного p-n перехода оно сохраняет первоначальное значение. Повышение удельного сопротивления базы в направлении от эмиттера к коллектору имеет следствием, как и в слу-

чае неоднородного легирования, появление электрического поля, ускоряющего движение неосновных носителей через базу.

Электрическое поле, обусловленное высоким уровнем инъекции, в пределе уменьшает время диффузии вдвое. При этом движение носителей в базе по-прежнему описывается уравнением непрерывности

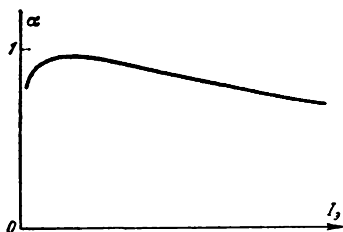


Рис. 9-43. Зависимость коэффициента усиления по току от тока эмиттера.

диффузионной модели транзистора с подстановкой вместо D_n эффективного коэффициента диффузии D'_n, значение которого достигает величины $2D_n$.

Уменьшение времени диффузии неосновных носителей уменьшает вероятность их рекомбинации в базе и приводит к росту коэффициента переноса $П$. С другой стороны, понижение удельного сопротивления базовой области снижает эффективность эмиттера $Э$. В результате коэффициент усиления по току α по мере увеличения тока эмиттера сначала увеличивается, а затем падает (рис. 9-43).

Критерием перехода в режим высоких уровней инъекции является соотношение

$$I_э > I_{э.кр} = \frac{kT}{q} \frac{A_э \sigma_б}{w}, \qquad (9\text{-}78)$$

где $A_э$ — площадь эмиттерного перехода; $\sigma_б$ — удельная проводимость материала области базы.

Для маломощных сплавных транзисторов значение $I_{э.кр}$ порядка нескольких миллиампер.

Реальный транзистор

Изложенные выше принципы действия транзистора предполагали структуру типа *n-p-n*. На практике не менее распространенной является структура *p-n-p*. Все процессы в транзисторах структуры *p-n-p* вполне аналогичны процессам в структуре *n-p-n* с той лишь разницей, что функции дырок и электронов проводимости взаимно меняются и изменяются на обратные полярности питающих напряжений, направления токов и электрических полей.

Электрические характеристики реальных транзисторов значительно сложнее и многообразнее характеристик, вытекающих из теории диффузионной или дрейфовой моделей. Это происходит отчасти из-за приближенного решения задачи о переносе носителей через базу при помощи одномерного уравнения непрерывности, а в еще большей мере из-за ряда дополнительных процессов, не учитываемых рассмотренными моделями.

На свойства транзистора влияют барьерные емкости эмиттерного и коллекторного переходов, лавинное умножение носителей при больших обратных напряжениях, ток утечки и др. Так, с учетом лавинного умножения (стр. 394) коэффициент усиления по току α выражается соотношением

$$\alpha = ЭПМ \qquad (9\text{-}79)$$

и за счет коэффициента M может превышать единицу. Это явление, нежелательное в обычных режимах применения транзисторов, используется в *лавинных транзисторах*, которые позволяют эффективно решать специфические задачи, особенно в импульсной технике.

В ряде случаев бывают существенны объемные сопротивления всех областей транзистора, в особенности области базы, которая отличается наименьшими размерами и часто обладает наибольшим удельным сопротивлением. *Объемное*, или *распределенное, сопротивление области базы* $r'_б$ представляет собой электрическое сопротивление для потока основных носителей, который в соответствии с принципом нейтральности базы (см. стр. 385) образуется одновременно с появлением диффузионного тока инъектированных неосновных носителей. Сопротивление $r'_б$ в сочетании с емкостями *p-n* переходов может существенно ограничивать эффективность работы транзистора на высоких частотах.

При работе транзистора на достаточно высоких частотах могут иметь большое значение паразитные индуктивности и емкости конструкции транзистора.

Сильное влияние на электрические характеристики транзисторов и их стабильность могут оказывать процессы происходящие на *поверхности полупроводника*. Даже идеально чистая поверхность, являясь границей кристаллической структуры, вызывает резкие изменения свойств в приповерхностном слое полупроводника. В частности, здесь искривляются границы энергетических зон и в пределах запрещенной зоны появляется некоторое количество разрешенных уровней. Это приводит к увеличению скорости рекомбинации неравновесных носителей на поверхности и к уменьшению их времени жизни. В связи с этим, наряду с объемным временем жизни, существует понятие об *эффективном времени жизни* $\tau_{эфф}$ неосновных носителей, которое характеризует средний темп рекомбинации, обусловленной как объемными свойствами полупроводника, так и влиянием поверхности. Строго говоря, величина $\tau_{эфф}$ для каждого участка объема, удаленного от поверхности на различное

расстояние, имеет разное значение. Часто оперируют усредненным для целой области значением $\tau_{эфф}$, которое оказывается тогда индивидуальной характеристикой полупроводникового прибора данной конструкции.

Наблюдаемая на опыте нестабильность электрических характеристик полупроводниковых приборов (при неизменном режиме и постоянной температуре) связана главным образом с нестабильностью энергетических характеристик поверхности, что в свою очередь объясняется влиянием окружающей кристалл среды.

Характерным проявлением такого рода нестабильностей является замедленное установление стационарных значений постоянных токов в цепях транзистора после подачи питания (сползание рабочей точки в течение единиц — десятков секунд), так называемый «48-часовой эффект», состоящий в медленном обратимом изменении ряда параметров (в том числе α и $I_{к0}$) после сильного изменения температуры транзистора.

Для борьбы с этим явлением, ухудшающим качество работы транзисторной аппаратуры, при производстве современных транзисторов принимается ряд специальных мер по стабилизации поверхности полупроводника, после чего сохранение герметичности корпуса полупроводникового прибора является столь же необходимым, как и для электровакуумного прибора.

Конструктивно-технологические разновидности транзисторов

Хронологически первыми появились *точечно-контактные* транзисторы (рис. 9-44). Пластинка монокристаллического германия *1* с электронной проводимостью служила базой, а электронно-дырочные переходы образовывались в точках контакта с остриями двух металлических пружинок (*э* и *к*). Точечные контакты устраивались на очень малом расстоянии друг от друга (десятки микрон), которое определяло ширину активной области базы и, следовательно, частотный предел транзистора.

Специфическая особенность точечных транзисторов состоит в больших значениях коэффициента усиления по току в схеме с общей базой ($\alpha = 2 \div 3$), что связано с размножением носителей в коллекторе несовершенной структуры. Этот эффект описывают при помощи специального коэффициента $\alpha_к$ — коэффициента усиления коллектора, причем

$$\alpha = ЭП\alpha_к. \qquad (9\text{-}80)$$

Несмотря на возможность реализации с помощью таких транзисторов ряда оригинальных схем (мультивибратора на одном транзисторе, двустороннего усилителя и др.), точечные транзисторы в настоящее время полностью вытеснены более совершенными *плоскостными*, к которым относятся все описываемые ниже разновидности. У последних *p-n* переходы, ограничивающие активную область базы, образуются параллельными плоскостями, расположенными перпендикулярно главному направлению движения неосновных носителей от эмиттера к коллектору.

Выращенные или *«тянутые»* транзисторы были первыми плоскостными транзисторами. Монокристаллы полупроводника приготовляют путем медленного вытягивания нарастающего на затравку кристалла из рас-

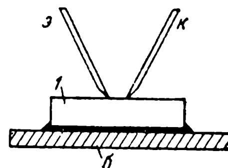


Рис. 9-44. Конструкция точечного транзистора.

б — база; *э* — эмиттер; *к* — коллектор.

плава данного полупроводника, находящегося при температуре, близкой к затвердеванию. Вводя в расплав в определенные моменты те или иные примеси или изменяя скорость вытягивания кристалла, удается изменять знак проводимости и получать в кристалле чередующиеся области *n*- и *p*-типа. Изготовленный таким образом монокристалл разрезается сначала на таблетки, а затем на штабики сечением 1—2 *мм*

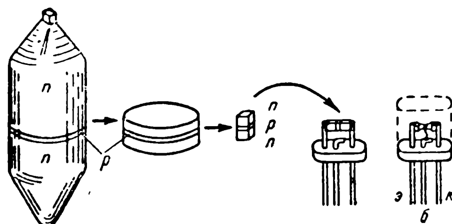


Рис. 9-45. Этапы изготовления и конструкция выращенного транзистора.

(рис. 9-45), причем по длине каждого штабика размещаются три области с проводимостями *n*-, *p*- и *n*-типа. После шлифовки, припайки выводов, электролитического травления и монтажа в соответствующем корпусе такой штабик превращается в транзистор.

Концентрация примесей в районе *p-n* переходов у выращенных транзисторов изменяется плавно, область коллектора обычно бывает наиболее высокоомной.

Сложным моментом технологии выращенных транзисторов является отыскание на штабике тонкой базовой области и припайка к ней вывода. При этом не удается делать базу тоньше 15—20 *мк*, из-за чего граничные частоты этих транзисторов не превышают 5—10 *Мгц*.

Сплавные транзисторы получили наибольшее распространение. Они изготовляются путем вплавления примесного вещест-

на с противоположных сторон монокристаллической пластинки полупроводника (рис. 4-46). При такой технологии вывод базы делать легко, так как базовая область образуется в самой пластинке, однако очень тонкую базу сделать трудно из-за большой вероятности сквозного проплавления пластинки. Максимальные рабочие частоты сплавных транзисторов имеют тот же порядок, что и выращенных.

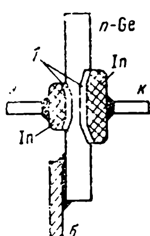


Рис. 9-46. Конструкция сплавного транзистора.

1 — рекристаллизованные слои германия, обогащенные индием (n-Ge).

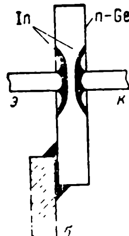


Рис. 9-47. Конструкция поверхностно-барьерного транзистора.

При помощи технологии вплавления примесей делают главным образом низкочастотные транзисторы, в том числе мощные.

Поверхностно-барьерные транзисторы. В целях дальнейшего повышения частотного предела был разработан электрохимический способ изготовления транзисторов. Для получения весьма тонких и однородных по толщине базовых областей в пластинках германия вытравливаются струйным методом лунки, а затем путем электролитического осаждения на дно лунок наносятся тонкие поверхностные слои металла, служащие эмиттером и коллектором (рис. 9-47).

Механизм образования *p-n* переходов у таких транзисторов и у точечных сходен. Поверхностно-барьерные транзисторы получают на частоты до 60—80 *Мгц*.

Их недостатками являются малые допустимые мощности (до 10—15 *мвт*) и низкая электрическая прочность. Случайный кратковременный импульс большого тока или напряжения моментально выводит поверхностно-барьерный транзистор из строя.

Комбинация метода струйного травления для создания тонкой базовой области с вплавлением примесей для получения *p-n* переходов используется при изготовлении *микросплавных* транзисторов, частотный предел которых достигает 100—300 *Мгц*.

У сплавных, поверхностно-барьерных и микросплавных транзисторов область базы однородная и принцип их действия соответствует диффузионной модели (см. стр. 405). Эмиттерный и коллекторный *p-n* переходы резкие, удельное сопротивление области коллектора весьма низкое (обычно такое же, как у эмиттерной области, т. е. на несколько порядков ниже удельного сопротивления области базы).

Дальнейшее повышение частотного предела транзистора достигается созданием в области базы продольного электрического поля путем неравномерного ее легирования (см. стр. 407). Переменную концентрацию примесей создают главным образом с помощью процесса диффузии примесных атомов из газообразной или жидкой фазы внутрь объема полупроводника. Поэтому транзисторы, изготовленные путем диффузии легирующих примесей, часто называются диффузионными, хотя по принципу действия они являются дрейфовыми. Таковы *диффузионно-сплавные* транзисторы отечественного производства (П401—П403, П410—П416, 1Т308), *микросплавные диффузионные* транзисторы зарубежных фирм (MADT), транзисторы *с двойной диффузией* примесей и другие разновидности наиболее высокочастотных современных транзисторов. Ввиду того что диффузия примесей в объем полупроводника происходит достаточно медленно, эти методы позволили создавать хорошо контролируемые весьма тонкие (до 1—2 *мк*) базовые слои и расширили частотный предел транзисторов до нескольких тысяч мегагерц.

У транзисторов, изготовляемых диффузионными методами, исходная пластинка полупроводника обычно образует коллекторную область (на рис. 9-48 — *p*-типа). В эту пластинку вплавляется сложный сплав, содержащий в различных концентрациях донорную и акцепторную примеси, обладающие различными скоростями диффузии. Выдерживая пластинку с расплавленной каплей этого сплава при высокой температуре в течение определенного времени, достаточного для диффузии примесей на нужную глубину, можно получить такое распределение примесей, какое показано на рис. 9-49, *а*. С учетом принципа компенсации примесей (стр. 384) можно считать полученную структуру равноценной структуре *б* на рис. 9-49, т. е. *p-n-p* структуре с плавными *p-n* переходами и с уменьшающейся в направлении от эмиттера к коллектору проводимостью области базы.

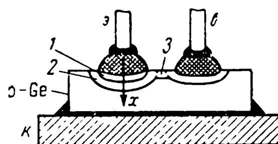


Рис. 9-48. Конструкция диффузионно-сплавного транзистора.

1 — слой *p*-типа (эмиттер); 2 — слой *n*-типа (база); 3 — соединительный слой *n*-типа.

Для получения вывода от такой базовой области часто создается дополнитель-

ный диффузионный слой (так называемый соединительный слой), с которым сплавляется капля другого металла, создающая омический контакт (рис. 9-48).

В таких транзисторах область коллектора получается наиболее высокоомной.

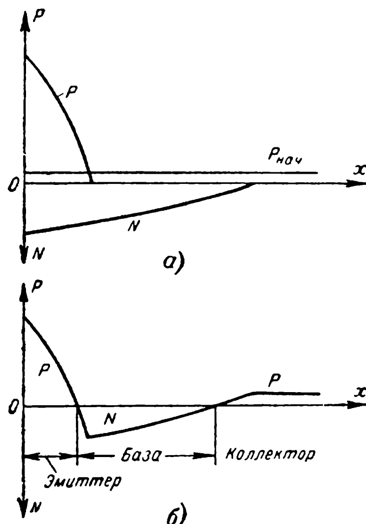


Рис. 9-49. Диаграммы распределения примесей в диффузионно-сплавном транзисторе.

P — концентрация акцепторной примеси; N — концентрация донорной примеси; $P_{нач}$ — исходная концентрация акцепторной примеси в пластинке полупроводника.

Для уменьшения паразитных индуктивностей выводов наиболее высокочастотные транзисторы изготовляются в корпусах специальной конструкции, в том числе в коаксиальных, рассчитанных на работу в коаксиальных резонаторах (П410, П411).

Специфической особенностью *мощных транзисторов* является выделение большого количества тепла. Для предотвращения перегрева в конструкциях мощных транзисторов предусматриваются меры по улучшению теплоотвода от кристалла (непосредственное крепление кристалла на массивном основании корпуса транзистора или посредством медных вкладышей большого сечения, шлифовка наружных поверхностей корпуса, предназначенных для сочленения с теплоотводящими элементами конструкции аппаратуры или с радиаторами).

9-6. ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПАРАМЕТРЫ ТРАНЗИСТОРОВ

Статические характеристики

В соответствии с тремя схемами включения транзистора различают статические характеристики транзистора в схемах *с общей базой, с общим эмиттером и с общим коллектором.* Наиболее употребительны первые две системы статических характеристик.

Входные характеристики (рис. 9-50) выражают зависимости тока входного электрода транзистора ($I_э$ — для схемы с общей базой или $I_б$ — для схемы с общим эмиттером) от постоянного напряжения, приложенного к эмиттерному переходу, при различных напряжениях коллектора.

По своей форме входные характеристики транзистора близки к вольт-амперной характеристике диода. Различие характеристик, снятых при разных напряжениях коллектора, невелико, особенно в схеме с общей базой. Разброс входных характеристик в схеме с общей базой обычно не превышает 10—15%, но в схеме с общим эмиттером может быть более существенным и связан главным образом с отличием коэффициента усиления по току.

Начальный участок прямых ветвей входных характеристик, протяженность которого зависит от мощности транзистора, имеет экспоненциальную форму и хорошо описывается выражениями

$$I_э = A\left(e^{\Lambda U_{э.б}} - 1\right) \approx Ae^{\Lambda U_{э.б}} \quad (9\text{-}81)$$

— для схемы с общей базой и

$$I_б = (1 - \bar{\alpha})\,A\left(e^{\Lambda U_{б.э}} - 1\right) - I_{ко} \quad (9\text{-}82)$$

— для схемы с общим эмиттером.

В этих уравнениях $\Lambda = q/kT$ (при $T = 290°$ К $\Lambda \approx 40$ $в^{-1}$), $\bar{\alpha}$ — коэффициент усиления по постоянному току в схеме с общей базой, $I_{ко}$ — обратный ток коллекторного перехода, а знаки входных напряжений $U_{э.б}$ и $U_{б.э}$ выбираются так, чтобы при прямом смещении эмиттерного перехода их значения были положительными. Величина A, имеющая размерность тока, выражается соотношением

$$A = \frac{I_{эs}}{1 - \bar{\alpha}\,\bar{\alpha}_{обр}}, \quad (9\text{-}83)$$

где $I_{эs}$ — ток насыщения эмиттерного перехода; $\bar{\alpha}_{обр}$ — коэффициент усиления тран-

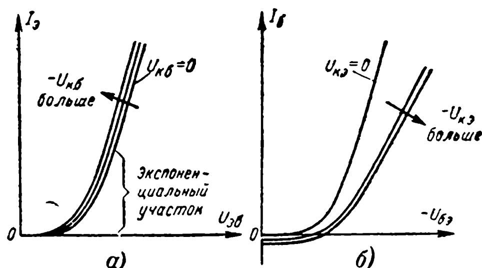


Рис. 9-50. Семейства входных статических характеристик транзистора в схемах с общей базой (*а*) и с общим эмиттером (*б*).

зистора по постоянному току в схеме с общей базой при обратном включении (при взаимном переключении эмиттера и коллектора); обычно $\bar{\alpha}_{обр} \approx 0{,}7$.

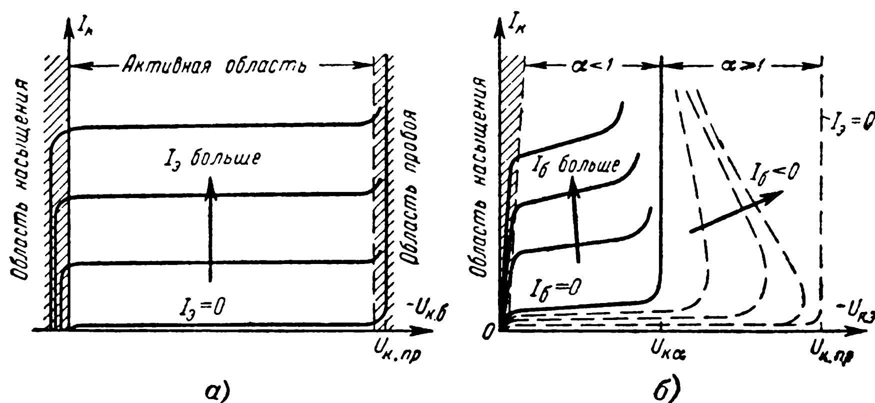


Рис. 9-51. Семейства выходных статических характеристик транзистора в схемах с общей базой (*а*) и с общим эмиттером (*б*) при выборе входного тока в качестве параметра.

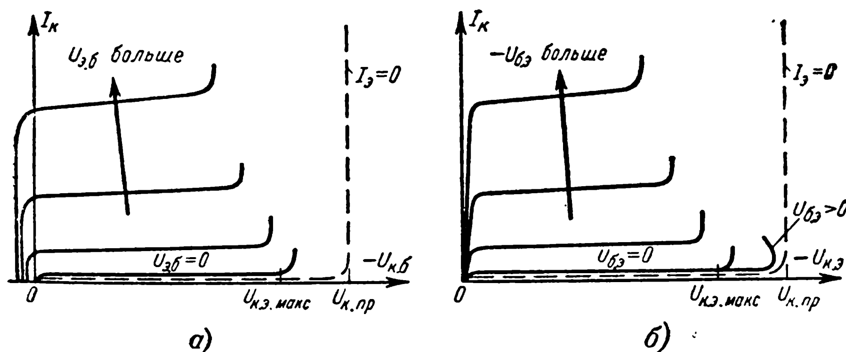


Рис. 9-52. Семейства выходных статических характеристик транзистора в схемах с общей базой (*а*) и с общим эмиттером (*б*) при выборе входного напряжения в качестве параметра.

Следует иметь в виду, что значения $\bar{\alpha}$ и $\bar{\alpha}_{обр}$ могут отличаться от значений дифференциальных коэффициентов усиления по току (α, $\alpha_{обр}$) и зависят от постоянного тока эмиттера (коллектора) и от напряжения на коллекторном (эмиттерном) переходе. От напряжения на коллекторном переходе зависит и величина $I_{к0}$.

В области больших прямых токов входные статические характеристики спрямляются, причем их наклон зависит от сопротивления объемов полупроводникового материала, включенных последовательно с эмиттерным переходом (сопротивления эмиттерного электрода, базовой области).

Выходные или коллекторные характеристики выражают зависимость тока коллектора $I_к$ от постоянного напряжения коллектора (относительно базы $U_{к.б}$ — в схеме с общей базой или относительно эмиттера $U_{к.э}$ — в схеме с общим эмиттером) при различных значениях входного тока ($I_э$ или $I_б$, рис. 9-51) или входного напряжения ($U_{э.б}$ или $U_{б.э}$, рис. 9-52).

Наиболее протяженная область выходных характеристик, в пределах которой характеристики идут под небольшим наклоном к горизонтальной оси, называется *активной областью* и используется при работе транзисторов в усилительных режимах. Малый наклон характеристик в активной области указывает на слабую зависимость коллекторного тока от напряжения на коллекторе, т. е. на большое дифференциальное сопротивление транзистора между выходными электродами (десятки килоом — единицы мегом).

В схеме с общей базой в активной области приращение тока коллектора практически равно приращению тока эмиттера (рис. 9-51, *а*) и характеристики транзисторов всех типов оказываются практически одинаковыми.

В схеме с общим эмиттером выходные характеристики в пределах активной области имеют не столь правильную форму (рис. 9-51, *б*) и их разброс даже для однотипных транзисторов может быть весьма значительным, что в первую очередь связано опять-таки с разбросом значений коэффициента усиления по току.

Начальный участок выходных характеристик вблизи вертикальной оси, где все

характеристики круто поднимаются вверх, называется *областью насыщения* коллекторного тока. В схеме с общей базой (рис. 9-51, *а*) область насыщения располагается левее вертикальной оси и соответствует небольшим прямым смещениям коллекторного перехода (в пределах 0,3 *в*). В схеме с общим эмиттером (рис. 9-51, *б*) область насыщения располагается правее вертикальной оси и соответствует небольшим обратным напряжением на коллекторе (у германиевых транзисторов до 0,2 *в*, у кремниевых до 1 *в*). Как сопротивление постоянному току, так и дифференциальное сопротивление транзистора между выходными электродами в области насыщения очень мало (единицы — десятки ом). Область насыщения широко используется при применении транзисторов в переключающих режимах для состояния *включено*.

Со стороны высокого обратного напряжения активная область выходных статических характеристик ограничивается областью сильного увеличения коллекторного тока, где характеристики изгибаются и начинают круто подниматься вверх. В схеме с общей базой такое явление наблюдается при приближении к пробивному напряжению коллекторного перехода ($U_{к.пр}$ на рис. 9-51, *а*), а в схеме с общим эмиттером зачастую (особенно у германиевых транзисторов) наблюдается при более низких напряжениях ($U_{кα}$ на рис. 9-51, *б*).

Наиболее низкое значение напряжение $U_{кα}$ имеет у лавинных транзисторов (см. стр. 449), предназначаемых для работы при напряжении коллектора от $U_{кα}$ до $U_{к.пр}$. В этой области напряжений в схеме с общим эмиттером выходные характеристики могут направляться вверх налево (на рис. 9-51, *б* изображены штриховыми линиями), что соответствует отрицательному дифференциальному сопротивлению. В области лавинных режимов коэффициент усиления по току $\alpha>1$ и возможно создание специальных схем (особенно импульсных), отличающихся высокой эффективностью использования транзисторов. В обычных усилительных схемах заход в область лавинных режимов недопустим, так как приводит к сильным искажениям.

Со стороны минимальных коллекторных токов активная область граничит с *областью отсечки* коллекторного тока, которая расположена под характеристикой $I_э=0$. В *режиме отсечки* оба *р-п* перехода транзистора работают в обратном направлении. Режим отсечки коллекторного тока используется в переключательных схемах для состояния *выключено*.

Для аналитического описания выходных характеристик транзисторов при обратном напряжении на коллекторном переходе (исключая область пробоя) пользуются выражениями:

$$I_к=\bar{\alpha} I_э+I_{к0} \quad (9\text{-}84)$$

— для схемы с общей базой и

$$I_к=\bar{\beta} I_б+(\bar{\beta}+1) I_{к0} \quad (9\text{-}85)$$

— для схемы с общим эмиттером, где

$$\bar{\beta}=\frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} \quad (9\text{-}86)$$

— коэффициент усиления по постоянному току в схеме с общим эмиттером.

Вариант выходных характеристик, представленный на рис. 9-52, легко получается из характеристик приведенных на рис. 9-51 с использованием зависимостей входного тока от входного напряжения (рис. 9-50). Однако напряжение пробоя при фиксированном входном напряжении ($U_{к.э.доп}$) обычно имеет среднее между $U_{к.пр}$ и $U_{кα}$ значение.

Характеристики прямой передачи или усиления (рис. 9-53, 9-54) показывают зависимость тока коллектора $I_к$ от входного

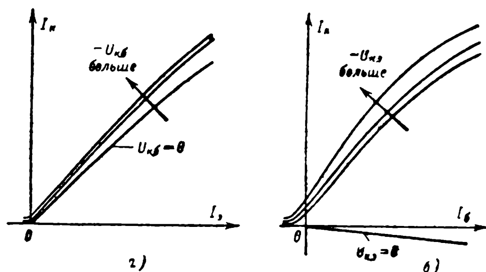


Рис. 9-53. Семейства статических характеристик усиления типа $I_2=f(I_1)$ транзистора в схемах с общей базой (*а*) и с общим эмиттером (*б*).

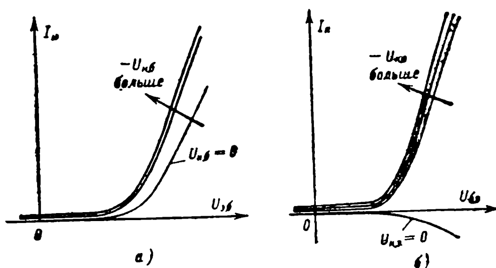


Рис. 9-54. Семейства статических характеристик усиления типа $I_2=f(U_1)$ транзистора в схемах с общей базой (*а*) и с общим эмиттером (*б*).

тока ($I_э$ — для схемы с общей базой или $I_б$ — для схемы с общим эмиттером) или от напряжения на эмиттерном переходе ($U_{э.б}$ или $U_{б.э}$) при фиксированных значениях напряжения коллектора. Характеристики усиления первого типа (рис. 9-53) более линейны, чем второго типа (рис. 9-54); последние приближаются по своей форме к входным характеристикам. Зависимость характеристик усиления от напряжения коллектора незначительна, в особенности для схемы с общей базой. Раз-

брос характеристик усиления, приведенных на рис. 9-53, для транзисторов одной марки в схеме с общей базой невелик, а в схеме с общим эмиттером может быть значительным и связан с разбросом значений коэффициента усиления по току.

Аналитические выражения характеристик усиления (рис. 9-53) такие же, как у выходных характеристик на рис. 9-51, из которых рассматриваемые характеристики могут быть получены графическим перестроением. То же самое относится к связи характеристик усиления (рис. 9-54) с выходными характеристиками приведенными на рис. 9-52.

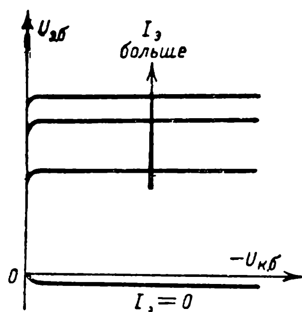


Рис. 9-55. Семейство статических характеристик обратной связи транзистора.

Характеристики обратной передачи или обратной связи выражают зависимость какой-либо входной величины (например, напряжения на эмиттерном переходе $U_{э.б}$) от какой-либо величины, характеризующей режим выходной цепи (например, от напряжения коллектора $U_{к.б}$ в схеме с общей базой). Один из возможных вариантов семейства характеристик обратной связи приведен на рис. 9-55. Характеристики обратной связи, так же как характеристики усиления, не несут в себе никакой дополнительной информации о свойствах транзистора, если известны входные и выходные характеристики, из которых их всегда можно получить соответствующим перестроением.

Указанные на рис. 9-50—9-55 полярности постоянных напряжений соответствуют транзисторам структуры *p-n-p*. Все характеристики транзисторов структуры *n-p-n* аналогичны и отличаются лишь обратными полярностями напряжений и направлениями токов.

Малосигнальные параметры

Параметры эквивалентного четырехполюсника. Если к транзистору подведено питание постоянного тока и этим задана определенная рабочая точка на его характеристиках, то при наложении на питающие токи малых переменных сигналов транзистор в отношении этих сигналов можно рассматривать как линейный элемент электрической цепи. На этом основано применение к транзистору методов теории линейных четырехполюсников.

Транзистор представляется (рис. 9-56) как активный линейный четырехполюсник с короткозамкнутой стороной (один провод общий для входной и выходной пар полюсов). Напряжения и токи малых сигналов U_1, U_2, I_1, I_2, действующие во внешних цепях такого четырехполюсника, можно связать между собой следующими шестью системами линейных уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2; \\ U_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2; \end{cases} \quad (9\text{-}87)$$

$$\begin{cases} I_1 = y_{11} U_1 + y_{12} U_2; \\ I_2 = y_{21} U_1 + y_{22} U_2; \end{cases} \quad (9\text{-}88)$$

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} I_1 + h_{12} U_2; \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2; \end{cases} \quad (9\text{-}89)$$

$$\begin{cases} I_1 = g_{11} U_1 + g_{12} I_2; \\ U_2 = g_{21} U_1 + g_{22} I_2; \end{cases} \quad (9\text{-}90)$$

$$\begin{cases} U_1 = a_{11} U_2 - a_{12} I_2; \\ I_1 = a_{21} U_2 - a_{22} I_2; \end{cases} \quad (9\text{-}91)$$

$$\begin{cases} U_2 = b_{11} U_1 - b_{12} I_1; \\ I_2 = b_{21} U_1 - b_{22} I_1. \end{cases} \quad (9\text{-}92)$$

Коэффициенты этих систем уравнений (z_{ij}, y_{ij}, h_{ij}, g_{ij}, a_{ij}, b_{ij}) отражают свойства данного четырехполюсника в отношении малых сигналов и образуют шесть систем малосигнальных параметров. Наиболее распространены параметры первых трех систем, получившие особые названия в соответствии с их размерностями: параметры-сопротивления (z-параметры), параметры-проводимости (y-параметры) и смешанные, или гибридные, параметры (h-параметры).

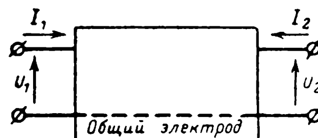


Рис. 9-56. Представление транзистора в виде четырехполюсника.

При определении смысла этих параметров важными являются понятия о режимах холостого хода и короткого замыкания для переменных составляющих токов и напряжений.

Режимом холостого хода (х. х.) транзистора по входной или выходной цепи называется такой режим его работы, при котором в данной цепи отсутствует переменная составляющая тока, т. е. в цепи поддерживается постоянный ток, не зависящий от изменения токов или напряжений в других цепях. На практике это достигается введе-

нием в данную цепь большого сопротивления или большой индуктивности (холостой ход по переменному току). В режиме холостого хода какой-либо цепи ток малого сигнала в этой цепи (I_1 или I_2) равен нулю.

В режиме короткого замыкания (к. з.), напротив, отсутствует переменная составляющая напряжения, т. е. поддерживается постоянное напряжение между соответствующими зажимами транзистора, что обычно достигается присоединением к ним источника питания с малым внутренним сопротивлением или блокированием этих зажимов конденсатором достаточной емкости (короткое замыкание по переменному току). При этом напряжение малого сигнала на данных зажимах (U_1 или U_2) равно нулю.

Параметры z_{11}, y_{11} и h_{11} характеризуют входное сопротивление транзистора при том или ином режиме выходной цепи:

$$z_{11}=\frac{U_1}{I_1} \text{ при } I_2=0 \text{ (х. х. выходной цепи);}$$

$$y_{11}=\frac{I_1}{U_1} \text{ при } U_2=0 \text{ (к. з. выходной цепи);}$$

$$h_{11}=\frac{U_1}{I_1} \text{ при } U_2=0 \text{ (к. з. выходной цепи).}$$

Параметры z_{12}, y_{12} и h_{12} характеризуют присущую транзистору внутреннюю обратную связь:

$$z_{12}=\frac{U_1}{I_2} \text{ при } I_1=0 \text{ (х. х. входной цепи);}$$

$$y_{12}=\frac{I_1}{U_2} \text{ при } U_1=0 \text{ (к. з. входной цепи);}$$

$$h_{12}=\frac{U_1}{U_2} \text{ при } I_1=0 \text{ (х. х. входной цепи).}$$

Параметры z_{21}, y_{21} и h_{21} характеризуют усилительные свойства транзистора:

$$z_{21}=\frac{U_2}{I_1} \text{ при } I_2=0 \text{ (х. х. выходной цепи);}$$

$$y_{21}=\frac{I_2}{U_1} \text{ при } U_2=0 \text{ (к. з. выходной цепи);}$$

$$h_{21}=\frac{I_2}{I_1} \text{ при } U_2=0 \text{ (к. з. выходной цепи).}$$

Параметры z_{22}, y_{22} и h_{22} характеризуют выходное сопротивление транзистора:

$$z_{22}=\frac{U_2}{I_2} \text{ при } I_1=0 \text{ (х. х. входной цепи);}$$

$$y_{22}=\frac{I_2}{U_2} \text{ при } U_1=0 \text{ (к. з. входной цепи);}$$

$$h_{22}=\frac{I_2}{U_2} \text{ при } I_1=0 \text{ (х. х. входной цепи).}$$

Четыре параметра каждой системы полностью описывают свойства транзистора в данном режиме, и при необходимости всегда может быть осуществлен однозначный переход от одной системы параметров к другой (табл. 9-1).

Переход от одной системы параметров к другой позволяет максимально упростить методику расчета параметров сложных цепей. Для этого реальная схема рассчитываемого устройства представляется в виде различных соединений ряда простейших четырехполюсников (см., например, рис. 9-57) и прежде всего определяются параметры каждого четырехполюсника. Параметры простейших пассивных четырехполюсников, образующихся при подобных операциях, приведены в табл. 9-2.

Далее, заменяя два простейших четырехполюсника (например, четырехполюсники *1*

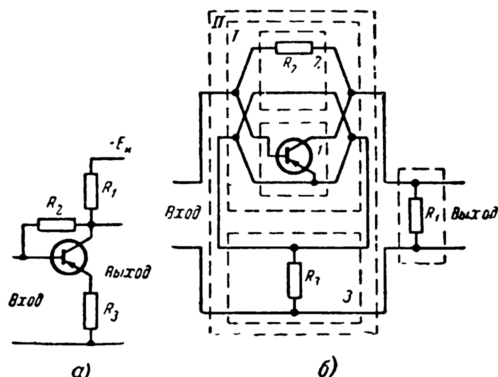


Рис. 9-57. Принципиальная схема (а) и представление ее в виде сочетания эквивалентных четырехполюсников.

и *2* на рис. 9-57) одним (*I*), вычисляют параметры производного четырехполюсника по параметрам составляющих четырехполюсников. Для каждого типа соединения составляющих четырехполюсников существует такая система параметров, при употреблении которой матрица производного четырехполюсника вычисляется простейшим способом — как сумма матриц составляющих четырехполюсников (табл. 9-3). Так, для вычисления параметров производного четырехполюсника *I* на рис. 9-57 необходимо взять *y*-параметры четырехполюсников *1* и *2*:

$$[y]_1=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$$

— матрица *y*-параметров транзистора и

$$[y]_2=\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}.$$

При этом матрица *y*-параметров производного четырехполюсника *I* будет:

$$[y]_I=\begin{bmatrix} y_{11}+\frac{1}{R_2} & y_{12}-\frac{1}{R_2} \\ y_{21}-\frac{1}{R_2} & y_{22}+\frac{1}{R_2} \end{bmatrix}.$$

Присоединяя к четырехполюснику *I* следующий четырехполюсник (*3* на рис. 9-57), вычисляют далее параметры производного

Таблица 9-1

Соотношения между параметрами четырехполюсника эквивалентного транзистору

Параметры	[z]	[y]	[h]	[g]	[a]	[b]
[z]	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta y}\begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{22}}\begin{bmatrix} \Delta h & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{11}}\begin{bmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \Delta g \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{21}}\begin{bmatrix} a_{11} & \Delta a \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{21}}\begin{bmatrix} b_{22} & 1 \\ \Delta b & b_{11} \end{bmatrix}$
[y]	$\frac{1}{\Delta z}\begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{11}}\begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \Delta h \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{22}}\begin{bmatrix} \Delta g & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{12}}\begin{bmatrix} a_{22} & -\Delta a \\ -1 & a_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{12}}\begin{bmatrix} b_{11} & -1 \\ -\Delta b & b_{22} \end{bmatrix}$
[h]	$\frac{1}{z_{22}}\begin{bmatrix} \Delta z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{y_{11}}\begin{bmatrix} 1 & -y_{12} \\ y_{21} & \Delta y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta g}\begin{bmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{22}}\begin{bmatrix} a_{12} & \Delta a \\ -1 & a_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{11}}\begin{bmatrix} b_{12} & 1 \\ -\Delta b & b_{21} \end{bmatrix}$
[g]	$\frac{1}{z_{11}}\begin{bmatrix} 1 & -z_{12} \\ z_{21} & \Delta z \end{bmatrix}$	$\frac{1}{y_{22}}\begin{bmatrix} \Delta y & y_{12} \\ -y_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta h}\begin{bmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{11}}\begin{bmatrix} a_{21} & -\Delta a \\ 1 & a_{12} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{22}}\begin{bmatrix} b_{21} & -1 \\ \Delta b & b_{12} \end{bmatrix}$
[a]	$\frac{1}{z_{21}}\begin{bmatrix} z_{11} & \Delta z \\ 1 & z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{y_{21}}\begin{bmatrix} y_{22} & 1 \\ \Delta y & y_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{h_{21}}\begin{bmatrix} \Delta h & h_{11} \\ h_{22} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{21}}\begin{bmatrix} 1 & g_{22} \\ g_{11} & \Delta g \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta b}\begin{bmatrix} b_{22} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{bmatrix}$
[b]	$\frac{1}{z_{12}}\begin{bmatrix} z_{22} & \Delta z \\ 1 & z_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{y_{12}}\begin{bmatrix} y_{11} & 1 \\ \Delta y & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{12}}\begin{bmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & \Delta h \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{g_{12}}\begin{bmatrix} \Delta g & g_{22} \\ g_{11} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta a}\begin{bmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

Здесь: $\Delta z = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}$; $\Delta h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}$; $\Delta a = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$; $\Delta y = y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$; $\Delta g = g_{11} g_{22} - g_{12} g_{21}$; $\Delta b = b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}$.

Матрицы простейших пассивных четырехполюсников

Схема четырехполюсника	Название схемы	[z]	[y]
	Прямое соединение	—	—
	Перекрещенное соединение	—	—
	Сопротивление в продольной ветви	—	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z} & -\frac{1}{z} \\ -\frac{1}{z} & \frac{1}{z} \end{bmatrix}$
	Сопротивление поперечной ветви	$\begin{bmatrix} z & z \\ z & z \end{bmatrix}$	—
	Г-образное звено типа Т	$\begin{bmatrix} z_1+z_2 & z_2 \\ z_2 & z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_1} & -\frac{1}{z_1} \\ -\frac{1}{z_1} & \frac{z_1+z_2}{z_1z_2} \end{bmatrix}$
	Г-образное звено типа П	$\begin{bmatrix} z_2 & z_2 \\ z_2 & z_1+z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z_1+z_2}{z_1z_2} & -\frac{1}{z_1} \\ -\frac{1}{z_1} & \frac{1}{z_1} \end{bmatrix}$
	Т-образное звено	$\begin{bmatrix} z_1+z_2 & z_2 \\ z_2 & z_2+z_3 \end{bmatrix}$	$\frac{y_1}{y_1+y_2+y_3}\begin{bmatrix} y_2+y_3 & -y_3 \\ -y_3y_2 & \left(1+\frac{y_2}{y_1}\right) \end{bmatrix}$
	П-образное звено	$\frac{z_1}{z_1+z_2+z_3}\begin{bmatrix} z_2+z_3 & z_3 \\ z_2z_3 & \left(1+\frac{z_3}{z_1}\right) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_1+y_2 & -g_2 \\ -y_2 & y_2+g_3 \end{bmatrix}$
	Идеальный трасформатор с встречным соединением обмоток	—	—

Таблица 9-2

для расчета цепей с транзисторами

$[h]$	$[g]$	$[a]$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z} & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z} & 1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_1 & 1 \\ -1 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_1+z_2}\begin{bmatrix} 1 & -z_2 \\ z_2 & z_1 z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+\frac{z_1}{z_2} & z_1 \\ \frac{1}{z_2} & 1 \end{bmatrix}$
$\frac{1}{z_1+z_2}\begin{bmatrix} z_1 z_2 & z_2 \\ -z_2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_2} & -1 \\ 1 & z_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & z_1 \\ \frac{1}{z_2} & 1+\frac{z_1}{z_2} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_1+\frac{z_2 z_3}{z_2+z_3} & \frac{z_2}{z_2+z_3} \\ \frac{-z_2}{z_2+z_3} & \frac{1}{z_2+z_3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_1+z_2} & -\frac{z_2}{z_1+z_2} \\ \frac{z_2}{z_1+z_2} & z_3+\frac{z_1 z_2}{z_1+z_2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+\frac{z_1}{z_2} & z_1+z_3+\frac{z_1 z_3}{z_2} \\ \frac{1}{z_2} & 1+\frac{z_3}{z_2} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} \frac{1}{y_1+y_2} & \frac{y_2}{y_1+y_2} \\ -\frac{y_2}{y_1+y_2} & y_3+\frac{y_1 y_2}{y_1+y_2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_1+\frac{y_2 y_3}{y_2+y_3} & -\frac{y_2}{y_2+y_3} \\ \frac{y_2}{y_2+y_3} & \frac{1}{y_2+y_3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+\frac{y_3}{y_2} & \frac{1}{y_2} \\ y_1+y_3+\frac{y_1 y_3}{y_2} & 1+\frac{y_1}{y_2} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 & -n \\ n & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -n & 0 \\ 0 & -\frac{1}{n} \end{bmatrix}$

Схема четырехполюсника	Название схемы	[z]	[y]
n:1	Идеальный трансформатор с согласованным включением обмоток	—	—
z_1 z_2	Разорванный четырехполюсник	$\begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix}$

Таблица 9-3

Матрицы производных четырехполюсников для расчета транзисторных схем

Схема соединения	Название соединения	Тип уравнения, характеризующий соединение	Формула расчета параметров
[y'] [y'']	Параллельное	y	$[y]=[y']+[y'']=[y'+y'']$
[z'] [z'']	Последовательное	z	$[z]=[z']+[z'']=[z'+z'']$
[h'] [h'']	Последовательно-параллельное	h	$[h]=[h']+[h'']=[h'+h'']$
[g'] [g'']	Параллельно-последовательное	g	$[g]=[g']+[g'']=[g'+g'']$
[a'] [a''] [b'] [b'']	Цепное	a b	$[a]=[a']\times[a'']$ $[b]=[b'']\times[b']$

четырехполюсника *II* (при этом необходимо перейти к z-параметрам) и т. д. до тех пор, пока вся схема не будет заменена одним эквивалентным четырехполюсником. Параметры последнего являются параметрами всей схемы.

$$h_{12к} = 1; \quad (9\text{-}102)$$

$$h_{21к} = -(h_{21э} + 1) = -\frac{1}{1+h_{21б}}; \quad (9\text{-}103)$$

$$h_{22к} = h_{22э} = \frac{h_{22б}}{1 + h_{21б}}. \quad (9\text{-}104)$$

По мере повышения частот между токами и напряжениями малого сигнала, действующими в цепях транзистора, возникают фазовые сдвиги и все параметры эквивалентного четырехполюсника становятся частотно-зависимыми комплексными величинами. При этом каждый из параметров представляют либо в виде алгебраической суммы вещественной (активной) и мнимой (реактивной) составляющих, например:

$$y_{11} = g_{11} + jb_{11}; \quad (9\text{-}105)$$

$$z_{22} = r_{22} + jx_{22}; \quad (9\text{-}106)$$

$$h_{21} = h_{21r} + jh_{21i}, \quad (9\text{-}107)$$

либо в показательной форме с помощью модуля и фазового сомножителя, например:

$$y_{11} = |y_{11}|\, e^{j\varphi_{y_{11}}}; \quad (9\text{-}108)$$

$$z_{22} = |z_{22}|\, e^{j\varphi_{z_{22}}}; \quad (9\text{-}109)$$

$$h_{21} = |h_{21}|\, e^{j\varphi_{h_{21}}}, \quad (9\text{-}110)$$

где величину угла φ, стоящего в показателе мнимой степени e, называют аргументом.

Если комплексное значение любого параметра обозначить символом A_{ij}, его модуль $|A_{ij}|$, аргумент φ_{ij}, вещественную часть a_{ij} и мнимую b_{ij}, то для перехода от алгебраической формы к показательной служат соотношения:

$$|A_{ij}| = \sqrt{a_{ij}^2 + b_{ij}^2}; \quad (9\text{-}111)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{ij} = \frac{b_{ij}}{a_{ij}}, \quad (9\text{-}112)$$

а для перехода от показательной формы к алгебраической —

$$a_{ij} = |A_{ij}| \cos\varphi_{ij}; \quad (9\text{-}113)$$

$$b_{ij} = |A_{ij}| \sin\varphi_{ij}, \quad (9\text{-}114)$$

например:

$$g_{11} = |y_{11}| \cos\varphi_{y_{11}};$$

$$b_{11} = |y_{11}| \sin\varphi_{y_{11}};$$

$$|y_{11}| = \sqrt{g_{11}^2 + b_{11}^2};$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{y_{11}} = \frac{b_{11}}{g_{11}}.$$

В общем случае эквивалентный бесшумный линейный четырехполюсник, представляющий транзистор в широкой полосе частот, описывается четырьмя комплексными параметрами, т. е. восемью числами, каждое из которых зависит: 1) от схемы включения транзистора (общего электрода), 2) от рабочей точки, 3) от частоты сигнала и 4) от температуры транзистора.

В то время как переход от параметров одной системы к другой и от одной схемы включения транзистора к другой обусловлен общими соотношениями теории четырехполюсников (см. табл. 9-1 и 9-4), зависимости параметров эквивалентного четырехполюсника от рабочей точки, частоты и температуры определяются физическими процессами в транзисторе. Эти зависимости могут быть различными для конструктивно-технологических разновидностей транзисторов и выясняются либо экспериментально, либо расчетом с помощью *моделирующих эквивалентных схем* (см. ниже), вытекающих из физической теории транзистора данного класса.

Критические частоты эквивалентного четырехполюсника. Частоты, на которых тот или иной параметр четырехполюсника начинает существенно изменяться, также принято рассматривать в качестве параметров транзистора. Чаще других используются следующие параметры — частоты:

Граничная частота коэффициента усиления по току в схеме с общей базой f_α, $f_{0б}$, $f_{h21б}$ — частота, на которой модуль коэффициента усиления по току в схеме с общей базой в режиме короткого замыкания выходной цепи ($|\alpha| = |h_{21б}|$) уменьшается в $\sqrt{2}$ раз (на 3 *дб*) по сравнению с его низкочастотным ($\alpha_0 = -h_{21б0}$) значением.

Эту частоту иногда отождествляют с граничной частотой коэффициента переноса $f_п$ (9-71) или (9-77). В действительности значение f_α всегда ниже, чем $f_п$, ибо по мере повышения частоты начинают сказываться барьерные емкости *p-n* переходов, через которые ответвляется часть переменной составляющей усиливаемого тока.

Если обозначить через

$$f_э = \frac{\Lambda I_э}{2\pi C_э} \quad (9\text{-}115)$$

граничную частоту эффективности эмиттера и через

$$f_к = \frac{1}{2\pi r_б' C_к} \quad (9\text{-}116)$$

граничную частоту коллекторной цепи при коротком замыкании на выходе, то в общем случае частота f_α находится из соотношения

$$\left[1 + \left(\frac{f_\alpha}{f_п}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{f_\alpha}{f_э}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{f_\alpha}{f_к}\right)^2\right] = 2. \quad (9\text{-}117)$$

Граничная частота коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером f_β, $f_{0э}$ или $f_{h21э}$ — частота, на которой модуль коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером в режиме короткого замыкания выходной цепи ($|\beta| = |h_{21э}|$) уменьшается в $\sqrt{2}$ раз (на 3 *дб*) по срав-

Продолжение табл. 9-2

[h]	[g]	[a]
$\begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{z_1} & 0 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix}$	—

При включении транзистора по схемам с общей базой, с общим эмиттером или с общим коллектором одни и те же параметры эквивалентного четырехполюсника приобретают различные значения. Поэтому, кроме цифровых индексов, для полной однозначности к обозначению каждого параметра принято добавлять еще один буквенный индекс (б, э, к), соответствующий названию общего электрода (например, $z_{11б}$ — входное сопротивление при х. х. выходной цепи в схеме с общей базой, $h_{21э}$ — коэффициент усиления по току при к. з. выходной цепи в схеме с общим эмиттером).

Значения малосигнальных параметров транзистора в различных схемах включения также однозначно связаны между собой, и всегда возможен переход от параметров для одной схемы включения к параметрам для другой схемы включения. Точные соотношения для пересчета h-параметров приведены в табл. 9-4.

Таблица 9-4

Соотношение между h-параметрами транзистора в различных схемах включения

$$\begin{vmatrix} h_{11б} & h_{12б} \\ h_{21б} & h_{22б} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta h_э - h_{12э} + h_{21э} + 1} \begin{vmatrix} h_{11э} & \Delta h_э - h_{12э} \\ -\Delta h_э - h_{21э} & h_{22э} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta h_к} \begin{vmatrix} h_{11к} & \Delta h_к + h_{21к} \\ h_{12к} - \Delta h_к & h_{22к} \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} h_{11э} & h_{12э} \\ h_{21э} & h_{22э} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta h_б - h_{12б} + h_{21б} + 1} \begin{vmatrix} h_{11б} & \Delta h_б - h_{12б} \\ -\Delta h_б - h_{21б} & h_{22б} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_{11к} & 1 - h_{12к} \\ -h_{21к} - 1 & h_{22к} \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} h_{11к} & h_{12к} \\ h_{21к} & h_{22к} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta h_б - h_{12б} + h_{21б} + 1} \begin{vmatrix} h_{11б} & 1 + h_{21б} \\ h_{12б} - 1 & h_{22б} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_{11э} & 1 - h_{12э} \\ {}_{21э} & h_{22э} \end{vmatrix}.$$

В области низких частот, которая для различных типов транзисторов может ограничиваться частотами от единиц до сотен килогерц, все параметры эквивалентного четырехполюсника практически не зависят от частоты и выражаются вещественными числами, причем z- и y-параметры часто обозначают буквами r и g соответственно. Кроме того, в области низких частот обычно хорошо удовлетворяются соотношения

$$\left.\begin{array}{l} z_{11}, z_{12} \ll z_{21}, z_{22} \\ y_{11}, y_{21} \gg y_{12}, y_{22} \\ h_{11} \ll h_{22}^{-1} \\ h_{12} \ll 1 \end{array}\right\} \text{для схемы с ОБ и с ОЭ}$$

Это позволяет упростить пересчетные формулы, приведенные в табл. 9-4 для h-параметров:

$$h_{11э} = \frac{h_{11б}}{1 + h_{21б}}; \qquad (9\text{-}93)$$

$$h_{12э} = \frac{h_{11б} h_{22б}}{1 + h_{21б}} - h_{12б}; \qquad (9\text{-}94)$$

$$h_{21э} = -\frac{h_{21б}}{1 + h_{21б}}; \qquad (9\text{-}95)$$

$$h_{22э} = \frac{h_{22б}}{1 + h_{21б}}; \qquad (9\text{-}96)$$

$$h_{11б} = \frac{h_{11э}}{1 + h_{21э}}; \qquad (9\text{-}97)$$

$$h_{12б} = \frac{h_{11э} h_{22э}}{1 + h_{21э}} - h_{12э}; \qquad (9\text{-}98)$$

$$h_{21б} = -\frac{h_{21э}}{1 + h_{21э}}; \qquad (9\text{-}99)$$

$$h_{22б} = \frac{h_{22э}}{1 + h_{21э}}; \qquad (9\text{-}100)$$

$$h_{11к} = h_{11э} = \frac{h_{11б}}{1 + h_{21б}}; \qquad (9\text{-}101)$$

нению с его низкочастотным ($\beta_0 = h_{21э0}$) значением.

Эта частота с очень хорошим приближением может быть выражена через эффективное время жизни $\tau_{эфф}$ неравновесных носителей в области базы (см. стр. 409):

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\tau_{эфф}}. \qquad (9\text{-}118)$$

Частоты f_β и f_α связаны соотношением

$$f_\beta = k(1-\alpha_0) f_\alpha, \qquad (9\text{-}119)$$

где α_0 — низкочастотное значение коэффициента усиления по току в схеме с общей базой ($\alpha_0 = -h_{21б0}$), а коэффициент k зависит от фазы α на частоте f_α:

$$\frac{k-1}{k} = \varphi_\alpha + \frac{\pi}{4}, \qquad (9\text{-}120)$$

где фаза φ_α выражается в радианах и имеет отрицательное значение.

Для грубых оценок часто принимают $k=1$.

Предельная частота коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером $f_т$, f_1 или $f_{\beta=1}$ — частота, на которой модуль коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером в режиме короткого замыкания выходной цепи уменьшается до единицы ($|\beta| = |h_{21э}| = 1$).

Для реальных транзисторов в области частот $3f_\beta \div f_т$ хорошо выполняется условие

$$|\beta| f = \beta_0 f_\beta = f_т, \qquad (9\text{-}121)$$

позволяющее используя (9-118), определить f_β, $f_т$ и $\tau_{эфф}$ по измеренным значениям β_0 и $|\beta|$ на произвольной частоте f в районе $3f_\beta < f < f_т$.

Кроме того, с помощью введенного формулой (9-119) коэффициента k можно связать частоту $f_т$ с частотой f_α:

$$f_\alpha = \frac{f_т}{\alpha_0 k}. \qquad (9\text{-}122)$$

Максимальная частота генерирования $f_{макс}$ — максимальная частота, на которой может быть вызвано самовозбуждение генератора с оптимальными условиями обратной связи при применении данного транзистора. Поскольку условием генерации является усиление мощности в транзисторе, частота $f_{макс}$ одновременно определяет частотный предел усиления по мощности, т. е. является частотой, на которой коэффициент усиления по мощности уменьшается до единицы.

Частота $f_{макс}$ связана с другими параметрами транзистора соотношением

$$f_{макс} \approx \sqrt{\frac{f_\alpha}{30 r'_б C_к}}, \qquad (9\text{-}123)$$

где $f_{макс}$ в тысячах мегагерц, если f_α в мегагерцах, $r'_б$ в омах, $C_к$ в пикофарадах.

Для дрейфовых транзисторов параметр $f_{макс}$ сохраняет указанный смысл лишь при условии, что его значение не превышает $1{,}5 f_\alpha$.

Эквивалентные схемы транзисторов

Для анализа и расчета схем с транзисторами при малом сигнале наряду с представлением в виде эквивалентного четырехполюсника широко применяются эквивалентные схемы, при употреблении которых расчет может вестись с помощью законов Кирхгофа, уравнений контурных токов или узловых напряжений и других методов теории линейных цепей.

В зависимости от того, какие представления послужили для составления эквивалентной схемы и вычисления ее параметров, все эквивалентные схемы транзисторов делят на два класса: формальные *схемы замещения* и *моделирующие схемы*. Первые представляют собой схемную интерпретацию уравнений эквивалентного четырехполюсника, состоят из четырех элементов (по числу параметров эквивалентного четырехполюсника) и по своей природе являются точными (при условии, что параметры их элементов определены из опытов в режимах к. з. и х. х.). Подобно параметрам эквивалентного четырехполюсника параметры элементов схем замещения зависят от схемы включения транзистора, рабочей точки, частоты сигнала и температуры. В области высоких частот параметры всех элементов схем замещения становятся комплексными частотно-зависимыми величинами.

Моделирующие эквивалентные схемы составляются путем моделирования физических процессов в транзисторе или путем синтеза цепей, внешние свойства которых удовлетворительно отражают ход тех или иных зависимостей параметров эквивалентного четырехполюсника. Параметры элементов моделирующих схем вычисляются с помощью соотношений, вытекающих из физической теории транзистора, или на основании экспериментальных исследований моделируемых зависимостей. Такие схемы по своей природе являются приближенными, причем сложность их структуры находится в прямой связи с точностью и полнотой отображения моделируемых свойств транзистора.

Схемы замещения. В соответствии с первыми тремя системами уравнений эквивалентного четырехполюсника (z, y и h, стр. 415) любой транзистор можно представить при помощи схем замещения с двумя зависимыми генераторами э. д. с. или тока (рис. 9-58). Для параметров элементов этих схем и их взаимосвязи остается в силе все, что было сказано выше о z-, y- и h-параметрах эквивалентного четырехполюсника.

При практических расчетах оказываются более удобными схемы замещения с одним зависимым генератором (рис. 9-59 и 9-60). Параметры этих схем однозначно связаны

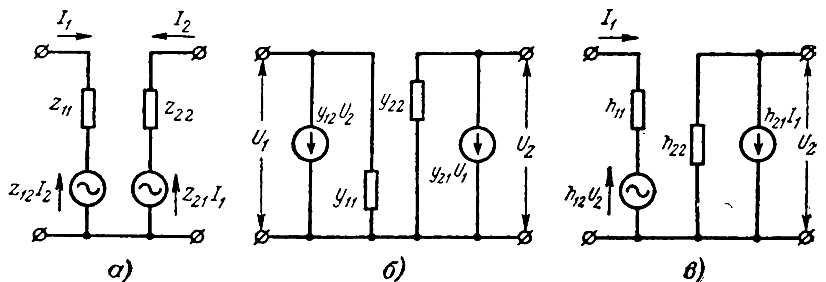


Рис. 9-58. Двухгенераторные схемы замещения транзистора, вытекающие из уравнений четырехполюсника.

а — в *z*-параметрах; *б* — в *y*-параметрах; *в* — в *h*-параметрах.

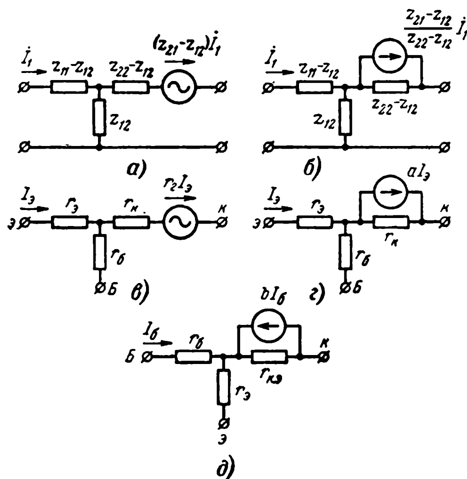


Рис. 9-59. Т-образные схемы замещения транзистора.

а — с генератором э. д. с.; *б*—с генератором тока; *в*, *г* — низкочастотные для включения транзистора по схеме с общей базой; *д* — то же с общим эмиттером.

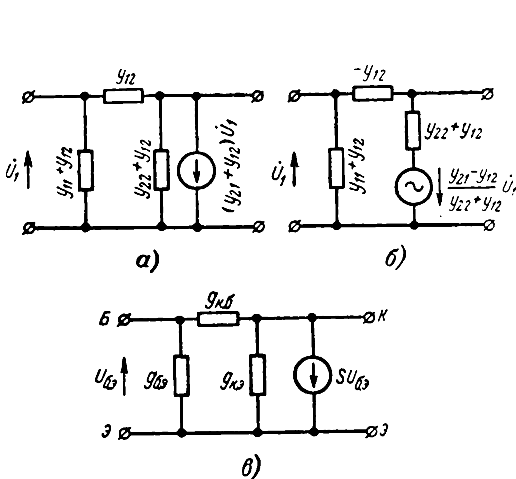


Рис. 9-60. П-образные схемы замещения транзистора.

а — с генератором тока; *б*—с генератором э. д. с.; *в* — низкочастотная для включения транзистора по схеме с общим эмиттером.

с параметрами двухгенераторных схем и легко могут быть определены по измеренным в опытах в режимах к. з. и х. х. значениям *z*-, *y*- или *h*-параметров.

Наибольшее применение находят Т-образные схемы (рис. 9-59) и П-образная схема с генератором тока (рис. 9-60, *а*) при анализе низкочастотных каскадов с транзисторами, причем параметры всех элементов считаются вещественными частотно-независимыми. Т-образная схема чаще используется применительно к транзистору, включенному по схеме с общей базой, и тогда ее элементы приобретают особые названия и обозначения (рис. 9-59, *в*, *г*):

$$r_э = z_{11б0} - z_{12б0} \qquad (9\text{-}124)$$

— сопротивление эмиттера;

$$r_б = z_{12б0} \qquad (9\text{-}125)$$

— сопротивление базы;

$$r_к = z_{22б0} - z_{12б0} \approx z_{22б0} \qquad (9\text{-}126)$$

— сопротивление коллектора;

$$r_г = z_{21б0} - z_{12б0} \approx z_{21б0} \qquad (9\text{-}127)$$

— сопротивление передачи генератора э. д. с.;

$$a = \frac{z_{21б0} - z_{12б0}}{z_{22б0} - z_{12б0}} \approx \frac{z_{21б0}}{z_{22б0}} = \alpha. \qquad (9\text{-}128)$$

Конфигурация схемы замещения, изображенная на рис. 9-59, *г*, совпадает с Т-образной низкочастотной моделирующей схемой (см. рис. 9-63), у которой, однако, значения элементов могут быть иными.

Схемами (рис. 9-59, *в*, *г*), соблюдая указанные на них обозначения электродов, можно пользоваться для расчета каскадов с любым способом включения транзистора. Однако при включении транзистора по схеме с общим эмиттером или общим коллектором генератор $r_г I_э$ или $aI_э$ не будет явно выражаться через входной ток транзистора. Ради большей наглядности в этих случаях

предпочитают применять модификацию Т-образной схемы, показанную на рис. 9-59, *д*. Два элемента этой схемы ($r_э$ и $r_б$) сохраняют прежние значения, а два других с хорошим приближением выражаются простыми соотношениями:

$$r_{к.э} \approx (1-a)\,r_к \approx z_{22\,э\,0} \qquad (9\text{-}129)$$

— сопротивление коллектора в схеме с общим эмиттером;

$$b \approx \frac{a}{1-a} \approx \beta \qquad (9\text{-}130)$$

— коэффициент передачи генератора тока.

П-образная схема чаще используется применительно к транзистору, включенному по схеме с общим эмиттером, и тогда ее элементы приобретают следующие названия и обозначения (рис. 9-60, *в*):

$$g_{б.э} = y_{11\,э\,0} + y_{12э0} \approx y_{11\,э0} \qquad (9\text{-}131)$$

— проводимость база — эмиттер;

$$g_{к.б} = -y_{12\,э\,0} \qquad (9\text{-}132)$$

— проводимость коллектор — база;

$$g_{к.э} = y_{22\,э\,0} + y_{12\,э\,0} \qquad (9\text{-}133)$$

— проводимость коллектор — эмиттер;

$$S = y_{21\,э\,0} - y_{12\,э\,0} \approx y_{21\,э0} \qquad (9\text{-}134)$$

— крутизна или проводимость передачи генератора тока.

Во всех приведенных выражениях дополнительный индекс 0 у *z*- и *y*-параметров обозначает низкочастотное значение параметра.

Применение Т- и П-образных схем замещения в области высоких частот возможно при замене вещественных параметров комплексными частотно-зависимыми величинами, которые рассчитываются на основании *z*- и *y*-параметров, соответствующих рабочей частоте каскада.

В связи с формальным характером построения схем замещения их элементы не следует отождествлять с сопротивлениями физических элементов структуры транзистора (например, сопротивление базы $r_б$ не является сопротивлением базового слоя полупроводника).

Моделирующие схемы чаще всего применяются для отображения частотных зависимостей электрических характеристик транзистора. Они позволяют аналитически выразить частотные зависимости всех параметров эквивалентного четырехполюсника, иллюстрируют механизм формирования этих зависимостей и представляют собой удобную форму передачи информации о частотных свойствах транзистора.

Существует большое количество различных по сложности моделирующих схем. Выбор той или иной схемы зависит не только от типа транзистора, но и от решаемой задачи и в первую очередь от необходимой точности расчетов.

Моделирующая эквивалентная схема образуется путем объединения эквивалентной схемы теоретической модели процессов движения носителей тока в области базы с электрическими эквивалентами пассивных элементов конструкции транзистора.

Интерпретация теоретической модели обычно основывается на решениях уравнения непрерывности для одномерного случая (стр. 405) и в наиболее общем виде может состоять в представлении ОТМ в виде эквивалентного четырехполюсника.

Так, из сопоставления уравнений (9-67) и (9-68) для плотностей переменных составляющих эмиттерного и коллекторного тока с системой уравнений (9-88) для *y*-параметров, учитывая принятые для четырехполюсников направления токов (рис. 9-56), получают теоретические выражения *y*-параметров ОТМ диффузионного (бездрейфового) транзистора:

$$\left.\begin{aligned} y_{11} &= G\Theta\,\mathrm{cth}\,\Theta; \\ y_{12} &= -\frac{\varkappa}{\Lambda}G\Theta\,\mathrm{csh}\,\Theta; \\ y_{21} &= -G\Theta\,\mathrm{csh}\,\Theta; \\ y_{22} &= \frac{\varkappa}{\Lambda}G\Theta\,\mathrm{cth}\,\Theta, \end{aligned}\right\} \qquad (9\text{-}135)$$

где

$$G = \frac{\Lambda q D_n n_p}{w} e^{\Lambda U_{э0}} \approx \Lambda I_{э0}; \qquad (9\text{-}136)$$

$$\Theta = \frac{w}{L_p}\sqrt{1 + j\omega\tau_n}\,, \qquad (9\text{-}137)$$

а величина $\varkappa$, отражающая эффект Эрли, примерно составляет:

$$\varkappa \approx \frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial U_к}. \qquad (9\text{-}138)$$

К числу пассивных элементов конструкции транзистора прежде всего относятся

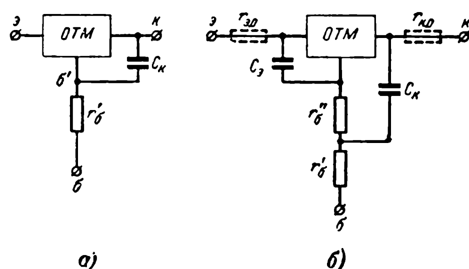


Рис. 9-61. Учет барьерных емкостей *p-n* переходов и распределенного сопротивления области базы. *ОТМ* — одномерная теоретическая модель.

барьерная емкость коллекторного перехода $C_к$ и распределенное сопротивление области базы $r_б$ (рис. 9-61, *а*), влияние которых бывает заметным уже на частотах в десятки килогерц. Более строго учесть барьерные

емкости обоих p-n переходов транзистора, а также распределенный характер сопротивления базы позволяет схема, приведенная на рис. 9-61, *б*. Такая модификация существенно повышает точность схемы на высоких частотах, обычно выше $(0{,}2—0{,}3) f_{\alpha}$, но сильно усложняет расчеты и используется большей частью для анализа.

При больших токах сильно увеличиваются проводимости между зажимами ОТМ, из-за чего возрастает влияние распределенных сопротивлений эмиттерной и коллекторной областей ($r_{э.о}$ и $r_{к.о}$ на рис. 9-61, *б*). Особенно велико (десятки ом) бывает сопротивление $r_{к.о}$ у транзисторов с высокоомной областью коллектора (диффузионная технология), и с наличием этого сопротивления приходится считаться при проектировании некоторых схем СВЧ диапазона, поскольку оно отделяет емкость $C_к$ коллекторного перехода от цепи внешней нагрузки.

На частотах 100 *Мгц* и выше начинают влиять все конструктивные емкости и индуктивности выводов транзистора, которые отражаются схемой типа показанной на рис. 9-62. Однако практические расчеты по такой схеме чрезвычайно громоздки и выполняются большей частью на электронных вычислительных машинах.

Для практических расчетов удобны эквивалентные схемы, в которых ОТМ представлена не в виде четырехполюсника, как на рис. 9-61 и 9-62, а с помощью моделирующей схемы, состоящей из сосредоточенных элементов, параметры которых по возмож-

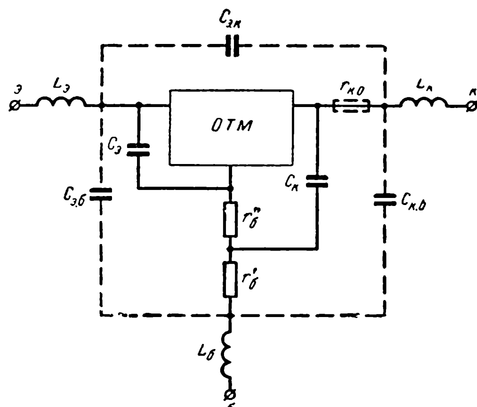


Рис. 9-62. Моделирующая схема для области СВЧ.

ности не зависят от частоты. Все такие схемы являются приближенными, поскольку характеристики ОТМ выражаются гиперболическими функциями (9-135), которые точно моделируются лишь с помощью длинных линий.

Моделирующие схемы диффузионных (бездрейфовых) транзисторов. Ниже приводятся наиболее распространенные моделирующие схемы транзисторов, у которых перенос носителей в области базы описывается диффузионной моделью (см. стр. 405). Эти схемы более или менее полно отражают как процессы в ОТМ, так и пассивные элементы конструкции транзистора, которые были описаны выше.

Т-образная низкочастотная схема (рис. 9-63) по конфигурации аналогична Т-образ-

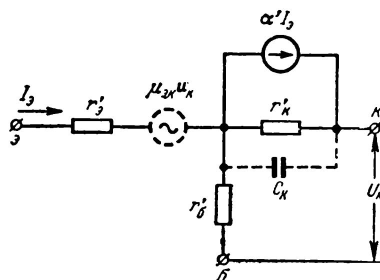


Рис. 9-63. Т-образная низкочастотная моделирующая схема.

ной низкочастотной схеме замещения (рис. 9-59, *г*). Однако ее элементы определяются из физических предпосылок и приближенно могут быть найдены с помощью теоретических выражений:

$$r'_э = \frac{25}{I_э}; \qquad (9\text{-}139)$$

$$r'_к = \frac{20 r'_э}{\varkappa (1 - \alpha_0)}; \qquad (9\text{-}140)$$

$$\alpha' = \alpha_0,$$

где $I_э$ — постоянный ток эмиттера в миллиамперах.

Для учета внутренней обратной связи, обусловленной эффектом Эрли, в эту схему вводится генератор напряжения $\mu_{э.к} U_к$, коэффициент пропорциональности которого равен

$$\mu_{э.к} = \frac{\varkappa}{\Lambda}. \qquad (9\text{-}141)$$

Однако при невысоких коэффициентах усиления каскада по напряжению (до 100) роль генератора $\mu_{э.к} U_к$ несущественна.

При больших нагрузочных сопротивлениях на верхних частотах звукового диапазона может сказываться шунтирующее действие емкости коллекторного p-n перехода $C_к$, которую при необходимости считают включенной параллельно сопротивлению $r'_к$.

Среднечастотная схема (рис. 9-64) хорошо отражает свойства транзистора в широкой полосе частот вплоть до $0{,}3 f_{\alpha}$. Наряду с элементами $r'_б$, $r'_к$ и $C_к$, сохраняющими те же значения, что и в низкочастотной схеме (рис. 9-63), здесь появляется диффузионное сопротивление ($r_{б.д}$, $C_{б.д}$), имитирующее частотно-зависимую обратную связь, обусловленную эффектом Эрли (вместо ге-

нератора $\mu_{э.к}U_к$ на рис. 9-63). Новые элементы схемы описываются следующими приближенными соотношениями:

$$r''_э = \frac{r'_э}{2}; \qquad (9\text{-}142)$$

$$r_{б.д} = \frac{r''_э}{1 - \alpha_0}; \qquad (9\text{-}143)$$

$$C_{б.д} = \frac{\tau_{эфф}}{r_{б.д}}; \qquad (9\text{-}144)$$

$$\alpha'' = \alpha_0. \qquad (9\text{-}145)$$

Высокочастотная Т-образная схема (рис. 9-65) применяется для расчета каскадов, работающих на частотах выше $5f_\beta$. Здесь

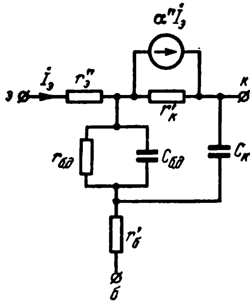


Рис. 9-64. Среднечастотная Т-образная эквивалентная схема бездрейфового транзистора.

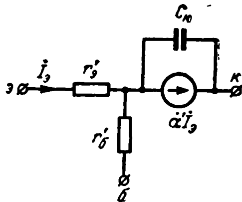


Рис. 9-65. Высокочастотная Т-образная эквивалентная схема транзистора.

диффузионная обратная связь и сопротивление $r'_к$ теряют свое значение и из схемы исключены, зато генератор выходного тока $\dot{\alpha}'\dot{I}_э$ становится частотно-зависимым. Обычно для коэффициента $\dot{\alpha}'$ применяют приближенное выражение

$$\dot{\alpha}' = \frac{\alpha_0}{1 + j\dfrac{f}{f_п}}, \qquad (9\text{-}146)$$

которое приводит к погрешности фазы выходного тока до 12° на частоте f_α. Уменьшить эту погрешность позволяет использование для $\dot{\alpha}'$ выражения (9-79).

С помощью этой схемы можно рассчитать граничную частоту коэффициента переноса $f_п$ по измеренным значениям граничной частоты коэффициента усиления по току f_α и элементов $r'_б$ и $C_к$. Воспользовавшись формулами (9-116) и (9-117) при условии $f_э \gg f_\alpha$ получим:

$$f_п = f_\alpha \sqrt{\frac{1 + \left(\dfrac{f_\alpha}{f_к}\right)^2}{1 - \left(\dfrac{f_\alpha}{f_к}\right)^2}}. \qquad (9\text{-}147)$$

Т-образная схема с общим эмиттером (рис. 9-66) по своей структуре сходна с высокочастотной схемой для включения с общей базой (рис. 9-65). Однако удовлетворительная точность расчетов в широкой полосе частот (примерно до $0{,}3f_\alpha$) достигается при условии, что трем элементам этой схемы приписываются частотно-зависимые комплексные значения:

$$\dot{b} = \frac{b_0}{1 + j\dfrac{f}{f_\beta}}; \qquad (9\text{-}148)$$

$$\dot{C}_{к.э} = C_к(1 + \dot{b}); \qquad (9\text{-}149)$$

$$\dot{r}_{к.э} = \frac{r_к}{1 + \dot{b}}, \qquad (9\text{-}150)$$

где $b_0 \approx \beta_0$.

При этом элементы $\dot{r}_{к.э}$ и $\dot{C}_{к.э}$ проявляют свойства комплексных сопротивлений.

Приписывая параметру $\dot{b}$ низкочастотное вещественное значение b_0, схему (рис. 9-66) можно применять только для

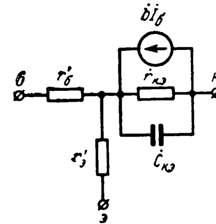


Рис. 9-66. Т-образная моделирующая схема для включения с общим эмиттером.

расчета низкочастотных схем, работающих на частотах ниже f_β.

Смешанная П-образная схема (рис. 9-67) представляет собой наиболее распространенный вариант широкополосной моделирующей схемы для включения с общим эмиттером. Обычно она хорошо описывает внешние свойства транзистора в полосе частот до (0,5—0,7) f_α, гарантируя точность расчетов не хуже 30%, если ее элементы найдены экспериментально.

Зная четыре низкочастотных параметра (например, h-параметры для схемы с общим эмиттером) и три высокочастотных параметра транзистора ($r'_б$, $C_к$ и f_β или f_α), значения элементов П-образной схемы вычисляют по формулам:

$$g_{б'.э} = \frac{1}{h_{11э} - r'_б}; \qquad (9\text{-}151)$$

$$g_{к.б'} = h_{12э}\, g_{б'.э}; \qquad (9\text{-}152)$$

$$g_{к.э} = h_{22э} - g_{к.б'}\,(h_{21э} + 1); \qquad (9\text{-}153)$$

$$g_т = h_{21э}\, g_{б'.э}; \qquad (9\text{-}154)$$

$$C_{б'.э} = \frac{g_{б'.э}}{2\pi f_\beta} \approx \frac{1{,}21 g_{б'.э}\,(h_{21э} + 1)}{2\pi f_п}, \qquad (9\text{-}155)$$

где величина $f_п$ определяется по измеренным значениям f_α, $r'_б$ и $C_к$ с помощью формулы (9-147).

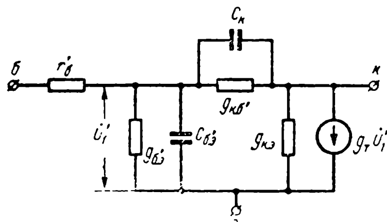


Рис. 9-67. Смешанная П-образная эквивалентная схема бездрейфового транзистора.

В области наиболее высоких частот (0,5—2)f_α точность моделирующей схемы может быть повышена при помощи модификации, представленной на рис. 9-68. Здесь $C_м$ обозначает монтажную емкость транзистора между выводами коллектора и базы (обычно 0,3—0,5 *пф*), элемент $r''_б$ учитывает различие распределенных сопротивлений области базы относительно коллектора и относительно эмиттера (величина $r''_б$ может достигать 0,3—0,5 значения $r'_б$), а индуктивность $L_д$ уточняет фазовые соотношения и определяется выражением

$$L_д = \frac{5}{\pi f_\beta\, I_э}, \qquad (9\text{-}156)$$

где $I_э$ — постоянный ток эмиттера в миллиамперах.

Для расчетов только в области высоких частот ($5 f_\beta < f < f_\alpha$) П-образную схему можно упростить, как показано на рис. 9-69, поскольку влияние проводимостей $g_{б'.э}$ и $g_{к.б'}$ здесь становится несущественным. В некоторых случаях может быть исключена и проводимость $g_{к.э}$ (например, при расчете видеоусилителя, где активная проводимость нагрузки превышает $g_{к.э}$ во много раз).

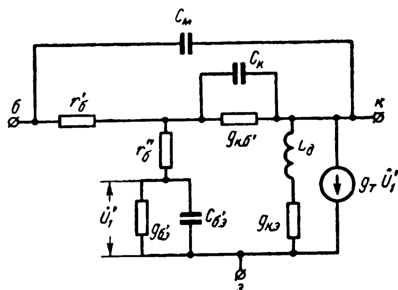


Рис. 9-68. Модификация схемы (см. рис. 9-67).

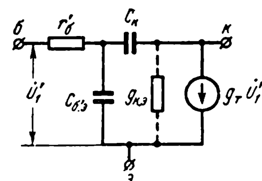


Рис. 9-69. Высокочастотная смешанная П-образная эквивалентная схема бездрейфового транзистора.

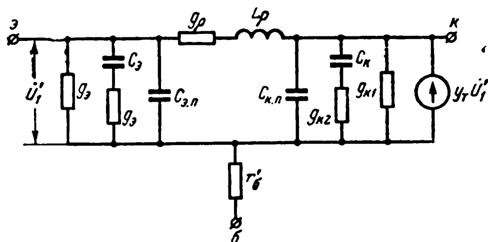


Рис. 9-70. Моделирующая эквивалентная схема дрейфового транзистора для включения с общей базой.

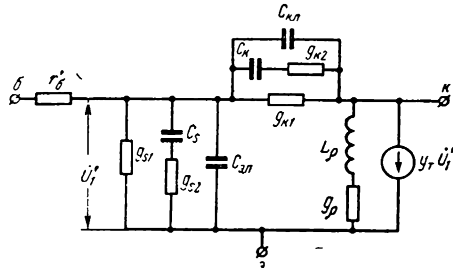


Рис. 9-71. Моделирующая эквивалентная схема дрейфового транзистора для включения с общим эмиттером.

Моделирующие схемы дрейфового транзистора. На рис. 9-70 и 9-71 приведены широкополосные моделирующие схемы дрей-

фового транзистора при включении с общей базой и с общим эмиттером. Элементы этих схем могут быть рассчитаны для отечественных дрейфовых транзисторов (П401—П403, П410—П411 и др.) по известным значениям двух параметров (α_0 и $f_п$) с помощью следующих формул:

$$g_э = AI_э,\ мсим; \tag{9-157}$$

$$C_э = \frac{ag_э \cdot 10^9}{4},\ пф; \tag{9-158}$$

$$g_р = CI_э,\ мксим; \tag{9-159}$$

$$L_р = \frac{D}{I_э},\ мгн; \tag{9-160}$$

$$g_{к1} = FI_э,\ мксим; \tag{9-161}$$

$$g_{к2} = 1\,600 g_{к1}; \tag{9-162}$$

$$C_к = MI_э,\ пф; \tag{9-163}$$

$$g_{s1} = g_э(1 - \alpha_0); \tag{9-164}$$

$$g_{s2} = Pg_э; \tag{9-165}$$

$$C_s = aQI_э \cdot 10^9\ пф; \tag{9-166}$$

$$Y_т = g_т \frac{e^{-j\pi a f}}{1 + j\pi af}, \tag{9-167}$$

где

$$g_т = \alpha_0 g_э, \tag{9-168}$$

а коэффициенты A, C, D, F, M, P, Q и a находятся с помощью графиков (рис. 9-72—9-74).

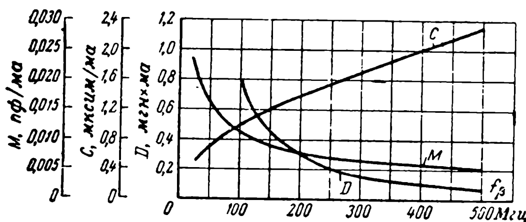


Рис. 9-72. Графики для определения параметров дрейфового транзистора.

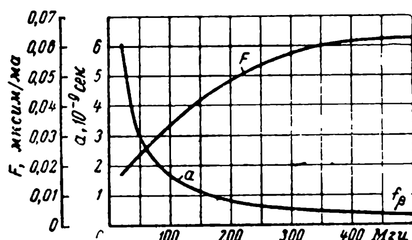


Рис. 9-73. Графики для определения параметров дрейфового транзистора.

Параметры $C_{э.п}$ (барьерная емкость эмиттерного p-n перехода), $C_{к.п}$ (барьерная емкость коллекторного p-n перехода) и $r_б'$ подлежат экспериментальному определению. Обычно измеряют непосредственно $\tau_{к.б} = r_б' C_{к.п}$ и емкость $C_{к.п}$, откуда определяется

$$r_б' = \frac{\tau_{к.б}}{C_{к.п}}, \tag{9-169}$$

а барьерную емкость эмиттерного перехода $C_{э.п}$ в рабочем режиме приходится определять экстраполяцией графика $C_{э.п} = f(U_{э.обр})$, который строят по экспериментальным значениям емкости $C_{э.п}$, измеренным при малых обратных смещениях эмиттерного p-n перехода (до $U_{э.обр} = 0{,}5$—$0{,}9\ в$).

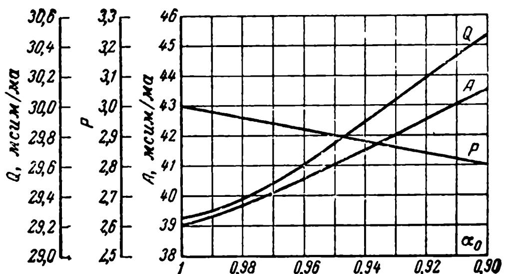


Рис. 9-74. Графики для определения параметров дрейфового транзистора.

Необходимое для расчетов значение граничной частоты коэффициента переноса $f_п$ рассчитывается по измеренному значению f_α с помощью формулы, вытекающей из соотношения (9-117):

$$f_п = f_\alpha \sqrt{\frac{x}{2 - x}}, \tag{9-170}$$

где

$$x = \left[1 + \left(\frac{f_\alpha}{f_э}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{f_\alpha}{f_к}\right)^2\right];$$

$$f_э = \frac{I_э}{52\pi C_{э.п}}; \tag{9-171}$$

$$f_к = \frac{1}{2\pi C_{к.п}\left(r_б' + r_{к.о}\right)}; \tag{9-172}$$

$r_{к.о}$ — распределенное сопротивление области коллектора (30—60 *ом*).

При расчете схем, работающих в ограниченной полосе частот (примерно до $0{,}1 f_п$), можно в моделирующей схеме на рис. 9-71 замкнуть накоротко проводимость g_{s2} и индуктивность $L_р$. При расчете каскадов, работающих в области высоких частот (выше $0{,}1 f_п$), можно исключить проводимость $g_{к1}$ и цепочку $g_{к2}$—$C_к$, а на самых высоких частотах — и проводимость g_{s1}.

Несмотря на возможные упрощения, моделирующие схемы дрейфовых транзисторов представляются достаточно сложными.

Поэтому для приближенных расчетов часто пользуются более простыми схемами диффузионных транзисторов (особенно — рис. 9-65, 9-66 и 9-69), хотя при этом могут возникать расхождения с опытом в значениях отдельных параметров транзистора в 1,5—2 раза.

Полезно также иметь в виду, что схемы (9-65 и 9-67) могут очень точно моделировать свойства дрейфового транзистора в относительно узкой области частот ($f_{макс}—f_{мин} \leqslant 0{,}1\, f_п$) в районе любой частоты вплоть до $0{,}8 f_п$, если параметрам элементов этих схем придать специальные наиболее подходящие для данной области частот значения. Оптимальные значения параметров можно определить экспериментально или эквивалентной заменой более сложных структур ветвей из схем дрейфового транзистора (рис. 9-70 и 9-71).

Расчет частотно-зависимых параметров эквивалентного четырехполюсника по моделирующим схемам

В связи с широким распространением инженерных методов расчета, опирающихся на теорию линейных активных четырехполюсников, зачастую возникает необходимость в переходе от описания транзистора при помощи моделирующей схемы к выражению его характеристик при помощи параметров эквивалентного четырехполюсника.

Такая задача решается путем составления уравнений Кирхгофа для моделирующей схемы и приведения этих уравнений к форме, соответствующей уравнениям вида четырехполюсника в системе интересующих параметров. Сопоставление коэффициентов в уравнениях для моделирующей схемы и для эквивалентного четырехполюсника выявляет выражения параметров четырехполюсника через элементы моделирующей схемы.

Некоторое упрощение этой процедуры достигается, когда для расчета каждого параметра четырехполюсника создается соответствующий условиям его определения полюсный режим моделирующей эквивалентной схемы (например, короткое замыкание выходных полюсов при расчете h_{11}, холостой ход по входной цепи при расчете h_{12} и т. д.). При этом с помощью Т-образных схем проще составляются выражения z-параметров, а с помощью П-образных схем — y-параметров. Далее переход к любой другой системе параметров осуществляется по табличным соотношениям (см. табл. 9-1).

Так, например, для определения параметра $z_{22б}$ по высокочастотной Т-образной схеме бездрейфового транзистора (см. рис. 9-65) достаточно рассчитать сопротивление цепи между зажимами $к$-$б$, когда зажим $э$ остается свободным ($I_э=0$):

$$z_{22б} = r'_б + \frac{1}{j\omega C_к} = r_{22б} + jx_{22б},$$

откуда

$$r_{22б} = r'_б;$$

$$x_{22б} = -\frac{1}{\omega C_к}.$$

Входная проводимость $y_{11э}$ высокочастотной П-образной моделирующей схемы (рис. 9-69), очевидно, определится как проводимость между зажимами $б$-$э$ при замыкании накоротко зажимов $к$-$э$, т. е. по схеме на рис. 9-75:

$$y_{11э} = \frac{j\omega\left(C_{б'.э} + C_к\right)}{1 + j\omega\left(C_{б'.э} + C_к\right) r'_б} = g_{11э} + jb_{11э},$$

откуда

$$g_{11э} = \frac{\omega^2\left(C_{б'.э} + C_к\right)^2 r'_б}{1 + \omega^2\left(C_{б'.э} + C_к\right)^2 r^2_{б'}};$$

$$b_{11э} = \frac{\omega\left(C_{б'.э} + C_к\right)}{1 + \omega^2\left(C_{б'.э} + C_к\right)^2 r^2_{б'}}.$$

У — параметры высокочастотной Т-образной схемы. При условиях $(1-\alpha_0) \ll 1$ и $\omega_\alpha \ll \frac{1}{C_к r'_э}$, которые обычно хорошо выполняются, для наиболее распространенного варианта высокочастотной Т-образной схемы (см. рис. 9-65) справедливы следующие приближенные выражения y-параметров для включения транзистора с общим эмиттером:

$$g_{11э} = \frac{\left(r'_э + r'_б\right)}{r^2}\gamma^2(1+\gamma^2); \quad (9\text{-}173)$$

$$g_{12э} = -\frac{r'_э r'_б}{r^2}\omega_п C_к \gamma^2(1+\gamma^2); \quad (9\text{-}174)$$

$$g_{21э} = \frac{r'_э}{r^2}(1+\gamma^2); \quad (9\text{-}175)$$

$$g_{22э} = \frac{r'_э + r'_б}{r^2}\omega_п C_к r'_б \gamma^2\left(1+\gamma^2\right); \quad (9\text{-}176)$$

$$b_{11э} = \frac{r'_э}{r^2}\gamma(1+\gamma^2); \quad (9\text{-}177)$$

$$b_{12э} = -\frac{r'_э}{r^2}\omega C_к\left[r'_э + \left(r'_э + r'_б\right)\gamma^2\right] \times (1+\gamma^2); \quad (9\text{-}178)$$

$$b_{21э} = -\frac{r'_э + r'_б}{r^2}\gamma(1+\gamma^2); \quad (9\text{-}179)$$

$$b_{22э} = \frac{r'_э + r'_б}{r_э}\omega C_к\left[r'_э + \left(r'_э + r'_б\right)\gamma^2\right] \times (1+\gamma^2), \quad (9\text{-}180)$$

где

$$r^2 = (\gamma r'_б)^2 + [r'_э + + \gamma^2 (r'_э + r'_б)]^2; \quad (9\text{-}181)$$

$$\gamma = \frac{f}{f_п}. \quad (9\text{-}182)$$

У-параметры смешанных П-образных моделирующих схем. Схемы этого типа (см. рис. 9-67 и 9-71) в области высоких частот имеют одинаковую обобщенную структуру (рис. 9-76),

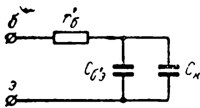


Рис. 9-75. Схема для расчета $y_{11э}$.

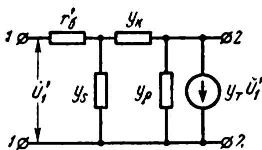


Рис. 9-76. Обобщенная П-образная схема.

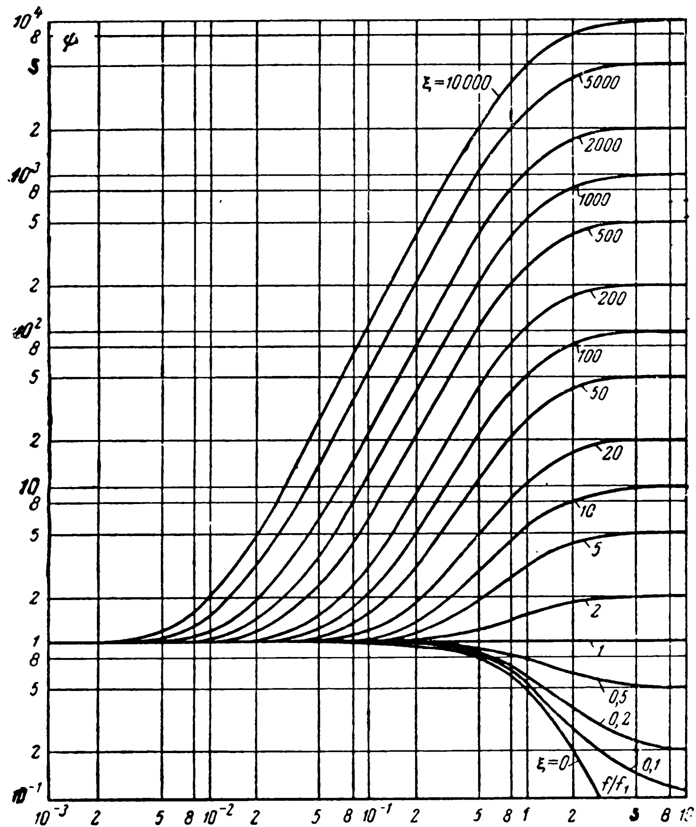


Рис. 9-77. Обобщенные частотные зависимости y-параметров смешанной П-образной схемы.

Таблица 9-5

Параметры* элементов обобщенной П-образной схемы (рис. 9-76)

Элементы схемы (см. рис. 9-76)	Бездрейфовый транзистор (см. рис. 9-67)	Дрейфовый транзистор (см. рис. 9-71)
y_s	$g_{б'.э} + j\omega C_{б'.э}$	$g_{s1} + j\omega C_{э.п} + \dfrac{j\omega C_s}{1 + j\dfrac{\omega C_s}{g_{s2}}}$
$y_к$	$g_{к.б'} + j\omega C_{к.б'}$	$g_{к1} + j\omega C_{к.п} + \dfrac{j\omega C_к}{1 + j\dfrac{\omega C_к}{g_{к2}}}$
y_ρ	$g_{к.э}$	$\dfrac{g_\rho}{1 + j\omega g_\rho L_\rho}$
$y_т$	$g_т$	$g_т \dfrac{e^{-j\pi a f}}{1 + j\pi a f}$

* При практических расчетах учет количественных соотношений между отдельными слагаемыми обычно позволяет существенно упрощать расчетные выражения, которые ввиду комплексного характера величин y_s, $y_к$, y_ρ и $y_т$ в общем случае оказываются достаточно громоздкими.

для которой справедливы следующие соотношения:

$$y_{11} = \frac{y_s + y_к}{1 + r'_б(y_s + y_к)}; \qquad (9\text{-}183)$$

$$y_{12} = -\frac{y_к}{1 + r'_б(y_s + y_к)}; \qquad (9\text{-}184)$$

$$y_{21} = \frac{y_т - y_к}{1 + r'_б(y_s + y_к)}; \qquad (9\text{-}185)$$

$$y_{22} = y_к(1 + r'_б y_{21}) + y_р, \qquad (9\text{-}186)$$

причем проводимости y_s, $y_к$, $y_р$ и $y_т$ выражаются через элементы моделирующих схем следующим образом (табл. 9-5).

Обобщенные частотные зависимости y-параметров смешанной П-образной схемы бездрейфового транзистора (см. рис. 9-67). Значительно упрощает расчеты и позволяет миновать стадию определения элементов эквивалентной схемы применение обобщенных зависимостей (рис. 9-77), которые отражают частотный ход всех активных составляющих g_{kl} и емкостей C_{kl}, эквивалентных реактивным составляющим y-параметров схемы (рис. 9-67), если каждый y-параметр представить в форме

$$y_{kl} = g_{kl} + j\omega C_{kl},$$

причем частотные зависимости имеют вид:

$$g_{kl} = g_{kl0}\psi_i;$$

$$C_{kl} = C_{kl0}\psi_i,$$

где g_{kl0} и C_{kl0} — низкочастотные значения составляющих g_{kl} и C_{kl}, а ψ_i — обобщенная функция частоты.

Характерно, что масштаб горизонтальной оси на рис. 9-77 оказывается одинаковым для всех составляющих и в абсолютных значениях частоты определяется граничной частотой f_{y21}, которая может быть измерена непосредственно по уменьшению модуля $|y_{21э}|$ в $\sqrt{2}$ раз в сравнении с низкочастотным значением $g_{21,0}$ или рассчитана по значениям других стандартных параметров транзистора или элементов смешанной П-образной схемы.

Таблица 9-6

Параметры обобщенных частотных зависимостей

	Через элементы П-образной схемы (см. рис. 9-67)	Через внешние параметры транзистора
$g_{11,0}$	$\approx g_{б'.э}\, d$	$\frac{1}{h_{11э}}$
$g_{12,0}$	$-g_{к.б'}\, d$	$-\frac{h_{12э}}{h_{11э}}$
$g_{21,0}$	$\approx g_т\, d$	$\frac{h_{21э}}{h_{11э}}$
$g_{22,0}$	$g_{к.э} + g_{к.б'}\left(1 + r'_б g_{21,0}\right)$	$h_{22э} - \frac{h_{12э} h_{21э}}{h_{11э}}$
$C_{11,0}$	$\left(C_{б'.э} + C_к\right) d^2$	$\frac{d}{2\pi r'_б f_{y_{21}}}$
$C_{12,0}$	$\approx -C_к\, d$	$\approx -C_к\, d$
$C_{21,0}$	$\approx -C_{11,0}\, r'_б\, g_т$	$\approx -\frac{h_{21э}}{2\pi f_{y_{21}} h_{11э}}$
$C_{22,0}$	$\approx C_к\left(1 + r'_б g_{21,0}\right)$	$\approx C_к\left(1 + r'_б \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right)$
$\xi_{g_{11}}$	$\frac{1}{r'_б g_{11,0}}$	$\frac{h_{11э}}{r'_б}$
$\xi_{g_{12}}$	$\frac{2\pi C_к}{g_{к.б'}} f_{y_{21}}$	$2\pi f_{y_{21}} C_к\, d \frac{h_{11э}}{h_{12э}}$
$\xi_{g_{22}}$	$\approx \frac{C_к g_т}{C_{б'.э} g_{22,0}}\left(1 + \frac{C_к}{C_{б'.э}}\right)$	$2\pi f_{y_{21}} C_к r'_б \frac{h_{21э} h_{22э}}{h_{11э} h_{22э} - h_{12э} h_{21э}}$
$\xi_{C_{22}}$	$\approx \frac{C_к}{C_{22,0}}$	$\frac{1}{1 + r'_б \frac{h_{21э}}{h_{11э}}}$
d	$\frac{1}{1 + r'_б g_{б'.э}}$	$1 - \frac{r'_б}{h_{11э}}$

Для перехода от обобщенных зависимостей к абсолютным необходимо определить низкочастотные значения составляющих g_{k10}, C_{k10} каждого y-параметра, а для четырех из них (g_{11}, g_{12}, g_{22} и C_{22}), частотная зависимость которых имеет второй перегиб, — еще четыре нормализованные частоты (ξ_i). Расчет необходимых тринадцати величин производится с помощью формул, сведенных в табл. 9-6, либо по значениям элементов смешанной П-образной схемы, либо непосредственно по измеренным значениям семи стандартных параметров транзистора (низкочастотным значениям h-параметров для схемы с общим эмиттером, $r'_б$, $C_к$ и одной из следующих частот: $f_{y_{21}}$, f_β или f_α).

Частотные зависимости параметров g_{21}, C_{11}, C_{12} и C_{21} определяются кривой $\xi=0$, а параметров g_{11}, g_{12}, g_{22} и C_{22} — кривыми для соответствующих значений параметров $\xi_{g_{11}}$, $\xi_{g_{12}}$, $\xi_{g_{22}}$ и $\xi_{C_{22}}$. При отсутствии на рис. 9-77 кривой для данного значения ξ_i следует прибегать к интерполяционному построению промежуточной кривой, имея в виду логарифмический масштаб интервалов между кривыми.

Значение частоты $f_{y_{21}}$ через параметры моделирующей схемы вычисляется по формуле

$$f_{y_{21}}=\frac{d}{2\pi r'_б C_{11,0}}, \qquad (9\text{-}187)$$

где величины d и $C_{11,0}$ — см. в табл. 9-6.

Если для расчета по внешним параметрам транзистора измерена частота f_β или f_α, то

$$f_{y_{21}}=f_\beta\frac{h_{11э}}{r'_б}\approx f_п\frac{h_{11э}}{1{,}2r'_б h_{21э}}, \qquad (9\text{-}188)$$

причем переход от f_α к $f_п$ осуществляется по формуле (9-147) или (1-170).

Зависимости малосигнальных параметров транзистора от рабочей точки и температуры

Зависимость параметров транзистора от рабочей точки. Рабочую точку транзистора в активной области характеризуют значением постоянного тока эмиттера $I_э$ (или практически равного ему тока коллектора $I_к$) и величиной коллекторного напряжения $U_к$ (практически одинакового в схемах с общей базой $U_{к.б}$ и с общим эмиттером $U_{к.э}$).

Зависимости всех низкочастотных параметров эквивалентного четырехполюсника от рабочей точки могут быть выяснены с помощью соответствующих семейств статических характеристик, поскольку эти параметры равны частным производным тех или иных статических характеристик. Например, входное сопротивление в схеме с ОБ при к. з. на выходе

$$h_{11б}=\left.\frac{\partial U_{э.б}}{\partial I_э}\right|_{U_{к.б}=\text{const}}$$

и может быть определено по семейству входных статических характеристик типа $I_э=f(U_{э.б})$ для различных значений тока эмиттера $I_э$ и напряжения коллектора $U_{к.б}$.

Типичный ход зависимостей h-параметров маломощных германиевых транзисторов в схемах с общей базой и с общим эмиттером от тока эмиттера и напряжения коллектора представлен на рис. 9-78, 9-79. На этих графиках за единицу принято значение

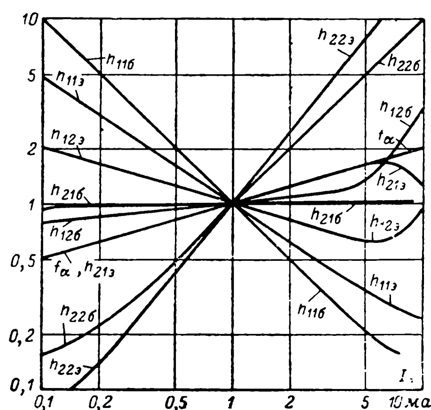


Рис. 9-78. Типичные зависимости параметров маломощного транзистора от постоянного тока эмиттера.

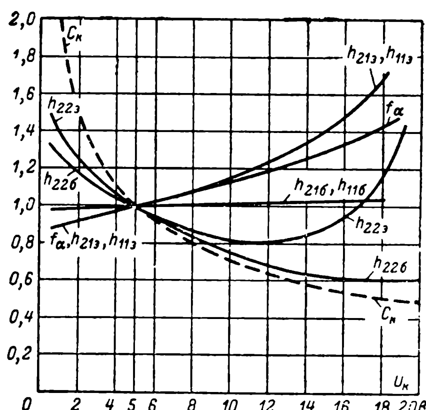


Рис. 9-79. Типичные зависимости параметров маломощного транзистора от постоянного напряжения коллектора.

каждого параметра при $I_э=1$ *ма* и $U_к=5$ *в*.

Зависимости параметров моделирующих схем транзисторов от тока эмиттера представлены в аналитических выражениях этих параметров при описании соответствующих схем (см. стр. 425—429). Для элементов-проводимостей одномерной теоретической модели характерна прямая пропорциональность величины проводимости току эмиттера, а для элементов-сопротивлений — обратная пропорциональность величины сопротив-

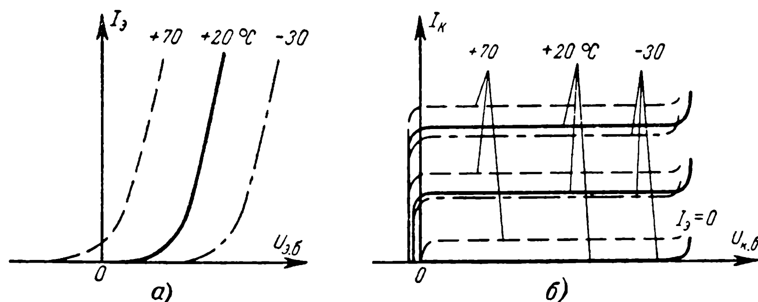


Рис. 9-80. Температурные зависимости входных (*а*) и выходных (*б*) статических характеристик транзистора в схеме с общей базой.

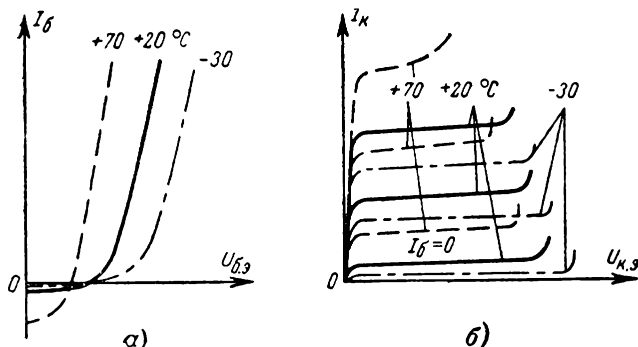


Рис. 9-81. Температурные зависимости входных (*а*) и выходных (*б*) статических характеристик транзистора в схеме с общим эмиттером.

ления току эмиттера. Аналогичный характер зависимостей проявляется и у параметров-проводимостей и параметров-сопротивлений эквивалентного четырехполюсника при средних токах, пока сопротивления объемов полупроводника ($r_б$, $r'_б$, $r''_{к.о}$, $r_{э.о}$ на рис. 9-61) малы в сравнении с сопротивлениями ОТМ.

Напряжение коллектора влияет на толщину коллекторного перехода и, следовательно, изменяет толщину базы w и напряженность поля в коллекторном переходе. Поэтому повышение коллекторного напряжения приводит к росту коэффициента усиления по току, к некоторому увеличению граничной частоты усиления по току в схеме с общей базой (f_α на рис. 9-79) и снижению емкости коллекторного перехода ($C_к$). Кроме того, от напряжения на коллекторном переходе могут существенно зависеть шунтирующая его утечка и выходная проводимость в схеме с общей базой ($h_{22б}$).

Зависимость электрических характеристик транзистора от температуры. Наибольшее влияние температура оказывает на ток насыщения *p-n* переходов транзистора, который увеличивается почти вдвое при повышении температуры на каждые 10° С. При этом в схеме с общей базой входные статические характеристики транзисторов смещаются влево (рис. 9-80, *а*) на 2—3*мв/град*, а выходные должны смещаться вверх на величину приращения обратного тока коллектора $I_{к0}$ (рис. 9-80, *б*). У реальных транзисторов обратный ток коллектора $I_{к0}$ может заметно превышать ток насыщения за счет других составляющих (см. стр. 393), слабо зависящих от температуры. При этом в области не слишком высоких температур обратный ток зависит от температуры значительно меньше, чем ток насыщения.

Температурная зависимость статических характеристик в схеме с общим эмиттером (рис. 9-81) выражена сильнее, чем в схеме с общей базой, поскольку здесь возрастает влияние температурной зависимости коэффициента усиления по току. Ввиду того что ток базы соизмерим с обратным током коллекторного перехода, входные статические характеристики (рис. 9-81, *а*) при повышении температуры не только смещаются влево, но и опускаются вниз, глубже заходя в область обратных направлений тока базы. Выходные характеристики (рис. 9-81, *б*) смещаются вверх на величину, примерно в β раз превышающую температурное приращение обратного тока. Кроме того, увеличение коэффициента усиления по току снижает напряжение $U_{к\alpha}$, при котором α обращается в единицу, а β стремится к бесконечности. Поэтому допустимые рабочие напряжения коллектора в схеме с общим эмиттером могут заметно снижаться при повышении температуры.

Типичные температурные зависимости малосигнальных параметров транзистора приведены на рис. 9-82. Коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером $\beta=h_{21э}$ в среднем возрастает на 10—15% при повышении температуры на 10° С, но у транзисторов с высокоомной областью коллектора может увеличиваться более резко и при температуре 60—70° С стремиться к бесконечности. Температурный коэффици-

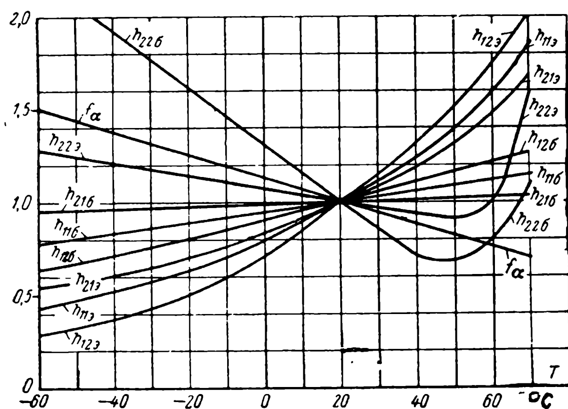


Рис. 9-82. Типичные зависимости параметров транзистора от температуры.

ент емкости коллекторного перехода не превышает 10^{-3} *град*$^{-1}$.

Шумовые характеристики транзисторов

Для описания шумовых свойств транзисторов всеобщее распространение получил коэффициент шума *Ш*, показывающий, во сколько раз мощность шума $P_{ш.н}$ в цепи нагрузки реального транзистора превышает мощность шума $P_{ш.н.ид}$ в цепи нагрузки идеального бесшумного транзистора, эквивалентного по всем остальным параметрам данному реальному транзистору:

$$Ш = \frac{P_{ш.н}}{P_{ш.н.ид}} = \left(\frac{U_{ш.н}}{U_{ш.н.ид}}\right)^2. \quad (9\text{-}189)$$

Таким образом, как и в усилительных устройствах (§ 10-1) коэффициент шума транзистора показывает, во сколько раз ухудшается отношение сигнал/шум в результате привносимого транзистором шума.

Для придания коэффициенту шума однозначного смысла принято определять его при условии, что источнику сигнала во входной цепи транзистора свойственны только тепловые шумы, напряжение которых связано с внутренним сопротивлением источника сигнала формулой Найквиста:

$$\overline{U_{ш}^2} = 4kTR_г\,\Delta f, \quad (9\text{-}190)$$

где k — постоянная Больцмана;
T — абсолютная температура сопротивления источника $R_г$, которая при вычислении *Ш* принимается равной 290° К;
Δf — эффективная полоса пропускания.

Коэффициент шума транзистора зависит от рабочей точки (рис. 9-83) и температуры транзистора, от величины сопротивления источника сигнала (рис. 9-84) и от рабочей частоты усилителя (рис. 9-85).

В области средних частот (обычно от единиц килогерц до 0,1 f_α) коэффициент шума транзистора не зависит от частоты и достигает минимального значения (2—5 *дб*). На низких частотах (ниже f_1 на рис. 9-85) коэффициент шума возрастает обратно пропорционально частоте, в связи с чем говорят о шумовой компоненте $^1/f$. Компонента $1/f$ обусловлена несовершенством поверхности полупроводника. Специальными технологическими приемами удается существенно ослаблять эту компоненту, в результате чего у лучших низкошумящих транзисторов частота f_1 понижается до 100—200 *гц* и ниже.

В области высших частот рост коэффициента шума объясняется флуктуациями токораспределения между коллектором и базой при понижении коэффициента усиления по току α. Частота f_2 является среднегеометрической граничных частот коэффициентов усиления по току в схе-

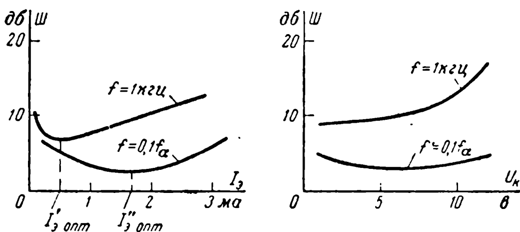


Рис. 9-83. Типичные зависимости коэффициента шума транзистора от постоянного тока эмиттера (*а*) и напряжения коллектора (*б*).

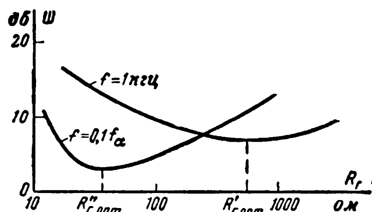


Рис. 9-84. Типичные зависимости коэффициента шума транзистора от сопротивления источника сигнала.

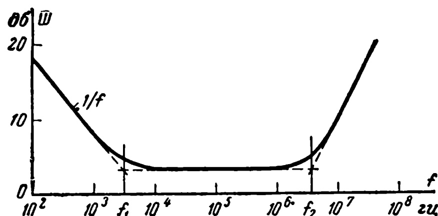


Рис. 9-85. Зависимость коэффициента шума транзистора от частоты.

мах с общей базой (f_α) и с общим эмиттером (f_β):

$$f_2 = \sqrt{f_\alpha f_\beta} \approx \frac{f_\alpha}{\sqrt{\beta_0}}, \qquad (9\text{-}191)$$

где β_0 — низкочастотное значение коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером. Выше этой частоты коэффициент шума возрастает примерно пропорционально квадрату частоты.

Наивыгоднейшая величина тока эмиттера ($I_{э.опт}$ на рис. 9-83, *а*) у маломощных германиевых транзисторов в области низких частот составляет 0,3—0,5 *ма* и возрастает с повышением рабочей частоты до 3—5 *ма*. Наивыгоднейшее сопротивление источника сигнала ($R_{г.опт}$ на рис. 9-84) в области низких частот составляет 500—1 000 *ом* и понижается до 30—50 *ом* на высших рабочих частотах.

Оптимальные значения тока эмиттера, сопротивления источника сигнала и соответствующие значения коэффициента шума транзистора остаются примерно одинаковыми в любой схеме включения (с ОБ, ОЭ и ОК), но с учетом условий согласования по мощности наименьший коэффициент шума многокаскадных транзисторных усилителей в широком диапазоне частот обеспечивается при включении транзистора с общим эмиттером.

При повышении коллекторного напряжения коэффициент шума может существенно возрастать (рис. 9-83, *б*), что связано с увеличением флюктуаций тока утечки коллектора и предпробойными явлениями.

Параметры транзистора в режиме большого сигнала

Если амплитуда напряжения сигнала на эмиттерном переходе превышает 20—50 *мв*, то расчеты, основанные на малосигнальных параметрах, становятся неточными. В этих случаях широко применяются графо-аналитические методы расчета, использующие семейства статических характеристик транзистора (см. стр. 412).

Кроме того, часто пользуются теми же формулами, что и в режиме малого сигнала, заменяя малосигнальные значения параметров *средними* за период значениями в рабочей области токов и напряжений.

Способы определения средних значений параметров транзистора при большом сигнале варьируются в зависимости от конкретного содержания решаемой задачи и требуемой точности. Наибольшую точность дает расчет средних значений как коэффициентов пропорциональности между амплитудами первых гармоник токов и напряжений сигнала с помощью анализа Фурье или модифицированных функций Бесселя. Приближенные низкочастотные средние значения параметров при большом сигнале определяются отношением конечных приращений токов и напряжений, например:

$$\bar{\alpha} = \left.\frac{\Delta I_к}{\Delta I_э}\right|_{U_{к.б}=\text{const}};$$

$$\bar{\beta} = \left.\frac{\Delta I_к}{\Delta I_б}\right|_{U_{к.э}=\text{const}}$$

и т. д. Величины приращений $\Delta I_к$, $\Delta I_э$, $\Delta I_б$ и др. берутся равными удвоенной амплитуде рабочего сигнала.

Статические параметры транзистора-ключа. В подавляющем большинстве переключающих схем транзистор включается по схеме с общим эмиттером: ток нагрузки проходит по цепи, замыкающейся промежутком коллектор — эмиттер, а управление осуществляется при помощи сигналов, вводимых в цепь база — эмиттер. При этом запертое состояние (ток в цепи нагрузки выключен) достигается переводом рабочей точки транзистора в область *отсечки*, а отпертое — переводом ее в область *насыщения* коллекторного тока (см. стр. 414). Постоянные напряжения и токи, действующие в цепях транзистора как в запертом, так и в отпертом состоянии, могут быть определены с помощью семейства выходных статических характеристик для схемы с общим эмиттером после нанесения линии нагрузки (рис. 9-86).

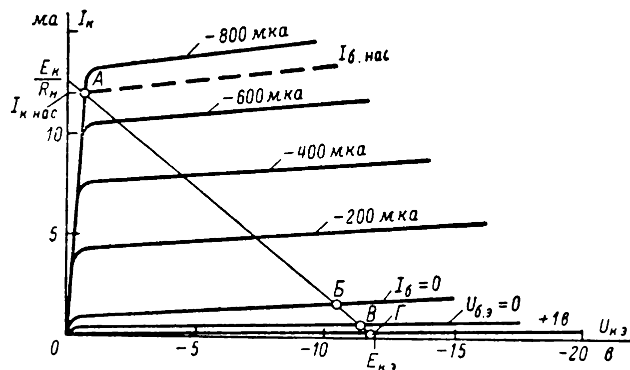


Рис. 9-86. Рабочие точки транзистора в режиме переключения в схеме с общим эмиттером.

Ток коллектора запертого транзистора $I_{к.з}$ — остаточный ток в выключенном состоянии. Зависит от свойств транзистора, температуры и способа запирания транзистора. Три возможных режима запирания транзистора характеризуют точки *Б*, *В*, *Г* на рис. 9-86. Наиболее надежным и распространенным способом запирания является смещение эмиттерного перехода небольшим обратным напряжением (для транзисторов структуры *p-n-p* $U_{б.э}<0$). При этом ток $I_{к.з}$ достигает минимального значения, близкого к значению обратного тока кол-

лекторного перехода $I_{к0}$ при том же напряжении коллектора и данной температуре. Для сохранения запертого режима транзистора во всем диапазоне рабочих температур э. д. с. эквивалентного источника смещения $E_{б.з}$ (рис. 9-87, *а*) должна удовлетворять условию

$$E_{б.з} > I_{к0\,макс} R_б, \qquad (9\text{-}192)$$

где $I_{к0макс}$ — максимально возможный обратный ток коллекторного перехода при наивысшей рабочей температуре.

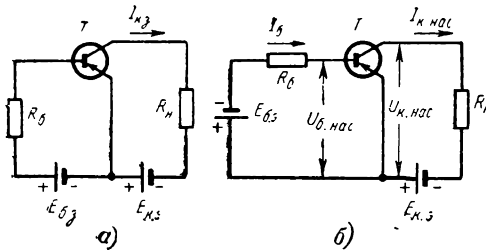


Рис. 9-87. Схемы транзистора-ключа в запертом (*а*) и отпертом (*б*) состояниях.

Ток насыщения коллектора $I_{к.нас}$ — максимальный ток в цепи коллектора (он же в цепи нагрузки, рис. 9-87, *б*), который может проходить при данных значениях напряжения источника питания коллекторной цепи и сопротивления $R_н$ нагрузки (рис. 9-86). Так как остаточное напряжение на открытом транзисторе весьма мало, то практически

$$I_{к.нас} = \frac{E_{к.э}}{R_н}. \qquad (9\text{-}193)$$

Величина $I_{к.нас}$ не является параметром транзистора, а лишь характеризует рабочий режим транзистора в данной схеме. Но в связи с тем что особенно большие токи в цепи коллектора могут привести к разрушению транзистора, иногда указывают предельно допустимые для данного транзистора значения $I_{к.нас.доп}$ в режиме переключения.

Коэффициент усиления по постоянному току В в схеме ключа показывает, во сколько раз постоянный ток коллектора превышает постоянный ток базы:

$$B = \frac{I_к}{I_б}. \qquad (9\text{-}194)$$

В общем случае значение B отличается от аналогичного параметра β для малых сигналов и зависит от тока коллектора $I_к$, при котором оно определяется. При расчетах переключающих схем пользуются величиной B, соответствующей минимальным напряжениям коллектора ($U_{к.э}=0{,}5 \div 1$ *в*).

Ток насыщения базы $I_{б.нас}$ — это минимальное значение тока базы, при котором ток коллектора достигает насыщения:

$$I_{б.нас} = \frac{I_{к.нас}}{B}. \qquad (9\text{-}195)$$

Поскольку величина $I_{к.нас}$ зависит от схемы, в которую включен транзистор, то и ток $I_{б.нас}$ у одного и того же транзистора в различных схемах может принимать различные значения.

Коэффициент насыщения $K_{нас}$. Для того чтобы при небольших случайных отклонениях параметров схемы или параметров самого транзистора (например, в связи с изменением температуры) гарантировать надежное насыщение транзистора в открытом состоянии, в схеме переключения всегда выбирают ток базы больше значения $I_{б.нас}$. Отношение рабочего тока базы транзистора в открытом состоянии к току базы насыщения называют коэффициентом насыщения:

$$K_{нас} = \frac{I_б}{I_{б.нас}} = \frac{BI_б}{I_{к.нас}}. \qquad (9\text{-}196)$$

Обычно величина $K_{нас}$ выбирается в пределах 2—3. Поскольку избыточная (сверх $I_{б.нас}$) часть тока базы не вызывает увеличения тока коллектора выше значения $I_{к.нас}$, рабочий коэффициент усиления по току транзистора в схеме ключа оказывается меньше значения B в $K_{нас}$ раз:

$$K_{I\,кл} = \frac{I_{к.нас}}{I_б} = \frac{B}{K_{нас}}. \qquad (9\text{-}197)$$

Остаточное напряжение коллектора в режиме насыщения $U_{к.нас}$ — напряжение между выводами коллектор — эмиттер при насыщении транзистора. Эта величина зависит от выбранного значения тока $I_{к.нас}$ и от коэффициента насыщения, несколько снижаясь по мере увеличения $K_{нас}$. Однако даже на границе насыщения при $K_{нас} = 1 \div 1{,}1$ она, как правило, не превышает десятых долей вольта.

Сопротивление насыщения коллектора — отношение остаточного падения напряжения в режиме насыщения к току насыщения коллектора:

$$r_{к.нас} = \frac{U_{к.нас}}{I_{к.нас}}. \qquad (9\text{-}198)$$

Часто величина $r_{к.нас}$ слабо зависит от тока насыщения и тогда удобна для расчета остаточного напряжения. У маломощных германиевых транзисторов обычно $r_{к.нас} < 10$ *ом*, а у кремниевых может достигать сотен ом; у мощных транзисторов при больших токах $I_{к.нас}$ (1 *а* и более) часто $r_{к.нас} < 1$ *ом*.

Напряжение насыщения базы $U_{б.нас}$ — падение напряжения между электродами база — эмиттер в режиме насыщения. Оно существенно превосходит величину остаточного напряжения коллектора $U_{к.нас}$ и у маломощных германиевых транзисторов составляет 0,2—0,5 *в*, а у кремниевых и мощных транзисторов может превышать 1 *в*.

На величины напряжений $U_{к.нас}$ и $U_{б.нас}$, в особенности при больших токах $I_{к.нас}$, могут сильно влиять объемные сопротивления областей коллектора, базы и эмиттера ($r_{к.о}$, $r'_б$, $r''_б$ и $r_{э.о}$ на рис. 9-61).

Но при рациональном выборе параметров транзисторного переключателя эти падения напряжений составляют малую часть напряжений, действующих во внешних цепях:

$$U_{к.нас} \ll E_{к.э}; \; U_{б.нас} \ll E_{б.э}. \quad (9\text{-}199)$$

Пренебрегая напряжениями $U_{к.нас}$ и $U_{б.нас}$, транзистор заменяют непосредственным соединением трех проводников схемы, подключенных к его электродам (рис. 9-88), что упрощает статический расчет схемы.

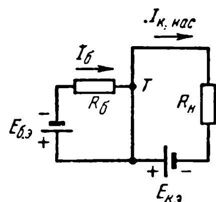


Рис. 9-88. Упрощенная эквивалентная схема цепей транзистора-ключа в состоянии «включено».

Переходные характеристики транзистора в режиме переключения. Отпирание транзистора происходит в результате включения тока базы $I_{б1}$ в прямом для эмиттерного перехода направлении, при этом в режиме ключа $I_{б1} > I_{б.нас}$, а запирание обеспечивается принудительным смещением эмиттерного перехода в обратном направлении. Последнее обстоятельство допускает возникновение в цепи базы тока обратного направления $I_{б2}$ в момент запирания транзистора (рис. 9-89).

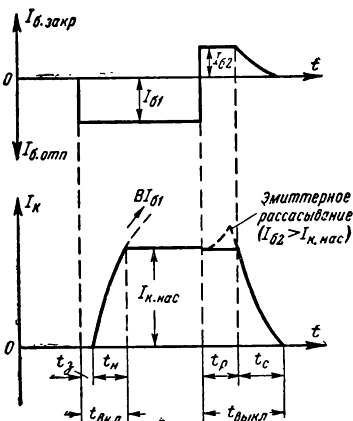


Рис. 9-89. Переходные искажения при работе транзистора в режиме переключения.

При включении тока базы $I_{б1}$ ток коллектора появляется спустя малый интервал времени $t_з$ и нарастает по экспоненте, стремящейся к значению $BI_{б1}$, но в связи с заходом в область насыщения его величина ограничивается на уровне тока $I_{к.нас}$. *Время задержки* составляет

$$t_з \approx \frac{1}{40 f_\alpha}, \quad (9\text{-}200)$$

а *время нарастания* коллекторного тока

$$t_н = \tau \ln \frac{K_{нас} - 1}{K_{нас}}, \quad (9\text{-}201)$$

где $K_{нас}$ выражается соотношением (9-196);

$$\tau = \tau_{эфф} + \tau_{Cк} + \tau_{Cэ}, \quad (9\text{-}202)$$

$\tau_{эфф}$ — эффективное время жизни неравновесных носителей при работе транзистора в активной области (см. стр. 409, 423), $\tau_{Cк}$ и $\tau_{Cэ}$ — усредненные постоянные времени перезаряда емкостей коллекторного и эмиттерного переходов:

$$\tau_{Cк} \approx 1{,}5 C_{кE} R_н B; \quad (9\text{-}203)$$

$$\tau_{Cэ} \approx \frac{BC_{э0}}{3 I_{к.нас}}; \quad (9\text{-}204)$$

здесь $C_{кE}$ — емкость коллекторного перехода транзистора при напряжении $U_{к.б}$, соответствующем запертому ключу; $C_{э0}$ — емкость эмиттерного перехода при $U_{бэ}=0$.

После того как прекратится увеличение тока коллектора, переходный процесс в транзисторе еще не заканчивается, он связан с накоплением избыточных носителей в области базы и продолжается в течение времени

$$t_{уст} \approx 3\tau^*_{эфф}, \quad (9\text{-}205)$$

где $\tau^*_{эфф}$ — эффективное время жизни неравновесных носителей при работе транзисторов в области насыщения. Величина $\tau^*_{эфф}$ может отличаться от $\tau_{эфф}$, поскольку в области насыщения оба *p-n* перехода находятся под прямым смещением и это существенно изменяет распределение неравновесных носителей и влияние поверхности и пассивных объемов полупроводниковой пластинки на их время жизни. Часто бывает $\tau^*_{эфф} < \tau_{эфф}$.

После поступления запирающего импульса тока базы $I_{б2}$ проходит некоторое время, прежде чем начнется спад коллекторного тока (рис. 9-89). Задержка начала выключения обусловлена присутствием в области базы избыточного количества неравновесных носителей в связи с насыщением. Лишь после того как произойдет их рассасывание и их распределение будет соответствовать переходу рабочей точки в активную область, начинается спад коллекторного тока. Рассасывание избыточных носителей происходит за счет рекомбинации и тока базы $I_{б2}$ обратного направления.

В общем случае *время рассасывания* составляет:

$$t_р = \tau^*_{эфф} \ln \frac{K_{нас}\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau^*_{эфф}}}\right) + K_{расс}}{1 + K_{расс}}, \quad (9\text{-}206)$$

где T — время пребывания транзистора во включенном состоянии, а $K_{расс}$ — коэффициент рассасывания,

$$K_{расс} = \frac{BI_{б2}}{I_{к.нас}}. \quad (9\text{-}207)$$

Если $T > t_{уст}$, то выражение для времени рассасывания упрощается:

$$t_р = \tau^*_{эфф} \ln \frac{K_{нас} + K_{расс}}{1 + K_{расс}}. \qquad (9\text{-}208)$$

В течение этого же времени $t_р$ в цепи базы проходит значительный запирающий ток $I_{б2}$, поскольку транзистор все еще находится в насыщении.

При особенно большой величине запирающего тока $I_{б2}$ эмиттерный переход запирается раньше, чем заканчивается рассасывание. При этом неравновесные носители могут уходить из области базы также через эмиттер (*эмиттерное рассасывание*), запирающий потенциал базы повышается и передается коллектору в виду выброса напряжения, противоположного полярности источника, питающего коллекторную цепь. На время эмиттерного рассасывания ток коллектора увеличивается сверх значения $I_{к.нас}$ (на рис. 9-89 этот выброс изображен штриховой линией).

Спад коллекторного тока происходит по экспоненциальной кривой и продолжается в течение *времени спада*

$$t_с = \tau \ln \frac{1 + K_{расс}}{K_{расс}}. \qquad (9\text{-}209)$$

Для определения величин $\tau_{эфф}$ и $\tau^*_{эфф}$, помимо приведенных ранее выражений, применяются соотношения, вытекающие из различных методов изучения переходных процессов в транзисторе.

Формулы Молла основаны на двояком представлении транзистора параметрами, характеризующими его работу при *нормальном* и *обратном включениях*. Под обратным включением подразумевают взаимную замену эмиттера и коллектора. Если, как обычно, обозначить через α и f_α коэффициент усиления по току в схеме с общей базой и его граничную частоту, а через $\alpha_{обр}$ и $f_{\alpha обр}$ — аналогичные параметры при обратном включении, то

$$\tau_{эфф} = \frac{1}{(1-\alpha)\, 2\pi f_\alpha}; \qquad (9\text{-}210)$$

$$\tau^*_{эфф} = \frac{f_\alpha + f_{\alpha\, обр}}{(1 - \alpha\alpha_{обр})\, 2\pi f_\alpha\, f_{\alpha обр}}. \qquad (9\text{-}211)$$

«Зарядные» параметры. Значительное упрощение анализа переходных процессов в транзисторе достигается при использовании вместо уравнения непрерывности (см. стр. 405) уравнений для электрического заряда [Л. 27]. При этом переходы транзистора из запертого состояния в открытое и обратно связываются с зарядом, вводимым из внешних цепей в транзистор или вытягиваемым из транзистора.

Включающий заряд $Q_{вкл}$ характеризует изменение заряда $Q_б$, накапливаемого в области базы, и зарядов коллекторного и эмиттерного переходов ($Q_{Cк} + Q_{Cэ}$) за время включения транзистора:

$$Q_{вкл} = Q_б + Q_{Cк} + Q_{Cэ}. \qquad (9\text{-}212)$$

Выключающий заряд $Q_{выкл}$ больше включающего на величину избыточного заряда базы $Q_{изб}$, накапливающегося во время пребывания транзистора в режиме насыщения:

$$Q_{выкл} = Q_б + Q_{Cк} + Q_{Cэ} + Q_{изб} = Q_{вкл} + Q_{изб}. \qquad (9\text{-}213)$$

Величины составляющих зарядов определяются из соотношений:

$$Q_б = I_{к.нас}\, \tau_{к0}; \qquad (9\text{-}214)$$

$$Q_{изб} = (I_{б1} - I_{б.нас})\, \tau_{нас}; \qquad (9\text{-}215)$$

$$Q_{Cк} = M_1 C_{кЕ}\, \Delta U_{к.б}; \qquad (9\text{-}216)$$

$$Q_{Cэ} = M_2 C_{э0}\, \Delta U_{б.э}, \qquad (9\text{-}217)$$

где $\Delta U_{к.б}$ и $\Delta U_{б.э}$ — изменения напряжений на коллекторном и эмиттерном переходах при переключении транзистора из запертого состояния в открытое, коэффициенты M_1 и M_2 зависят от структуры *p-n* переходов и пределов изменения напряжений $U_{к.б}$ и $U_{б.э}$ (в среднем равны 1,5), а $\tau_{к0}$ и $\tau_{нас}$ — две постоянные времени, характеризующие изменения заряда в базе за счет изменения токов коллектора и базы:

$$\tau_{к0} = \left.\frac{\partial Q_б}{\partial I_к}\right|_{U_{к.б}=0}; \qquad (9\text{-}218)$$

$$\tau_{нас} = \left.\frac{\partial Q_{изб}}{\partial I_{б.изб}}\right|_{I_{к.нас}=\mathrm{const}}. \qquad (9\text{-}219)$$

Значения $\tau_{к0}$ и $\tau_{нас}$ могут быть определены экспериментально [Л. 29] или вычислены через другие известные параметры:

$$\tau_{к0} \approx \frac{1}{2\pi f_т} = (1 - \alpha)\, \tau_{эфф}; \qquad (9\text{-}220)$$

$$\tau_{нас} = \tau^*_{эфф}, \qquad (9\text{-}221)$$

где $f_т$ — предельная частота усиления по току в схеме с общим эмиттером (см. стр. 423).

Зная заряды $Q_{вкл}$ и $Q_{выкл}$ и установив их связь для конкретной схемы с токами $I_б$ и $I_к$ в цепях транзистора, можно определить переходную характеристику тока коллектора и вычислить время включения и выключения. Если значения токов $I_{б1}$ и $I_{б2}$ в течение переходных процессов фиксированы, то для $t_{вкл} \approx t_н$ и $t_{выкл} = t_р + t_с$ получаются выражения, аналогичные приведенным выше.

Предельные эксплуатационные режимы транзисторов

Для предотвращения резкого ухудшения или необратимых изменений электрических характеристик транзисторов устанавливается ряд параметров, ограничивающих эксплуатационные режимы транзисторов.

Предельная температура переходов $T_{п.макс}$ — максимальная температура активного объема транзистора, при которой гарантируются работоспособность и сохранность транзистора. В зависимости от типа транзистора величина $T_{п.макс}$ может ограничиваться различными явлениями и в этом смысле является условной. Абсолютный предел значению $T_{п.макс}$ кладет явление *теплового пробоя*, заключающееся в том, что температурное приращение обратного тока при некоторой критической температуре приводит к дополнительному нагреву *p-n* перехода, вызывающему еще большее приращение обратного тока и т. д. Лавинный характер развития этого процесса приводит к быстрому повышению температуры *p-n* перехода и заканчивается расплавлением или выгоранием элементов конструкции транзистора.

У германиевых транзисторов значение $T_{п.макс}$ лежит в пределах 50—100° С, а у кремниевых — в пределах 120—200° С.

Предельная мощность, рассеиваемая транзистором, $P_{макс}$ — максимальное значение суммарной мощности, длительно рассеиваемой в транзисторе, при котором гарантируется его сохранность. При работе транзистора в активной области выходных статических характеристик (в усилительных каскадах) мощность, рассеиваемая в коллекторном переходе, обычно во много раз превышает мощность, рассеиваемую в эмиттерном переходе ($P_к \gg P_э$). Поэтому значение $P_{макс}$ часто отождествляют с значением $P_{к.макс}$. Однако в режиме переключения при заходе в область насыщения мощности, рассеиваемые в обоих *p-n* переходах, получаются одного порядка, и надо учитывать суммарную мощность, которая в общем случае не должна превышать величину $P_{макс}$.

Величина $P_{макс}$ соответствует мощности, при которой из-за внутреннего перегрева температура *p-n* переходов достигает значения $T_{п.макс}$. Значение $P_{макс}$ зависит от температуры окружающей среды $T_{окр}$ и условий теплоотдачи:

$$P_{макс} = \frac{T_{п.макс} - T_{окр}}{R_{т.окр}}, \qquad (9\text{-}222)$$

где $R_{т.окр}$ — тепловое сопротивление между активным объемом транзистора и окружающей средой (*град/мвт* или *град/вт*).

Для маломощных транзисторов величина $R_{т.окр}$ приводится для условий работы в спокойном воздухе при нормальном атмосферном давлении. Поскольку мощные транзисторы обычно используются с дополнительным теплоотводом и принудительным охлаждением (обдувом), вместо $R_{т.окр}$ в качестве параметра самого транзистора указывают тепловое сопротивление между активным объемом транзистора и той поверхностью корпуса транзистора, которая предназначена для сопряжения с радиатором ($R_{т.к}$). При этом

$$P_{макс} = \frac{T_{п.макс} - T_к}{R_{т.к}}, \qquad (9\text{-}223)$$

где $T_к$ — температура корпуса транзистора, определяемая на основании теплотехнического расчета или экспериментальным путем.

Предельное обратное напряжение коллекторного перехода $U_{к.макс}$ — максимальное обратное напряжение на коллекторном переходе при отключенной цепи эмиттера, при котором гарантируется отсутствие пробоя (лавинообразного увеличения обратного тока). Обычно критерием приводимого в справочных данных значения $U_{к.макс}$ является определенная норма на максимальное значение обратного тока коллекторного перехода.

При повышении температуры величина $U_{к.макс}$ зачастую снижается.

Обычно значение $U_{к.макс}$ истолковывается как предельно допустимое напряжение коллектора при включении транзистора по схеме с общей базой (точнее — при питании коллекторной и эмиттерной цепей от двух независимых источников тока). На самом деле это верно лишь до тех пор, пока в цепи эмиттера присутствует большое сопротивление для постоянного тока, исключающее заметное влияние коллекторной цепи на ток эмиттера (см. рис. 9-51, *а*). При достаточно низкоомной цепи эмиттера (см. рис. 9-52, *а*) предельно допустимое напряжение коллектора даже при независимом источнике питания цепи коллектор — база может быть существенно ниже значения $U_{к.макс}$.

Предельное обратное напряжение эмиттерного перехода $U_{э.макс}$ — параметр, аналогичный $U_{к.макс}$. У сплавных и поверхностно-барьерных транзисторов величина $U_{э.макс}$ того же порядка, что и $U_{к.макс}$, а у диффузионно-сплавных и выращенных транзисторов значение $U_{э.макс}$ бывает в пределах от нескольких десятых долей вольта до 3—5 *в*.

Следует иметь в виду, что с точки зрения сохранности транзистора неопасно введение в цепи коллекторного и эмиттерного переходов э. д. с., превышающих соответственно значения $U_{к.макс}$ и $U_{э.макс}$, *при условии*, что внешние сопротивления этих цепей ограничивают токи и мощности в режиме пробоя безопасными для транзистора значениями. Но с точки зрения нормальной работы той или иной конкретной схемы с транзистором могут существовать более жесткие ограничения, чем те, которые обусловлены справочными значениями предельных режимных характеристик.

Предельное напряжение коллектор — эмиттер $U_{к.э.макс}$ — максимальное напряжение между выводами коллектора и эмиттера, обратное для коллекторного перехода, при котором гарантируется отсутствие лавинообразного нарастания коллекторного

тока. Величина $U_{к.э.макс}$ никогда не превышает значения $U_{к.макс}$ и может быть в несколько раз меньше $U_{к.макс}$.

В зависимости от типа транзистора напряжение $U_{к.э.макс}$ может ограничиваться различными явлениями. В транзисторах, у которых область базы является наиболее высокоомной (сплавных, поверхностно-барьерных), при повышении обратного напряжения на коллекторном переходе происходит расширение обедненного слоя этого перехода в глубь базы и может произойти *смыкание*[1] объемных зарядов коллектора и эмиттера, причем базовая область пропадает и прибор утрачивает свойства транзистора. Если при этом ток в цепи коллектор — эмиттер ограничен внешним сопротивлением и опасности теплового пробоя нет, то необратимых изменений характеристик транзистора не происходит и после возвращения в нормальный режим питания его работоспособность восстанавливается.

Другой механизм ограничения напряжения $U_{к.э.макс}$ связан с *лавинным умножением,* которое может привести к увеличению коэффициента усиления α до единицы при напряжениях коллектора ниже $U_{к.макс}$ (см. стр. 414). При наличии этого механизма значение $U_{к.э.макс}$ сильно зависит от схемы построения и режима цепи базы транзистора. Наибольшее значение $U_{к.э.макс}$ имеет при подаче на базу потенциала, запирающего эмиттерный переход, наименьшее ($U_{к\alpha}$) — при отключенной базе, когда $I_б=0$ (см. рис. 9-51, *б* и 9-52, *б*). В справочных данных обычно указывается значение $U_{к.э.макс}$ при $U_{б.э}=0$ или при определенном сопротивлении $R_б$ постоянному току внешней цепи база — эмиттер. По мере увеличения $R_б$ величина $U_{к.э.макс}$ снижается, стремясь к значению $U_{к\alpha}$.

Предельный ток (коллектора, эмиттера, базы) оговаривается для предотвращения перегрева тонких выводов электродов внутри корпуса транзистора или специфических для транзисторов данного типа явлений, нарушающих нормальную работу основных схем применения. К числу таких явлений может относиться сильное снижение коэффициента усиления по току β у транзисторов, предназначенных для мощных усилителей низкой частоты (это приводит к росту нелинейных искажений), и увеличение коэффициента α сверх единицы у транзисторов с высокоомной областью коллектора (это может вызвать неустойчивость рабочей точки и самовозбуждение в усилительных каскадах).

Предельные токи в импульсных режимах для некоторых типов транзисторов существенно превышают аналогичные значения в стационарных режимах, что особо оговаривается в справочных данных.

Не разрешается превышать ни один из предельных параметров транзистора. Не рекомендуется, а для многих типов транзисторов не разрешается работа с одновременным достижением предельных значений двух и более параметров. Для повышения надежности надо применять транзисторы в режимах, пониженных по сравнению с предельными. Эта рекомендация в особенности касается рабочей температуры и мощности.

[1] Это явление иногда называют также **проколом.**

9-7. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ТРАНЗИСТОРОВ

Разброс и нестабильность электрических характеристик

При современном уровне технологии не удается получать транзисторы с малым разбросом значений электрических параметров. Действующая в настоящее время система отбраковки и классификации транзисторов предусматривает в основном одностороннее ограничение значений электрических параметров, причем по марке транзистора можно судить лишь о наихудших значениях его параметров. Основная же масса транзисторов, как правило, имеет значительно лучшие параметры, чем приведенные в справочных таблицах. Это обстоятельство осложняет взаимозаменяемость транзисторов в схемах, отработанных на случайных экземплярах без учета присущего им разброса параметров.

Наибольший разброс имеют параметры $I_{к0}$ (обратный ток коллектора), h_{22} (выходная проводимость) и β (коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером). Разброс по $I_{к0}$ достигает обычно 10 раз, по h_{22} — 5 раз, по β — 2—5 раз. В связи с таким разбросом средние значения перечисленных параметров оказываются в 2—3 раза лучше приведенных в таблицах.

Так, например, для транзисторов П13—П15 среднее значение $I_{к0}$ составляет 3—5 *мка* против нормы 10—15 *мка*, $h_{22б}$ — порядка 0,7 *мксим* (норма 2—3,3 *мксим*) и т. д.

С разбросом значений параметра β связаны существенные отличия семейств выходных статических характеристик в схеме с общим эмиттером транзисторов одного типа. Поэтому при расчетах, требующих использования семейства выходных характеристик в схеме с общим эмиттером, всегда следует учитывать, с какими конкретными значениями параметра β будут применяться транзисторы, и пользоваться семействами, соответствующими этим значениям β. Обычно различия в ходе статических характеристик транзисторов разных подтипов одной серии при одинаковых значениях β значительно меньше, чем у транзисторов одного подтипа с отличающимися значениями β. Это позволяет при отсутствии характеристик для данного значения β пользоваться характеристиками другого подтипа той же серии, если они сняты на экземпляре с данным значением β.

При расчете схем необходимо учитывать как возможный разброс значений параметров применяемых транзисторов, так и до-

полнительные отклонения их, которые могут быть вызваны изменениями рабочей точки, температуры и нестабильностью характеристик транзисторов.

Изменения рабочей точки транзистора обусловливаются нестабильностью источников питания, отклонениями в пределах допусков сопротивлений резисторов в цепях питания электродов транзистора и температурной зависимостью параметров самого транзистора (главным образом обратного тока $I_{к0}$). Вопрос о температурной стабилизации рабочей точки транзистора рассматривается ниже.

Под нестабильностью характеристик транзистора понимаются отклонения в значениях тех или иных параметров транзистора при их измерениях в одинаковых условиях (в одной и той же рабочей точке и при одинаковой температуре). Различают два главных вида нестабильности характеристик транзистора — «ползучесть» и температурную нестабильность.

Ползучестью называют сравнительно быстрое изменение параметров транзистора, наблюдающееся непосредственно после включения питания. Чаще всего ползучесть связана с температурной зависимостью параметров и проявляется в течение времени установления рабочей температуры транзистора. Наряду с этим у транзисторов с недостаточно совершенной технологией изготовления бывают более глубокие физические корни ползучести, вызывающие не только сильное изменение параметров (большей частью $I_{к0}$ и β) в течение первых минут после подачи питания, но и непрекращающиеся со временем заметные флуктуации параметров. Транзисторы с такого вида ползучестью, как правило, не могут работать в большинстве схем и должны заменяться доброкачественными.

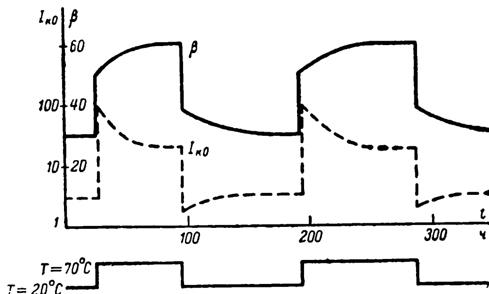


Рис. 9-90. Возможные изменения параметров $h_{21э}$ и $I_{К0}$ германиевого транзистора при циклических изменениях температуры.

Температурная нестабильность заключается в очень медленном, заметном лишь при наблюдении в течение многих часов изменении параметров транзистора после резкой смены температуры. Внешние проявления этого эффекта иллюстрирует рис. 9-90, из которого видно, что резкое изменение температуры транзистора вызывает не только температурно зависимое изменение параметров $I_{к0}$ и β, проявляющееся сразу же после приобретения транзистором новой температуры, но и дополнительное медленное изменение этих параметров, заканчивающееся примерно через двое суток (в связи с этим рассматриваемое явление названо *48-часовым эффектом*). Это явление обусловлено перестройкой поверхности полупроводника и у германиевых транзисторов приводит к дополнительному изменению β на 20—30%, однако эти изменения полностью обратимы. У кремниевых транзисторов температурная нестабильность может приводить к дополнительным изменениям β в несколько раз, причем эти изменения бывают не полностью обратимыми.

Специальные технологические и конструктивные мероприятия при изготовлении транзисторов позволяют резко уменьшить температурную нестабильность их характеристик, и ряд современных типов транзисторов практически свободен от этого недостатка. Уменьшить проявление температурной нестабильности характеристик транзисторов, которым она свойственна, можно ограничением диапазона рабочих температур.

Основными методами уменьшения влияния разброса и нестабильности параметров транзисторов на характеристики схемы являются выбор схем, наименее критичных к изменениям характеристик транзисторов, применение отрицательных обратных связей и термостатирование.

Стабилизация рабочей точки

В схеме с общей базой ток коллектора выражается соотношением

$$I_к = \bar{\alpha} I_э + I_{к0}, \qquad (9\text{-}224)$$

где $\bar{\alpha}$ — коэффициент передачи постоянного тока эмиттера — величина, близкая к единице, примерно равная малосигнальному коэффициенту усиления по току α, слабо

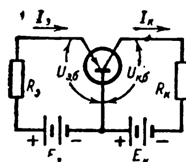


Рис. 9-91. Схема питания транзистора при помощи двух источников.

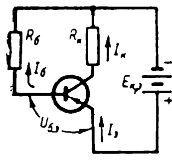


Рис. 9-92. Простейшая схема питания транзистора от одного источника.

зависящая от рабочей точки и от температуры. Ток коллектора $I_к$ в рабочей точке в усилительных каскадах, как правило, во много раз превышает величину обратного тока $I_{к0}$. Поэтому при питании эмиттерной и коллекторной цепей от двух независимых источников (рис. 9-91) легко добиться удов-

летворительной стабильности тока коллектора, несмотря на разброс, нестабильность и температурную зависимость параметров транзистора. Для этого достаточно применить источник питания эмиттерной цепи с напряжением $E_э \gg U_{э.б}$, причем изменения $U_{э.б}$, не превышающие десятых долей вольта, не будут существенно отражаться на величине тока эмиттера. На практике выбирают $E_э=5 \div 10$ *в*, что гарантирует стабильность $I_э$ не хуже единиц процентов.

Нестабильность тока коллектора, связанная с изменениями $\Delta\bar{\alpha}$ и $\Delta I_{к0}$ параметров $\bar{\alpha}$ и $I_{к0}$, составляет

$$\frac{\Delta I_к}{I_к} = \frac{I_э \Delta\bar{\alpha} + \Delta I_{к0}}{I_э \bar{\alpha} + I_{к0}} < \frac{\Delta\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} + \frac{I_{к0\,макс}}{I_э} \qquad (9\text{-}225)$$

и выбором необходимого значения тока эмиттера (например, $I_э > 10\, I_{к0\,макс}$) может быть доведена до 10% и меньше.

Нестабильность второй величины, характеризующей рабочую точку, — напряжения коллектора $U_{к.б}$ — определяется соотношением

$$\frac{\Delta U_{к.б}}{U_{к.б}} = -\frac{\Delta I_к}{I_к}\left(\frac{E_к}{U_{к.б}} - 1\right) \qquad (9\text{-}226)$$

и не превышает нестабильности тока коллектора при условии, что номинальное напряжение коллектора $U_{к.б}$ выбрано не менее половины $E_к$.

Рассмотренная схема питания отличается наилучшей стабильностью рабочей точки. Наихудшая стабильность свойственна схеме с одним источником питания при отсутствии сопротивления постоянному току в цепи эмиттера (рис. 9-92). Ввиду того что, как правило, $E_{к.э} \gg U_{б.э}$, в этой схеме оказывается высокостабильным ток базы

$$I_б = \frac{E_{к.э} - U_{б.э}}{R_б} \approx \frac{E_{к.э}}{R_б}, \qquad (9\text{-}227)$$

причем ток коллектора составляет

$$I_к = \frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} I_б + \frac{1}{1-\bar{\alpha}} I_{к0} \qquad (9\text{-}228)$$

и в $\frac{1}{1-\bar{\alpha}}$ (примерно в β) раз сильнее зависит от изменений обратного тока коллектора, чем в схеме на рис. 9-91. Уже ввиду разброса коэффициента усиления β схема на рис. 9-92 требует для установления нужного тока коллектора индивидуального подбора сопротивления резистора $R_б$. Введение в цепь эмиттерного тока сопротивлений (рис. 9-93) повышает стабильность тока коллектора. Для относительной оценки нестабильности коллекторного тока пользуются *коэффициентом нестабильности*

$$S = \frac{\partial I_к}{\partial I_{к0}}, \qquad (9\text{-}229)$$

показывающим, во сколько раз сильнее изменяется ток коллектора $I_к$ в данной схеме при одинаковом изменении обратного тока $I_{к0}$ по сравнению со схемой с двумя источниками питания (для схемы рис. 9-91 $S=1$).

Следует сразу же отметить, что, несмотря на такое частное определение коэффициента нестабильности S, в действительности он характеризует возможные из-

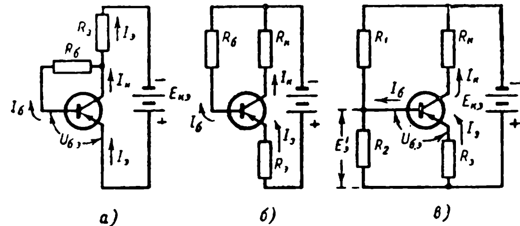


Рис. 9-93. Схемы питания транзистора от одного источника с повышенной стабильностью коллекторного тока.

менения тока коллектора под действием любых причин, в том числе в связи с разбросом и изменениями коэффициента усиления по току ($\Delta\bar{\alpha}$) и под влиянием изменения падения напряжения на эмиттерном переходе ($\Delta U_{э.б}$):

$$\Delta I_к = S\left(\Delta I_{к0} - \frac{\alpha}{R_{б.э}} \Delta U_{э.б} + I_э \Delta\bar{\alpha}\right), \qquad (9\text{-}230)$$

где $R_{б.э}$ обозначает сопротивление постоянному току внешней цепи между зажимами база — эмиттер. Эта формула в равной мере справедлива для любой схемы питания транзистора и позволяет рассчитывать суммарное изменение тока коллектора транзистора.

Общее выражение коэффициента нестабильности S для всех схем, приведенных на рис. 9-93:

$$S = \frac{1}{1 - \dfrac{\alpha}{1 + \dfrac{R_э}{R_б}}}, \qquad (9\text{-}231)$$

где $R_э$ — сопротивление, обтекаемое эмиттерным током, а $R_б$ — сопротивление эквивалентного источника питания цепи базы; для схемы на рис. 9-93, *в*

$$R_б = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (9\text{-}232)$$

Увеличение $R_э$ и уменьшение $R_б$ содействуют повышению стабильности тока коллектора, причем величина S уменьшается и стремится к единице. Однако эти меры приводят к снижению экономичности питания каскада, а при резистивно-емкостной связи чрезмерное уменьшение $R_б$, кроме того, понижает входное сопротивление каскада и

коэффициент усиления по мощности и по току. Поэтому на практике обычно ограничиваются значениями S в пределах 2—4 и в редких случаях выбирают $S=1{,}5\div 2$.

По выбранному значению S определяются необходимые сопротивления резисторов R_1 и R_2 для схемы на рис. 9-93, *в*:

$$R_1=(S-1)\frac{E_{к.э}}{E'_э}R_э; \qquad (9\text{-}233)$$

$$R_2=\frac{R_1}{\frac{E_{к.э}}{E'_э}-1}, \qquad (9\text{-}234)$$

причем $E'_э$ выбирают в пределах 1—5 *в*, а

$$R_э=\frac{E'_э-U_{б.э}}{I_э}, \qquad (9\text{-}235)$$

где $I_э$ — выбранное значение тока эмиттера в рабочей точке, а $U_{б.э}$ — падение напряжения между электродами база — эмиттер транзистора (для германиевых транзисторов $U_{б.э}\approx 0{,}2$ *в*, а для кремниевых $U_{б.э}\approx 0{,}5$ *в*).

Для остальных схем, приведенных на рис. 9-93, при заданных напряжениях источников питания и рабочей точке транзистора реализовать произвольное значение коэффициента нестабильности S нельзя, ибо сопротивление $R_б$ однозначно определяется выбором рабочей точки:

$$R_б=\frac{U_{к.э}-U_{б.э}}{I_б}. \qquad (9\text{-}236)$$

Поэтому основной схемой стабилизации рабочей точки считается схема на рис. 9-93, *в*.

При питании транзисторов от двух независимых источников тока в ряде случаев

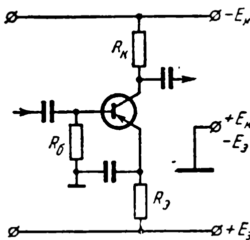


Рис. 9-94. Схема питания транзистора от двух источников с сопротивлением в цепи базы.

не удается соединить базу непосредственно с общим полюсом обоих источников и в цепи базы появляется конечное сопротивление для постоянного тока (например, при включении транзистора по схеме с общим эмиттером для цепей усиливаемого сигнала, рис. 9-94). При этом коэффициент нестабильности $S>1$ и определяется той же формулой, что и для схемы на рис. 9-93.

Приведенные здесь схемы не позволяют получить значение коэффициента нестабильности $S<1$. Это возможно при применении схем компенсационного типа, в том числе с термосопротивлениями и стабилизирующими диодами [Л. 12, 26].

Зачастую важнее бывает обеспечить температурную стабильность не рабочей точки, а определенных характеристик усилителя. При этом, учитывая зависимость параметров транзистора от температуры и от рабочей точки, выбирают такую схему стабилизации, которая за счет соответствующих изменений рабочей точки поддерживает важные параметры транзистора неизменными при изменениях температуры.

Внутренняя обратная связь

В отличие от электронных ламп транзистору, начиная с самых низких частот, присуща внутренняя обратная связь. Ее нали-

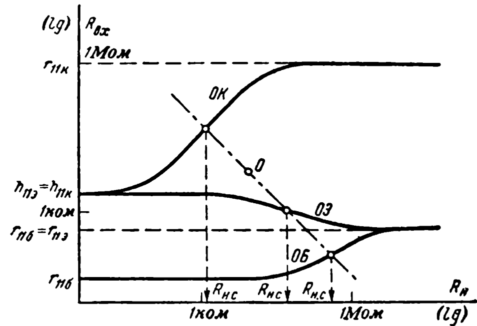


Рис. 9-95. Зависимость входного сопротивления транзистора в различных схемах включения от сопротивления нагрузки.

ОБ — схема с общей базой; *ОЭ* — с общим эмиттером; *ОК* — с общим коллектором

чие приводит к зависимости входного сопротивления $R_{вх}$ транзистора от сопротивления нагрузки $R_н$ (рис. 9-95), а выходного сопротивления транзистора $R_{вых}$ — от сопротивления $R_г$ (рис. 9-96) цепи, присоеди-

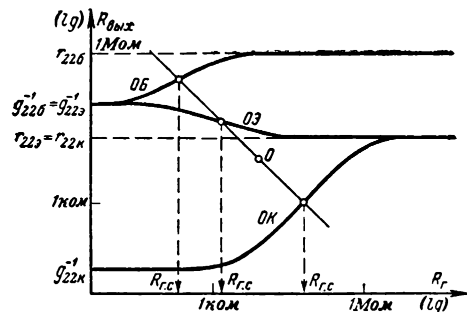


Рис. 9-96. Зависимость выходного сопротивления транзистора в различных схемах включения от сопротивления генератора входного сигнала.

ненной к его входу (внутреннего сопротивления генератора сигнала).

Это обстоятельство видоизменяет условие получения максимального усиления по мощности $K_{P\,макс}$, которое достигается в общем случае не тогда, когда сопротивление нагрузки равно выходному сопротивлению транзистора, а при некотором характеристическом значении $R_{н.с}$, которое не зависит от сопротивления источника сигнала:

$$R_{н.с} = \frac{1}{\sqrt{h_{22}\, g_{22}}}. \qquad (9\text{-}237)$$

Снижение коэффициента усиления по мощности при рассогласовании ($R_н \neq R_{н.с}$) происходит медленнее, чем изменение к. п. д. обычного генератора, в особенности при включении транзистора по схеме с общим коллектором (рис. 9-97).

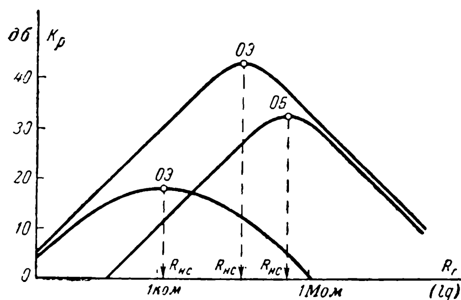


Рис. 9-97. Зависимость коэффициента усиления по мощности транзистора в различных схемах включения от сопротивления нагрузки.

Наличие внутренней обратной связи приводит к тому, что изменение сопротивления какой-либо одной цепи сказывается не только на режиме работы непосредственно связанного с этой цепью транзистора, но может передаваться через транзисторы как в предшествующие, так и в последующие каскады. Особенно неприятна такая реакция транзисторов в высокочастотных усилителях, где она осложняет настройку колебательных контуров, делая ее взаимозависимой.

Предотвращение вредного влияния внутренней обратной связи достигается применением нейтрализации или ограничением усиления из-за сильного рассогласования входной и выходной цепей транзистора с источником усиливаемого сигнала и нагрузкой соответственно.

Теплоотвод

Транзисторы малой мощности (до 150—300 *мвт*) рассчитываются для работы без специальных теплоотводящих устройств. Необходимо лишь избегать расположения транзисторов вблизи источников тепла и продумывать общие меры по теплообмену аппарата с внешней средой, с тем чтобы установившаяся температура внутри аппарата не превышала предельную рабочую температуру.

Мощные транзисторы, как правило, требуют дополнительного теплоотвода, без которого они позволяют рассеивать весьма незначительную часть их номинальной мощности.

В качестве теплоотводящих устройств применяются плоские пластины из дюралюминия, красной меди или силумина, а при необходимости сэкономить площадь — ребристые радиаторы из тех же материалов.

Для эффективного теплоотвода радиатор должен плотно соприкасаться с опорной поверхностью корпуса транзистора без малейших воздушных зазоров. При необходимости изолировать корпус транзистора от корпуса аппарата следует изолировать радиатор от шасси, а не от транзистора. Поверхность радиаторов, отдающую тепло воздуху, покрывают черной матовой краской. Пластины или плоскости ребер ребристых радиаторов располагают вертикально, чтобы облегчить движение теплого воздуха вверх. Отверстия в радиаторе для выводов транзистора делаются минимального диаметра, индивидуальные для каждого вывода.

Для конструктивного расчета радиатора прежде всего надо определить требуемую величину его теплового сопротивления:

$$R_{т.р} = 0{,}9\left(\frac{T_{п.макс} - T_{окр}}{P} - R_{т.к} - 0{,}8\right) \qquad (9\text{-}238)$$

где $T_{п.макс}$ — предельная температура *p-n* переходов транзистора;
$T_{окр}$ — температура воздуха, окружающего радиатор;
P — мощность, рассеиваемая транзистором;
$R_{т.к}$ — тепловое сопротивление транзистора относительно его корпуса.

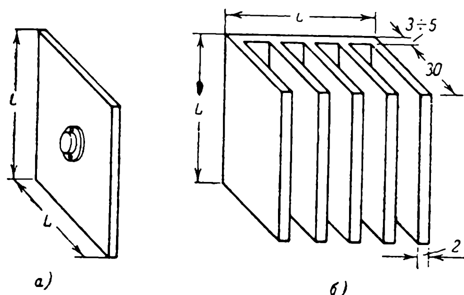


Рис. 9-98. Конструкции радиаторов.

Если в качестве радиатора применяется одиночная квадратная пластина (рис. 9-98, *а*), то необходимый размер одной стороны ее составляет

$$L = 205\sqrt{R_{т.р}}, \qquad (9\text{-}239)$$

где $R_{т.р}$ — в *град/вт*; L — в *мм*.

Толщину пластин следует выбирать в пределах 3—5 *мм*.

При конструировании реберного квадратного радиатора (рис. 9-98, *б*) сначала вычисляется среднеповерхностная температура перегрева

$$\Delta T_{р} = PR_{т.р}, \qquad (9\text{-}240)$$

по которой можно найти минимальный размер L стороны основания радиатора с помощью графика на рис. 9-99.

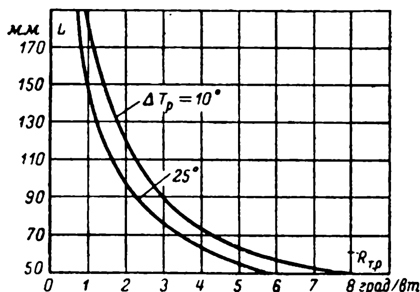


Рис. 9-99. График для расчета размеров радиатора.

Необходимое значение $R_{т.р}$ достигается только при оптимальном числе ребер, которое определяется округлением до ближайшего целого числа

$$n_{опт} = \frac{L}{20} + 0{,}4\sqrt{L} + 0{,}15\,\Delta T_{р}. \qquad (9\text{-}241)$$

Приведенный расчет справедлив при толщине и высоте ребер, указанных на рис. 9-98, *б*, и температуре окружающего воздуха не более 50° С.

9-8. ПРОЧИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ

Транзистор с двухслойной базой

Сочетание методов вплавления и диффузии примесей используется для создания транзисторов структуры *p-n-i-p* с двухслойной базой (рис. 9-100). Буква *i* обозначает высокоомный слой с собственной проводимостью. За счет этого слоя с ничтожным содержанием примесей удается расширить коллекторный переход и тем самым резко уменьшить его барьерную емкость и повысить пробивное напряжение, несмотря на низкое удельное сопротивление базовой области (*n*). Эти приемы позволяют создавать транзисторы с предельными рабочими частотами до 100 *Мгц*.

Исходная пластинка для транзистора структуры *p-n-i-p* приготовляется из полупроводника с собственной проводимостью (*i*). С одной ее стороны путем диффузии донорной примеси из газовой среды создается низкоомный слой *n*, служащий базой. В заключение с обеих сторон пластинки

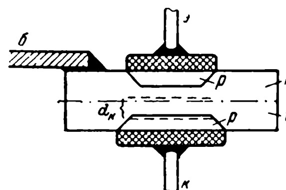


Рис. 9-100. Транзистор структуры *p-n-i-p*.

$d_{к}$ — ширина обедненного слоя коллекторного перехода.

производится вплавление эмиттера и коллектора, как в сплавном транзисторе.

Тетроды

Другой прием повышения рабочей частоты транзисторов заключается в снабжении базовой области двумя выводами (рис. 9-101). Эти приборы обычно изготовляются тем же способом, что и выращенные транзисторы, но от базовой области делаются два отвода с противоположных сторон. Подавая на дополнительный вывод базы ($б_2$) постоянное напряжение соответствующей полярности, можно запереть значительную часть эмиттерного перехода за счет поперечного падения напряжения в базовой об-

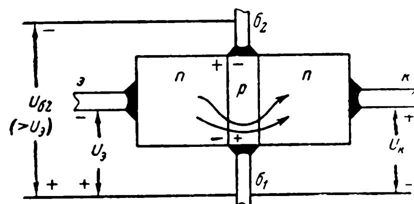


Рис. 9-101. Транзистор-тетрод.

ласти. При этом инъектирующая поверхность эмиттера ограничивается небольшим участком, прилегающим к основному выводу базы ($б_1$), и уменьшается полезное сечение активной области базы. В результате даже при очень тонкой базе сопротивление $r'_{б}$ получается не столь значительным, как у триодной структуры, и допускает создание транзисторов для работы на повышенных частотах (выше 100 *Мгц*).

Полевые транзисторы

Для резкого уменьшения инерционности процессов движения носителей электричества был предложен ряд полупроводниковых приборов, у которых в отличие от вы-

шеописанных механизм усиления не связан с движением неосновных носителей. К этим приборам в первую очередь относятся канальные или полевые транзисторы.

Транзисторы этого класса отличаются тем, что управление током в цепи выходных электродов происходит с помощью электрического поля, воздействие которого изменяет сопротивление объема полупроводника, находящегося между выходными зажимами.

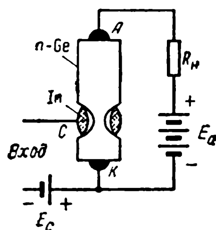


Рис. 9-102. Конструкция канального транзистора.

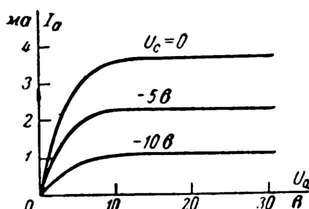


Рис. 9-103. Характеристика канального транзистора.

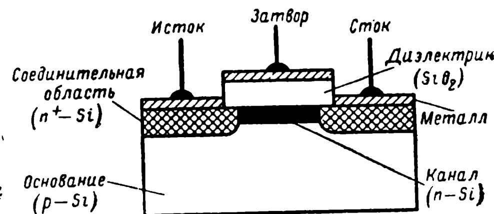


Рис. 9-104. Конфигурация полевого транзистора с изолированным затвором и каналом *n*-типа.

Наиболее характерна для канального транзистора конструкция, известная под названием текнетрона (рис. 9-102). Основу текнетрона составляет цилиндрический германиевый стерженек с электронной проводимостью, снабженный двумя выводами (катодом *К* и анодом *А*). На стерженьке имеется шейка, в которой путем вплавления индия создан охватывающий все сечение кольцевой *p-n* переход. Стержень включается в выходную цепь, а на *p-n* переход при помощи батареи E_c подается обратное напряжение смещения и к нему же подводится усиливаемый сигнал. Действующее сечение канала внутри шейки, по которому проходят электроны от катода к аноду, получается меньше ее геометрического сечения, так как электроны не могут проникнуть в обедненную область объемного заряда *p-n* перехода. Ввиду зависимости толщины объемного заряда от напряжения на *p-n* переходе сечение открытого для электронов канала, а вместе с ним и сопротивление стержня изменяются под действием переменной составляющей напряжения в цепи *p-n* перехода.

Входное сопротивление такого транзистора определяется сопротивлением запертого *p-n* перехода и может составлять 10^7—10^{10} *Мом*; частотные свойства зависят главным образом от емкости *p-n* перехода и конструктивных паразитных емкостей и допускают создание приборов, способных усиливать колебания с частотой в сотни мегагерц. Зависимость потенциала стержня в районе шейки от напряжения между анодом и катодом обусловливает специфический механизм обратной связи, который резко повышает выходное сопротивление канального транзистора при напряжениях U_a, превышающих некоторую величину, так что статические характеристики имеют вид, свойственный вакуумным пентодам (рис. 9-103). При этом выходное сопротивление достигает 1 *Мом*, а крутизна усиления составляет от десятых долей до нескольких единиц миллиампер на вольт. При изготовлении полевого транзистора из полупроводника *p*-типа полярности всех напряжений будут противоположными. Чтобы при этом не приходилось переименовывать электроды, вместо названий анод и катод чаще используются названия исток (для катода на рис. 9-102) и сток (для анода), а управляющий электрод (вывод от *p-n* перехода на рис. 9-102) называют затвором.

Полевые транзисторы с затвором в виде *p-n* перехода используются только при обратных напряжениях на *p-n* переходе, так как при смене полярности этого напряжения *p-n* переход отпирается и входное сопротивление резко падает, а в область канала начинают инъектироваться неосновные носители. При нулевом напряжении на затворе ток в цепи стока максимальный и по мере увеличения обратного напряжения уменьшается.

Важным параметром полевого транзистора является так называемое напряжение отсечки U_p — напряжение на затворе, при котором обедненная область перекрывает все сечение канала и ток стока падает до минимального значения, обусловленного утечками.

Зависимость тока стока I_c от напряжения $U_з$ на затворе в широком диапазоне режимов вблизи к квадратичной:

$$I_c = A\,(U_з - U_p)^2.$$

Характеристика такого типа представляет большой интерес для преобразователей частоты и входных каскадов радиоприемных устройств, поскольку она резко ослабляет колебания комбинационных частот всех порядков выше второго и содействует уменьшению перекрестной модуляции. По характеристикам помехоустойчивости полевые транзисторы значительно превосходят все другие полупроводниковые усилители и не уступают современным лампам. Чрезвычайно высокое входное сопротивление полевых транзисторов делает эти приборы ценными и для электрометрической техники.

Помимо полевых транзисторов с *p-n* переходом, в последние годы созданы полевые транзисторы с изолированным затво-

ром — так называемые транзисторы типа МОП (металл — окисел — полупроводник). У них в качестве управляющего электрода используется металлическая обкладка, изолированная от полупроводникового канала тончайшим слоем диэлектрика. Эти приборы чаще всего изготовляются из кремния, и диэлектриком служит слой окисла кремния толщиной менее 1 *мк*. Приложение электрического потенциала к затвору такого транзистора индуцирует соответствующий заряд в полупроводнике и также изменяет сопротивление канала. В отличие от полевых транзисторов с *p-n* переходом здесь можно использовать любую полярность напряжения на затворе и работать не только в режиме обеднения проводящего канала основными носителями (когда затвору сообщается потенциал того же знака, что и знак основных носителей), но и в режиме обогащения (при обратном знаке потенциала затвора). В последнем случае сопротивление канала уменьшается по мере увеличения напряжения на затворе и для эффективной отсечки без смены полярности материал канала должен быть очень высокоомным.

Соответственно полевые транзисторы с изолированным затвором подразделяют на четыре типа: по проводимости канала — *n*-типа и *p*-типа, по режиму работы — с обеднением (низкоомный материал канала) и с обогащением (высокоомный материал канала). Такой ассортимент приборов позволяет создавать много оригинальных высокоэффективных схем: использовать непосредственные связи между каскадами, осуществлять переключающие схемы с потреблением энергии только во время переходного процесса и др. Для достижения эффективного управления электрическим полем глубина канала должна быть малой (зачастую меньше толщины пленки окисла). Это достигается использованием в качестве канала тончайшего слоя полупроводника одного типа проводимости, созданного на поверхности пластинки с обратным знаком проводимости (рис. 9-104).

При этом исток, сток и канал отделены от основания *p-n* переходом. Обычно для улучшения устойчивости вывод от основания замыкается с выводом от истока (рис. 9-105, *в*), причем основание служит экранирующим электродом. У некоторых типов транзисторов делается независимый (четвертый) вывод от области основания, и при желании его можно использовать в качестве второго затвора в схемах с двойным управлением (рис. 9-105, *г*). Направление стрелки вывода основания принято указывать так же, как у эмиттера транзисторов с двумя переходами; таким образом, из схематического изображения полевого транзистора типа МОП непосредственно следует знак проводимости канала (рис. 9-105, *в* и *д*).

Последней модификацией транзисторов с полевым управлением являются пленочные МОП-транзисторы на поликристаллической основе. В настоящее время их технология недостаточно совершенна и не позволяет получать приборы с высокостабильными характеристиками, но в связи с большими усилиями, прилагаемыми в направлении миниатюризации, в том числе по созданию пленочных схем, можно предполагать, что пленочные полевые транзисторы станут перспективным элементом интегральных микроэлектронных схем.

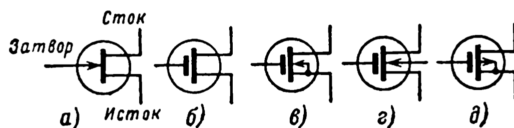


Рис. 9-105. Условные обозначения полевых транзисторов.

а — с *p-n* переходом; *б* — с изолированным затвором; *в* — с каналом *n*-типа и основанием, соединенным с истоком; *г* — то же с отдельным выводом от основания; *д* — с каналом *p*-типа и основанием, соединенным с истоком.

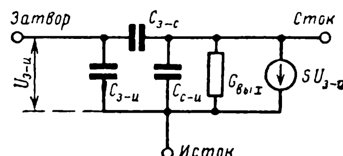


Рис. 9-106. Приближенная эквивалентная схема полевого транзистора для малого сигнала.

Транзисторы типа МОП, как и с затвором в виде *p-n* перехода, могут обладать низким уровнем собственного шума в широком диапазоне частот вплоть до сотен мегагерц. Ввиду «работы на основных носителях» они менее критичны к влиянию температуры и радиоактивного облучения.

Высокое входное сопротивление и малое влияние напряжения стока на выходной ток приближают полевые транзисторы к лампам и позволяют рассматривать их как усилители напряжения с главным усилительным параметром — крутизной усиления *S*. С ламповой совпадает и упрощенная малосигнальная эквивалентная схема полевого транзистора (рис. 9-106).

Наряду с маломощными усилительными приборами возможно создание мощных полевых транзисторов для работы с токами в десятки ампер при напряжениях в сотни вольт.

Полупроводниковые приборы с отрицательным сопротивлением

Помимо диодов, состоящих из одиночного *p-n* перехода, и транзисторов, предназначенных для усиления сигналов, существуют специальные типы коммутационных полупроводниковых приборов, отличающиеся *S*- или *N*-образной формой статических

характеристик. Такие приборы позволяют упростить ряд импульсных схем, в том числе релаксационных генераторов, схем с двумя устойчивыми состояниями; кроме того, эти приборы обладают свойствами газоразрядных приборов и внедряются в силовые устройства (управляемые выпрямители, преобразователи и др.).

Двухбазовый диод (рис. 9-107) представляет собой пластинку из германия или кремния *n*-типа с двумя выводами $б_1$, $б_2$ и расположенным сбоку *p-n* переходом. Ток, проходящий через пластинку от источника $E_б$, создает внутреннее падение напряжения $U_{вн}$ на участке, входящем в цепь *p-n* перехода. В результате этого не только при обратной полярности напряжения $U_э$, но и при прямых напряжениях, не превышающих величину $U_{вн}$, *p-n* переход остается запертым и в его цепи проходит небольшой обратный ток I_0 (рис. 9-108). При напряжении $U_э > U_{вн}$ переход открывается и, действуя подобно эмиттеру транзистора, инъектирует в пластинку-базу неосновные носители. Увеличение концентраций носителей, происходящее главным образом в нижней на рис. 9-107 части базы, приводит к уменьшению ее сопротивления, причем уменьшается и внутреннее падение напряжения $U_{вн}$. Это содействует увеличению прямого тока через *p-n* переход. При соответствующем выборе геометрии прибора и свойств материала базы сопротивление пластинки уменьшается быстрее увеличения тока через *p-n* переход, т. е. нарастание тока $I_э$ сопровождается понижением напряжения $U_{вн}$.

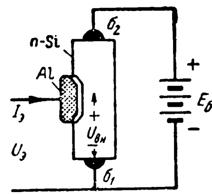


Рис. 9-107. Конструкция двухбазового диода.

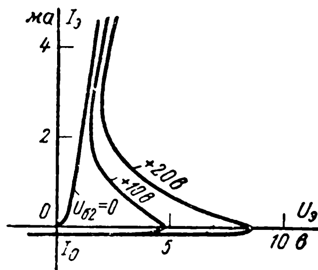


Рис. 9-108. Статические характеристики двухбазового диода.

Лавинный транзистор. Характеристикой того же типа, что и у двухбазового диода, обладают лавинные транзисторы (рис. 9-106), конструкция которых в принципе не отличается от конструкции обычных плоскостных транзисторов. Лавинные транзисторы обычно представляют собой сплавные германиевые приборы структуры *p-n-p* (см. рис. 9-46) с достаточно низкоомной областью базы ($\rho_б < 0{,}5$ *ом·см*), что содействует развитию лавинного умножения носителей в коллекторном *p-n* переходе (см. стр. 414) при сравнительно низких обратных напряжениях, и за счет роста коэффициента лавинного умножения *M* коэффициент усиления по току α при напряжениях выше U_α превышает единицу.

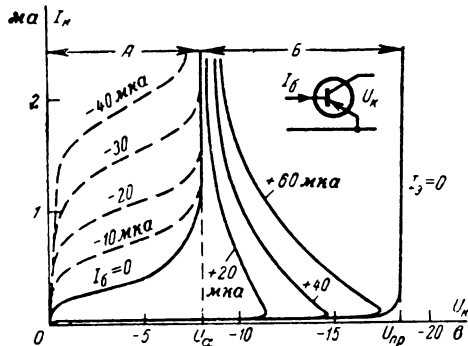


Рис. 9-109. Статические характеристики лавинного транзистора структуры *p-n-p*.

А — активная область, используемая у обычного транзистора; *Б* — область рабочих режимов лавинного транзистора.

Пороговое напряжение лавинного транзистора, при котором $\alpha = 1$, составляет:

$$U_\alpha = U_{пр} \sqrt[n]{1 - \alpha_0}, \qquad (9\text{-}242)$$

где $U_{пр}$ — пробивное напряжение коллекторного *p-n* перехода;

n — постоянная, равная 3 для германиевого транзистора структуры *p-n-p*;

α_0 — начальное значение α (при низком коллекторном напряжении).

Поскольку коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером выражается соотношением

$$\beta = \frac{dI_к}{dI_б} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \qquad (9\text{-}243)$$

то при приближении α к единице он стремится к бесконечности, чем и обусловлено резкое нарастание коллекторного тока при напряжении U_α в отсутствие тока базы (кривая $I_б = 0$ на рис. 9-109).

Приложение к эмиттерному *p-n* переходу обратного напряжения, вызывающего в цепи базы ток обратного направления ($I_б > 0$), задерживает развитие лавинного пробоя в цепи коллектор — эмиттер. Но после возникновения условий пробоя при более высоком напряжении (когда возрастающий обратный ток коллектора скомпенсирует запирающий ток в цепи базы) напряжение может быть понижено почти до величины U_α.

Четырехслойный диод *p-n-p-n*, или *динистор,* представляет собой структуру, состоящую из трех *p-n* переходов, из которых один (средний) включен навстречу двум другим (крайним). При рабочей полярности внешнего напряжения (рис. 9-110, *а*) крайние *p-n* переходы смещены в прямом

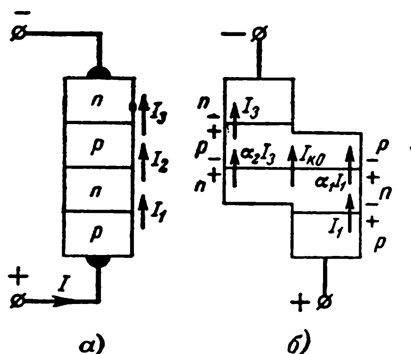


Рис. 9-110. Структура четырехслойного диода (*а*) и эквивалентная комбинация из двух транзисторов (*б*).

направлении и могут быть уподоблены эмиттерным переходам двух транзисторов структур *p-n-p* и *n-p-n*, а средний *p-n* переход смещен в обратном направлении и является как бы общим коллекторным *p-n* переходом этих транзисторов (рис. 9-110, *б*). При этом ток среднего *p-n* перехода можно представить в виде суммы:

$$I_2 = \alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_3 + I_{\text{к0}},$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты усиления по току двух составляющих *p-n-p-n* структуру транзисторов, а $I_{\text{к0}}$ — обратный ток среднего *p-n* перехода. Поскольку через все *p-n* переходы проходит один и тот же ток ($I_1 = I_2 = I_3 = I$), его величина определяется соотношением

$$I = \frac{I_{\text{к0}}}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2)}.$$

Очевидно, при условии $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ток I будет бесконечно нарастать, т. е. произойдет пробой. Оба коэффициента усиления α_1 и α_2 возрастают от весьма малых значений (0,1—0,2) по мере увеличения тока, который первоначально определяется значением $I_{\text{к0}}$ и растет при повышении напряжения. При некотором напряжении ($U_{\text{пр}}$ на рис. 9-111) сумма $\alpha_1 + \alpha_2$ достигает значения 1 и ток I лавинообразно увеличивается. Поскольку при этом может происходить дальнейшее увеличение α_1 и α_2, условие $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ продолжает выполняться при все меньшем и меньшем напряжении и в вольтамперной характеристике появляется участок отрицательного сопротивления (*АБ* на рис. 9-111). Вслед за этим идет область весьма низкого сопротивления (*БВ*), в которой через прибор проходят большие токи при малом падении напряжения.

Выключение тока в цепи четырехслойного диода происходит при снижении тока через диод до величины, меньшей чем $I_{\text{выкл}}$ (рис. 9-111).

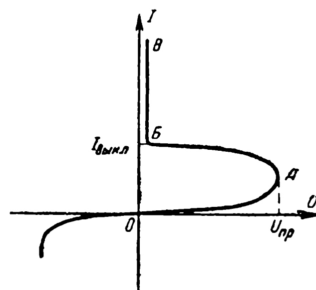


Рис. 9-111. Вольт-амперная характеристика четырехслойного диода.

Четырехслойные диоды выполняются из кремния, причем ток в запертом состоянии (до наступления пробоя) обычно не превышает десятков микроампер, пробивные напряжения составляют десятки — сотни вольт, а падение напряжения во включенном состоянии — порядка 1 *в*.

Управляемый четырехслойный переключатель или ***тиристор,*** отличается от четырехслойного диода наличием дополнительного вывода от одного из крайних *p-n* переходов (рис. 9-112). Этот вывод позволяет независимо от величины напряжения в переключаемой цепи управлять током одного из эмиттеров и, изменяя этим самым коэффициент α_1, создавать условия пробоя всей структуры. Семейство статических характеристик такого прибора при различных величинах прямого тока управляющего эмиттера показано на рис. 9-113. Для включения достаточно ввести в цепь эмиттера кратковременный импульс тока существенно меньшей величины, чем ток в цепи нагрузки. Выключение же обычно осуществляется, как и в неуправляемом четырехслойном диоде, путем снижения тока в цепи нагрузки. Однако в принципе возможно выключение тиристора и путем подачи в цепь управляющего эмиттера достаточного импульса тока обратного направления. Этот принцип реализуется в специальных тиристорах с выключением по входной цепи.

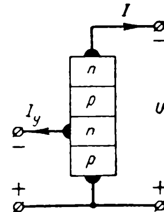


Рис. 9-112. Структура управляемого четырехслойного переключателя.

Важную разновидность управляемых многослойных переключателей образуют так называемые кремниевые управляемые вентили (КУВ). Это — мощные приборы, способные переключать токи в десятки и сотни ампер в цепях высокого напряжения (сотни вольт). Они находят большое

применение в управляемых выпрямителях с регулировкой фазы включения, в различных устройствах силового управления, автоматического регулирования (в том числе в системах электропривода), в инверторах тока и др.

Помимо структур *p-n-p-n*, в КУВ используют также структуру *p-n-p-m*, в которой один из крайних слоев полупровод-

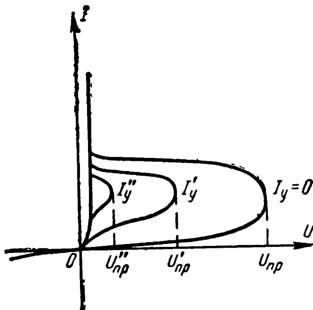


Рис. 9-113. Семейство статических характеристик управляемого четырехслойного переключателя.

ника заменен металлическим электродом (*m*). Контакт металл — полупроводник подобно *p-n* переходу в кремнии используется в качестве эмиттера, эффективность которого повышается с увеличением тока и обеспечивает переход прибора из закрытого состояния в открытое при подаче соответствующего импульса управляющего тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берман Л. С., Новые радиотехнические полупроводниковые приборы. Серии «Полупроводники», вып. 8, изд. ленинградского Дома научно-технической пропаганды, 1963.

2. Берман Л. С., Нелинейная полупроводниковая емкость, Физматгиз, 1963.

3. Болошин и др., Полупроводники и их применение в технике, изд-во «Беларусь», 1963.

4. Горохов В. А., Эквивалентные схемы и параметры фотодиодов и фототранзисторов, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 10, изд-во «Советское радио», 1963.

5. Данлэп У., Введение в физику полупроводников, ИЛ, 1959.

6. Иоффе А. Ф., Физика полупроводников, Изд-во АН СССР, 1957.

7. Иоффе А. Ф., Полупроводниковые термоэлементы, Изд-во АН СССР, 1956.

8. Каменецкий Ю. А., Эквивалентные схемы кристаллических триодов, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 2, изд-во «Советское радио», 1957.

9. Куделин К. М., О расчете теплоотвода для мощных транзисторов, Радиотехника, т. 19, № 2, 1964.

10. Маранц В. Г., Маркович М. И., Петрова Л. П., Параметры, характеризующие транзисторы, предназначенные для применения в импульсных схемах, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 6, изд-во «Советское радио», 1960.

11. Миддлбрук Р. Д., Введение в теорию транзисторов, Атомиздат, 1960.

12. Николаенко Н. С., Температурная стабилизация и компенсация полупроводниковых усилителей, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 9, изд-во «Советское радио», 1963.

13. Пасынков В. В., Савельев Г. А., Чиркин Л. К., Нелинейные полупроводниковые сопротивления, Судпромгиз, 1962.

14. Полупроводники в науке и технике, т. 1, Изд-во АН СССР, 1957.

15. Полупроводники в науке и технике, т. 2, Изд-во АН СССР, 1958.

15а. Полупроводниковые управляемые вентили, сборник статей под ред. В. Г. Комара и В. А. Лабунцова, Госэнергоиздат, 1962.

16. Потрясай В. Ф., Рыжов А. С., Сутягин В. Я., Шумы транзисторов, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 5, изд-во «Советское радио», 1960.

17. Рыжов А. С. и др., Экспериментальное исследование шумовых свойств отечественных транзисторов дрейфового типа, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 9, изд-во «Советское радио», 1963.

18. Савельев С. А., Челноков О. А., Высокочастотные параметры и эквивалентная схема транзистора П411, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 10, изд-во «Советское радио», 1963.

19. Самохвалов М. М., Германиевые сплавные диффузионные триоды, Госэнергоиздат, 1962.

20. Смит Р., Полупроводники, ИЛ, 1962.

21. Спиридонов Н. С., Расчет параметров дрейфового триода с учетом зависимости подвижности носителей от концентрации примеси в базе, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 6, изд-во «Советское радио», 1960.

22. Степаненко И. П., Основы теории транзисторов и транзисторных схем, Издание второе, Изд-во «Энергия», 1967.

23. Федотов Я. А., Основы физики полупроводниковых приборов, изд-во «Советское радио», 1963.

24. Фокина В. Ф., Исследование коэффициента шума транзисторов типа П416, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», вып. 10, изд-во «Советское радио», 1963.

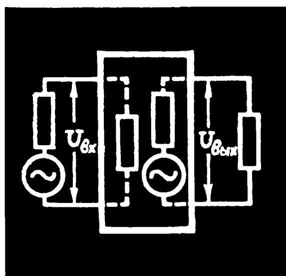
25. Черне Х. И., Взаимосвязь между параметрами полупроводникового триода в различных схемах его включения, Радиотехника, т. 13, № 2, 1958.

26. Фомина В. Ф., Исследование коэффициента шума транзисторов, сб. «Полупроводниковые приборы и их усиление», вып. 10, стр. 299, вып. 12, стр. 76, изд-во «Советское радио», 1963, 1964.

27. Недолужко И. Г., Каганов И. Л., Расчет переходных процессов в полупроводниковых триодах методом заряда, сб. «Полупроводниковые приборы и их усиление», вып. 13, стр. 228, изд-во «Советское радио», 1965.

28. Тищенко Н. М., Малышкин В. Г., Динисторы и тиристоры и их применение в автоматике, Биб-ка по автоматике, вып. 163, изд-во «Энергия», 1966.

29. Кремниевые управляемые вентили-тиристоры. Технический справочник, изд-во «Энергия», 1964.



РАЗДЕЛ 10

ЭЛЕКТРОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ



СОДЕРЖАНИЕ

10-1. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСИЛИТЕЛЕЙ

Источник сигнала, нагрузка и коэффициент усиления

В общем случае необходимость применения усилителя возникает при условии, что мощность источника сигнала недостаточна для нормального функционирования исполнительного устройства («нагрузки»). Поэтому любой усилитель по существу является *усилителем мощности.* Но на практике это название предпочитают применять лишь в тех случаях, когда внутреннее сопротивление источника сигнала соизмеримо с входным сопротивлением усилителя, а сопротивление нагрузки — с выходным сопротивлением усилителя ($R_г \approx R_{вх}$ и $R_{вых} \approx R_н$, рис. 10-1), т. е. когда во входной и выходной цепях усилителя выполняются условия, близкие к согласованию. Именно это часто бывает в транзисторных усилителях.

При точном согласовании, например, на входе ($R_г = R_{вх}$) источник сигнала отдает максимальную мощность, равную половине вырабатываемой им мощности:

$$P_{г.расп} = \frac{E_г^2}{2(R_г + R_{вх})} = \frac{E_г^2}{4R_г}. \quad (10\text{-}1)$$

Величина $P_{г.расп}$ является характеристикой источника и называется *располагаемой мощностью.*

Коэффициент усиления по мощности — отношение мощности $P_н$, развиваемой усилителем в нагрузочном сопротивлении, к

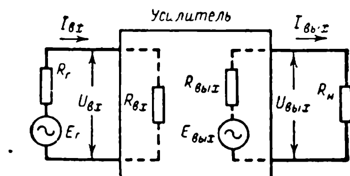


Рис. 10-1. Обозначение сопротивлений, напряжений и токов во входной и выходной цепях усилителя.

мощности $P_{вх}$, отдаваемой источником сигнала во входную цепь усилителя:

$$K_P=\frac{P_н}{P_{вх}}=\frac{U^2_{вых}}{U^2_{вх}}\cdot\frac{G_н}{G_{вх}}=\frac{I^2_{вых}}{I^2_{вх}}\cdot\frac{R_н}{R_{вх}}, \quad (10\text{-}2)$$

где $G_н$, $G_{вх}$ — активные проводимости нагрузки и входа.

Этот коэффициент часто называют *рабочим коэффициентом* усиления по мощности в отличие от *максимального* коэффициента усиления по мощности K_{Pc}, который достигается при точном согласовании ($R_г=R_{вх}$; $R_{вых}=R_н$) и равен отношению располагаемых мощностей на выходе усилителя и источника сигнала:

$$K_{Pc}=\frac{\dfrac{E^2_{вых}}{4R_{вых}}}{\dfrac{E^2_г}{4R_г}}=\frac{E^2_{вых}}{E^2_г}\cdot\frac{R_г}{R_{вых}}\geqslant K_P, \quad (10\text{-}3)$$

где $E_{вых}$ — э. д. с. выходной цепи.

Если сопротивление нагрузки выхода усилителя много больше его выходного сопротивления ($R_н\gg R_{вых}$), то выход усилителя работает в режиме, близком к холостому ходу и развивает на нагрузке напряжение $U_{вых}$, практически равное э. д. с. $E_{вых}$, а выходные ток и мощность пренебрежимо малы. Такой режим называется *потенциальным выходом.* При обратном соотношении ($R_н\ll R_{вых}$) выход усилителя работает в режиме, близком к короткому замыканию, выходной ток близок к $E_{вых}/R_{вых}$, а выходные напряжение и мощность пренебрежимо малы. Такой режим называется *токовым выходом.*

Аналогично при $R_{вх}\gg R_г$ входные ток и мощность пренебрежимо малы и сигнал на входе характеризуется только входным напряжением $U_{вх}$, близким к $E_г$. В этом случае усилитель считается имеющим *управление напряжением.* При обратном соотношении $R_{вх}\ll R_г$ сигнал на входе характеризуется только входным током, близким к $E_г/R_г$, и выходные ток и напряжение пренебрежимо малы. В таком случае усилитель считается имеющим *управление током.*

Если усилитель управляется напряжением и имеет потенциальный выход, то он называется *усилителем напряжения* и его основной характеристикой служит *коэффициент усиления по напряжению,* не зависящий от свойств источника сигнала и нагрузки

$$K_0=\frac{U_{вых}}{U_{вх}}. \quad (10\text{-}4)$$

Усилителями напряжения являются предварительные каскады ламповых усилителей и оконечные каскады видеоусилителей, нагрузкой которых служат электроннолучевые трубки с электростатическим отклонением луча.

Вследствие хорошо разработанной методики измерений понятие о коэффициенте усиления напряжения применяют также к транзисторным усилителям, хотя отмеченные выше условия в них часто не выполняются. При этом K_0 зависит не только от свойств самого усилителя, но также от его нагрузки. В общем случае различают коэффициенты усиления по напряжению *от входа* усилителя

$$K_0=\frac{U_{вых}}{U_{вх}} \quad (10\text{-}5а)$$

и от *э. д. с. источника* сигнала

$$K_E=\frac{U_{вых}}{E_г}. \quad (10\text{-}5б)$$

Последняя величина учитывает не только усиление напряжения сигнала в самом усилителе, но также его ослабление делителем $R_гR_{вх}$ в цепи входа; она определяется не только свойствами самого усилителя, но также сопротивлением источника сигнала.

Если усилитель управляется током и имеет токовый выход, то его называют *усилителем тока* и характеризуют *коэффициентом усиления тока*

$$K_I=\frac{I_н}{I_{вх}}. \quad (10\text{-}5в)$$

Рассмотренные показатели связаны следующими соотношениями

$$K_E=\frac{R_{вх}}{R_г+R_{вх}}\cdot K_0;\quad K_0=\sqrt{K_P\frac{G_{вх}}{G_н}};$$

$$K_I=\sqrt{K_P\frac{R_{вх}}{R_н}}. \quad (10\text{-}6)$$

Помимо перечисленных случаев с однородными условиями во входной и выходной цепях, возможны любые комбинации условий согласования, холостого хода и короткого замыкания, причем удобными характеристиками эффективности усилителей становятся размерные величины, например *проводимость (крутизна) усиления*

$$S=\frac{I_{вых}}{U_{вх}}. \quad (10\text{-}7)$$

для усилителя, управляемого напряжением с токовым выходом.

В тесной связи со способами описания усилительных свойств усилителя оказываются два параметра — *входное* и *выходное сопротивления* (или *проводимости*) усилительного устройства. В относительно широкой полосе частот эти сопротивления бывают чисто активными, но в областях низших и высших частот они могут быть комплексными величинами.

Форма усиливаемых сигналов и разновидности усилителей

В соответствии с характером изменений напряжения (тока), которые должны воспроизводиться после усиления в цепи нагрузки, различают два основных класса усилителей: усилители постоянного тока и усилители переменного тока.

Усилители постоянного тока усиливают сколь угодно медленные изменения входного напряжения (тока), для чего в сигнальных цепях таких усилителей исключается применение разделительных конденсаторов и трансформаторных связей.

Усилители переменного тока предназначаются для усиления колебаний, частота которых превышает некоторое граничное значение $f_н$. При этом широко применяют реактивные элементы связи, значительно облегчающие построение усилителей.

В зависимости от формы усиливаемых сигналов и требований к сохранению тех или иных характеристик этих сигналов усилители подразделяются на ряд типов. Если к усилителю предъявляется только одно из требований — прямой пропорциональности среднего значения напряжения (тока) в цепи нагрузки среднему значению входного напряжения, то такие усилители называются *усилителями среднего значения.* В более общем случае от усилителей требуют одинакового коэффициента усиления при подаче на вход синусоидальных колебаний любой частоты в пределах некоторой полосы частот от $f_н$ до $f_в$. Если полоса частот $\Delta f = f_в - f_н$ достаточно широка и приходится принимать особые меры для достижения постоянства коэффициента усиления, то усилитель часто называют *широкополосным.*

Широкополосные усилители, в которых производится коррекция фазовых сдвигов для различных гармонических составляющих входного сигнала, называются *видеоусилителями* и применяются в осциллографии и телевизионной технике. Разновидностью видеоусилителей являются *импульсные усилители*, предназначенные для усиления только импульсных сигналов.

При необходимости выделения особо слабых сигналов, действующих в узкой полосе частот, при наличии помех применяются *избирательные усилители,* которые наряду с усилением полезных сигналов эффективно ослабляют относительный уровень помех на частотах, лежащих за пределами рабочей полосы частот. Такие усилители применяются в радиоприемных устройствах, в измерительной технике и в системах телеуправления.

Частотные характеристики усилителей

Любой параметр, характеризующий усиление синусоидального колебания и связывающий напряжения или токи на входе и выходе усилителя, называется *коэффициентом передачи.* Приведенные выше выражения (10-2)—(10-7) коэффициентов передачи характеризуют работу усилительного устройства в установившемся режиме при воздействии на вход синусоидального колебания определенной частоты. Эти коэффициенты в общем случае зависят от частоты входного сигнала и могут быть представлены комплексной величиной вида

$$\dot{K}(j\omega) = K(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (10\text{-}8)$$

которая называется *передаточной функцией* в частотной форме. Здесь модуль $K(\omega)$ характеризует отношение амплитуды выходного сигнала усилителя к амплитуде входного, а аргумент $\varphi(\omega)$ — сдвиг по фазе колебаний на выходе усилителя относительно фазы входных колебаний. Зависимость от частоты модуля $K(\omega)$ называется *амплитудно-частотной характеристикой,* а аргумента $\varphi(\omega)$ — *фазочастотной характеристикой* усилителя.

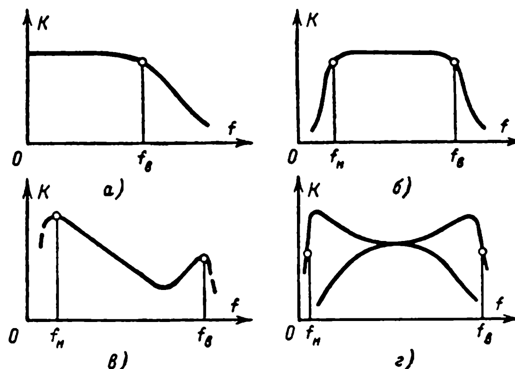


Рис. 10-2. Амплитудно-частотные характеристики усилителей.

а — постоянного тока; *б* — широкополосного; *в* — корректирующего усилителя воспроизведения магнитофонной записи; *г* — низкочастотного усилителя радиовещательного приемника с регулировкой тембра.

У усилителей постоянного тока амплитудно-частотная характеристика имеет такой же вид, как у фильтра нижних частот (рис. 10-2, *а*), а у усилителей переменного тока — как у полосового фильтра (рис. 10-2, *б*). Соответственно вводятся представления о *граничных частотах усиления* (нижней $f_н$ и высшей $f_в$), на которых усиление снижается до определенного уровня

$$K(f_н) = \frac{K_0}{M_н}; \quad K(f_в) = \frac{K_0}{M_в}, \qquad (10\text{-}9)$$

где K_0 — номинальный коэффициент усиления (на некоторой средней частоте), а $M_н$

и $M_в$ — *коэффициенты частотных искажений* на низшей и высшей граничных частотах. В зависимости от предъявляемых к усилителю требований значения $M_н$ и $M_в$ выбираются в пределах от 1,4 до 3—5. Если величины $M_н$ и $M_в$ не оговариваются, то обычно предполагают $M_н = M_в = \sqrt{2}$ (снижение усиления на 3 *дб*).

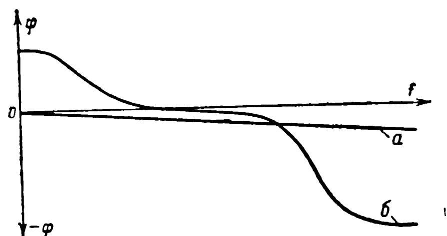


Рис. 10-3. Фазо-частотные характеристики.

а — идеального усилителя, не вносящего фазовых искажений; *б* — реального усилителя.

У *корректирующих усилителей*, предназначенных для исправления амплитудно-частотных искажений других звеньев тракта или для подчеркивания и ослабления определенных составляющих усиливаемого сигнала, заранее предусматривается неравномерная амплитудно-частотная характеристика (например, рис. 10-2, *в*) или возможность ее регулирования (рис. 10-2, *г*). При этом граничные частоты $f_н$ и $f_в$ должны характеризовать область частот, в пределах которой отклонения реальной характеристики от заданной не превышают определенной величины (например, 3 *дб*).

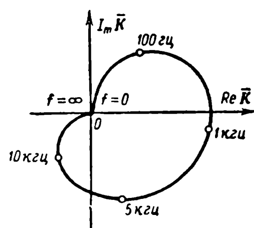


Рис. 10-4. Амплитудно-фазовая характеристика коэффициента усиления.

Для видеоусилителей не менее важной является фазо-частотная характеристика. Для сохранения формы сложных колебаний не обязательно требовать пренебрежимо малые фазовые сдвиги во всей полосе частот, присутствующих в этих колебаниях. Достаточным условием является прямая пропорциональность фазового сдвига частоте, так как при этом все гармонические составляющие претерпевают одинаковую временную задержку, причем выходной сигнал лишь сдвигается во времени относительно входного. Такое условие выполняется в том случае, если фазо-частотная характеристика линейна (рис. 10-3, *а*). На практике линейную форму имеет лишь ограниченный участок фазо-частотной характеристики (рис. 10-3, *б*). Под фазовыми искажениями принято понимать отклонение фазо-частотной характеристики в заданной полосе частот от линейной.

Сведения, содержащиеся в амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиках, сочетает в себе *амплитудно-фазовая характеристика* (рис. 10-4), представляющая собой годограф вектора коэффициента усиления $K(j\omega)$ в комплексной плоскости при изменении частоты ω от нуля до бесконечности. Длина радиуса-вектора этой характеристики указывает величину модуля коэффициента усиления $K(\omega)$, а угол, образуемый вектором с положительным направлением вещественной оси, — аргумент $\varphi(\omega)$. Для установления связи модуля и аргумента коэффициента усиления с частотой на амплитудно-фазовой характеристике отмечают ряд точек, соответствующих определенным частотам.

Переходная характеристика

Наряду с частотными характеристиками, опирающимися на метод гармонического анализа, для определения искажений формы сложного колебания применяются переходные характеристики, иллюстрирующие форму выходного напряжения или тока при воздействии на вход усилителя скачка напряжения или тока (рис. 10-5).

Переходные искажения состоят в задержке выходного сигнала на некоторое *время запаздывания* $t_з$, в уменьшении крутизны фронта, из-за чего появляется конечное *время нарастания* $t_н$, и в постепенном спаде вершины, который можно охарактеризовать *временем спада* $t_с$. При расширении полосы

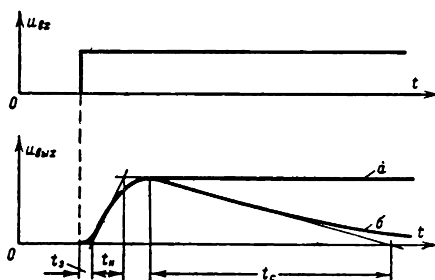


Рис. 10-5. Переходная характеристика усилителей.

а — постоянного тока; *б* — переменного тока.

усиливаемых частот в область более высоких частот уменьшаются искажения фронта (сокращаются времена $t_з$ и $t_н$), а при понижении нижней граничной частоты уменьшается спад вершины (возрастает время $t_с$). У усилителей постоянного тока ($f_н = 0$) пе-

реходная характеристика не обнаруживает спада вершины ($t_c = \infty$). Таким образом, между переходной и частотной характеристиками имеется жесткая связь.

Применяются различные критерии отсчета времен $t_з$, $t_н$, t_c. В импульсной технике время запаздывания $t_з$ обычно отсчитывают до момента, пока выходной сигнал не достигнет 0,5 своего максимального значения, а времена нарастания и спада — между уровнями 0,1—0,9 на переднем и заднем фронтах соответственно. В других случаях, в частности для транзисторных схем, отсчет времени $t_з$ производится на уровне 0,1. Наконец, при условии, что переходная характеристика легко аппроксимируется экспонентами, вместо времен $t_н$ и t_c удобно вводить соответствующие этим экспонентам постоянные времени, а время $t_з$ отсчитывать до момента начала экспоненты, описывающей нарастание (рис. 10-5).

Аналитическое выражение переходной характеристики при единичном скачке входного напряжения $\Delta U_{вх} = 1$ *в(мв)* или тока $\Delta I_{вх} = 1$ *а(ма, мка)* называется ***переходной функцией*** и обозначается $h(t)$. Отношение $h(t)/K_0 = h^*(t)$ называется нормированной переходной функцией (характеристикой).

Переходная функция или ее параметры $t_з$, $t_н$ и t_c непосредственно характеризуют искажения прямоугольных импульсов и потому широко применяются вместо частотных характеристик для описания качества импульсных усилителей. В сочетании с интегралом Дюамеля (см. § 5-2) переходная функция позволяет определить форму выходного сигнала усилителя при любой форме входного сигнала.

Уровень усиливаемых сигналов, амплитудная характеристика, нелинейные искажения

В наиболее общем виде уровень электрического сигнала описывается его мощностью. Абсолютные значения мощности входного и выходного сигналов усилителя характеризуют его чувствительность и выходную мощность соответственно. При фиксированных значениях входного сопротивления усилителя $R_{вх}$ и сопротивления нагрузки $R_н$ с мощностями однозначно связаны напряжения и токи входного и выходного сигналов.

Сопоставление уровней сигналов на входе и выходе усилителя в децибелах безусловно справедливо при использовании коэффициента усиления по мощности:

$$\textit{Усиление в децибелах} = 10 \lg K_P, \quad (10\text{-}10)$$

а перевод в децибелы отношений напряжений или токов — лишь при учете соотношений между сопротивлениями $R_{вх}$ и $R_н$:

$$\textit{Усиление в децибелах} = 20 \lg K_U + 10 \lg \frac{G_н}{G_{вх}} = 20 \lg K_I + 10 \lg \frac{R_н}{R_{вх}}. \quad (10\text{-}11)$$

В редких случаях бывает $R_н = R_{вх}$ (например, у согласованных с волновым сопротивлением линии промежуточных усилителей в системах дальней связи), тогда второй член обращается в нуль и

$$20 \lg K_U = 20 \lg K_I = 10 \lg K_P.$$

При достаточно низком уровне входного сигнала любой усилитель обладает свойствами линейной электрической цепи и амплитуда выходного напряжения прямо пропорциональна амплитуде входного напряже-

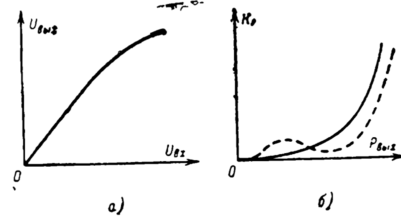


Рис. 10-6. Амплитудная характеристика усилителя (*а*) и зависимость коэффициента нелинейных искажений от выходной мощности (*б*).

ния (коэффициент усиления не зависит от величины сигнала). В связи с наличием нелинейных свойств у всех усилительных приборов по мере увеличения входного сигнала прямая пропорциональность между амплитудами входного и выходного напряжений нарушается, коэффициент усиления начинает зависеть от величины усиливаемого сигнала. Зависимость амплитуды первой гармоники выходного напряжения (тока) от амплитуды входного напряжения (тока) при синусоидальной форме входного сигнала называется *амплитудной характеристикой* (рис. 10-6, *а*).

Во многих случаях амплитудная характеристика оказывается слишком грубым средством оценки линейности усилителя и вводится представление о ***коэффициентах нелинейных искажений,*** зависящих от уровня сигнала.

При воздействии на вход усилителя одного чисто синусоидального сигнала мерой нелинейности является ***коэффициент гармонических искажений*** — выраженное в процентах отношение среднеквадратичного значения амплитуд высших гармоник (A_2, A_3...) к амплитуде колебания основной частоты (A_1) на выходе усилителя:

$$K_г = 100 \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} A_i^2}}{A_1}. \quad (10\text{-}12)$$

В зависимости от схемы и режима работы усилителя в выходном сигнале могут преобладать либо четные ($i=2$, 4...) либо нечетные ($i=3$, 5...) гармоники, но так или иначе с увеличением номера амплитуда гармоник убывает. Поэтому часто ограничиваются учетом наиболее значительных первых двух-трех высших гармоник.

Наряду с общим коэффициентом гармонических искажений рассматривают частичные коэффициенты второй, третьей и т. д. гармоник:

$$K_{г2} = 100\frac{A_2}{A_1}; \qquad (10\text{-}12а)$$

$$K_{г3} = 100\frac{A_3}{A_1} \qquad (10\text{-}12б)$$

и т. д.

При повышении уровня усиливаемого сигнала коэффициенты гармонических искажений возрастают (рис. 10-6, *б*), но в некоторых случаях эта зависимость может быть немонотонной (штриховая линия на рис. 10-6, *б*).

При подаче на вход усилителя нескольких синусоидальных колебаний различных частот f_1, f_2, f_3 ..., что в некотором смысле равноценно воздействию колебания сложной формы, нелинейность усилителя приводит к появлению в выходном сигнале отсутствовавших во входном сигнале колебаний комбинационных частот типа

$$kf_1 \pm lf_2; \quad mf_1 \pm nf_3; \quad pf_2 \pm qf_3 \ldots,$$

где k, l, m, n, p, q — целые числа (1, 2, 3 ...). В ряде случаев подобные новообразования бывают более вредными, чем появление гармоник. Для их описания вводится ***коэффициент интермодуляционных искажений***, или ***коэффициент взаимной модуляции***. При этом рассматривается воздействие на вход усилителя только двух чисто синусоидальных колебаний различных частот f_1 и f_2 (обычно f_1 выбирается в районе низших усиливаемых частот, а f_2 — в районе высших, так что $f_2 \gg f_1$). Обусловливается также отношение амплитуд обоих колебаний, например $A_1 : A_2 = 4$. При этом интермодуляционные

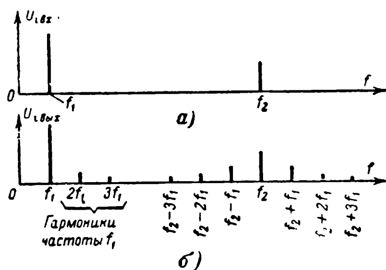


Рис. 10-7. **Спектр входного сигнала** (*а*) **и сигнала на выходе усилителя** (*б*) **при наличии интермодуляционных искажений.**

искажения проявляются в форме амплитудной модуляции более высокочастотного колебания основной частотой и гармониками низкочастотного колебания (рис. 10-7), т. е. появляются комбинационные колебания с частотами

$$f_2 \pm f_1; \quad f_2 \pm 2f_1; \quad f_2 \pm 3f_1 \ldots,$$

являющимися боковыми частотами высокочастотного колебания f_2.

Коэффициентом интермодуляционных искажений называют выраженное в процентах отношение среднеквадратичной амплитуды колебаний боковых частот к амплитуде высокочастотного колебания на выходе усилителя:

$$K_м = 100 \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(A_{f_2+nf_1} + A_{f_2-nf_1}\right)^2}}{A_{f_2}}. \qquad (10\text{-}13)$$

Шумы, фон

В отсутствие входного сигнала на выходе усилителя можно обнаружить конечное напряжение шумов.

У усилителей низкой частоты, питаемых от сети переменного тока, этот шум зачастую представляет собой пульсации с частотой напряжения сети (F_c) и ее гармониками ($2F_c$, $3F_c$ ...) — так называемый фон переменного тока. Уровень фона определяют отношением его действующего напряжения на выходе усилителя к действующему напряжению выходного сигнала при максимальном уровне:

$$K_ф = \frac{U_ф}{U_в} \qquad (10\text{-}14)$$

и выражают либо в процентах ($100\ K_ф$), либо отрицательным числом децибел ($20\lg K_ф$).

Если приняты меры, предотвращающие появление фона, в частности у усилителей с питанием от батарей, выходные шумы могут представлять собой электрические флюктуации, обусловленные шумами усилительных приборов и других компонентов усилителя (собственные шумы усилителя), а также усиленный шум внутреннего сопротивления источника сигнала. Для сопоставимой оценки шумовых свойств различных усилителей предполагают, что шумы внутреннего сопротивления $R_г$ источника сигнала имеют тепловое происхождение и описываются формулой Найквиста для э. д. с. теплового шума:

$$\overline{E^2_{ш.г}} = 4kT_0R_г\,\Delta f, \qquad (10\text{-}15)$$

где k — постоянная Больцмана ($1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град*); T_0 — температура, принимаемая равной 290° К, а Δf — эффективная полоса усиливаемых частот,

$$\Delta f = \frac{1}{K_0^2}\int\limits_0^{\infty} K^2(f)\,df, \qquad (10\text{-}16)$$

где $K(f)$ — амплитудно-частотная характеристика коэффициента усиления; K_0 — его номинальное значение. Несмотря на то что в цепи, состоящей из сопротивлений, подчиняющихся формуле Найквиста и находящихся при одинаковой температуре, не может происходить направленная передача мощности шума, формальное использование

представлений о располагаемой мощности шумов не приводит к ошибкам при вычислениях, основанных на законах линейных цепей, и упрощает расчеты. Так, располагаемая мощность тепловых шумов составляет

$$P_{ш.г}=\frac{\overline{E^2_{ш.г}}}{4R_г}=kT_0\Delta f \qquad (10\text{-}17)$$

и не зависит от величины сопротивления $R_г$; отношение входных мощностей сигнала и шума на входе усилителя равно отношению располагаемых мощностей сигнала и шума источника

$$\frac{P_{с.вх}}{P_{ш.вх}}=\frac{P_{с.вх.расп}}{P_{ш.г}}=\frac{E^2_г}{\overline{E^2_{ш.г}}} \qquad (10\text{-}18)$$

и не зависит от входного сопротивления усилителя (предполагается, что входное сопротивление в рассматриваемой полосе частот не создает эффектов избирательности).

Влияние собственных шумов усилителя удобно описывать *коэффициентом шума Ш*, который показывает, во сколько раз отношения мощностей сигнала и шума на выходе усилителя хуже этого же отношения на его входе, т. е.

$$Ш=\frac{\dfrac{P_{с.вх}}{P_{ш.вх}}}{\dfrac{P_{с.вых}}{P_{ш.вых}}}=\frac{P_{с.вх.расп}}{P_{с.вых}}\,\frac{P_{ш.вых}}{P_{ш.г}}=$$

$$=\frac{1}{K_{P_{расп}}}\,\frac{P_{ш.вых}}{kT_0\Delta f}, \qquad (10\text{-}19)$$

где $K_{P расп}$ — коэффициент усиления по мощности усилителя, вычисленный относительно располагаемой мощности источника сигнала,

$$K_{P_{расп}}=\frac{P_{с.вых}}{P_{с.вх.расп}}$$

(эта функция передачи не зависит от реализации условий согласования на входе).

У идеального бесшумного усилителя шумы на выходе появляются лишь вследствие усиления шума источника сигнала. При этом

$$P_{ш.вых}=K_{P.расп}kT_0\Delta f$$

и согласно (10-19) $Ш_{ид}=1$.

Коэффициент шума выражают в относительных единицах, как он непосредственно вычисляется по формуле (10-19), или в децибелах (10 lg $Ш$).

Для усилителей напряжения часто применяют другой шумовой параметр — *эквивалентное шумовое сопротивление* $R_{ш.э}$. Эта величина определяется через приведенное ко входу напряжение $U_{ш.э}$ собственных шумов усилителя по формуле Найквиста:

$$R_{ш.э}=\frac{\overline{U^2_{ш.э}}}{4kT_0\Delta f}. \qquad (10\text{-}20)$$

Поскольку $T_0=290°\approx 300°$ К, формулы (10-15) и (10-20) приводятся к удобному для расчета виду:

$$U_ш=\frac{1}{8}\sqrt{R\Delta f}; \qquad (10\text{-}15а)$$

$$R=\frac{64\overline{U^2_ш}}{\Delta f}, \qquad (10\text{-}20а)$$

где R — в килоомах, Δf — в килогерцах, $U_ш$ — в микровольтах.

Для усилителей тока удобно пользоваться представлением об *эквивалентном токе шумящего насыщенного диода. Дробовой шум* электронного потока в насыщенном вакуумном диоде выражается формулой Шоттки:

$$\overline{I^2_ш}=2qI_0\Delta f, \qquad (10\text{-}21)$$

где q — заряд электрона, I_0 — величина тока насыщения. Таким образом, приведенный к входу шумовой ток $I_{ш.э}$ усилителя может быть представлен при помощи эквивалентного тока насыщения диода как

$$I_{0э}=\frac{\overline{I^2_{ш.э}}}{2q\Delta f}. \qquad (10\text{-}22)$$

Эквивалентное шумовое сопротивление связано с эквивалентным током насыщенного диода, включенного на в ы х о д е лампы, простым соотношением

$$R_{ш.э}=20\frac{I_{0э}}{S^2}, \qquad (10\text{-}23)$$

где S — крутизна усилительной лампы.

Динамический диапазон

Для достижения определенного качества усиленного сигнала приходится задавать, с одной стороны, минимально допустимое отношение сигнал/шум (или сигнал/фон), что ограничивает возможности уменьшения уровня усиливаемых сигналов, а с другой стороны — максимально допустимую нелинейность усилителя, что ограничивает наибольший уровень усиливаемых сигналов.

Отношение максимального сигнала к минимальному (в одной и той же точке усилителя, например на выходе) при определенных критериях качества усиления называется динамическим диапазоном усилителя.

Динамический диапазон D выражают в децибелах, причем

$$D=20\lg\frac{U_{макс}}{U_{мин}}=20\lg\frac{I_{макс}}{I_{мин}}=$$

$$=10\lg\frac{P_{макс}}{P_{мин}}, \qquad (10\text{-}24)$$

где максимальное и минимальное значения напряжения, тока или мощности могут относиться к любой, но одной и той же точке усилителя.

Приведенный к входу усилителя минимальный уровень усиливаемого сигнала при заданном отношении сигнал/шум на выходе называется *реальной чувствительностью.* Уровень входного сигнала, при котором достигается максимальный уровень выходного сигнала, ограничиваемого заданной нормой на коэффициент нелинейных искажений, иногда называют *номинальной чувствительностью.* В технике радиовещания и некоторых областях техники связи номинальным уровнем сигнала считается уровень, соответствующий 0,1 максимальной выходной мощности или, что практически то же самое, 0,3 максимального выходного напряжения.

Регулировки

Наиболее распространенной в усилителях регулировкой является *регулировка коэффициента усиления.* Основной характеристикой регулировки усиления является диапазон изменения коэффициента усиления. В усилителях низкой частоты радиовещательной аппаратуры регулятор усиления является *регулятором громкости* и часто сочетается с цепями *тонкомпенсации,* осуществляющими автоматическое изменение частотной характеристики усилителя в соответствии с кривыми равной слышимости уха человека

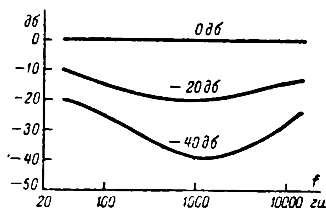


Рис. 10-8. Частотные характеристики регулятора громкости с тонкомпенсацией.

(рис. 10-8). В широкополосных и видеоусилителях, напротив, недопустимы какие-либо изменения частотной характеристики при регулировании усиления, и это требование заставляет принимать серьезные меры против паразитных эффектов, сопровождающих регулировку усиления.

Регулирование частотной характеристики заключается в изменении полосы усиливаемых частот или формы частотной характеристики усилителя.

При *регулировании полосы усиливаемых частот* могут раздельно изменяться нижняя и высшая граничные частоты (рис. 10-9, *а*, *б*) или обе частоты одновременно (рис. 10-9, *в*, *г*). Изменение полосы усиливаемых частот применяется для сохранения наибольшего объема полезной информации в присутствии помех.

Регулирование формы частотной характеристики является средством частотной коррекции информационного канала, позволяющим скомпенсировать частотные искажения в других звеньях, когда их характеристики непостоянны, или ввести преднамеренные частотные искажения, повышающие субъективное качество информации путем подчеркивания ее ценных компонент. Наиболее распространена регулировка формы частотной характеристики в усили-

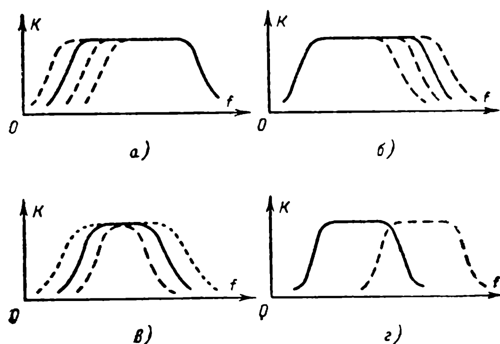


Рис. 10-9. Характеристики регуляторов полосы пропускания.

а, *б* — регулировка нижней и верхней граничных частот; *в* — регулировка ширины полосы усиливаемых частот; *г* — перестройка полосы усиливаемых частот.

телях звуковоспроизводящих устройств, где она называется также *регулировкой тембра* и осуществляется обычно в виде двух независимых регулировок коэффициента усиления на нижних и верхних частотах (см. рис. 10-2, *г*).

Характеристиками регуляторов тембра являются пределы относительного изменения коэффициента усиления (диапазон регулировки, обычно выражаемый в децибелах) и граничные частоты регулировок, отделяющие участок полосы частот, в пределах которого действует регулировка. В радиовещательной аппаратуре обычно оба регулятора тембра (нижних и верхних частот) имеют одну общую граничную частоту — около 1 *кгц*, причем диапазон регулировки отсчитывается вверх (положительным числом децибел) и вниз (отрицательным числом децибел) от уровня частотной характеристики на этой частоте.

Регулирование динамического диапазона представляет собой изменение исходного соотношения между максимальным и минимальным уровнями усиливаемых сигналов. Такое регулирование в некоторых случаях осуществляется вручную (например, тонмейстером) при помощи регулировки усиления в целях согласования динамического диапазона сигналов с динамическим диапазоном радиовещательного тракта.

Регуляторы, автоматически сужающие динамический диапазон, называются *компрессорами,* а регуляторы, автоматически расширяющие динамический диапазон усиливаемых сигналов, — *экспандерами.* Применение компрессора в начале канала связи с

высоким уровнем помех и экспандера на конце этого канала позволяет повысить отношение сигнал/помеха. Однако, являясь нелинейными системами, компрессор и экспандер увеличивают искажения усиливаемых сигналов и находят применение главным образом для передачи речевых сообщений в системах дальней связи при пониженных требованиях к качеству воспроизведения речи.

10-2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ УСИЛИТЕЛЕЙ

Усиление одного каскада на лампе или транзисторе обычно не превышает 30—40 *дб*, а в широкополосных и видеоусилителях снижается до 10—20 *дб*. Зачастую требуется значительно большее усиление, что вынуждает прибегать к многокаскадным схемам усилителей (рис. 10-10, *а*), общее усиление которых равно произведению коэффициентов усиления всех каскадов:

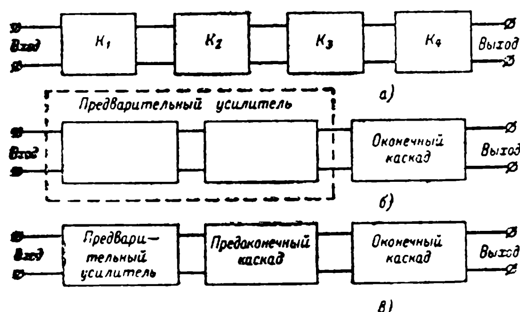


Рис. 10-10. Структурные схемы усилителей.
а — многокаскадный усилитель; *б* — усилитель с мощным оконечным каскадом; *в* — усилитель с выделенным предоконечным каскадом.

$$K_{общ} = K_1 K_2 K_3 \cdots \qquad (10\text{-}25)$$

В случаях, когда выходная мощность усилителя превышает 5—10% мощности, расходуемой на питание последнего (*выходного* или *оконечного*) каскада, этот каскад называют мощным усилителем, а все предшествующие каскады, в которых мощность сигнала пренебрежимо мала по сравнению с мощностью, расходуемой на их питание, объединяют под общим названием *предварительного* усилителя (рис. 10-10, *б*).

Экономичность питания усилителя часто зависит в основном от экономичности мощного оконечного каскада, в связи с чем в этом каскаде широко применяются двухтактная схема и режим ламп с сеточными токами. При этом к предшествующему каскаду могут предъявляться специфические требования: либо он должен осуществлять переход от однотактной схемы усиления к двухтактной, либо развивать значительную мощность, либо осуществлять требуемое соотношение между выходным сопротивлением предварительного усилителя и нелинейным входным сопротивлением оконечного каскада. В этих случаях предпоследний каскад называют *предоконечным* или *ведущим* и рассматривают особо (рис. 10-10, *в*).

Регулировку усиления предпочтительно осуществлять на входе усилителя, чтобы при появлении чрезмерно большого входного сигнала предотвратить перегрузку и нелинейные искажения уже в первом каскаде (рис. 10-11, *а*). Однако регулятор усиления может уменьшать отношение входного сигнала к собственным шумам усилителя; поэтому в высокочувствительных усилителях, работающих от источников весьма слабых сигналов (например, от микрофона или магнитофонной головки), целесообразно сначала поднять уровень сигнала до величины, при которой снижаются опасность наводок фона и влияние шумов, а лишь затем ставить регулятор усиления (после одного-двух каскадов, рис. 10-11, *б*). Цепи частотной коррекции, регуляторы тембра, переключатели полосы и автоматические регуляторы динамического диапазона обычно устанавливаются в предварительном усилителе (рис. 10-11, *б*) в тех местах, где сигнал уже значительно превышает уровень собственных шумов, но еще достаточно мал с точки зрения возможных нелинейностей (в ламповых усилителях при уровне сигнала в пределах 0,1—0,5 *в*, в транзисторных — до 10—50 *мв*).

Мощным средством достижения высоких качественных показателей усилительных устройств является *отрицательная обратная связь*. Ее широко применяют для снижения нелинейных искажений, стабилизации коэффициента усиления, расширения полосы усиливаемых частот, понижения выходного сопротивления и повышения входного сопротивления, снижения фона. Кроме того, регулирование глубины обратной связи позволяет осуществлять регулировку усиления, частотной характеристики и динамического диапазона, причем эти регулировки сопровождаются изменением других качественных показателей усилителя.

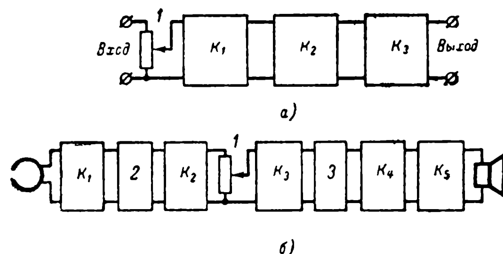


Рис. 10-11. Структурные схемы усилителей с регулировками.

а — усилитель с регулятором громкости (*1*); *б* — усилитель воспроизведения магнитофона: *1* — регулятор громкости; *2* — корректирующая цепь; *3* — регуляторы тембра.

Значительно реже используются положительные обратные связи, позволяющие повышать усиление, обострять частотные характеристики избирательных усилителей, поскольку положительная обратная связь оказывает дестабилизирующее влияние.

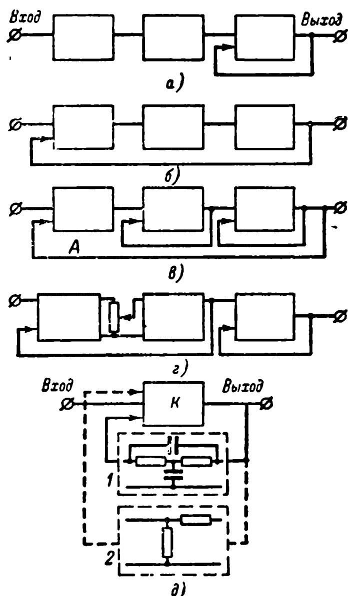


Рис. 10-12. Структурные схемы усилителей с обратной связью.

а, б — с одной петлей; *в, г* — с несколькими петлями; *д* — избирательного *RC*-усилителя.

Примеры структурных схем усилителей с обратной связью приведены на рис. 10-12. Различают схемы с одной (рис. 10-12, *а*, *б*) и несколькими (рис. 10-12, *в*, *г*) петлями обратной связи. Охват отрицательной обратной связью каскадов, в которых осуществляются регулировки усиления или частотной характеристики (рис. 10-12, *г*), как правило, не применяется, ибо это приводит к ослаблению эффективности регулировок. Для понижения выходного сопротивления усилителя и нелинейных искажений, основным источником которых обычно бывает оконечный каскад, применяют отрицательную обратную связь, охватывающую один или два последних каскада (рис. 10-12, *а*). При охвате глубокой обратной связью более двух каскадов может существенно ухудшиться устойчивость усилителя и требоваться коррекция фазовой характеристики. Сохранение высокой устойчивости облегчается при уменьшении глубины обратной связи в петле, охватывающей весь усилитель (рис. 10-12, *б*), и введении местных обратных связей в отдельных каскадах (рис. 10-12, *в*). При этом петлю *А* обратной связи на рис. 10-12, *в* называют главной.

На рис. 10-12, *д* представлена структурная схема избирательного усилителя, частотная характеристика которого формируется цепью частотно-зависимой отрицательной обратной связи *1*. Эта цепь построена так, что на некоторой частоте f_0 ее коэффициент передачи обращается в нуль и усиление в прямом канале возрастает до максимального значения. Добавление к этой схеме второй петли частотно-независимой положительной обратной связи *2* позволяет превратить усилитель в генератор синусоидальных колебаний частоты f_0. Применение подобного типа обратных связей лежит в основе избирательных *RC*-усилителей и *RC*-генераторов синусоидальных колебаний, которые представляют большой интерес для низкочастотной и инфранизкочастотной техники, где создание аналогичных *LC*-систем затруднено.

На рис. 10-13 приведены структурные схемы некоторых специальных типов усилителей.

Усилитель постоянного тока с промежуточным преобразованием медленно изменяющихся сигналов в переменное напряжение (рис. 10-13, *а*) применяется для усиления особо слабых сигналов (менее 10—20 *мв*), когда обычные усилители постоянного тока

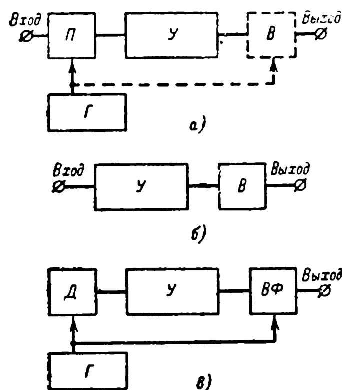


Рис. 10-13. Структурные схемы усилителей специальных типов.

а — усилитель постоянного тока с промежуточным преобразованием в переменный; *б* — усилитель среднего значения; *в* — фазочувствительный усилитель.

из-за присущего им дрейфа нуля (см. стр. 521) становятся малопригодными. В таком устройстве собственно усилителем является обычный усилитель переменного напряжения *У*, который для повышения помехоустойчивости может быть сделан избирательным с узкой полосой пропускания. На входе усилителя ставится прерыватель *П* (электромагнитный вибратор или специальная транзисторная схема, см. стр. 523), возбуждаемый от вспомогательного генератора *Г*. На выходе усилителя переменное напряжение при необходимости может быть

снова преобразовано в постоянный ток при помощи выпрямляющего устройства *В*, в качестве которого применяют обычный диодный выпрямитель, фазочувствительный детектор или синхронный прерыватель (последние две схемы позволяют сохранять полярность выходного сигнала в соответствии с полярностью входного сигнала).

Усилитель среднего значения (рис. 10-13, *б*) отличается наличием на его выходе выпрямителя, посылающего в цепь нагрузки постоянный ток, пропорциональный среднему значению усиливаемого сигнала. В качестве такого выпрямителя в устройствах автоматики часто используется непосредственно выходной двухтактный каскад усилителя с лампами или транзисторами, работающими в режиме *В* или в режиме переключения.

Фазочувствительный усилитель имеет аналогичную структурную схему (рис. 10-13, *в*), но схема выпрямителя *ВФ* предусматривает фазочувствительное выпрямление выходного сигнала, так что направление тока в цепи нагрузки изменяется при перевороте фазы входного сигнала. Датчиком входного сигнала *Д* в системах с фазочувствительными усилителями является пассивная цепь (вращающийся трансформатор, мостовая схема), получающая питание от того же источника переменного тока *Г*, который является опорным источником фазочувствительного выпрямителя (выходного каскада).

10-3. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

Ламповый усилитель с резистивно-емкостной (*RC*) связью

Усилитель по схеме, приведенной на рис. 10-14, применяется главным образом для усиления переменного напряжения низкой частоты (от 10—20 *гц* до 300—500 *кгц*). Он прост в налаживании, допускает сравнительно точный предварительный расчет большинства качественных показателей; от прочих ламповых усилителей отличается низкой стоимостью. Обладает высоким входным сопротивлением (порядка 1 *Мом*) и входной емкостью 10—100 *пф*. Выходное сопротивление в зависимости от коэффициента усиления и верхней граничной частоты составляет от нескольких килоом до 0,5—1 *Мом* при выходной емкости порядка 10 *пф*. Наибольшее усиление по напряжению и наиболее широкая полоса усиливаемых частот достигаются при использовании пентода (рис. 10-14, *б*). Максимальная амплитуда выходного напряжения при соответствующем выборе режима лампы может составлять до $^1/_3$ напряжения источника питания анодной цепи. Один каскад усиления с резистивно-емкостной связью изменяет полярность усиливаемых сигналов.

Эквивалентные схемы каскада, учитывающие только основные сигнальные цепи, приведены на рис. 10-15. Схему с генератором напряжения (рис. 10-15, *а*) чаще применяют для анализа триодного усилителя, а с генератором тока (рис. 10-15, *б*) — пентодного усилителя. Поскольку существует однозначная связь между параметрами эквивалентных генераторов напряжения и тока —

$$S = \frac{\mu}{R_i};\quad \mu = SR_i, \qquad (10\text{-}26)$$

всегда возможен переход от одной схемы к другой. Емкости $C_{вх}$, $C_{пр}$ и $C_{вых}$ представляют собой входную, проходную и выходную емкости лампы в сумме с шунтирующими их монтажными емкостями. Емкость

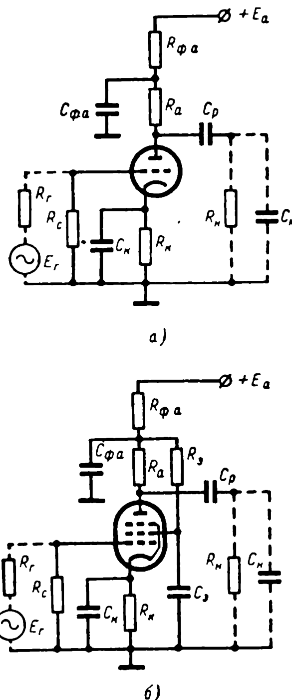


Рис. 10-14. Принципиальная схема усилителей с резистивно-емкостной связью на триоде (*а*) и на пентоде (*б*).

цепи нагрузки $C_н$ в многокаскадных усилителях является входной емкостью следующего каскада. Как правило, выбирается $C_р \gg C_н$, причем без сколько-нибудь заметной ошибки емкость $C_н$ можно перенести параллельно емкости $C_{вых}$ и учитывать соответствующим увеличением значения $C_{вых}$, что упрощает некоторые расчетные соотношения.

Область средних частот характеризуется пренебрежимым влиянием всех емкостей. При этом эквивалентные схемы обретают вид (рис. 10-15, *в*, *г*) и позволяют просто определить номинальный коэффициент усиления по напряжению:

$$K_0 = \frac{\mu}{1 + \dfrac{R_i}{R_{н.э}}} = \frac{SR_{н.э}}{1 + \dfrac{R_{н.э}}{R_i}} = SR_э, \quad (10\text{-}27)$$

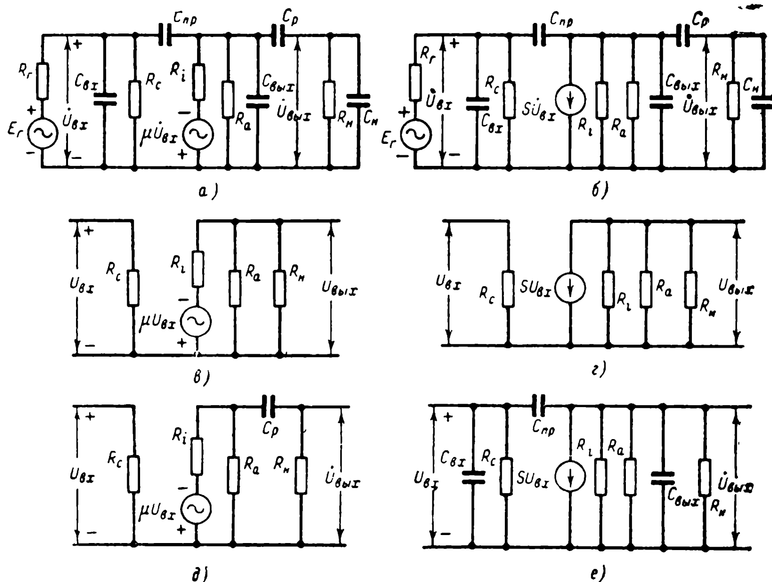


Рис. 10-15. Эквивалентные схемы каскада с резистивно-емкостной связью.

а, б — широкополосные; *в, г* — для области средних частот; *д* — для области низших частот; *е* — для области высших частот.

где $R_{н.э}$ — эквивалентное сопротивление нагрузки ($R_н \| R_а$, знак $\|$ означает параллельное соединение);

$$R_э = R_i \parallel R_а \parallel R_н. \qquad (10\text{-}28)$$

Часто бывает, что $R_н \gg R_а$, $R_i \gg R_а$, тогда $R_{н.э} \approx R_а$.

Для учета изменения полярности выходного сигнала сравнительно со входным, величине K_0 иногда приписывают знак минус.

В области низших частот, учитывая влияние емкости разделительного конденсатора $C_р$ (рис. 10-15, *д*), получим комплексный коэффициент усиления по напряжению

$$\mathbf{K}_н = \frac{K_0}{1 + \dfrac{1}{j\omega\tau_н}}, \qquad (10\text{-}29)$$

и его модуль

$$K_н = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{1}{\omega\tau_н}\right)^2}}, \qquad (10\text{-}30)$$

где

$$\tau_н = C_р\left(R_н + \frac{R_а R_i}{R_а + R_i}\right), \qquad (10\text{-}31)$$

— низкочастотная постоянная времени. Для пентодного усилителя с $R_i \gg R_а$

$$\tau_{н.пент} \approx C_р(R_н + R_а). \qquad (10\text{-}31а)$$

Во всяком случае

$$\tau_н \geqslant C_р R_н, \qquad (10\text{-}31б)$$

чем часто руководствуются при выборе необходимой емкости разделительного конденсатора по заданному значению нижней граничной круговой частоты $\omega_н$ и коэффициента частотных искажений $M_н$:

$$C_р = \frac{1}{\omega_н R_н \sqrt{M_н^2 - 1}}. \qquad (10\text{-}32)$$

Граничные частоты часто отсчитывают на уровне 0,7 от максимума (или —3 *дб*). При этом $M_н = \sqrt{2}$ и нижняя граничная частота составляет

$$\omega_{н\,0,7} = \frac{1}{\tau_н}, \qquad (10\text{-}33)$$

а вместо (10-32) получается

$$C_р \geqslant \frac{1}{\omega_н R_н}. \qquad (10\text{-}32а)$$

Область низших частот характеризуется тем, что на коэффициент усиления могут существенно влиять также вспомогательные цепи, с конденсаторами большой емкости: цепь автоматического смещения $R_к C_к$ и развязывающие ячейки в анодной цепи ($R_{ф.а} C_{ф.а}$) и в цепи экранирующей сетки пентода ($R_э C_э$) (рис. 10-14). Недостаточная емкость конденсаторов $C_к$ и $C_э$ снижает усиление на низших частотах, а недостаточная емкость конденсатора $C_{ф.а}$ поднимает усиление. Для предотвращения этих влия-

ний блокировочные емкости должны выбираться исходя из неравенств:

$$C_{\text{к}} \geqslant \frac{A}{\omega_{\text{н}}\sqrt{M_{\text{н}1}^2-1}}\left(S+\frac{1}{R_{\text{к}}}\right); \quad (10\text{-}34)$$

$$C_{\text{ф.а}} \geqslant \frac{A}{\omega_{\text{н}}\sqrt{M_{\text{н}2}^2-1}}\cdot\frac{1}{R_{\text{а}}}; \quad (10\text{-}35)$$

$$C_{\text{э}} \geqslant \frac{A}{\omega_{\text{н}}\sqrt{M_{\text{н}3}^2-1}}\left(\frac{1}{R_{\text{э}}}+\frac{1}{R_{i\text{э}}}\right), \quad (10\text{-}36)$$

где $R_{i\text{э}}$ — внутреннее сопротивление лампы по экранирующей сетке (ориентировочно

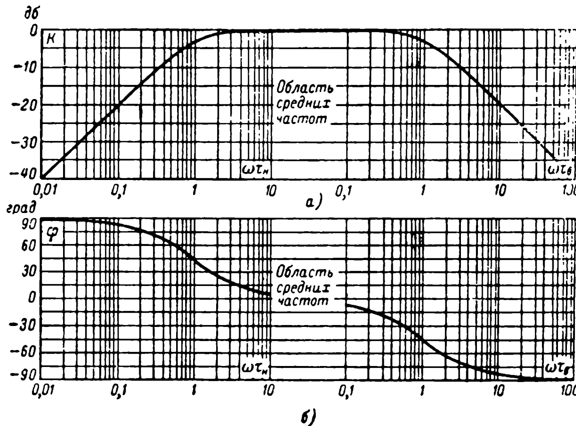


Рис. 10-16. Обобщенные амплитудно-частотные (*а*) и фазочастотные (*б*) характеристики каскада с резистивно-емкостной связью.

$R_{i\text{э}}$ составляет 0,2 от внутреннего сопротивления лампы в триодном соединении), а коэффициент $A=10\div100$. В этих формулах коэффициенты $M_{\text{н}1}$, $M_{\text{н}2}$, $M_{\text{н}3}$ обозначают частотные искажения от действия каждой из рассматриваемых цепей. Графики, облегчающие расчет коэффициента усиления в области низших частот при недостаточной емкости конденсаторов $C_{\text{к}}$ и $C_{\text{э}}$, имеются в [Л. 14].

Использование ячейки $R_{\text{ф.а}}C_{\text{ф.а}}$ для коррекции частотной характеристики усилителя в области нижних частот рассмотрено ниже (стр. 515).

Область высших частот характеризуется существенным влиянием междуэлектродных и монтажных емкостей, причем эквивалентная схема каскада принимает вид, показанный на рис. 10-15, *е*. Появление внутренней обратной связи через проходную емкость $C_{\text{пр}}$ приводит к зависимости входного и выходного сопротивлений от сопротивлений нагрузки и источника сигнала соответственно. Считая, что $\omega C_{\text{пр}} \ll S$, комплексный коэффициент усиления по напряжению в области высших частот выражают упрощенным соотношением

$$\text{К}_{\text{в}} = \frac{K_0}{1+j\omega\tau_{\text{в}}} \quad (10\text{-}37)$$

или по модулю

$$K_{\text{в}} = \frac{K_0}{\sqrt{1+(\omega\tau_{\text{в}})^2}}, \quad (10\text{-}38)$$

где высокочастотная постоянная времени

$$\tau_{\text{в}} = C_{\text{вых}}R_{\text{вых}}, \quad (10\text{-}39)$$

причем $R_{\text{вых}}$ есть общее сопротивление параллельно включенных сопротивлений R_i, $R_{\text{а}}$ и $R_{\text{н}}$:

$$R_{\text{вых}} = \frac{R_i R_{\text{н.э}}}{R_i + R_{\text{н.э}}}. \quad (10\text{-}40)$$

В случае пентодного усилителя обычно $R_i \gg R_{\text{а}} \| R_{\text{н}}$ и

$$R_{\text{вых.пент}} \approx R_{\text{н.э}} = \frac{R_{\text{а}}R_{\text{н}}}{R_{\text{а}}+R_{\text{н}}}. \quad (10\text{-}40\text{а})$$

Символом $C_{\text{вых}}$ обозначена суммарная емкость выходной цепи каскада, включающая выходную емкость лампы, емкость нагрузки ($C_{\text{н}}$ на рис. 10-15, *а*, *б*) и шунтирующую эту цепь монтажную емкость.

При заданных значениях верхней граничной частоты $\omega_{\text{в}}$ и коэффициента частотных искажений $M_{\text{в}}$ на этой частоте, параметры выходной цепи каскада должны удовлетворять неравенству

$$R_{\text{вых}} \leqslant \frac{\sqrt{M_{\text{в}}^2-1}}{\omega_{\text{в}}C_{\text{вых}}}, \quad (10\text{-}41)$$

что ограничивает максимально возможные сопротивления $R_{\text{вых}}$ у усилителей с высокими значениями $\omega_{\text{в}}$. Уменьшить величину $R_{\text{вых}}$ предпочитают снижением сопротивления $R_{\text{а}}$, на котором падает часть напряжения источника питания анодной цепи. Если при этом оказывается $R_{\text{а}} \ll R_i$, $R_{\text{н}}$, то практически $R_{\text{вых}}=R_{\text{а}}$ и приведенное выше неравенство используют непосредственно для расчета необходимого значения $R_{\text{а}}$:

$$R_{\text{а}} \leqslant \frac{\sqrt{M_{\text{в}}^2-1}}{\omega_{\text{в}}C_{\text{вых}}}. \quad (10\text{-}41\text{а})$$

При отсчете на уровне 0,7 (или — 3 *дб*) $M_{\text{в}}=\sqrt{2}$, и верхняя граничная частота усилителя составляет

$$\omega_{\text{в}\,0,7} = \frac{1}{\tau_{\text{в}}}, \quad (10\text{-}42)$$

а формулы (10-41) и (10-41а) приводятся к виду

$$R_{\text{вых}}\ (\text{или } R_{\text{а}}) \leqslant \frac{1}{\omega_{\text{в}}C_{\text{вых}}}. \quad (10\text{-}41\text{б})$$

Наиболее существенно проходная емкость влияет на величину *входной проводимости каскада.*

Входная емкость каскада с учетом внутренней обратной связи зависит от коэффициента усиления и в области высших частот составляет:

$$C_{вх.к} = C_{вх} + C_{пр}\left[1 + \frac{K_0}{1+(\omega\tau_в)^2}\right]. \quad (10\text{-}43)$$

В общем случае она не превышает величины

$$C_{вх.к.макс} = C_{вх} + C_{пр}(1 + K_0), \quad (10\text{-}43а)$$

где $C_{вх}$ является суммой входной емкости лампы и шунтирующей ее монтажной емкости.

Активная составляющая входной проводимости каскада превышает проводимость, обусловленную сопротивлением утечки сетки R_c, и с повышением частоты увеличивается:

$$G_{вх.к} = \frac{1}{R_c} + \frac{\omega^2 K_0 C_{пр}\tau_в}{1+(\omega\tau_в)^2}. \quad (10\text{-}44)$$

Второй (частотно-зависимый) член этого выражения на частоте $\omega_{в\,0,7}$, при которой коэффициент усиления снижается на 3 *дб*, достигает значения

$$\Delta G_{вх.к.кр} = 0{,}5K_0\,\omega_{в\,0,7}\,C_{пр}. \quad (10\text{-}45)$$

Обобщенные амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики коэффициента усиления по напряжению каскада с резистивно-емкостной связью, соответствующие эквивалентным схемам на рис. 10-5,*а*, *б*, представлены на рис. 10-16.

Общее выражение комплексного коэффициента усиления по напряжению, учитывающее как низкочастотные, так и высокочастотные искажения, имеет вид:

$$\mathbf{K} = \frac{K_0}{1 + j\omega\tau_в + \dfrac{1}{j\omega\tau_н}}, \quad (10\text{-}46)$$

а его модуль:

$$K = \frac{K_0}{\sqrt{1+\left(\omega\tau_в - \dfrac{1}{\omega\tau_н}\right)^2}}. \quad (10\text{-}47)$$

Обе формулы справедливы при условии, что $\tau_н$ по крайней мере в 5—10 раз больше $\tau_в$ (на практике, как правило, $\tau_н \geqslant 100\tau_в$).

Пример 1. Рассчитать ламповый каскад с резистивно-емкостной связью по заданным частотным характеристикам: $f_н = 60$ *гц*; $f_в = 15\,000$ *гц*; $M_н = M_в = 1{,}1$; $C_н = 20$ *пф*; $R_н = 0{,}5$ *Мом*; $K_0 = 50$.

Решение. Выбираем лампу 6Н2П с $\mu = 97{,}5$, $R_i = 49$ *ком.*

На основании (10-27) для достижения $K_0 = 50$ необходимо взять

$$R_{н.э} = \frac{R_i}{\dfrac{\mu}{K_0} - 1} = \frac{49}{\dfrac{97{,}5}{50} - 1} = 50\ ком.$$

Поскольку

$$R_{н.э} = \frac{R_а R_н}{R_а + R_н},$$

определяем

$$R_а = \frac{R_н R_{н.э}}{R_н - R_{н.э}} = \frac{500\cdot 50}{500 - 50} = 56\ ком$$

На основании (10-32)

$$C_р \geqslant \frac{1}{2\pi\cdot 60\cdot 0{,}5\cdot 10^6\sqrt{1{,}1^2 - 1}} = $$
$$= 0{,}012\cdot 10^{-6} ф = 12\,000 пф.$$

Считая $C_{вых} = 30$ *пф* (выходная емкость одного триода 6Н2П около 3 *пф*, $C_н = 20$ *пф* и емкость монтажа 7 *пф*), проверяем выполнение условия (10-41):

$$\frac{\sqrt{M_в^2 - 1}}{2\pi f_в C_{вых}} = \frac{\sqrt{1{,}1^2 - 1}}{2\pi\cdot 15\,000\cdot 30\cdot 10^{-12}} =$$
$$= 1{,}64\cdot 10^6\ ом;$$
$$R_{вых} = \frac{R_i R_{н.э}}{R_i + R_{н.э}} = \frac{49\cdot 50}{49+50}\cdot 10^3 =$$
$$= 24{,}7\cdot 10^3\ ом;$$
$$24{,}7\cdot 10^3 \ll 1{,}64\cdot 10^6;$$

таким образом, частотные искажения в области высших частот будут существенно меньше допустимых.

Для получения полных частотных характеристик можно воспользоваться обобщенными характеристиками, приведенными на рис. 10-16. Рассчитаем низкочастотную ($\tau_н$) и высокочастотную ($\tau_в$) постоянные времени. На основании (10-31)

$$\tau_н = 12\,000\cdot 10^{-12}\left(500 + \frac{56\cdot 49}{56+49}\right)10^3 =$$
$$= 6{,}3\cdot 10^{-3}\ сек,$$

а на основании (10-39)

$$\tau_в = 30\cdot 10^{-12}\cdot 24{,}7\cdot 10^3 = 0{,}74\cdot 10^{-6}\ сек.$$

Этим значениям $\tau_н$ и $\tau_в$ соответствуют нижняя и верхняя граничные частоты при отсчете на уровне 0,7:

$$f_{н\,0,7} = \frac{1}{2\pi\tau_н} = \frac{1}{2\pi\cdot 6{,}3\cdot 10^{-3}} = 25{,}6\ гц;$$
$$f_{в\,0,7} = \frac{1}{2\pi\tau_в} = \frac{1}{2\pi\cdot 0{,}74\cdot 10^{-6}} =$$
$$= 215\cdot 10^3\ гц.$$

Умножив безразмерные частоты $\omega\tau_н$ и $\omega\tau_в$ на осях абсцисс рис. 10-16 на значения $f_{н0,7}$ и $f_{в0,7}$ соответственно, получим частотные характеристики рассчитанного каскада.

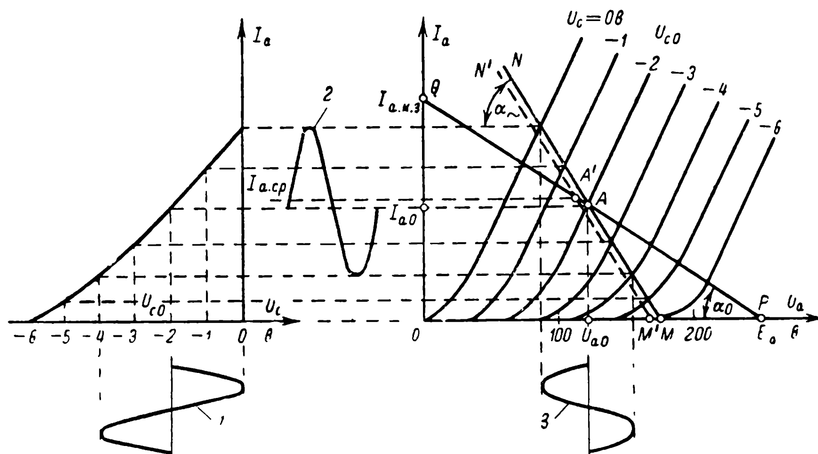


Рис. 10-17. Семейство анодных характеристик с линиями нагрузки (справа) и динамическая анодно-сеточная характеристика (слева) триода в каскаде с резистивно-емкостной связью.

1 — входной сигнал; 2 — изменения анодного тока лампы; 3 — выходной сигнал.

Нелинейные свойства усилителя с резистивно-емкостной связью. Приведенные выше соотношения, вытекающие из линейных эквивалентных схем (рис. 10-15), строго говоря, справедливы при малых амплитудах напряжения сигнала. Практически они являются точными до тех пор, пока нелинейными искажениями можно пренебречь. Нелинейные же свойства выясняются при помощи семейства анодных характеристик лампы с нанесенными линиями нагрузки (рис. 10-17).

Линия нагрузки для постоянного тока PQ — представляет собой прямую, отсекающую на осях U_a и I_a отрезки, соответственно равные напряжению E_a источника питания анодной цепи и току $I_{а.к.з}$ при коротком замыкании участка анод — катод. Пренебрегая падением напряжения на сопротивлении $R_к$ автоматического смещения, ток $I_{а.к.з}$ находят как

$$I_{а.к.з}=\frac{E_a}{R_a+R_{ф.а}} \qquad (10\text{-}48)$$

(в отсутствие развязывающей ячейки $R_{ф.а}=0$).

Таким образом, угол α_0 наклона линии нагрузки зависит от сопротивления, введенного в анодную цепь лампы, и с учетом масштабных коэффициентов осей U_a и I_a

$$\operatorname{tg}\alpha_0=\frac{1}{R_a+R_{ф.а}}\frac{m_I}{m_U}. \qquad (10\text{-}49)$$

Точка пересечения линии нагрузки для постоянного тока с характеристикой, соответствующей выбранному напряжению сеточного смещения $U_c=U_{c0}$, является *начальной рабочей точкой* лампы и определяет анодное напряжение U_{a0} и анодный ток I_{a0} лампы в отсутствие сигнала, причем

$$U_{a0}=E_a-I_{a0}(R_a+R_{ф.а}). \qquad (10\text{-}50)$$

Линия нагрузки для переменного тока MN определяется эквивалентным нагрузочным сопротивлением для переменного тока:

$$R_{н.э}=\frac{R_aR_н}{R_a+R_н},$$

причем в усилителе с реостатно-емкостной связью $R_{н.э}<R_a+R_{ф.а}$ и соответственно угол $\alpha_\sim>\alpha_0$:

$$\operatorname{tg}\alpha_\sim=\frac{1}{R_{н.э}}\frac{m_I}{m_U}. \qquad (10\text{-}51)$$

При малых амплитудах усиливаемого сигнала линия нагрузки для переменного тока MN проходит через начальную рабочую точку A и характеризует собой геометрическое место мгновенных рабочих точек лампы, позволяя, таким образом, построить *динамическую анодно-сеточную характеристику* лампы в данном каскаде (на рис. 10-17 слева). Далее, используя полученную характеристику, можно построить графики изменения анодного тока и анодного напряжения лампы при заданной форме напряжения входного сигнала. В связи с криволинейностью динамической анодно-сеточной характеристики при достаточно большой амплитуде сигнала форма выходного сигнала начинает заметно отличаться от формы входного сигнала (рис. 10-17), причем несколько изменяется и *постоянная составляющая анодного тока* лампы:

$$I_{а.ср}\approx\frac{I_{а.макс}-I_{а.мин}}{2}\neq I_{a0}, \qquad (10\text{-}52)$$

что по существу означает перемещение линии нагрузки для переменного тока в новое положение $M'N'$, при котором она пересекает линию нагрузки PQ для постоянного тока в точке A', соответствующей току

$I_{а.ср}$. В результате этого должна несколько измениться и динамическая анодно-сеточная характеристика лампы, после уточнения которой можно дополнительно скорректировать форму выходного сигнала и, действуя методом последовательных приближе-

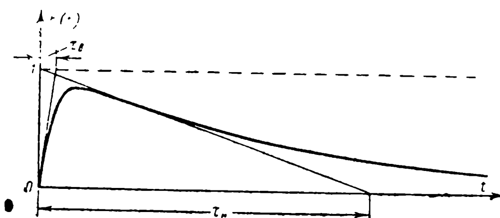


Рис. 10-18. Переходная характеристика усилителя с резистивно-емкостной связью.

ний, приблизиться к точному решению задачи о положении линии нагрузки для переменного тока при больших амплитудах усиливаемых сигналов. В практических расчетах принято органичиваться нулевым

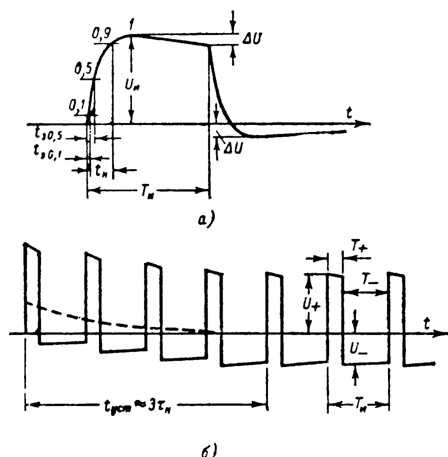


Рис. 10-19. Искажения прямоугольных импульсов в усилителе с резистивно-емкостной связью.

а — одиночный импульс; *б* — переходные искажения при появлении серии импульсов.

приближением, т. е. использовать прямую *MN*, проведенную через начальную рабочую точку *A*. При обычных требованиях к линейности усилителя (например, $K_г<10\%$) погрешности такого приближения не имеют практического значения.

Динамическая анодно-сеточная характеристика или семейство анодных характеристик с нанесенной на него линией нагрузки позволяет рассчитать коэффициенты гармонических искажений (см. стр. 489).

Переходная характеристика (нормированная) коэффициента усиления по напряжению каскада с резистивно-емкостной связью при обычных соотношениях $C_р \gg C_н$ и $\tau_н \gg \tau_в$ представляет собой разность двух экспонент (рис. 10-18):

$$h^*(t)=\frac{K(t)}{K_0}=e^{-\frac{t}{\tau_н}}-e^{-\frac{t}{\tau_в}}, \qquad (10\text{-}53)$$

где $\tau_н$ и $\tau_в$ — введенные выше (стр. 463) низкочастотная и высокочастотная постоянные времени. Таким образом, $\tau_в$ одновременно является постоянной времени нарастания ($t_н$ на рис. 10-5), а $\tau_н$ — постоянной времени спада ($t_с$ на рис. 10-5).

Переходные искажения при усилении о д и н о ч н ы х и м п у л ь с о в (рис. 10-19,*а*) выражают конечным временем нарастания выходного импульса, спада плоской части вершины и появлением напряжения обратной полярности по окончании входного импульса.

Время запаздывания, отсчитываемое на относительном уровне 0,1 или 0,5, составляет соответственно:

$$t_{з\,0,1}=0,106\tau_в; \qquad (10\text{-}54)$$

$$t_{з\,0,5}=0,69\tau_в. \qquad (10\text{-}54а)$$

Время нарастания от уровня 0,1 до уровня 0,9

$$t_н=2,2\tau_в. \qquad (10\text{-}55)$$

Спад вершины и пик напряжения обратной полярности по окончании импульса равны друг другу. Обычно их оценивают в процентах от максимального напряжения импульса:

$$\delta=100\frac{\Delta U}{U_и}=100\left(1-e^{-\frac{T_и}{\tau_н}}\right)\approx$$

$$\approx 100\frac{T_и}{\tau_н}, \qquad (10\text{-}56)$$

где $T_и$ — длительность импульса. Приближенное соотношение справедливо при $T_и<0,1\tau_н$.

Искажения среза импульса в отсутствие перегрузки усилителя аналогичны искажениям фронта.

Неравенства $\tau_в \ll T_и \ll \tau_н$ являются условиями малых искажений прямоугольных импульсов. Необходимые постоянные времени $\tau_в$ и $\tau_н$ можно определить по заданным нормам на искажения при помощи следующих формул:

$$\tau_в \leqslant \frac{t_н}{2,2}; \qquad (10\text{-}55а)$$

$$\tau_н \geqslant 100\frac{T_и}{\delta}. \qquad (10\text{-}56а)$$

Пример 2. Рассчитать ламповый каскад с резистивно-емкостной связью по заданным переходным характеристикам: $t_н \leqslant 0,5$ *мксек*; δ 2% при $T_и=100$ *мксек*; $K_0 \geqslant 20$; $C_н=20$ *пф*; $R_н=0,5$ *Мом*.

Решение. С помощью формул (10-55а) и (10-56а) определяем необходимые постоянные времени:

$$\tau_в \leqslant \frac{0,5}{2,2} = 0,227 \text{ мксек} \approx 0,23 \cdot 10^{-6} \text{ сек};$$

$$\tau_н \geqslant 100 \cdot \frac{100}{2} = 5\,000 \text{ мксек} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ сек}.$$

Сопоставляя эти данные с результатами расчета в примере 1, легко обнаружить, что рассчитанный ранее усилитель удовлетворяет требованиям к величине $\tau_н$, а для достижения нового значения $\tau_в$ потребуется существенное уменьшение нагрузки $R_а$. В соответствии с (10-39) максимально допустимое значение $R_{вых}$ составляет:

$$R_{вых} = \frac{\tau_в}{C_{вых}} = \frac{0,23 \cdot 10^{-6}}{30 \cdot 10^{-12}} = 7\,600 \text{ ом}.$$

Поскольку R_i, $R_в \gg R_{вых}$, уместно выбрать $R_а \approx 7$ *ком* и считать $R_{н.э} \approx R_а$. При этом коэффициент усиления каскада составит:

$$K_0 = \frac{97,5}{1 + \frac{49}{7}} = 12,$$

что не удовлетворяет поставленным требованиям.

При заданном значении $C_{вых}$ и $\tau_в$ величина $R_{н.э}$ не может быть увеличена и единственным средством увеличения K_0 является применение другой лампы, с более высоким значением крутизны S. На основании (10-28) необходима лампа с крутизной не менее

$$S = \frac{K_0}{R_{н.э}} = \frac{20}{7} \approx 3 \text{ ма/в}.$$

Выбираем пентод типа 6Ж1П, у которого $S = 5,15$ *ма/в*, $R_i \geqslant 0,1$ *Мом* и $C_{вых} \approx 2,5$ *пф*.

Так как выходная емкость каскада практически осталась прежней, максимально допустимое сопротивление $R_а$ также не изменяется. При этом

$$K_0 = SR_а = 5,15 \cdot 7 \approx 36.$$

Емкость разделительного конденсатора $C_р$ для достижения $\tau_н \geqslant 5 \cdot 10^{-3}$ *сек* на основании (10-31)

$$C_р \geqslant \frac{\tau_н}{R_з + \frac{R_а R_i}{R_а + R_i}} \approx \frac{\tau_н}{R_з} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^6} = 10^{-8} \text{ ф} = 10\,000 \text{ пф}.$$

При усилении периодически повторяющихся импульсов (рис. 10-19,*б*) длительность фронтов остается такой же, как при усилении одиночных импульсов, но спустя *время установления* (рис. 10-19, *б*)

$$t_{уст} \approx 3\tau_н \qquad (10\text{-}57)$$

в выходном сигнале пропадает постоянная составляющая и величины положительных и отрицательных импульсов оказываются такими, что их площади становятся равными друг другу:

$$U_+ T_+ = U_- T_- . \qquad (10\text{-}58)$$

Спад вершин импульсов уменьшается по сравнению с его величиной для одиночного импульса и в общем случае составляет:

$$\delta = 100 \frac{e^{\frac{T_п}{\tau_н}} - e^{\frac{T_и}{\tau_н}}}{e^{\frac{T_п}{\tau_н}} - 1} \left(1 - e^{-\frac{T_и}{\tau_н}}\right), \qquad (10\text{-}59)$$

где $T_п$ — период следования импульсов. При этом крутизна спадов положительных и отрицательных вершин импульсов получается разной, если импульсы несимметричные (при $T_п \neq 2T_и$).

На процесс установления и на характер передачи вершин импульсов могут существенно влиять постоянные времени цепей автоматического смещения ($R_к C_к$ на рис. 10-14) и экранирующей сетки ($R_э C_э$ на рис. 10-14, *б*), которые в общем случае увеличивают спад вершины. В частном случае, когда постоянные времени цепей автоматического смещения и экранной сетки равны низкочастотной постоянной времени $\tau_н$ цепи реостатно-емкостной связи, т. е.

$$C_к R_к = C_э R_э = \tau_н, \qquad (10\text{-}60)$$

остаются в силе все приведенные выше соотношения при условии замены в них величины $\tau_н$ эквивалентной низкочастотной постоянной времени

$$\tau_{н.экв} = \frac{\tau_н}{1 + S_к R_к + \frac{R_э}{R_{iэ}}}, \qquad (10\text{-}61)$$

где $S_к = di_к/du_с$ — крутизна катодного тока лампы; $R_{iэ}$ — внутреннее сопротивление пентода по экранирующей сетке (см. § 8-8).

Пример 3. Уточнить расчет каскада, приведенный в примере 2, учтя влияние цепей питания; при этом известно: $E_а = 180$ *в*; $U_э = 120$ *в*; $I_а = 7,35$ *ма*; $I_э = 2,7$ *ма*; $R_к = 200$ *ом*; $R_{iэ} \approx 0,2 R_i \approx 20$ *ком*.

Решение. Определим необходимое сопротивление резистора $R_э$ в цепи экранирующей сетки:

$$R_э = \frac{E_а - U_э}{I_э} = \frac{180 - 120}{2,7} = 22 \text{ ком}.$$

Для расчета емкости конденсаторов $C_э$, $C_к$ примем условие (10-60). При этом найденному в примере 2 значению $\tau_н$ должна соответствовать новая постоянная времени

$\tau_{н.экв}$, а величину $\tau_н$ на основании (10-61) надо увеличить до значения

$$\tau_н = \tau_{н.экв}\left(1 + S_к R_к + \frac{R_э}{R_{iэ}}\right) \approx$$

$$\approx 5\cdot10^{-3}\left(1+1,2\cdot5,15\cdot0,2 + \frac{22}{20}\right) \approx$$

$$\approx 17\cdot10^{-3}\ сек.$$

(принято $S_к = 1,2S$).

Соответственно необходимы:

$$C_к \geqslant \frac{\tau_н}{R_к} = \frac{17\cdot10^{-3}}{200} = 85\cdot10^{-6} ф = 85\ мкф;$$

$$C_э \geqslant \frac{\tau_н}{R_э} = \frac{17\cdot10^{-3}}{22\cdot10^3} = 0,78\cdot10^{-6} ф = 0,78\ мкф;$$

$$C_р \geqslant \frac{\tau_н}{R_н} = \frac{17\cdot10^{-3}}{0,5\cdot10^6} = 34\cdot10^{-9} ф = 34\,000\ пф.$$

Анализ искажений, вносимых цепями, $R_к C_к$ и $R_э C_э$ при невыполнении условия

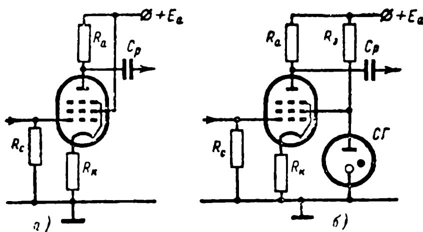


Рис. 10-20. Схемы усилителей без конденсаторов в цепях катода и экранирующей сетки.

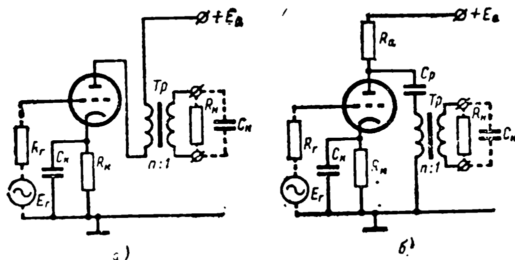


Рис. 10-21. Принципиальные схемы усилителей с трансформаторной (*а*) и емкостно-трансформаторной (*б*) связью.

(10-60), содержится в книгах [Л. 14, 22]. Для предотвращения влияния цепей автоматического смещения и экранирующей сетки на искажения импульсов часто стараются избежать применения емкостей $C_к$ и $C_э$. Конденсатор $C_к$ может быть вовсе исключен (рис. 10-20) ценой уменьшения усиления в $(1+S_к R_к)$ раз. Отказаться от конденсатора $C_э$ можно при применении пентодов, допускающих работу при напряжении на экранирующей сетке, несколько превышающем напряжение на аноде. Тогда при не слишком больших сопротивлениях $R_а$ удается соединить экранирующую сетку непосредственно с источником питания анодных цепей (рис. 10-20, *а*). Возможен отказ от применения конденсатора $C_э$ и при понижении напряжения экранирующей сетки с помощью стабилитрона (рис. 10-20, *б*).

Ламповый усилитель с трансформаторной связью

Усилитель (рис. 10-21) применяется главным образом для усиления переменного напряжения низкой частоты, однако полоса усиливаемых частот в значительной мере зависит от качества трансформатора и при соответствующей конструкции его может быть перенесена в область достаточно высоких частот (вплоть до десятков мегагерц).

Применение трансформатора удорожает и утяжеляет конструкцию усилителя, а потому оправдано лишь в тех случаях, когда используются преимущества этой схемы. Особенностями трансформаторной схемы являются: изоляция по постоянному напряжению цепи нагрузки от усилителя и источников питания, малое сопротивление провода первичной обмотки в усилителе по схеме на рис. 10-21, *а*, возможность достижения согласования или повышения усиления путем соответствующего выбора коэффициента трансформации, возможность изменения полярности выходного сигнала путем переключения концов одной из обмоток и получения нескольких выходов, изолированных по постоянному напряжению или различных по уровню и полярности сигнала.

Основная схема трансформаторного усилителя (рис. 10-21,*а*) предусматривает непосредственное включение первичной обмотки трансформатора в анодную цепь лампы. При этом постоянная составляющая анодного тока вызывает намагничивание сердечника, приводящее к снижению индуктивности первичной обмотки. Часто это намагничивание бывает нежелательным, и для его предотвращения в магнитную цепь трансформатора вводят немагнитный зазор (см. стр. 530).

Постоянное намагничивание отсутствует в усилителе по схеме рис. 10-21, *б* с *емкостно-трансформаторной связью*. Однако этот усилитель из-за наличия резистора $R_а$ лишен ряда ценных свойств основной схемы. В то же время соответствующим выбором емкости разделительного конденсатора $C_р$ можно существенно понизить нижнюю граничную частоту $\omega_н$ усилителя, а при необходимости получить даже подъем усиления в области нижних частот, используя резонанс напряжений в цепи первичной обмотки трансформатора.

Особый режим трансформаторного усилителя, применяемый для достижения максимальной выходной мощности, рассматривается в § 10-4.

Эквивалентные схемы каскада с емкостно-трансформаторной связью приведены на рис. 10-22. Соответствующие эквивалентные схемы для усилителя на рис. 10-21, *а* полу-

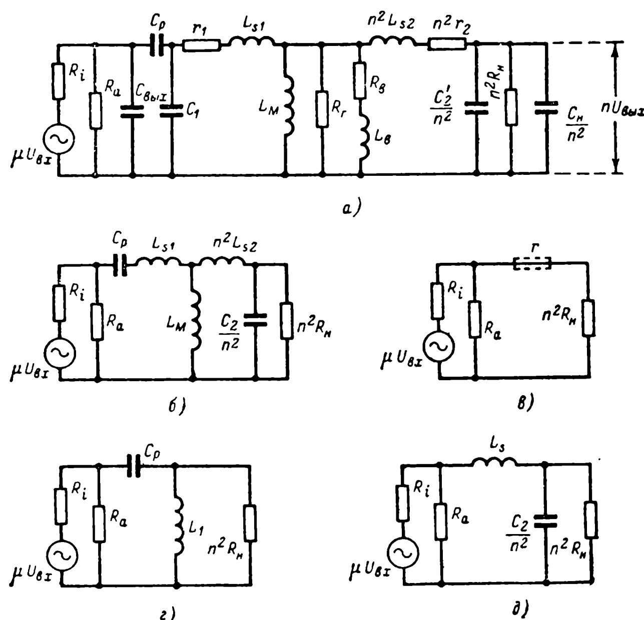


Рис. 10-22. Эквивалентные схемы усилителя с трансформаторно-емкостной связью.

а — полная; *б* — упрощенная; *в* — для области средних частот; *г* — для области нижних частот; *д* — для области верхних частот; $C_{вых}$ — выходная емкость лампы и монтажа анодного провода; C_1, C'_2 — собственные емкости первичной и вторичной обмоток трансформатора; r_1, r_2 — сопротивления проводов первичной и вторичной обмоток трансформатора; L_{s1}, L_{s2} — индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток трансформатора; L_M — взаимная индуктивность, пересчитанная для трансформатора с $n=1$; $R_г$ — сопротивление потерь на гистерезис; $R_в$ — сопротивление потерь на вихревые токи; $L_в$ — индуктивность, учитывающая фазовый сдвиг вихревых токов; $C_2=C'_2+C_н$ — суммарная емкость вторичной цепи; $r=r_1+n^2r_2$ — суммарное сопротивление потерь в обмотках трансформатора; $L_1=L_{s1}+L_M\approx L_M$ — индуктивность первичной обмотки; $L_s=L_{s1}+n^2L_{s2}$ — суммарная индуктивность рассеяния.

чаются исключением элементов $R_а$ и $C_р$. На рис. 10-22 все параметры цепи вторичной обмотки трансформатора пересчитаны в цепь первичной обмотки.

Полная эквивалентная схема (рис. 10-22,*а*) достаточно сложна, и в практике расчетов низкочастотных усилителей пользуются упрощенными эквивалентными схемами. Предполагая высокий к. п. д. трансформатора ($\eta_{тр}\geqslant 0{,}8\div 0{,}9$), можно пренебречь элементами $R_г$, $R_в$, r_1, n^2r_2, а также индуктивностью $L_в$, отражающей фазовый сдвиг вихревых токов. Кроме того, обычно не учитывают емкости $C_{вых}$ и C_1 в первичной цепи трансформатора (рис. 10-22,*б*).

В *области средних частот* пренебрегают всеми реактивными элементами (рис. 10-22, *в*), причем коэффициент усиления каскада выражается вещественной величиной:

$$K_0=\frac{\mu}{n}\,\frac{1}{1+\dfrac{R_i}{R_а}+\dfrac{R_i}{n^2R_н}},\qquad (10\text{-}62)$$

где n — отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках трансформатора, близкое к отношению числа их витков

$$n=\frac{w_1}{w_2}\qquad (10\text{-}63)$$

и называется коэффициентом трансформации.

В отсутствие сопротивления нагрузки ($R_н=\infty$) или для схемы (рис. 10-21,*а*) ($R_а=\infty$) соответствующие члены знаменателя пропадают. В частности, при $R_а=\infty$ (или $R_а\gg R_i$) и $R_н=\infty$ (или $R_н\gg\dfrac{R_i}{n_2}$) достигается максимальный коэффициент усиления трансформаторного каскада:

$$K_0=\frac{\mu}{n},\qquad (10\text{-}64)$$

который при $n<1$ (повышающий трансформатор) может в несколько раз превышать статический коэффициент усиления μ лампы.

В *области низших частот* упрощенная эквивалентная схема принимает вид, показанный на рис. 10-22, *г*, причем коэффициент усиления по напряжению становится комплексной величиной и составляет:

$$\mathrm{K}_н = \frac{K_0}{1 + \left(\frac{\omega_{0н}}{j\omega}\right)^2 - \frac{j\omega_{0н}}{Q_н \omega}}, \quad (10\text{-}65)$$

где

$$\omega_{0н} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_р \left(1 + \frac{R_{ia}}{n^2 R_н}\right)}} \quad (10\text{-}66)$$

— нижняя резонансная частота, обусловленная индуктивностью первичной обмотки L_1 и емкостью разделительного конденсатора $C_р$;

$$Q_н = \frac{1}{\frac{\omega_{0н}}{n^2}\frac{L_1}{R_н} + \omega_{0н} C_р R_{ia}} \quad (10\text{-}67)$$

— добротность цепи на частоте $\omega_{0н}$, а R_{ia} обозначает параллельное соединение сопротивлений R_i и R_a:

$$R_{ia} = \frac{R_i R_a}{R_i + R_a}. \quad (10\text{-}68)$$

Модуль коэффициента усиления в области нижних частот

$$K_н = \frac{K_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{0н}^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{0н}}{Q_н \omega}\right)^2}}. \quad (10\text{-}69)$$

Для усилителя с непосредственным включением первичной обмотки трансформатора в анодную цепь лампы (рис. 10-21,*а*)

$$\mathrm{K}_н = \frac{K_0}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_н}}; \quad (10\text{-}70)$$

$$K_н = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_н^2}}}, \quad (10\text{-}71)$$

где

$$\tau_н = \frac{L_1}{R_i} + \frac{L_1}{n^2 R_н}. \quad (10\text{-}72)$$

При отсутствии нагрузочного сопротивления ($R_н = \infty$)

$$\omega_{0н} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_р}}; \quad (10\text{-}73)$$

$$Q_н = \frac{1}{\omega_{0н} C_р R_{ia}}; \quad (10\text{-}74)$$

$$\tau_н = \frac{L_1}{R_i}. \quad (10\text{-}75)$$

Для *области высших частот* упрощенная эквивалентная схема имеет вид, показанный на рис. 10-22, *д*, причем комплексный коэффициент усиления составляет:

$$\mathrm{K}_в = \frac{K_0}{1 + \left(\frac{j\omega}{\omega_{0в}}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q_в \omega_{0в}}}, \quad (10\text{-}76)$$

где

$$\omega_{0в} = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_{ia}}{n^2 R_н}}{L_s \frac{C_2}{n^2}}} \quad (10\text{-}77)$$

— верхняя резонансная частота, обусловленная суммарной индуктивностью рассеяния $L_s = L_{s1} + n^2 L_{s2}$ и емкостью C_2, шунтирующей вторичную обмотку трансформатора;

$$Q_в = \frac{1}{\frac{R_{ia}}{\omega_{0в} L_s} + \frac{1}{\omega_{0в} C_2 R_н}} \quad (10\text{-}78)$$

— добротность цепи на частоте $\omega_{0в}$.

Модуль коэффициента усиления по напряжению в области верхних частот

$$K_в = \frac{K_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0в}^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q_в \omega_{0в}}\right)^2}}. \quad (10\text{-}79)$$

При отсутствии нагрузочного сопротивления ($R_н = \infty$) верхняя резонансная частота

$$\omega_{0в} = \frac{1}{\sqrt{L_s \frac{C_2}{n^2}}} \quad (10\text{-}80)$$

и добротность $Q_{0в}$ достигает максимального значения

$$Q_в = \frac{\omega_{0в} L_s}{R_{ia}}. \quad (10\text{-}81)$$

Обобщенные амплитудно-частотные и *фазо-частотные характеристики* коэффициента усиления по напряжению каскада с трансформаторной связью, (соответствующие эквивалентным схемам на рис. 10-22, *г*, *д*), представлены на рис. 10-23.

Расчет трансформаторного усилителя. При значениях $Q_н$ или $Q_в$, превышающих 0,71, в соответствующих областях частот появляются подъемы амплитудно-частотной характеристики (рис. 10-23). Этим обстоятельством можно пользоваться для коррекции частотной характеристики тракта. Если

подъем усиления требуется только в области высших частот, то можно применять схему усилителя (рис. 10-21, *а*), если же требуется подъем усиления в области низших частот или на обеих границах полосы усиливаемых частот, то необходимо собирать усилитель по схеме на рис. 10-21, *б*.

Задаваясь максимальными подъемами усиления

$$\frac{K_{\text{н.макс}}}{K_0} = \frac{1}{M_{\text{н}}} \qquad (10\text{-}82)$$

на частоте $\omega_{\text{н}}$ и

$$\frac{K_{\text{в.макс}}}{K_0} = \frac{1}{M_{\text{в}}} \qquad (10\text{-}83)$$

на частоте $\omega_{\text{в}}$, с помощью рис. 10-23 или по формулам:

$$\omega_{0\text{н}} = \omega_{\text{н}} \sqrt[4]{1-M_{\text{н}}^2}; \qquad (10\text{-}84)$$

$$\omega_{0\text{в}} = \frac{\omega_{\text{в}}}{\sqrt[4]{1-M_{\text{в}}^2}}; \qquad (10\text{-}85)$$

$$Q_{\text{н}} = \frac{1}{\sqrt{2\left[1-\left(\frac{\omega_{0\text{н}}}{\omega_{\text{н}}}\right)^2\right]}}; \qquad (10\text{-}86)$$

$$Q_{\text{в}} = \frac{1}{\sqrt{2\left[1-\left(\frac{\omega_{\text{в}}}{\omega_{0\text{в}}}\right)^2\right]}} \qquad (10\text{-}87)$$

определяют необходимые значения нижней и верхней резонансных частот и соответствующие им добротности.

Для реализации этих параметров надо выбирать сопротивления $R_{\text{а}}$ и $R_{\text{н}}$ при намеченном значении коэффициента трансформации n так, чтобы удовлетворялись неравенства

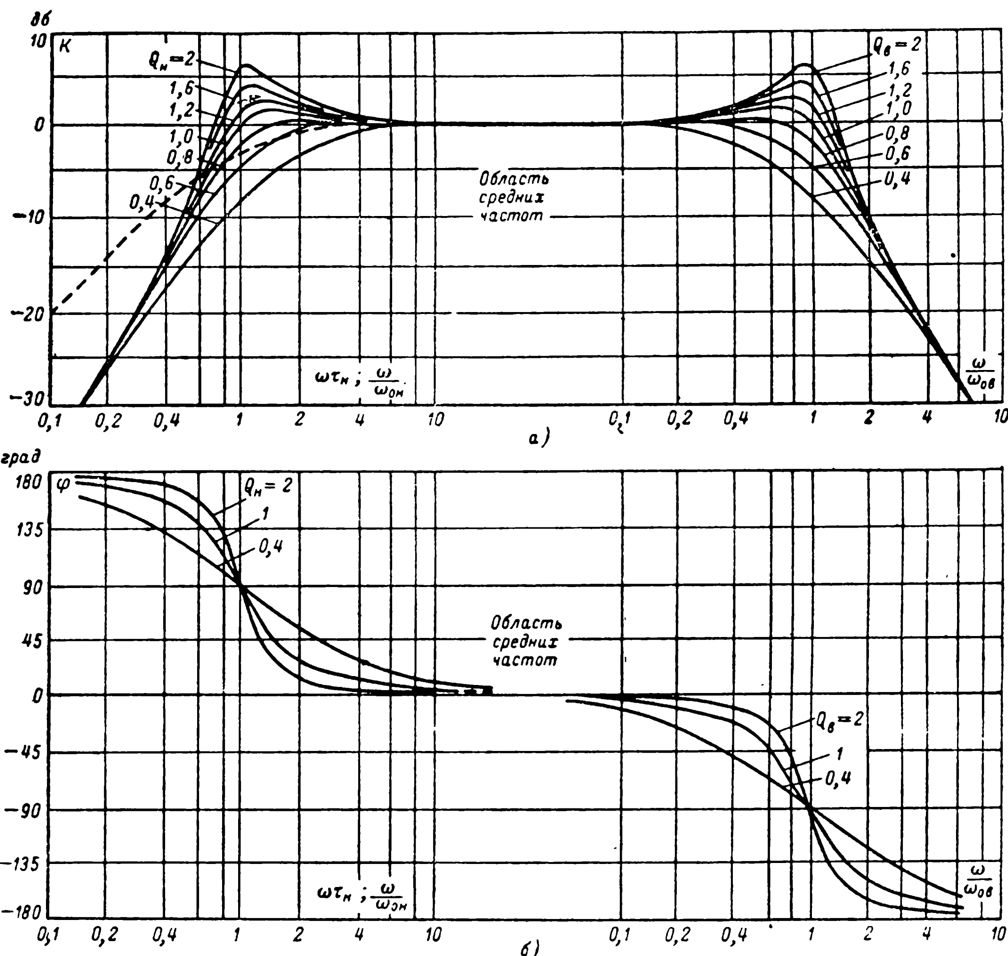


Рис. 10-23. Амплитудно-частотные (*а*) и фазо-частотные (*б*) характеристики усилителей с трансформаторной и емкостно-трансформаторной связью. В области нижних частот сплошными линиями представлены характеристики схемы с емкостно-трансформаторной связью, штриховой линией — с трансформаторной связью.

$$\frac{n^2 R_я}{R_{ia}} \geqslant \begin{cases} 4Q_н^2 - 1, \\ 4Q_в^2 - 1. \end{cases} \quad (10\text{-}88)$$

Необходимые параметры трансформатора и емкость разделительного конденсатора $C_р$ определяются с помощью формул:

$$L_1 = \frac{n^2 R_я}{2\omega_{0н}} \left(\frac{1}{Q_н} - \sqrt{\frac{1}{Q_н^2} - \frac{4R_{ia}}{R_{ia}+n^2 R_я}} \right); \quad (10\text{-}89)$$

$$L_s = \frac{R_{ia}}{\frac{\omega_{0в}}{Q_в} - \frac{1}{C_2 R_я}}; \quad (10\text{-}90)$$

$$C_р = \frac{1}{\omega_{0н}^2 L_1} \frac{n^2 R_я}{R_{ia}+n^2 R_я}. \quad (10\text{-}91)$$

В отсутствие сопротивления нагрузки ($R_н = \infty$)

$$L_1 = \frac{Q_н R_{ia}}{\omega_{0н}}; \quad (10\text{-}92)$$

$$L_s = \frac{Q_в R_{ia}}{\omega_{0в}}; \quad (10\text{-}93)$$

$$C_р = \frac{1}{\omega_{0н}^2 L_1}. \quad (10\text{-}94)$$

Если подъемы частотной характеристики нежелательны, то выбирают $Q_в = Q_н = \frac{1}{\sqrt{2}}$ и по заданным коэффициентам искажений $M_н$ на частоте $\omega_н$ и $M_в$ на частоте $\omega_в$ находят с помощью рис. 10-23 или по формулам

$$\omega_{0н} = \omega_н \sqrt[4]{M_н^2 - 1}; \quad (10\text{-}95)$$

$$\omega_{0в} = \frac{\omega_в}{\sqrt[4]{M_в^2 - 1}} \quad (10\text{-}96)$$

необходимые значения резонансных частот, которые в данном случае апериодической цепи являются формальными расчетными характеристиками, позволяющими применять прежние формулы.

Подъем усиления в области низших частот отсутствует у усилителя по схеме на рис. 10-21, *а*, для которого необходимая индуктивность первичной обмотки рассчитывается по формуле

$$L_1 \geqslant \frac{R_{iн}}{\omega_н \sqrt{M_н^2 - 1}}, \quad (10\text{-}97)$$

где $R_{iн}$ обозначает параллельное соединение внутреннего сопротивления лампы R_i и пересчитанного в первичную цепь сопротивления нагрузки $R_н$,

$$R_{iн} = \frac{n^2 R_я R_i}{n^2 R_н + R_i}. \quad (10\text{-}98)$$

В усилителях с низкими значениями нижней граничной частоты (100 *гц* и менее) предпочитают применять трехэлектродные лампы с небольшим статическим коэффициентом усиления ($\mu \leqslant 50$), причем внутреннее сопротивление их также невелико ($R_i \leqslant 10 \div 20$ *ком*) и необходимая индуктивность первичной обмотки трансформатора получается приемлемой.

В некоторых случаях сопротивление обмотки трансформатора $r_1 + n^2 r_2$ может составлять заметную величину (10—20% величины R_i или R_{ia}). Тогда для повышения точности расчетов следует увеличить значения R_{ia} (или R_i для схемы на рис. 10-21,*а*) на удвоенную величину сопротивления провода первичной обмотки ($r_1 + n^2 r_2 \approx 2r_1$).

Максимальный коэффициент усиления при конечном фиксированном нагрузочном сопротивлении $R_н$ достигается, когда коэффициент трансформации составляет

$$n_{опт} = \sqrt{\frac{R_{ia}}{R_н}}, \quad (10\text{-}99)$$

причем

$$K_{0макс} = \frac{\mu}{2n_{опт}} \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_a}} \quad (10\text{-}100)$$

и превышает коэффициент усиления каскада с реостатно-емкостной связью в $\frac{1+n_{опт}^2}{2n_{опт}}$ раз.

Пример 4. Рассчитать ламповый каскад с трансформаторной связью для следующих данных: $f_н = 100$ *гц*; $f_в = 6\,000$ *гц*; $M_н = \sqrt{2}$; $M_в = 0{,}7$ (предусматривается подъем усиления в районе частоты $f_в$ на 3 *дб*); $C_н = 20$ *пф*; сопротивление $R_н$ отсутствует; $K_0 \geqslant 100$.

Решение. На основании графика (рис. 10-23, *а*) находим $Q_в = 1{,}3$ и для относительной верхней резонансной частоты

$$\frac{2\pi \cdot 6\,000}{\omega_{0в}} = 0{,}85,$$

откуда

$$f_{0в} = \frac{6\,000}{0{,}85} \approx 7\,000 \text{ гц}$$

[эти же цифры можно получать с помощью формул (10-85) и (10-87)]. Выберем лампу 6Н1П ($\mu = 35$; $R_i = 7{,}6$ *ком*), причем для получения заданного значения K_0 на основании (10-62) потребуется коэффициент трансформации

$$n = \frac{\mu}{K_0} = \frac{35}{100} \approx 1:3.$$

Необходимая индуктивность первичной обмотки на основании (10-97)

$$L_1 \geqslant \frac{7\,600}{2\pi\cdot 100} = 12\ \textit{гн},$$

а индуктивность рассеяния согласно (10-93)

$$L_s = \frac{1{,}3\cdot 7\,600}{2\pi\cdot 7\,000} = 0{,}225\ \textit{гн}.$$

Для достижения резонанса на частоте 7 000 *гц* в соответствии с (10-80) емкость C_2 должна составлять

$$C_2 = \frac{n^2}{L_s\,\omega_{0в}^2} = \frac{(^1/_3)^2}{0{,}225\,(2\pi\cdot 7\,000)^2} =$$

$$= 400\cdot 10^{-12}\,\textit{ф} = 400\ \textit{пф}.$$

В емкость C_2, помимо $C_н$, входит собственная емкость вторичной обмотки трансформатора. Полученные значения L_1, L_s и C_2 не выдвигают сложных требований к конструкции трансформатора. Для реализации необходимого значения C_2, по-видимому, в процессе экспериментальной отработки усилителя придется добавить специальный конденсатор в цепи вторичной обмотки трансформатора.

Нелинейные свойства усилителя с трансформаторной связью определяются теми же методами, что и усилителя с резистивно-емкостной связью (см. стр. 466).

В случае трансформаторно-емкостной связи (см. рис. 10-21, *б*) техника построения линий нагрузки для постоянного (PQ) и переменного (MN) токов ничем не отличается от описанной для усилителя с резистивно-емкостной связью (см. рис. 10-17), только в качестве сопротивления нагрузки $R_н$ теперь выступает пересчитанное к первичной цепи сопротивление $n^2R_н$.

В случае же трансформаторной связи (см. рис. 10-21, *а*) сопротивление постоянному току провода первичной обмотки r_1 получается весьма незначительным, и в отсутствие развязывающей ячейки ($R_{ф.а}=0$) угол наклона α_0 линии нагрузки PQ для постоянного тока близок к 90° (рис. 10-24). Часто пренебрегают падением постоянного напряжения в обмотке трансформатора и считают, что начальная рабочая точка O лампы лежит на вертикали при $U_{a0}=E_a$. Линия нагрузки MN для переменного тока в общем случае проходит через начальную рабочую точку O под углом

$$\operatorname{tg}\alpha_{\sim} = \frac{1}{n^2 R_н}\,\frac{m_I}{m_U}, \qquad (10\text{-}101)$$

а в отсутствие нагрузочного сопротивления ($R_н = \infty$) определяется сопротивлением потерь в сердечнике трансформатора и при высоком к. п. д. последнего занимает практически горизонтальное положение (рис. 10-24, *б*).

Расчет коэффициентов гармонических искажений, вносимых лампой, производится по формулам, приведенным на стр. 489.

В связи с тем что при трансформаторной связи U_{a0} близко к E_a, максимальная амплитуда напряжения на аноде лампы может быть в 2—3 раза больше, чем при резистивно-емкостной или емкостно-трансформаторной связи. Максимальная амплитуда выходного напряжения при $n<1$ еще в $\frac{1}{n}$ раз больше амплитуды напряжения на аноде. Таким образом, протяженность линейного участка амплитудной характеристики трансформаторного усилителя может быть во много раз больше, чем резистивного.

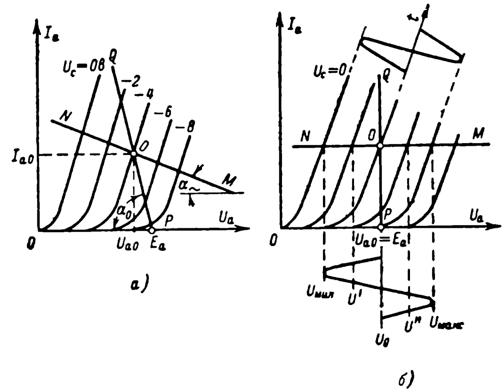


Рис. 10-24. Семейство анодных характеристик с линиями нагрузки для каскада с трансформаторной связью.

а — при конечных сопротивлениях нагрузки для постоянного (r_1) и переменного ($R_н$) тока; *б* — при $r_1=0$ и $R_н=\infty$.

Источником дополнительных нелинейных искажений в трансформаторных усилителях может быть ферромагнитный сердечник (при значительных индукциях).

Переходные характеристики трансформаторных усилителей в общем случае имеют сложную форму и могут выражаться функциями, содержащими несколько экспонент и затухающие члены [Л. 22].

Простейший вид переходной характеристики для вершины импульса получается при трансформаторной связи (см. рис. 10-21, *а*):

$$h^*(t) = e^{-\frac{t}{\tau_н}}, \qquad (10\text{-}102)$$

где

$$\tau_н = \frac{L_1}{R_i} + \frac{L_1}{n^2 R_н}. \qquad (10\text{-}103)$$

Ради увеличения постоянной времени $\tau_н$ можно шунтировать первичную обмотку трансформатора сопротивлением $R_ш$, причем вместо R_i в формулу (10-103) надо подставлять общее сопротивление параллельного соединения R_i и $R_ш$. Однако эта мера снижает коэффициент усиления K_0.

Простейшее аналитическое выражение переходной характеристики для фронта получается в случае $Q_в=0{,}5$:

$$h(t) = \left[1 - (1 + \omega_{0в} t)\, e^{-\omega_{0в} t}\right], \qquad (10\text{-}104)$$

причем переходный процесс имеет апериодическую форму. Оптимальной для фронта часто считают переходную характеристику,

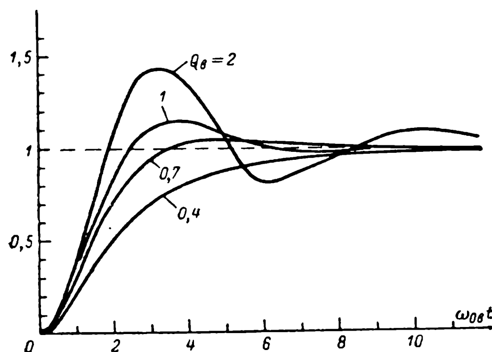


Рис. 10-25. Нормированные переходные характеристики трансформаторного усилителя для фронта импульса.

соответствующую $Q_в=0{,}7$; при этом время нарастания до уровня 0,9 составляет:

$$t_н \approx \frac{3}{\omega_{0в}}, \qquad (10\text{-}105)$$

и нарастание происходит с небольшим выбросом, около 5% (рис. 10-25).

Транзисторный усилитель с резистивно-емкостной связью

Резистивно-емкостный усилитель используется для усиления переменного тока низкой частоты. Эффективное усиление напряжения достигается при включении транзистора по схеме с общим эмиттером (рис. 10-26).

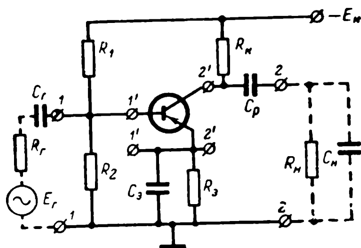


Рис. 10-26. Принципиальная схема транзисторного усилителя с резистивно-емкостной связью.

Сопротивления R_1, R_2 и $R_э$ служат для создания выбранного режима питания транзистора и осуществляют стабилизацию его рабочей точки. Расчет этих сопротивлений и другие варианты схем питания транзистора рассмотрены в § 9-7.

При малом напряжении усиливаемого сигнала на входе каскада (до 10 *мв*) постоянный ток эмиттера выбирают в пределах 0,3—1 *ма* (меньшее значение соответствует низкошумящим входным каскадам высокочувствительных усилителей, например микрофонных). При сигналах на входе, превышающих 10 *мв*, для предотвращения заметных нелинейных искажений необходимо применять отрицательную обратную связь (см. § 10-5). При возбуждении каскада от высокоомного источника сигнала ($R_г \gg R_{вх}$) для обеспечения линейности необходимо выбирать постоянный ток эмиттера так, чтобы он превышал амплитуду входного тока по крайней мере в β раз. Напряжение источника коллекторного питания обычно выбирается в пределах 4—15 *в*, но при малом напряжении выходного сигнала (до десятых долей вольта) в низкошумящих или высокоэкономичных каскадах может быть снижено до 1,5—2 *в*.

Если каскад с резистивно-емкостной связью не является оконечным и в качестве сопротивления нагрузки $R_н$ выступает входное сопротивление аналогичного следующего каскада, то коэффициент усиления каскада по напряжению не превосходит величины коэффициента усиления по току β примененного транзистора, а коэффициент усиления по мощности не более чем β^2. Если же сопротивление $R_н$ существенно превышает входное сопротивление каскада (в оконечном каскаде, при работе на ламповый усилитель или эмиттерный повторитель, см. стр. 508), то коэффициент усиления по напряжению может достигать нескольких сотен и даже тысяч единиц. Каждый каскад изменяет на обратную полярность напряжения усиливаемых сигналов.

Расчет характеристик усилителя может быть осуществлен двумя методами: на основе теории линейных четырехполюсников или с помощью эквивалентных схем транзистора. Первый метод отличается возможностью получения точных результатов и представляет известный интерес при расчете многокаскадных усилителей как цепочечных соединений четырехполюсников. Метод, опирающийся на эквивалентные схемы транзисторов, дает более простой способ вычисления частотных характеристик, но менее удобен при расчете многокаскадных схем.

Расчет характеристик усилителя с помощью параметров четырехполюсника, эквивалентного транзистору. Эквивалентная схема транзисторного усилителя с резистивно-емкостной связью в общем случае имеет вид, показанный на рис. 10-27, *а*, где транзистор заменен эквивалентным четырехполюсником.

Для расчетов методами теории линейных четырехполюсников предшествующие транзистору цепи заменяются эквивалентным генератором, а цепь нагрузки — эквивалентным двухполюсником (рис. 10-27, *б*). При этом параметры $E_{г.э}$ и $Z_{г.э}$ определяются с помощью теоремы об эквивалентном генераторе (стр. 453), а сопротивление $Z_{н.э}$ находится как общее сопротивление цепи нагрузки транзистора. Так, для схемы на рис. 10-27, *а*

$$\mathbf{Z}_{г.э} = \frac{R_{1,2}\left(R_г + \dfrac{1}{j\omega C_г}\right)}{R_{1,2} + R_г + \dfrac{1}{j\omega C_г}}; \quad (10\text{-}106)$$

$$\mathbf{E}_{г.э} = \frac{R_{1,2} E_г}{R_{1,2} + R_г + \dfrac{1}{j\,\omega C_г}} =$$

$$= \frac{\mathbf{Z}_{г.э}}{R_г + \dfrac{1}{j\,\omega C_г}} E_г; \quad (10\text{-}107)$$

$$\mathbf{Z}_{н.э} = \frac{R_к\left(\dfrac{1}{j\,\omega C_р} + \dfrac{R_н}{1 + j\omega C_н R_н}\right)}{R_к + \dfrac{1}{j\omega C_р} + \dfrac{R_н}{1 + j\omega C_н R_н}}, \quad (10\text{-}108)$$

где $R_{1,2} = R_1 \| R_2$, т. е. сопротивление параллельного соединения элементов R_1 и R_2.

Входное и выходное сопротивления и коэффициенты усиления по току и по напряжению каскада, приведенного к схеме, показанной на рис. 10-27, *б*, определяются

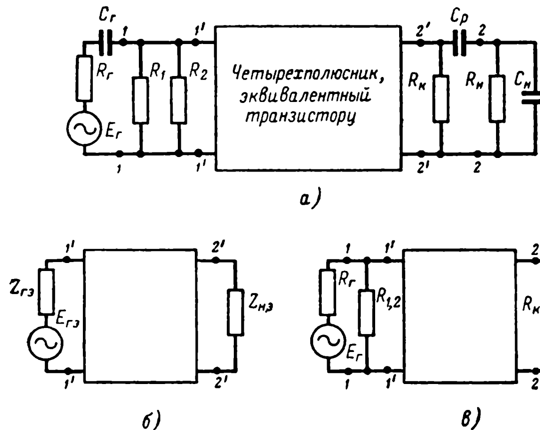


Рис. 10-27. Эквивалентные схемы усилителя с заменой транзистора эквивалентным четырехполюсником.

с помощью стандартных формул теории линейных четырехполюсников (табл. 10-1), для чего необходимо знать значения четырех параметров транзистора в рабочей точке. Вычисляемые по этим формулам величины $\mathbf{Z}_{вх}$, $\mathbf{Z}_{вых}$, $\mathbf{K}_I$ и $\mathbf{K}_U$ определяют соотношения между токами и напряжениями на зажимах транзистора (*1'—1'* и *2'—2'* на рис. 10-26 и 10-27), т. е. являются динамическими параметрами транзистора при данных $Z_{н.э}$ и $Z_{г.э}$. Соответствующие показатели каскада, описывающие свойства схемы между точками *1—1* и *2—2*, в общем случае отличаются от динамических параметров транзистора ввиду наличия цепей питания и элементов связи.

Так, например, в области средних частот, пренебрегая влиянием всех емкостей, по известным значениям *h*-параметров транзистора, которые в этом случае считают вещественными частотно - независимыми, сначала находят динамические параметры транзистора (по формулам табл. 10-1):

$$R'_{вх} = h_{11э} - \frac{h_{12э} h_{21э}}{h_{22э} + R^{-1}_{н.э}}; \quad (10\text{-}109)$$

$$R'_{вых} = \frac{h_{11э} + R_{г.э}}{h_{22э}(h_{11э} + R_{г.э}) - h_{12э} h_{21э}}; \quad (10\text{-}110)$$

$$K'_I = \frac{h_{21э}}{1 + h_{22э} R_{н.э}}; \quad (10\text{-}111)$$

$$K'_U = -\frac{h_{21э} R_{н.э}}{h_{11э}(1 + h_{22э} R_{н.э}) - h_{12э} h_{21э} R_{н.э}}, \quad (10\text{-}112)$$

где

$$R_{н.э} = \frac{R_к R_н}{R_к + R_н}; \quad (10\text{-}113)$$

$$R_{г.э} = \frac{R_г R_{1,2}}{R_г + R_{1,2}}; \quad (10\text{-}114)$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (10\text{-}115)$$

Затем, учитывая шунтирующее действие сопротивлений R_1, R_2 во входной цепи и $R_к$ в выходной цепи (рис. 10-27, *в*), определяют соответствующие параметры каскада:

$$R_{вх} = \frac{R'_{вх} R_{1,2}}{R'_{вх} + R_{1,2}}; \quad (10\text{-}116)$$

$$R_{вых} = \frac{R'_{вых} R_к}{R'_{вых} + R_к}; \quad (10\text{-}117)$$

$$K_I = K'_I \frac{R_{вх}}{R'_{вх}} \frac{R_{н.э}}{R_н}; \quad (10\text{-}118)$$

$$K_U = K'_U. \quad (10\text{-}$$

Полезный коэффициент усиления каскада по мощности, равный отношению мощности сигнала в нагрузочном сопротивлении $R_н$ к мощности, действующей во входном сопротивлении $R_{вх}$ каскада, равен произведению коэффициентов усиления по току и по напряжению:

$$K_P = -K_I K_U. \quad (10\text{-}120)$$

Несмотря на то, что метод четырехполюсника отличается большой универсальностью, и точностью расчетов, он часто приводит к громоздким вычислениям и затрудняет выяснение наиболее характерных зависимостей между параметрами рассчитываемой схемы, в особенности при анализе частотных искажений. Практическое применение этого метода обычно ограничивается расчетами, не требующими учета частотнозависимых свойств транзистора: расчетами низкочастотных усилителей в полосе частот

Таблица 10-1

Динамические параметры четырехполюсников

Динамический параметр	В системе параметров		
	z	y	h
Входное сопротивление $Z_{вх}$, или входная проводимость $Y_{вх}$	$z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_{н.э}}$	$y_{11} - \frac{y_{12} y_{21}}{y_{22} + Z_{н.э}^{-1}}$	$h_{11} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{22} + Z_{н.э}^{-1}}$
Выходное сопротивление $Z_{вых}$ или выходная проводимость $Y_{вых}$	$z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{11} + Z_{г.}}$	$y_{22} - \frac{y_{12} y_{21}}{y_{11} + Z_{г.э}^{-1}}$	$h_{22} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{11} + Z_{г.э}}$
Коэффициент усиления по току K_I	$-\frac{z_{21}}{z_{22} + Z_{н.э}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11} + Z_{н.э}\Delta y}$	$\frac{h_{21}}{1 + h_{22} Z_{н.э}}$
Коэффициент усиления по напряжению K_U	$\frac{z_{21} Z_{н.э}}{\Delta z + z_{11} Z_{н.э}}$	$-\frac{y_{21} Z_{н.э}}{1 + y_{22} Z_{н.э}}$	$-\frac{h_{21} Z_{н.э}}{h_{11} + Z_{н.э}\Delta h}$

Примечание. Δz, Δy, Δh обозначают определители матриц соответствующих параметров (см. стр. 418). Отрицательные значения коэффициентов усиления указывают на противоположную полярность выходного напряжения сигнала относительно входного.

до 10—15 *кгц* и расчетами узкополосных избирательных усилителей, в том числе высокочастотных.

Приведенные выше в общем виде расчетные соотношения для области средних частот усилителя часто можно существенно упростить. В большинстве случаев $R_{н.э} \ll h_{22э}^{-1}$ и коэффициент усиления по напряжению каскада с резистивно-емкостной связью не превышает 100. При этом можно считать, что транзистор работает в режиме, близком к короткому замыканию выходной цепи, пренебрегать внутренней обратной связью, присущей транзистору, и для динамических параметров транзистора пользоваться приближенными выражениями:

$$R'_{вх} \approx h_{11э}; \quad (10\text{-}121)$$

$$K'_I \approx h_{21э}; \quad (10\text{-}122)$$

$$K'_U \approx -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} R_{н.э}. \quad (10\text{-}123)$$

Для аналогичных параметров каскада ($R_{вх}$, K_I, K_U) остаются в силе прежние соотношения, а выходное сопротивление каскада ($R_{вых}$) обычно определяется величиной сопротивления $R_к$, так как в большинстве практических случаев $R_к \ll R'_{вых} \approx h_{22э}^{-1}$, т. е.

$$R_{вых} \approx R_к. \quad (10\text{-}124)$$

Пример 5. Рассчитать транзисторный каскад при помощи h-параметров.

Дано: параметры усилителя по схеме на рис. 10-26; транзистор типа МП21 ($h_{11э} = 1$ *ком*; $h_{12э} = 3 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 32$; $h_{22э} = 20$ *мксим* при $I_э = 1$ *ма* и $U_к = 5$ *в*); $R_к = 5$ *ком*; $R_н = 1$ *ком*; $R_г = 5$ *ком*; $R_{1,2} = 5$ *ком*.

Решение. Определить характеристики усилителя в области средних частот.

По формулам (10-114) и (10-113) находим эквивалентные сопротивления генератора сигнала и нагрузки:

$$R_{г.э} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 2{,}5\,ком;$$

$$R_{н.э} = \frac{5 \cdot 1}{5 + 1} = 0{,}833\,ком.$$

По приближенным формулам (10-121)—(10-123) получаем динамические параметры транзистора:

$$R'_{вх} \approx 1\,ком;$$

$$K'_I \approx 32;$$

$$K'_U \approx -\frac{32}{1} \cdot 0{,}833 = -26{,}6.$$

Расчет по точным формулам (10-109)—(10-112) дает $R'_{вх} = 1\,008$ *ом*; $R'_{вых} = 58$ *ком*; $K'_I = 31{,}5$; $K'_U = -26{,}8$, что прак-

тически не отличается от результатов приближенного расчета.

Параметры каскада определяем по формулам (10-116)—(10-120):

$$R_{вх} = \frac{1 \cdot 5}{1+5} = 0{,}833\,ком;$$

$$R_{вых} = \frac{58 \cdot 5}{58+5} = 4{,}6\,ком;$$

$$K_I = 32 \cdot \frac{0{,}833}{1} \cdot \frac{0{,}833}{1} = 22;$$

$$K_U = -26{,}6;$$

$$K_P = 22 \cdot 26{,}6 = 585 \text{ раз, т. е. } 27{,}6\,дб.$$

Приближенная формула (10-124) дает значение $R_{вых} \approx 5$ *ком*, что отличается от точного менее чем на 10%.

Расчет характеристик усилителя с помощью эквивалентной схемы транзистора также позволяет определить параметры $Z_{вх}$, $Z_{вых}$, K_I, K_U, K_P. Однако вместо коэффициента усиления по напряжению K_U от входа каскада здесь удобнее рассматривать коэффициент усиления по напряжению от э. д. с. эквивалентного генератора входного сигнала:

$$\mathbf{K}_E = \frac{\mathbf{U}_н}{\mathbf{E}_г} = \mathbf{K}_U \frac{\mathbf{U}_{вх}}{\mathbf{E}_г} = \mathbf{K}_U \frac{\mathbf{Z}_{вх}}{\mathbf{Z}_{вх} + \mathbf{Z}_г}. \qquad (10\text{-}125)$$

Хотя между $\mathbf{K}_E$ и $\mathbf{K}_U$ имеется однозначная связь, выражения частотных характеристик коэффициента $\mathbf{K}_E$ получаются более простыми.

В *области средних частот*, используя низкочастотную Т-образную эквивалентную схему транзистора, рассматриваемый каскад можно представить с помощью эквивалентной схемы, показанной на рис. 10-28, *а*.

При этом, считая $r_{к.э} \gg R_{н.э}$, получим:

$$R'_{вх0} = r'_б + r'_э\left(1 + b_0\right); \qquad (10\text{-}126)$$

$$K'_{E0} = \frac{-b_0 R_{н.э}}{R_{г.э} + R'_{вх\,0}}; \qquad (10\text{-}127)$$

$$K'_{I0} = b_0. \qquad (10\text{-}128)$$

Для расчета $R_{вх}$, $R_{вых}$ и K_I служат соответственно формулы (10-116), (10-124) и (10-118). Величина K_E находится с учетом соотношения между $E_г$ и $E_{г.э}$, вытекающего из равенства (10-107),

$$K_{E0} = K'_{E0}\frac{E_{г.э}}{E_г} = K'_{E0}\frac{R_{г.э}}{R_г}. \qquad (10\text{-}129)$$

При необходимости определить усиление по напряжению от входа (K_U) используют соотношение (10-125).

Частотные искажения в области низших частот обусловлены конечной емкостью разделительных конденсаторов ($C_г$, $C_р$ на рис. 10-26) и конденсатора $C_э$, блокирующего сопротивление смещения $R_э$ в цепи эмиттера (если он есть в схеме). Строгий учет совместного влияния всех этих емкостей приводит к громоздким выражениям, и для упрощения расчетов сначала определяют искажения, вызываемые каждым из

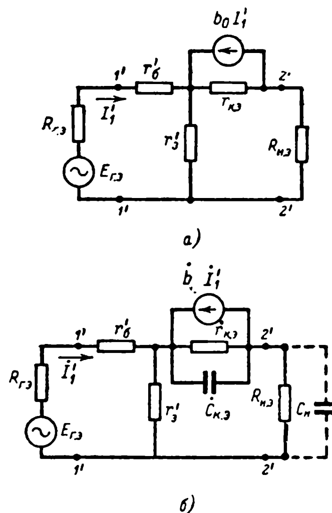


Рис. 10-28. Эквивалентные схемы транзисторного усилителя с резистивно-емкостной связью для областей средних (*а*) и высших (*б*) частот.

конденсаторов в отдельности, для чего рассчитываются частные низкочастотные постоянные времени $\tau_{н1}$, $\tau_{н2}$ и т. д. Суммарные искажения в области низших частот оценивают приближенно с помощью некоторой результирующей или эквивалентной постоянной времени $\tau_{н\Sigma}$, которая определяется из соотношения

$$\frac{1}{\tau_{н\Sigma}} = \frac{1}{\tau_{н1}} + \frac{1}{\tau_{н2}} + \cdots \qquad (10\text{-}130)$$

Если одна из частных постоянных времени значительно меньше остальных, то результирующая низкочастотная постоянная времени практически равна ей.

Частные низкочастотные постоянные времени, связанные с емкостью разделительных конденсаторов, определяются обычным способом; например, для цепи нагрузки (рис. 10-26 и 10-27, *а*)

$$\tau_{н.р} = C_р\left(R_н + R_{вых}\right), \qquad (10\text{-}131)$$

где $R_{вых}$ определяется выражением (10-117) или (10-124).

Частная низкочастотная постоянная времени, связанная с влиянием конденсатора $C_э$, достаточно просто вычисляется в случае, когда сопротивление $R_э$ настолько велико, что в отсутствие конденсатора $C_э$ оно вызывает большой проигрыш в усилении. Это имеет место при условии

$$R_э \gg \frac{R'_{вх} + R_{г.э}}{b_0 + 1}, \qquad (10\text{-}132)$$

которое, как правило, выполняется на практике. Тогда

$$\tau_{н.э} \approx C_э \frac{R'_{вх} + R_{г.э}}{b_0 + 1} \qquad (10\text{-}133)$$

и не зависит от величины сопротивления $R_э$. Во всяком случае

$$\tau_{н.э} \geqslant C_э r'_э, \qquad (10\text{-}134)$$

где $r'_э$ — сопротивление эмиттера Т-образной эквивалентной схемы транзистора (см. стр. 426), которое для любого типа транзистора однозначно связано с постоянным током эмиттера и составляет:

$$r'_э \approx \frac{25}{I_э\,(ма)}, \text{ ом}. \qquad (10\text{-}135)$$

Два последних соотношения позволяют просто оценить с некоторым запасом необходимую емкость конденсатора $C_э$, гарантирующую малые искажения в области низших частот.

Нижняя граничная частота $\omega_н$ усилителя определяется по результирующей постоянной времени:

$$\omega_н = \frac{1}{\tau_{н\Sigma}\sqrt{M_н^2 - 1}}, \qquad (10\text{-}136)$$

причем ввиду приближенного характера выражения, использованного для $\tau_{н\Sigma}$, последнее соотношение справедливо при $M_н \leqslant \sqrt{2}$, что соответствует отсчету $\omega_н$ на уровне не ниже 0,7.

При $M_н = \sqrt{2}$ (нижняя граничная частота определяется на уровне 0,7) вместо (10-136) получается

$$\omega_{н0,7} = \frac{1}{\tau_{н\Sigma}}. \qquad (10\text{-}136а)$$

Спад вершины ΔU (см. рис. 10-19) определяется так же, как в ламповом усилителе с резистивно-емкостной связью по формуле (10-56), если в качестве низкочастотной постоянной времени $\tau_н$ использовать введенную здесь результирующую низкочастотную постоянную времени $\tau_{н\Sigma}$.

Частотные искажения в области верхних частот могут быть вызваны влиянием емкостей, шунтирующих сигнальные цепи (например, $C_н$ на рис. 10-26), и инерционностью самого транзистора. Последняя в свою очередь может быть связана с шунтирующим действием емкостей *p-n* переходов и с частотной зависимостью коэффициента переноса носителей через область базы. В зависимости от конкретных значений параметров транзистора и схемы может преобладать влияние тех или иных явлений.

В наиболее общем виде высокочастотные искажения удается анализировать с помощью эквивалентных схем каскада, в которых транзистор заменяется моделирующей эквивалентной схемой. К удовлетворительным результатам приводит простая схема типа показанной на рис. 10-28, *б*, в которой учитываются пересчитанная к схеме с общим эмиттером емкость коллекторного перехода $C_{к.э}$ и комплексный частотно-зависимый коэффициент передачи тока базы

$$\dot{b} = \frac{b_0}{1 + j\omega\tau_{эфф}}, \qquad (10\text{-}137)$$

где $b_0 \approx \beta_0$ — низкочастотное значение коэффициента усиления транзистора по току в схеме с общим эмиттером; $\tau_{эфф} = \frac{1}{2\pi f_\beta}$ — эффективное время жизни неравновесных носителей в области базы (см. стр. 409).

Сопротивление $\dot{r}_{к.э}$ — пересчитанное к схеме с общим эмиттером сопротивление коллектора $r_к$. Величины $\dot{C}_{к.э}$ и $\dot{r}_{к.э}$ в общем случае являются частотно-зависимыми комплексными и при не слишком высоких для данного транзистора частотах с учетом малости величины $r'_э$ составляют:

$$\dot{C}_{к.э} = C_к(1 + \dot{b}); \qquad (10\text{-}138)$$

$$\dot{r}_{к.э} = \frac{r_к}{1 + \dot{b}}. \qquad (10\text{-}139)$$

На основании схемы на рис. 10-28, *б* можно получить комплексные частотно-зависимые выражения коэффициента усиления по напряжению от э. д. с. источника

$$\mathbf{K}'_E = \frac{K'_{E0}}{1 + j\omega\tau_в} \qquad (10\text{-}140)$$

и динамического входного сопротивления

$$\mathbf{Z}'_{вх} = r'_б + r'_э + \frac{K'_{I0} r'_э}{1 + j\omega\tau'_в} =$$

$$= R'_{вх0} - \frac{j\omega\tau'_в K'_{I0} r'_э}{1 + j\omega\tau'_в}, \qquad (10\text{-}141)$$

где K'_{I0}, K'_{E0} и $R'_{вх0}$ — найденные выше для области средних частот значения динамических параметров транзистора, а $\tau_в$ и $\tau'_в$ — две высокочастотные постоянные времени:

$$\tau'_в = \tau_{эфф} + C_к(1 + b_0)\frac{r_к R_{н.э}}{r_к + R_{н.э}(1 + b_0)} \approx$$

$$\approx \tau_{эфф} + C_к(1 + b_0) R_{н.э}; \qquad (10\text{-}142)$$

$$\tau_в = \frac{\tau'_в}{1 + K'_{I0}\dfrac{r'_э}{r'_э + r'_б + R_{г.э}}} \approx$$

$$\approx \frac{\tau'_в}{1 + b_0\dfrac{r'_э}{R_{г.э}}}, \qquad (10\text{-}143)$$

причем приближенные выражения справедливы при обычных на практике соотношениях

$$\frac{r_к}{1+b_0} \approx R'_{вых} \gg R_{н.э} \qquad (10\text{-}144)$$

и

$$R_{г.э} \gg r'_э + r'_б. \qquad (10\text{-}145)$$

При умеренных величинах емкости цепи нагрузки ее влияние можно учесть соответствующим увеличением второго члена правой части выражения (10-142):

$$\tau'_в \approx \tau_{эфф} + [C_к(1+b_0)+C_н]\,R_{н.э} \qquad (10\text{-}142а)$$

при

$$C_н \leqslant C_к(1+b_0).$$

Верхняя граничная частота коэффициента усиления по напряжению и *время нарастания* фронта выражаются соотношениями (10-42) и (10-55) соответственно.

Время задержки ($t_з$ на рис. 10-5) у транзисторного усилителя с резистивно-емкостной связью во многих случаях не имеет практического значения (оно порядка времени переноса $\tau_п$ неосновных носителей через базу):

$$t_з \approx \tau_п \approx \frac{1}{2\pi f_\alpha}. \qquad (10\text{-}146)$$

Пример 6. Рассчитать транзисторный каскад при помощи эквивалентной схемы, определив K_{E0}, $f_{в0,7}$ и $C_р$, $C_э$ для достижения $f_н=100$ *гц* при $M_н=\sqrt{2}$.

Дано: параметры усилителя по схеме на рис. 10-26; транзистор типа МП21 ($r'_э=27$ *ом*; $r'_б=100$ *ом*; $r_к=1{,}6$ *Мом*; $b_0=32$; $C_к=35$ *пф*; $f_\beta=40$ *кгц* при $I_э=1$ *ма* и $U_к=5$ *в*); $R_э=2$ *ком*; $C_н=1\,000$ *пф*; остальные данные те же, что в примере 5.

Решение. Согласно (10-126) имеем:

$$R_{вх0} = 100 + 27(1+32) = 991 \text{ ом}.$$

Принимая во внимание, что $R_{г.э}$ и $R_{н.э}$ сохранили прежние значения (2,5 и 0,833 *ком* соответственно), найдем по формуле (10-127):

$$K'_{E0} = \frac{-32\cdot 0{,}833}{2{,}5+0{,}99} = -7{,}65.$$

По формулам (10-142а) и (10-143) находим:

$$\tau'_в \approx \frac{1}{2\pi\cdot 40\cdot 10^3} + [35(1+32)+1\,000]\,10^{-12}\cdot 833 = 5{,}8\cdot 10^{-6} \text{ сек};$$

$$\tau_в \approx \frac{5{,}8\cdot 10^{-6}}{1+32\cdot\frac{27}{2\,500}} = 4{,}3\cdot 10^{-6} \text{ сек}.$$

Высшая граничная частота $f_{в\,0,7}$ определяется из условия, аналогичного формуле (10-42):

$$f_{в0,7} = \frac{1}{2\pi\tau_в} = \frac{1}{2\pi\cdot 4{,}3\cdot 10^{-6}} = 37\,000 \text{ гц}.$$

Исходя из формулы (10-136), найдем необходимое значение результирующей низкочастотной постоянной времени:

$$\tau_{н\Sigma} = \frac{1}{\omega_н\sqrt{M_н^2-1}} = \frac{1}{2\pi\cdot 100\sqrt{2-1}} = 1{,}6\cdot 10^{-3} \text{ сек}.$$

Учитывая две частные низкочастотные постоянные времени — $\tau_{н.р}$ (10-131) и $\tau_{н.э}$ (10-133), запишем условие (10-130) в виде

$$\frac{1}{\tau_{н\Sigma}} = \frac{1}{\tau_{н.р}} + \frac{1}{\tau_{н.э}}.$$

Примем $\tau_{н.р}=\tau_{н.э}=2\tau_{н\Sigma}$; тогда

$$C_р \geqslant \frac{2\tau_{н\Sigma}}{R_н+R_{вых}} = \frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-3}}{1\,000+5\,000} = 0{,}53\cdot 10^{-6} \text{ ф} = 0{,}53 \text{ мкф};$$

$$C_э \geqslant \frac{2\tau_{н\Sigma}(1+b_0)}{R'_{вх}+R_{г.э}} = \frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-3}(1+32)}{990+2\,500} = 30\cdot 10^{-6} \text{ ф} = 30 \text{ мкф}.$$

Пример 7. Проверить усиление импульсов с помощью каскада, рассчитанного в примере 6.

Дано дополнительно $T_и=1$ *мсек*, $f_\alpha=1{,}6$ *Мгц*.

Решение. На основании (10-56) спад вершины

$$\delta = 100\left(1 - e^{-\frac{10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-3}}}\right) = 46{,}2\%;$$

время нарастания согласно (10-55)

$$t_н = 2{,}2\cdot 4{,}3\cdot 10^{-6} = 9{,}5\cdot 10^{-6} \text{ сек} = 9{,}5 \text{ мксек}$$

и время задержки в соответствии с (10-146)

$$t_з \approx \frac{1}{2\pi\cdot 1{,}6\cdot 10^6} = 0{,}1\cdot 10^{-6} \text{ сек} = 0{,}1 \text{ мксек}.$$

Нелинейные искажения, возникающие при увеличении амплитуды входного сигнала, бывают следствием трех причин.

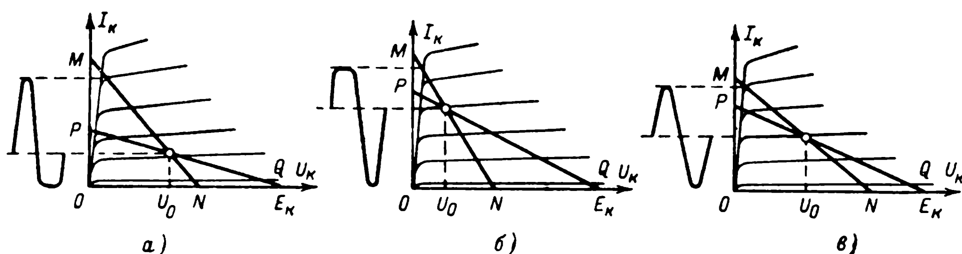


Рис. 10-29. Выбор рабочей точки в транзисторном усилителе с резистивно-емкостной связью.

а — отсечка; *б* — насыщение коллекторного тока при неправильном выборе начальной рабочей точки; *в* — положение линий нагрузки для постоянного (*PQ*) и переменного (*MN*) токов, при котором получается максимальная амплитуда выходного напряжения.

Неблагоприятный выбор рабочей точки и сопротивлений нагрузки по постоянному и переменному току может приводить к отсечке или насыщению коллекторного тока при положительных или отрицательных амплитудах напряжения усиливаемого сигнала (рис. 10-29). Для предотвращения преждевременного появления такого рода иска-

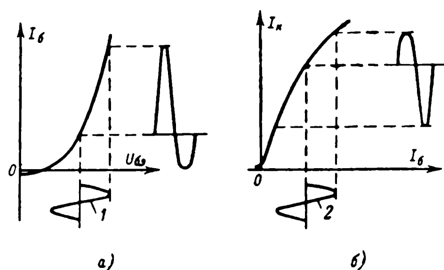


Рис. 10-30. Искажения, вызываемые нелинейностью входной характеристики.

а — при работе от низкоомного источника сигнала (*1* — синусоидальное входное напряжение); *б* — нелинейность характеристики усиления по току при работе от высокоомного источника сигнала (*2* — синусоидальный входной ток).

жений в каскадах, работающих при больших амплитудах выходного напряжения, надо так выбирать параметры схемы, чтобы исходная рабочая точка делила отрезок *MN* линии нагрузки по переменному току пополам (рис. 10-29, *в*) и находилась при возможно большем напряжении U_0. Для этого практически достаточно применить сопротивление $R_к \approx R_н$ и задать начальный ток коллектора

$$I_0 \approx \frac{2}{3}\frac{E_к}{R_н}, \qquad (10\text{-}147)$$

чтобы начальное напряжение U_0 составляло около одной трети напряжения питания коллекторной цепи (здесь и на рис. 10-29 и 10-32 символами U_0 и $E_к$ обозначаются напряжения, отсчитываемые относительно эмиттера).

Две другие причины нелинейных искажений связаны с нелинейностью статических характеристик транзистора: входной характеристики, указывающей на нелинейную зависимость входного тока от входного напряжения (рис. 10-30, *а*), и характеристики усиления по току (рис. 10-30, *б*). Если источник усиливаемого сигнала имеет большое внутреннее сопротивление ($R_{г.э} \gg R'_{вх}$), то нелинейность входной характеристики перестает сказываться: входной ток повторяет форму э. д. с. эквивалентного генератора и нелинейные искажения привносятся только за счет зависимости коэффициента усиления по току от входного тока. Характер возникающих при этом нелинейных искажений иллюстрируют графики на рис. 10-30, *б*. Если же источник сигнала имеет малое внутреннее сопротивление ($R_{г.э} < R'_{вх}$), то преобладают искажения, обусловленные нелинейностью входного сопротивления транзистора (рис. 10-30, *а*). Характер искажений обоих видов противоположный, и это обстоятельство удается использовать для взаимной компенсации обеих нелинейностей путем подбора оптимального сопротивления эквивалентного генератора (рис. 10-31). Величина $R_{г.э.\,опт}$ является индивидуальной характеристикой транзистора данного типа в конкретном режиме и определяется опытным путем. Ориентировочно $R_{г.э.\,опт}$ имеет порядок величины входного сопротивления транзистора и в многокаскадных усилителях легко регулируется, так как в качестве $R_{г.э}$ выступает сопротивление $R_к$ в цепи питания коллектора предшествующего каскада.

Графо-аналитический метод расчета коэффициентов гармонических искажений, описываемый для ламповых усилителей на стр. 489 остается в силе и для транзисторного усилителя, но для определения необходимых пяти ординат коллекторного тока (или напряжения) сначала надо найти соответствующие значения тока базы с учетом внутреннего сопротивления эквивалентного генератора. Для этого строится суммарная вольт-амперная характеристика входной цепи (рис. 10-32, *а*) и при синусоидальной форме э. д. с. эквивалентного генератора определяются пять значений тока базы: $I_{б0}$, $I_{б.макс}$, $I_{б.мин}$, $I'_б$, $I''_б$. После этого обращаются к семейству выходных ста-

тических характеристик с нанесенной на него линией нагрузки для переменного тока (рис. 10-32, *б*) и определяют соответствующие найденным значениям тока базы пять значений коллекторного тока: I_0, $I_{макс}$, $I_{мин}$, I' и I''. По этим величинам производится расчет коэффициентов гармонических

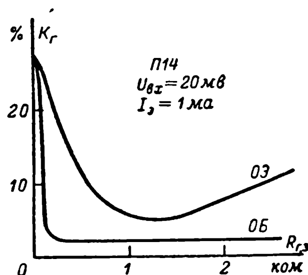


Рис. 10-31. **Типичные зависимости коэффициента гармонических искажений от внутреннего сопротивления эквивалентного генератора при фиксированном входном напряжении сигнала.**
ОЭ — схема с общим эмиттером; *ОБ* — схема с общей базой.

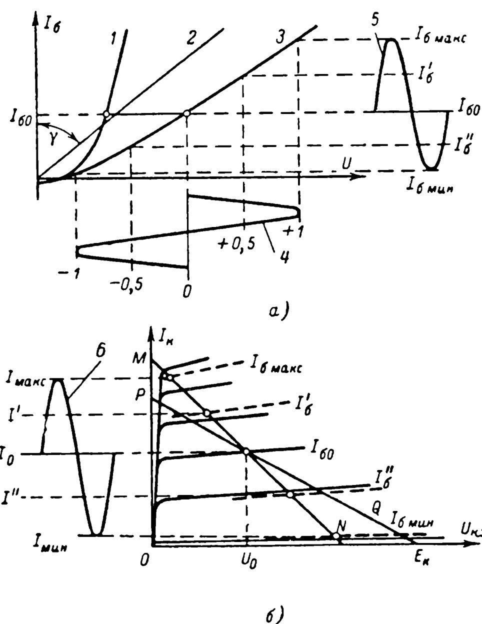


Рис. 10-32. Графические построения, позволяющие рассчитать коэффициенты гармонических искажений в транзисторном усилителе с резистивно-емкостной связью.

а — определение формы тока базы (*1* — входная характеристика транзистора; *2* — вольт-амперная характеристика эквивалентного генератора сигнала, $\operatorname{tg}\gamma = R_{г.э}$; *3* — суммарная вольт-амперная характеристика входной цепи; *4* — синусоидальная э. д. с. эквивалентного генератора; *5* — форма тока базы транзистора); *б* — определение формы тока коллектора (*PQ* — линия нагрузки для постоянного тока; *MN* — линия нагрузки для переменного тока); *6* — форма тока коллектора.

искажений с помощью формул, приведенных на стр. 489.

В приведенных на рис. 10-32 построениях не учитывается эффект детектирования, приводящий к смещению исходной рабочей точки транзистора. Степень проявления этого эффекта зависит от соотношения сопротивлений для постоянного и переменного токов во входной и выходной цепях транзистора, и его учет сильно усложняет расчеты.

Транзисторный усилитель с трансформаторной связью

В отличие от усилителя с резистивно-емкостной связью в трансформаторном усилителе транзистор может включаться по схеме как с общим эмиттером (рис. 10-33, *а*), так и с общей базой (рис. 10-33, *б*). В последнем случае максимально достижимое усиление несколько снижается (примерно на 10 *дб*), но одновременно уменьшаются частотные искажения на высших частотах (если эти искажения обусловлены транзистором). Схема с общей базой целесообразна в усилителях, работающих на повышенных частотах (десятки килогерц и выше), а также при высоких требованиях к линейности. Высокая линейность в схеме с общей базой достигается при сравнительно небольшом сопротивлении эквивалентного генератора $R_{г.э}$, и при дальнейшем увеличении $R_{г.э}$ не ухудшается (см. кривую *ОБ* на рис. 10-31).

Применение трансформаторов для связи транзистора с цепью нагрузки и с источником сигнала дает еще более ощутимые преимущества, чем в ламповом усилителе (см. стр. 469), так как осуществляемое трансформаторами преобразование величин сопротивлений здесь является средством достижения максимального усиления по мощности и минимальных нелинейных искажений.

Коэффициент усиления по мощности одного каскада с трансформаторной связью может превышать 40 *дб* (10 000 раз).

В *области средних частот* расчет каскада с трансформаторной связью удобно производить при помощи эквивалентной схемы с замещением транзистора четырехполюсником (рис. 10-34, *а*). В качестве эквивалентных сопротивлений генератора и нагрузки выступают пересчитанное к вторичной обмотке входного трансформатора сопротивление источника сигнала

$$R_{г.э} = \frac{R_г}{n_{вх}^2} \qquad (10\text{-}148)$$

и пересчитанное к первичной обмотке выходного трансформатора сопротивление нагрузки

$$R_{н.э} = n_{вых}^2 R_н, \qquad (10\text{-}149)$$

где $n_{вх}$ и $n_{вых}$ — коэффициенты трансформации, равные отношениям числа витков

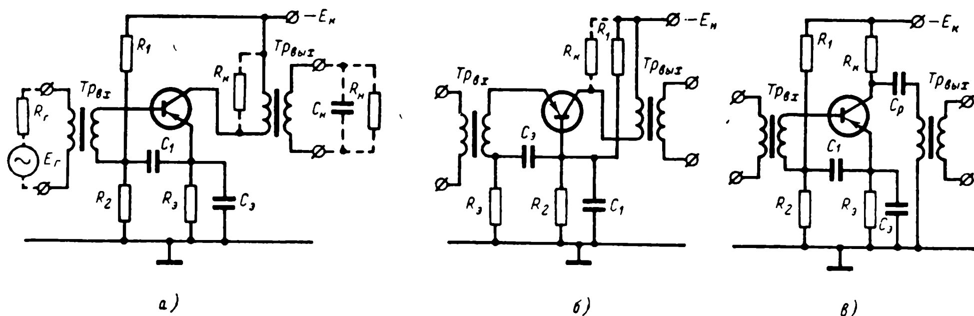


Рис. 10-33. Принципиальные схемы транзисторных усилителей с трансформаторной связью.
а — транзистор включен по схеме с общим эмиттером; *б* — по схеме с общей базой; *в*—с емкостно-трансформаторной связью.

первичной обмотки к числу витков вторичной обмотки входного и выходного трансформаторов соответственно.

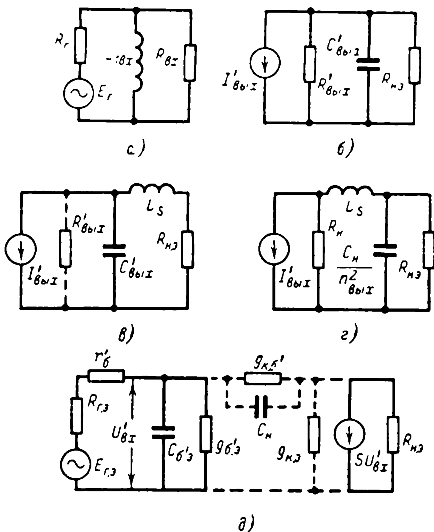


Рис. 10-34. Эквивалентные схемы для расчета частотных характеристик транзисторного усилителя с трансформаторной связью в области нижних и верхних частот

Динамические параметры транзистора определяются с помощью формул табл. 10-1 (ниже они отмечены штрихом) и непосредственно пересчитываются в соответствующие параметры усилителя через коэффициенты трансформации:

$$R_{вх} = n_{вх}^2 R'_{вх}; \qquad (10\text{-}150)$$

$$R_{вых} = \frac{R'_{вых}}{n_{вых}^2}; \qquad (10\text{-}151)$$

$$K_U = \frac{K'_U}{n_{вх}\, n_{вых}}; \qquad (10\text{-}152)$$

$$K_I = n_{вх}\, n_{вых} K'_I; \qquad (10\text{-}153)$$

$$K_P = K_U K_I = K'_U K'_I. \qquad (10\text{-}154)$$

В этих соотношениях не учтены к. п. д. трансформаторов, в связи с чем истинные значения коэффициентов усиления получаются несколько меньше рассчитанных.

Максимальное усиление по мощности достигается при условии, что пересчитанное к первичной обмотке выходного трансформатора сопротивление нагрузки равно выходному характеристическому сопротивлению транзистора $R_{вых.с}$. Последняя величина является параметром транзистора

$$R_{вых.с} = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}\Delta h}} \qquad (10\text{-}155)$$

и зависит от способа включения транзистора и от его рабочей точки. Значение $R_{вых.с}$ является среднегеометрическим из выходных сопротивлений при холостом ходе (r_{22}) и коротком замыкании (g_{22}^{-1}) на входе:

$$R_{вых.с} = \sqrt{\frac{r_{22}}{g_{22}}}. \qquad (10\text{-}156)$$

При $R_{н.э} = R_{вых.с}$ коэффициент усиления по мощности

$$K_P = K_{P\,макс} = \frac{h_{21}^2}{(\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_{11}h_{22}})^2}, \qquad (10\text{-}157)$$

а динамическое входное сопротивление транзистора, равно входному характеристическому сопротивлению

$$R'_{вх} = R_{вх.с} = \sqrt{\frac{h_{11}\Delta h}{h_{22}}}, \qquad (10\text{-}158)$$

которое можно также определить как среднегеометрическое из входных сопротивлений при холостом ходе (r_{11}) и коротком замыкании (h_{11}) на выходе:

$$R_{вх.с} = \sqrt{r_{11} h_{11}}. \qquad (10\text{-}159)$$

Указанное условие согласования на выходе $R_{н.э}=R_{вых.с}$ достигается при коэффициенте трансформации выходного трансформатора

$$n_{вых}=\sqrt{\frac{R_{вых.с}}{R_н}} \qquad (10\text{-}160)$$

и не зависит от сопротивления $R_{г.э}$ источника сигнала во входной цепи.

Если наряду с максимальным усилением мощности транзистором требуется обеспечить максимальную передачу мощности от источника сигнала на вход транзистора, то необходимо осуществить второе согласование во входной цепи. Условие этого согласования ($R_{г.э}=R'_{вх}$) достигается при коэффициенте трансформации входного трансформатора

$$n_{вх}=\sqrt{\frac{R_г}{R'_{вх}}}, \qquad (10\text{-}161)$$

где $R'_{вх}=R_{вх.с}$ только при выполнении первого согласования.

Транзистор из-за присущей ему внутренней обратной связи малокритичен к неточному согласованию. Так, десятикратное отклонение величины $R_{н.э}$ от оптимального значения $R_{вых.с}$ может приводить к снижению усиления лишь на 4—5 *дб* [Л. 8].

В *области низших частот* снижение усиления обусловлено шунтирующим действием индуктивностей первичных обмоток входного и выходного трансформаторов. Каждая из этих цепей приводится к эквивалентной схеме (см. рис. 10-34, *а*), а в выражение коэффициента усиления по напряжению вводится частотно-зависимый сомножитель

$$\frac{1}{1-j\dfrac{1}{\omega\tau_{нi}}},$$

где $\tau_{нi}$ — низкочастотная постоянная времени данной цепи.

Для входной цепи

$$\tau_{н.вх}=\frac{R_г+R_{вх}}{R_г R_{вх}}L_{1вх} \qquad (10\text{-}162)$$

и для выходной цепи

$$\tau_{н.вых}=\frac{R'_{вых}+R_{н.э}}{R'_{вых}R_{н.э}}L_{1вых}, \qquad (10\text{-}163)$$

где $L_{1вх}$ и $L_{1вых}$ — индуктивности первичных обмоток входного и выходного трансформаторов соответственно. При заданных значениях нижней граничной частоты $\omega_н$ и коэффициентов частотных искажений $M_{н.вх}$ и $M_{н.вых}$ для каждой из трансформаторных связей необходимые индуктивности $L_{1вх}$ и $L_{1вых}$ находятся по формулам:

$$L_{1вх}=\frac{R_г R_{вх}}{\omega_н\sqrt{M^2_{н.вх}-1}\,(R_г+R_{вх})}; \qquad (10\text{-}164)$$

$$L_{1вых}=\frac{R'_{вых}R_{н.э}}{\omega_н\sqrt{M^2_{н.вых}-1}\,(R'_{вых}+R_{н.э})}; \qquad (10\text{-}165)$$

При низких значениях $\omega_н$ и высоких $R_{н.э}$ можно уменьшить необходимую индуктивность первичной обмотки выходного трансформатора при шунтировании этой обмотки сопротивлением $R_к$ (при этом для расчета $\tau_{н.вых}$ и $L_{1вых}$ вместо $R'_{вых}$ надо подставлять общее сопротивление параллельного соединения $R'_{вых}$ и $R_к$) или при использовании схемы с емкостно-трансформаторной связью (рис. 10-33, *в*). В последнем случае расчет частотных характеристик выходной цепи не отличается от расчета аналогичной схемы лампового усилителя (см. рис. 10-21, *в*). Применение как шунтирующего сопротивления, так и емкостно-трансформаторной связи приводит к проигрышу усиления на средних частотах по напряжению и по току примерно в $\left(1+n^2_{вых}\dfrac{R_н}{R_к}\right)$ раз, а по мощности — в квадрат этой величины.

В *области высших частот* транзисторный усилитель с трансформаторной связью может обладать сложными частотными характеристиками, которые трудно анализировать в общем виде.

При высоком эквивалентном сопротивлении нагрузки ($R_{н.э}\approx R'_{вых}$) часто наблюдается плавный спад коэффициента усиления вследствие шунтирующего действия выходной емкости транзистора ($C'_{вых}$ на рис. 10-34, *б*). Величина $C'_{вых}$ зависит от схемы включения транзистора и от сопротивления эквивалентного генератора $R_{г.э}$. В схеме с общей базой

$$C'_{вых}\approx(1\div2)\,C_к \qquad (10\text{-}166)$$

(возрастает с уменьшением $R_{г.э}$), а в схеме с общим эмиттером

$$C'_{вых}\approx\frac{1+\beta_0}{1\div2}C_к \qquad (10\text{-}167)$$

(уменьшается с уменьшением $R_{г.э}$).

Шунтирующее действие в области верхних частот может оказывать также собственная емкость первичной обмотки выходного трансформатора $C_{1вых}$ и пересчитанная в первичную цепь емкость нагрузки $C_н$. Высокочастотная постоянная времени, обусловливаемая наличием всех этих емкостей, составляет

$$\tau_{в1}=\frac{R'_{вых}R_{н.э}}{R'_{вых}+R_{н.э}}\times\left(C'_{вых}+C_{1вых}+\frac{C_н}{n^2_{вых}}\right) \qquad (10\text{-}168)$$

и ограничивает полосу усиливаемых частот при коэффициенте частотных искажений $M_в$

частотой

$$\omega_{в1} = \frac{\sqrt{M_в^2 - 1}}{\tau_{в1}}. \qquad (10\text{-}169)$$

При не слишком больших эквивалентных сопротивлениях нагрузки (большей частью при $R_{н.э} \ll R'_{вых}$) в области высших частот может происходить подъем усиления, вызываемый резонансом токов в ветвях $C'_{вых}$ и L_s—$R_{н.э}$ (рис. 10-34, *в*). Подъем усиления возникает в районе частоты

$$\omega_{ов2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2Q_{в2}^2}}{L_s C'_{вых}}} \qquad (10\text{-}170)$$

при условии $Q_{в2} > 0{,}7$, где

$$Q_{в2} = \frac{1}{R_{н.э}} \sqrt{\frac{L_s}{C'_{вых}}} \qquad (10\text{-}171)$$

(предполагается, что $R_{н.э} < R'_{вых}$).

Если в схеме усилителя присутствует шунтирующее первичную обмотку трансформатора сопротивление $R_к$ (рис. 10-34, *г*), то при определенных соотношениях между параметрами выходной цепи может возникнуть резонанс напряжений в цепи L_s — $C_н$. При этом наблюдается подъем усиления в районе частоты

$$\omega_{ов3} = \sqrt{\frac{1 + \frac{R_к}{R_{н.э}}}{L_s \frac{C_н}{n_{вых}^2}}}, \qquad (10\text{-}172)$$

если

$$Q_{в3} = \frac{1}{\frac{R_к}{\omega_{ов3} L_s} + \frac{1}{\omega_{ов3} C_н R_н}} > 0{,}7. \qquad (10\text{-}173)$$

При малых значениях емкости $C_н$ и не очень больших сопротивлениях $R_н$ и $R_к$ наблюдается плавное снижение усиления, причем постоянная времени цепи $R_к$—L_s—$R_{н.э}$

$$\tau_{в4} = \frac{L_s}{R_к + R_{н.э}} \qquad (10\text{-}174)$$

определяет верхнюю граничную частоту усилителя:

$$\omega_{в4} = \frac{\sqrt{M_в^2 - 1}}{\tau_{в4}} \qquad (10\text{-}175)$$

(предполагается, что $R_к \ll R'_{вых}$).

Наконец, спад усиления в области высших частот вызывается снижением усиления самого транзистора. В схеме с общим эмиттером при высокоомном эквивалентном генераторе ($R_{г.э} \gg R'_{вх}$) граничная частота коэффициента усиления по току

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi\tau_{эфф}} \approx \frac{f_\alpha}{1 + \beta_0} \qquad (10\text{-}176)$$

и у низкочастотных транзисторов лежит в пределах 10—50 *кгц* (меньшие значения соответствуют мощным транзисторам). Однако, используя смешанную П-образную моделирующую схему транзистора (рис. 10-34, *д*), легко показать, что уменьшение сопротивления $R_{г.э}$ эквивалентного генератора повышает граничную частоту выходного тока транзистора:

$$f_{гр.тр} \approx \left(1 + \frac{h_{11э0}}{R_{г.э} + r'_б}\right) f_\beta. \qquad (10\text{-}177)$$

Таким образом верхняя граничная частота усилителя, связанная с падением усиления транзистора, определяется как

$$\omega_{в5} = 2\pi f_{гр.тр} \sqrt{M_в^2 - 1}. \qquad (10\text{-}178)$$

От того, какая из частот $\omega_{в1}$—$\omega_{в5}$ получается ниже, зависит, какое из рассмотренных явлений возникает раньше и определяет характер частотных искажений в области высших частот.

Пример 8. Рассчитать транзисторный усилитель с трансформаторной связью на максимальное усиление по мощности. Схема усилителя по рис. 10-33, *а*. Параметры транзистора и значения $R_г$, $R_н$ те же, что в примере 5.

Определить $n_{вх}$ и $n_{вых}$, обеспечивающие максимальное усиление по мощности, величину $K_р$ и рассчитать необходимые индуктивности первичных обмоток трансформаторов из условия $f_н = 300$ *гц*, $M_н = \sqrt{2}$.

Решение. На основании (10-155) и (10-158)

$$R_{вых.с} = \sqrt{\frac{1\,000}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 10{,}4 \cdot 10^{-3}}} = 69\,000 \text{ ом};$$

$$R_{вх.с} = \sqrt{\frac{1\,000 \cdot 10{,}4 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}}} = 720 \text{ ом}$$

$$(\Delta h_э = 1\,000 \cdot 20 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-4} \cdot 32 = 10{,}4 \cdot 10^{-3}).$$

Таким образом, оптимальные коэффициенты трансформации согласно (10-160) и (10-161) составляют в отсутствие $R_к$:

$$n_{вых} = \sqrt{\frac{69\,000}{1\,000}} = 8{,}3:1;$$

$$n_{вх} = \sqrt{\frac{5\,000}{720}} = 2{,}6:1.$$

При этом коэффициент усиления по мощности на основании (10-157)

$$K_{р\,макс} = \frac{32^2}{\left(\sqrt{10{,}4 \cdot 10^{-3}} + \sqrt{1\,000 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 17\,400.$$

или 42,4 *дб* (против 27,6 *дб* при резистивно-емкостной связи).

Считая $M_н = M_{н.вх} M_{н.вых}$, потребуем $M_{н.вх} = M_{н.вых} = \sqrt{M_н} = 1{,}19$. На основании (10-164) и (10-165) с учетом достигнутого согласования ($R_г = R_{вх}$; $R_{н.э} = R'_{вых}$)

$$L_{1вх} \geqslant \frac{5\,000}{2\pi \cdot 300 \sqrt{1{,}19^2 - 1} \cdot 2} = 2{,}1\ гн;$$

$$L_{1вых} \geqslant \frac{69\,000}{2\pi \cdot 300 \sqrt{1{,}19^2 - 1} \cdot 2} = 27\ гн.$$

Нелинейные искажения в транзисторном усилителе с трансформаторной связью определяются теми же способами, что и при резистивно-емкостной связи (см. стр. 480).

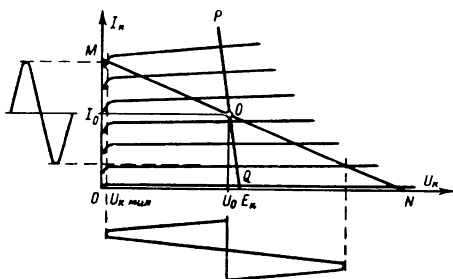


Рис. 10-35. Линии нагрузки для постоянного (PQ) и переменного (MN) токов транзисторного усилителя с трансформаторной связью.

Малое сопротивление постоянному току первичной обмотки выходного трансформатора в усилителях, собираемых по схемам на рис. 10-33, *а* и *б*, позволяет располагать исходную рабочую точку *O* транзистора при напряжении, близком к $E_к$ (рис. 10-35). При этом максимальная амплитуда выходного напряжения на первичной обмотке трансформатора также достигает величины $E_к$. Максимальная амплитуда выходного напряжения порядка $E_к$ и одновременно максимальная амплитуда коллекторного тока, равная I_0, достигаются при условии, что эквивалентное сопротивление нагрузки выбрано из условия

$$R_{н.э} = \frac{U_0}{I_0}. \qquad (10\text{-}179)$$

Однако это условие кладут в основу расчета главным образом мощных усилителей (см. стр. 496), где важно получить максимальную выходную мощность при высоком к. п. д. коллекторной цепи. При малых уровнях выходных сигналов, когда отдаваемая мощность значительно меньше мощности, расходуемой на питание коллекторной цепи, целесообразнее стремиться к выполнению условия $R_{н.э} \approx R_{вых.с}$, обеспечивающего максимальное усиление по мощности (см. стр. 483).

Источниками дополнительных нелинейных искажений могут быть трансформаторы, поскольку они имеют сердечники из ферромагнитных материалов.

Цепи питания. Трансформаторные связи позволяют широко варьировать построение цепей питания транзисторов и сводить к минимуму влияние этих цепей на передачу сигнала.

При наличии входного трансформатора сопротивление постоянному току в цепи базы транзистора может быть сведено к минимуму, причем применение двух источников питания ($E_к$ и $E_э$ на рис. 10-36, *а*) позволяет получить наибольшую температурную стабильность рабочей точки ($S=1$).

При питании каскада с трансформаторной связью от одного источника (рис. 10-33 и 10-36, *б*) целесообразно делитель из резисторов R_1, R_2 соединять с низкопотенциальным выводом вторичной обмотки входного трансформатора, как это показано на рис. 10-33; тогда резисторы R_1, R_2 не шунтируют входную цепь усилителя и не вызывают потерь усиления.

Чтобы исключить возможность возникновения обратной связи на нижних частотах из-за цепи $R_э$, $C_э$, надо низкопотенциальный вывод вторичной обмотки входного трансформатора соединять по переменному току не с общим проводом цепей питания, как это сделано в схеме на рис. 10-36, *б*, а непосредственно с эмиттером транзистора (рис. 10-33, *а*). При этом емкость конденсатора C_1 выбирается из условия

$$C_1 \geqslant \frac{5 \div 10}{\omega_н \left(R_{г.э} + R'_{вх}\right)} \qquad (10\text{-}180)$$

и получается примерно в β раз меньше емкости конденсатора $C_э$ в схеме на рис. 10-36, *б*

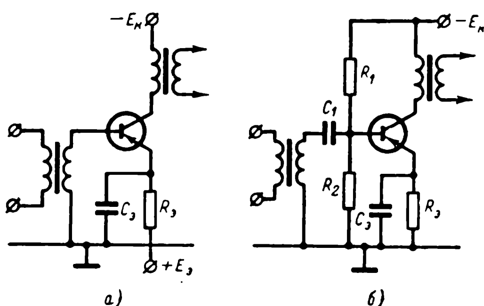


Рис. 10-36. Варианты схем питания транзисторных усилителей с трансформаторной связью.

и также существенно уменьшается необходимая емкость конденсатора $C_э$. В схеме на рис. 10-33, *а* элементы $R_э$, $C_э$ оказываются введенными только в цепь выходного тока. При этом часто бывает $R_э \ll R_{н.э}$, и тогда конденсатор $C_э$ можно исключить совсем. В общем случае для схем на рис. 10-33, *а*, *в* необходимая емкость $C_э$ определяется из условия

$$C_э = \frac{5 \div 10}{\omega_н R_{н.э}}. \qquad (10\text{-}181)$$

Многокаскадные усилители

Расчет коэффициента усиления и частотных характеристик многокаскадных *ламповых усилителей* обычно не вызывает затруднений. Общий коэффициент усиления равен произведению коэффициентов усиления всех каскадов

$$\mathbf{K}_{общ} = \mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \cdots \mathbf{K}_n, \qquad (10\text{-}182)$$

причем общая амплитудно-частотная характеристика определяется произведением модулей коэффициентов усиления:

$$K_{общ} = K_1 K_2 \cdots K_n, \qquad (10\text{-}183)$$

а общая фазо-частотная характеристика — суммой аргументов:

$$\varphi_{общ} = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_n + k\pi, \qquad (10\text{-}184)$$

где с помощью целого числа k можно учесть перевороты полярности напряжения, в том числе обусловленные трансформаторными связями.

Многокаскадный ламповый усилитель с *резистивно-емкостными связями и одинаковыми для всех каскадов постоянными времени* $\tau_н$ и $\tau_в$ описывается наиболее простыми выражениями обеих характеристик.

Коэффициент усиления

$$\mathbf{K}_{общ} = \mathbf{K}_1^n = K_1^n e^{jn\varphi_1}, \qquad (10\text{-}185)$$

где $\mathbf{K}_1$, K_1 и φ_1 — комплексный коэффициент усиления, его модуль (амплитудно-частотная характеристика) и аргумент (фазо-частотная характеристика) одного каскада, n — число каскадов.

Граничные частоты общего коэффициента усиления составляют:

$$\omega_{н.общ} = \frac{1}{\tau_н \sqrt{\dfrac{1}{M_{н.общ}^{\frac{2}{n}} - 1}}}; \qquad (10\text{-}186)$$

$$\omega_{в\,общ} = \frac{1}{\tau_в} \sqrt{M_{в.общ}^{\frac{2}{n}} - 1}. \qquad (10\text{-}187)$$

Эти выражения позволяют определить необходимые значения постоянных времени $\tau_н$ и $\tau_в$ по заданным коэффициентам $M_{н.\,общ}$ и $M_{в.\,общ}$ частотных искажений для всего усилителя.

Общая нормированная переходная характеристика для фронта импульса выражается уравнением

$$h_{общ}(t) = \frac{K_{общ}(t)}{K_{0\,общ}} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_в}} \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{\left(\frac{t}{\tau_в}\right)^\nu}{\nu!}, \qquad (10\text{-}188)$$

и для усилителей с числом каскадов до восьми ее графики приведены на рис. 10-37. При $n \geqslant 2$ имеется начальный пологий участок нарастания выходного напряжения, заметно увеличивающий время запаздывания

$$t_з \approx \frac{n}{e} \frac{C_{вых}}{S}, \qquad (10\text{-}189)$$

где S — крутизна характеристики лампы;
$C_{вых}$ — суммарная выходная емкость одного каскада, включающая в себя выходную емкость лампы, монтажную емкость и входную емкость лампы (следующего каскада).

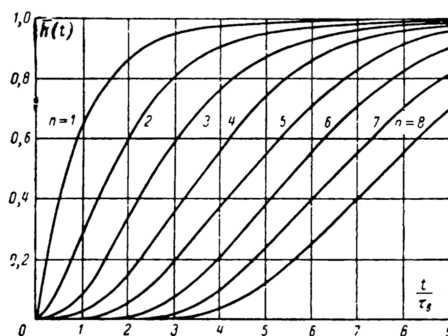


Рис. 10-37. Переходные характеристики многокаскадных ламповых усилителей с резистивно-емкостной связью.

Момент, соответствующий максимальной скорости нарастания выходного напряжения, задержан относительно момента появления входного импульса на время

$$t_m = (n - 1)\,\tau_в. \qquad (10\text{-}190)$$

Время нарастания, отсчитываемое между уровнями выходного напряжения 0,1 и 0,9 от максимального, приближенно составляет:

$$t_н \approx \sqrt{2\pi n}\,\tau_в. \qquad (10\text{-}191)$$

Расчеты *многокаскадных транзисторных усилителей* осложняются тем обстоятельством, что в качестве сопротивления нагрузки во всех каскадах, кроме последнего, выступает входное сопротивление следующего каскада, небольшое по величине, существенно зависящее от типа транзистора, его режима и схемы каскада, а в некоторых случаях и от характеристик ряда следующих каскадов. В области верхних частот внутренняя обратная связь, свойственная транзисторам, может приводить к сильной взаимозависимости характеристик всех каскадов. Аналогичные трудности могут возникать в связи с влиянием характеристик предшествующих каскадов на сопротивление эквивалентного генератора рассчитываемого каскада.

Строгий учет этих влияний возможен при составлении совместной системы уравнений контурных токов или узловых напряжений для всего многокаскадного усилителя. Однако этот путь приводит к громозд-

ким выражениям, малопригодным для инженерных расчетов. На практике, как правило, ограничиваются покаскадным расчетом усилителя в направлении от последнего каскада к первому, причем выходным сопротивлением предшествующего каскада задаются, исходя из общих соображений по компоновке всей схемы. Допускаемые при таком расчете погрешности обычно приводят только к некоторым отклонениям частотных характеристик, а коэффициенты усиления по напряжению в области средних частот не изменяются. Для определения искажений фронта импульса в многокаскадном транзисторном усилителе с резистивно-емкостной связью можно пользоваться переходными характеристиками, приведенными на рис. 10-37.

10-4. МОЩНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

Ламповый усилитель в режиме А

При работе лампы в режиме А изменения анодного тока с малыми искажениями повторяют изменения напряжения на управляющей сетке лампы, для чего ток покоя

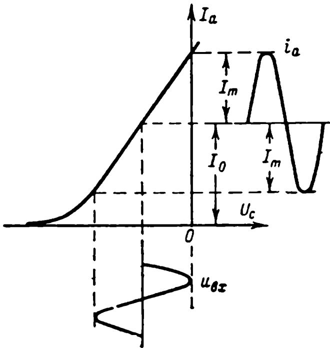


Рис. 10-38. Работа лампы в режиме А.

(I_0 на рис. 10-38) должен быть не меньше максимальной амплитуды (I_m) переменной составляющей, а напряжение управляющей сетки не должно заходить в область положительных смещений (работа лампы без сеточных токов).

Такой режим усиления связан с низким к. п. д. анодной цепи (теоретически предельное значение к. п. д. — 50%, практически — 30÷ 40% для пентодов или тетродов и менее 25% для триодов), а потому применяется в усилителях с небольшой выходной мощностью (до 3—5 *вт*).

Усилители с трехэлектродными лампами вносят меньшие нелинейные искажения и обладают меньшим выходным сопротивлением, чем усилители с пентодами. Однако из соображений экономичности питания в последнее время триодные усилители почти полностью вытеснены пентодными, у которых снижение нелинейных искажений и выходного сопротивления достигается применением отрицательной обратной связи (см. § 10-5).

Сопротивление нагрузки. В типичном случае усилитель в режиме А имеет трансформаторную связь с нагрузкой (рис. 10-39), причем выбором соответствующего коэффициента трансформации создают оптимальное нагрузочное сопротивление $R_{н.э}$, при котором достигается большая выходная мощность с малыми нелинейными искажениями.

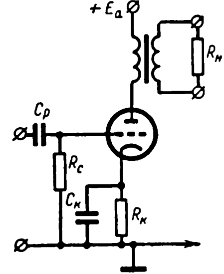


Рис. 10-39. Принципиальная схема мощного усилителя в режиме А.

Наивыгоднейшее значение $R_{н.э}$ в общем случае можно определить с помощью семейства выходных (анодных) характеристик. Через выбранную исходную рабочую точку (для получения максимальной выходной мощности ее выгодно располагать вблизи гиперболы предельно допустимой мощности рассеяния на аноде $P_{а.доп}$, рис. 10-40) проводят несколько линий нагрузки. Рабочий отрезок каждой линии нагрузки ограничивается слева характеристикой $U_c=0$, а справа — характеристикой $U_c=2U_{c0}$. Учитывая это, для каждой линии нагрузки вычисляют максимальную выходную мощность

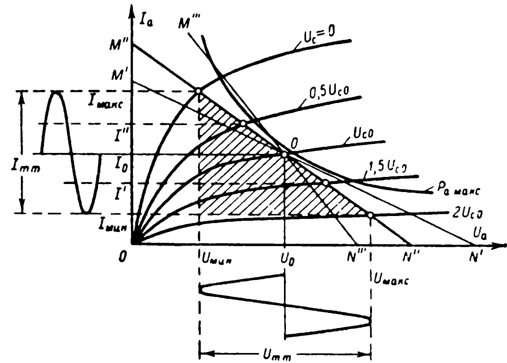


Рис. 10-40. Линии нагрузки усилителя в режиме А. Отдаваемая мощность пропорциональна площади заштрихованного треугольника.

$$P_{вых} = \frac{I_{mm} U_{mm}}{8} \qquad (10\text{-}192)$$

и коэффициент гармонических искажений (см. стр. 489). Сопоставляя полученные значения $P_{вых}$ и $K_г$, выбирают наивыгоднейшее положение линии нагрузки, причем необходимая величина $R_{н.э}$ составляет:

$$R_{н.э} = \frac{U_{mm}}{I_{mm}}. \qquad (10\text{-}193)$$

Для триодов обычно принимают

$$R_{н.э.тр} \approx (2 \div 3) R_i, \quad (10\text{-}194)$$

причем с увеличением $R_{н.э}$ уменьшаются и нелинейные искажения и выходная мощность.

Для пентодов существует оптимальное сопротивление нагрузки, при котором коэффициент гармонических искажений проходит через минимум. Соответствующее значение $R_{н.э}$ часто указывается в справочных данных и лежит в районе

$$R_{н.э.пент} \approx (0{,}8 \div 1) \frac{U_0}{I_0}. \quad (10\text{-}195)$$

Оптимальное значение $R_{н.э}$ реализуется соответствующим выбором коэффициента трансформации выходного трансформатора

$$n_{вых} = \sqrt{\frac{R_{н.э}\eta_{тр}}{R_н}}, \quad (10\text{-}196)$$

где $\eta_{тр}$ — к. п. д. выходного трансформатора.

Коэффициент полезного действия анодной цепи лампы определяется соотношением

$$\eta_a = \frac{P_{вых}}{P_{пит}} = \frac{(I_{макс} - I_{мин})(U_{макс} - U_{мин})}{8 I_0 U_0}. \quad (10\text{-}197)$$

Напряжение возбуждения U_{cm}, которое должно подводиться к управляющей сетке, определяется по выходным характеристикам и не должно превышать напряжения сеточного смещения U_{c0}, соответствующего исходной рабочей точке. При этом условии отсутствуют заметные сеточные токи лампы и входную цепь можно считать линейной.

Усилитель в режиме А, работающий без сеточных токов, обычно связывают с предшествующим каскадом с помощью резистивно-емкостной цепи. При этом сопротивление утечки сетки R_c (рис. 10-39) не должно превышать особо оговариваемой для мощных ламп величины (0,2—0,5 *Мом*); в противном случае устойчивый режим работы лампы может быть нарушен термоионным током сетки, который вызывает падение постоянного напряжения на этом сопротивлении и уменьшает отрицательное напряжение сеточного смещения.

Частотные искажения в области низших частот зависят от индуктивности L_1 первичной обмотки выходного трансформатора, которая при заданной нижней граничной частоте $\omega_н$ и коэффициенте частотных искажений $M_н$ должна быть

$$L_1 \geqslant \frac{R_{i\,н}}{\omega_н \sqrt{M_н^2 - 1}}, \quad (10\text{-}198)$$

где $R_{iн}$ — общее сопротивление параллельного соединения R_i и $R_{н.э}$. У пентода, как правило $R_i \gg R_{н.э}$, и при прочих равных условиях для пентода требуется бо́льшая индуктивность L_1, чем для триода.

В области высших частот снижение коэффициента усиления обусловливается влиянием индуктивности рассеяния L_s, величина которой (в пересчете на первичную цепь) при заданных значениях $\omega_в$ и $M_в$ должна быть

$$L_s \leqslant \frac{R_i + R_{н.э}}{\omega_в} \sqrt{M_в^2 - 1}. \quad (10\text{-}199)$$

Обобщенные частотные характеристики мощного каскада в режиме А при трансформаторной связи с активным сопротивлением нагрузки имеют такой же вид, как у каскада с резистивно-емкостной связью (см. рис. 10-16), если обозначить

$$\tau_н = \frac{L_1}{R_{iн}} \quad (10\text{-}200)$$

и

$$\tau_в = \frac{L_s}{R_i + R_{н.э}}. \quad (10\text{-}201)$$

Коэффициенты гармонических искажений по второй ($K_{г2}$), третьей ($K_{г3}$) и четвертой ($K_{г4}$) гармоникам обычно вычисляются методом пяти ординат. Для этого, используя линию нагрузки для переменного тока (например, $M''N''$ на рис. 10-40), определяют пять значений анодного тока: I_0, $I_{макс}$, $I_{мин}$, I' и I''. Токи $I_{макс}$ и $I_{мин}$ соответствуют амплитудным значениям выбранного напряжения входного сигнала, а токи I' и I'' — половинам амплитуд напряжения входного сигнала. Тогда приращение постоянной составляющей анодного тока равно:

$$\Delta I_{a0} = \frac{1}{6}(I_{макс} + I_{мин} + 2I' + 2I'' - 6I_0); \quad (10\text{-}202)$$

амплитуда основной составляющей анодного тока

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(I_{макс} - I_{мин} + I' - I''); \quad (10\text{-}203)$$

коэффициент второй гармоники

$$K_{г2} = \frac{1}{4I_{a1}}(I_{макс} + I_{мин} - 2I_0)\,100; \quad (10\text{-}204)$$

коэффициент третьей гармоники

$$K_{г3} = \frac{1}{6I_{a1}}(I_{макс} - I_{мин} - 2I' + 2I'')\,100 \quad (10\text{-}205)$$

и коэффициент четвертой гармоники

$$K_{г4} = \frac{1}{12 I_{a1}}(I_{макс} + I_{мин} - 4I' - 4I'' + 6I_0)\,100. \quad (10\text{-}206)$$

Суммарный коэффициент гармонических искажений

$$K_г = \sqrt{K_{г2}^2 + K_{г3}^2 + K_{г4}^2}. \quad (10\text{-}207)$$

Рис. 10-41. Анодная характеристика лампы 6П14П (к примеру расчета 9).

В случае больших нагрузочных сопротивлений, при которых линия нагрузки располагается почти горизонтально (как на рис. 10-24, *б*) вместо токов I_0, $I_{макс}$, $I_{мин}$, I' и I'' надо пользоваться соответствующими значениями напряжения выходного сигнала (U_0, $U_{макс}$, $U_{мин}$, U' и U'').

Пример 9. Рассчитать ламповый усилитель в режиме А при условии: $P_{вых} \geqslant 3$ *вт* при $K_г \leqslant 10\%$; $E_а = 250$ *в*; $R_н = 12$ *ом*; $f_н = 60$ *гц*; $f_в = 12\,000$ *гц*; $M_н = M_в \leqslant 1{,}2$.

Решение. Выбираем лампу типа 6П14П ($P_{а.доп} = 12$ *вт*, так что $P_{вых} < 30\%$ $P_{а.доп}$), выходные статические характеристики которой (при $U_э = 250$ *в*) приведены на рис. 10-41. Пренебрегая падением постоянного напряжения в первичной обмотке выходного трансформатора, считаем, что $U_{а0} = E_а = 250$ *в* и выбираем рабочую точку при $U_{с0} = -6$ *в* (точка *О* располагается вблизи гиперболы $P_{а.доп}$, несколько ниже ее). Анодный ток покоя $I_{а0} = 46$ *ма*.

Проводим через точку *О* несколько линий нагрузки (*аг*, *а'г'*, *а''г''*) и изучаем, при какой из них будут меньшие нелинейные искажения.

Наряду с формулами (10-204) — (10-207) для определения коэффициентов гармонических искажений можно воспользоваться эквивалентными соотношениями длин определенных отрезков нагрузочных линий (см. рисунок):

$$K_{г2} = \frac{(аО) - (Ог)}{2\,(аг)} \cdot 100; \quad (10\text{-}204а)$$

$$K_{г3} = \frac{(аг) - 2\,(бв)}{3\,(аг)} \cdot 100; \quad (10\text{-}205а)$$

$$K_{г4} = \frac{(аб) + (вг) - 3\,(бО) - 3\,(Ов)}{6\,(аг)} \cdot 100. \quad (10\text{-}206а)$$

При этом точка *а* наносится на характеристике $U_с = 0$ (рис. 10-41), точка *б* на $U_с = 0{,}5\ U_{с0}$, точка *в* на $U_с = 1{,}5\ U_{с0}$, точка *г* на $U_с = 2\ U_{с0}$.

Из выражения (10-204а) следует, в частности, что $K_{г2} = 0$ при условии, что отрезки $(аО) = (Ог)$. Это условие очень легко проверяется циркулем путем сопоставления расстояний точек *а* и *г* от точки *О*.

Выходные характеристики пентодов и тетродов почти всегда позволяют найти такую линию нагрузки, на которой отрезки $(аО) = (Ог)$. Однако при этом $K_{г2} = 0$ только при амплитуде входного напряжения, равной начальному смещению $U_{с0}$ (режим максимальной мощности), а при меньшей выходной мощности искажения могут быть значительными. Именно такой результат дает выбор в качестве линии нагрузки прямой *а''г''*. Несмотря на то что $(а''О) = (Ог'')$, при половинной амплитуде входного напряжения точкам *а''* и *г''* соответствуют точки *б''* и *в''*, но $(б''О) < (Ов'')$.

У линии нагрузки *а'г'*, напротив, $(б'О) = (Ов')$, но зато $(а'О) > (Ог')$. Наилучшие результаты даст линия *аг*, у которой $(аО) > (Ог)$, а $(бО) < (Ов)$. При этом $K_{г2}$ обратится в нуль при амплитуде входного напряжения средней между $U_{с0}$ и $0{,}5 U_{с0}$, а при амплитудах, равных $U_{с0}$ и $0{,}5 U_{с0}$, будет приобретать различный знак (фаза второй гармоники противоположная), но максимальное значение его будет меньше, чем в двух других случаях.

Выбрав нагрузочную прямую *аг*, определяем необходимые для дальнейших расчетов токи и напряжения: $I_{макс} = 87$ *ма*; $I' = 70$ *ма*; $I'' = 21$ *ма*; $I_{мин} = 8$ *ма*; $I_{mm} = 79$ *ма*; $U_{mm} = 423$ *в*. При этом выходная мощность по формуле (10-192)

$$P_{вых} = \frac{79 \cdot 10^{-3} \cdot 423}{8} = 4{,}15\ вт;$$

амплитуда первой гармоники (10-203)

$$I_{а1} = \frac{1}{3}(86 - 8 + 70 - 21) = 42{,}5\ ма$$

и коэффициенты гармонических искажений в режиме максимальной выходной мощности в соответствие с формулами (10-204)—(10-207) равны:

$$K_{г1} = \frac{1}{4\cdot 42,5}(86 + 8 - 2\cdot 46)\,100 = 1,2\%;$$

$$K_{г3} = \frac{1}{6\cdot 42,5}(86 - 8 - 2\cdot 70 + 2\cdot 21)\,100 = -7,8\%;$$

$$K_{г4} = \frac{1}{12\cdot 42,5}(86 + 8 - 4\cdot 70 - 4\cdot 21 + 6\cdot 42,5)\,100 = -2,9\%;$$

$$K_г = \sqrt{1,2^2 + 7,8^2 + 2,9^2} = 8,4\%.$$

Полученные результаты удовлетворяют поставленным требованиям с известным запасом как по выходной мощности, так и по нелинейным искажениям.

Окончательно выбрав линию нагрузки ar_1 найдем эквивалентное сопротивление нагрузки (10-193)

$$R_{н.э} = \frac{423}{79} = 5,35\ ком$$

и необходимый коэффициент трансформации (10-196), считая $\eta_{тр}=0,85$,

$$n_{вых} = \sqrt{\frac{5\,350}{12}\cdot 0,85} = 19,4:1.$$

Внутреннее сопротивление лампы в выбранной рабочей точке составляет 20 *ком*; таким образом,

$$R_{iв} = \frac{R_i R_{н.э}}{R_i + R_{н.э}} = \frac{20\cdot 5,35}{20 + 5,35} = 4,2\ ком$$

и необходима индуктивность первичной обмотки трансформатора (10-198)

$$L_1 \geqslant \frac{4\,200}{2\pi\cdot 60\sqrt{1,2^2 - 1}} = 16,6\ гн,$$

а индуктивность рассеяния (10-199)

$$L_s \leqslant \frac{20\,000 + 5\,350}{2\pi\cdot 12\,000}\sqrt{1,2^2 - 1} = 0,225\ гн.$$

Двухтактная схема

Двухтактный усилитель в режиме А позволяет получать вдвое большую выходную мощность, чем однотактная, при одновременном снижении коэффициентов четных гармоник (рис. 10-42).

Кроме того, двухтактные усилители обладают рядом других достоинств. Отсутствие постоянного подмагничивания сердечника выходного трансформатора позволяет уменьшать сечение сердечника, необходимое для получения нужной индуктивности первичной обмотки. Компенсация основных гармоник анодных токов ламп в общем проводе ослабляет паразитную связь с другими каскадами через общий источник анодного питания и облегчает развязку анодных цепей каскадов предварительного усиления.

Перечисленные преимущества двухтактной схемы в наибольшей мере свойственны усилителям, работающим в режиме А.

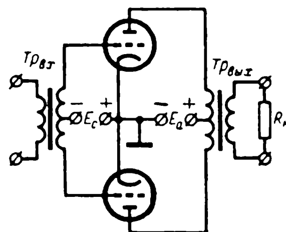


Рис. 10-42. Принципиальная схема двухтактного усилителя.

Для расчета двухтактного усилителя в режиме А остаются в силе все соотношения, приведенные выше для однотактной схемы. Необходимо только учесть, что амплитуда напряжения на первичной обмотке выходного трансформатора двухтактного усилителя вдвое больше, чем у однотактного, причем эквивалентное сопротивление нагрузки, пересчитанное ко всей первичной обмотке, должно быть в 2 раза больше, чем $R_{н.э}$, выбираемое для однотактной схемы.

Существенные отличия возникают при расчете коэффициентов четных гармоник. При полной симметрии плеч все коэффициенты четных гармоник ($K_{г2}$, $K_{г4}$ и т. д.) равны нулю. На практике всегда наблюдается неполная симметрия вследствие неоднородности ламп, половин обмоток трансформаторов, неточного равенства напряжений, возбуждающих каждое плечо. Вводя коэффициент асимметрии

$$x = \frac{I_{a2}}{I_{a1}} - 1, \qquad (10\text{-}208)$$

который бывает в пределах от 0,2 при подобранных лампах до 0,5 при лампах, имеющих значительный разброс параметров, можно оценить остаточный коэффициент второй гармоники по формуле

$$K_{г2} = \frac{x}{x + 2} K'_{г2}, \qquad (10\text{-}209)$$

где $K'_{г2}$ — коэффициент второй гармоники для одного плеча, определяемый обычным способом по формуле (10-204).

Ламповые двухтактные усилители в режимах АВ и В

Компенсация четных гармоник, происходящая в симметричных двухтактных схемах, позволяет получать небольшие искажения выходного сигнала при частичной отсеч-

ке тока усиливаемого сигнала в каждом плече (рис. 10-43). При этом перемещение исходной рабочей точки ламп в направлении к нижнему загибу анодно-сеточной характеристики приводит к уменьшению анодного тока покоя и повышению к. п. д.

В режиме $В_2$ практически используются только «правые» триоды (например, 6Н7С), анодно-сеточная характеристика которых имеет протяженный линейный участок в области $U_c>0$ и позволяет применять лампы при нулевом сеточном смещении.

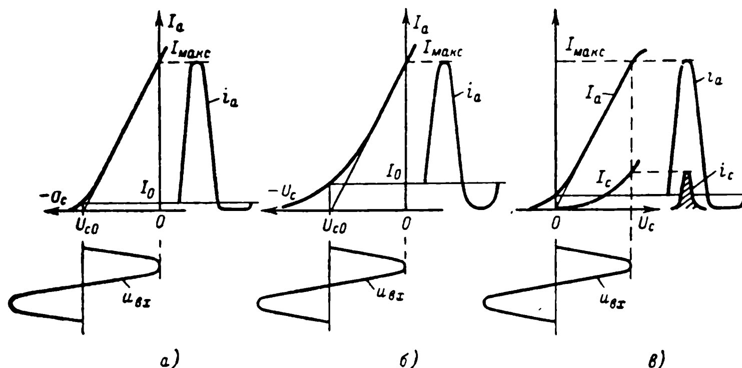


Рис. 10-43. Характеристики работы лампы.
а — в режиме В; б — в режиме АВ; в — в режиме $В_2$.

Режим В характеризуется отсечкой целого полупериода в анодном токе каждой лампы (угол отсечки $\Theta=90°$) и отличается наибольшей экономичностью (теоретически $\eta_{макс}=78\%$). Режим АВ является промежуточным ($0<\Theta<90°$) и имеет несколько меньшие искажения.

Если в режиме А нелинейные искажения возрастают с увеличением амплитуды усиливаемых колебаний, то в режиме АВ и В большие нелинейные искажения могут возникать и при малых сигналах. Для предотвращения нелинейности в области малых сигналов исходная рабочая точка ламп должна выбираться так, чтобы крутизна анодно-сеточной характеристики составляла 0,5 от ее значения для линейного участка. Обычно это соответствует напряжению U_{c0} (рис. 10-43, *а, б*), отсекаемому на оси абсцисс продолжением линейного участка характеристики. Если в точке U_{c0} анодный ток покоя I_0 не превышает 10% максимального импульса $I_{макс}$, то такой режим условно относят к режиму В (рис. 10-43, *а*). Если же I_0 достигает 20—30% $I_{макс}$ (так получается у пентодов, обладающих протяженным криволинейным участком), то такой режим условно относят к режиму АВ (рис. 10-43, *б*).

В связи с повышением к. п. д. в режимах В и АВ отдаваемая лампами мощность возрастает в 3—6 раз по сравнению с однотактной схемой в режиме А. Дальнейшее увеличение выходной мощности достигается за счет использования участка характеристик, расположенного при положительных смещениях на управляющей сетке (рис. 10-43, *в*), и связано с появлением сеточных токов. Режимы работы ламп с сеточными токами обозначают индексом 2 : $В_2$, $АВ_2$.

В режиме $АВ_2$ используются мощные пентоды и тетроды (например, 6П3С), причем сеточное смещение предпочтительно создавать от отдельного источника (фиксированное смещение), что позволяет получать максимальную выходную мощность. При отсутствии сеточных токов (режим $АВ_1$) часто применяют автоматическое смещение.

Экранирующие сетки пентодов или тетродов во избежание дополнительных искажений и снижения выходной мощности в режиме АВ должны иметь по возможности фиксированное напряжение. Ввиду значительных изменений среднего значения токов экранирующих сеток применять гасящие сопротивления для понижения экранного напряжения нельзя. В некоторых случаях для питания экранирующих сеток используются специальные стабилизаторы напряжения.

Энергетические соотношения. Пренебрегая начальным анодным током I_0, можно считать, что при усилении синусоидальных колебаний постоянная составляющая импульсов анодного тока каждой лампы равна:

$$I_0=\frac{I_{макс}}{\pi}, \qquad (10\text{-}210)$$

а амплитуда первой гармоники анодного тока каждой лампы составляет:

$$I_1=0{,}5\,I_{макс}. \qquad (10\text{-}211)$$

Таким образом, отдаваемая обеими лампами мощность

$$P_{вых}=0{,}5\,I_{макс}U_m, \qquad (10\text{-}212)$$

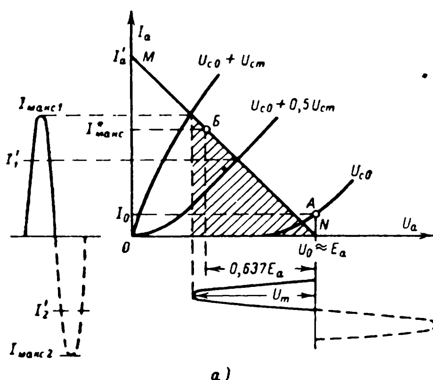
а мощность, потребляемая от источника питания анодной цепи,

$$P_{пит} = \frac{2}{\pi} I_{макс} E_a \qquad (10\text{-}213)$$

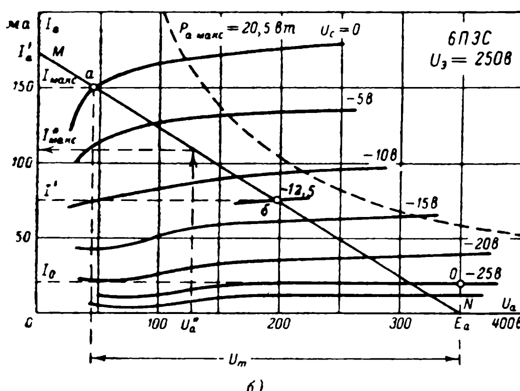
и к. п. д. анодной цепи

$$\eta_a = \frac{P_{вых}}{P_{пит}} = \frac{\pi}{4}\frac{U_m}{E_a} = \frac{\pi}{4}\xi_a, \qquad (10\text{-}214)$$

где ξ_a — коэффициент использования анодного напряжения. При $\xi_a \to 1$ предельное значение к. п. д. составляет 78%.



а)



б)

Рис. 10-44. Выбор оптимальных данных для работы каскада в режиме В.

а — принципы построения линии нагрузки (штриховыми линиями изображены полупериоды тока и напряжения, усиливаемые лампой другого плеча; отдаваемая мощность пропорциональна площади заштрихованного треугольника; А — точка покоя; Б — точка, определяющая режим рассеяния на аноде максимальной мощности); б — анодная характеристика лампы 6П3С (к примеру расчета 10).

Мощность, рассеиваемая на аноде каждой лампы,

$$P_{a1} = \frac{P_{пит}}{2}(1-\eta_a) = I_{макс} E_a\left(\frac{1}{\pi} - \frac{\xi_a}{4}\right) \qquad (10\text{-}215)$$

и достигает максимального значения при некоторой критической величине импульса анодного тока $I_{макс} = I^*_{макс}$, соответствующей $\xi_a = \frac{2}{\pi} \approx 0{,}637$,

$$P_{a1\,макс} = \frac{I^*_{макс} E_a}{2\pi}. \qquad (10\text{-}216)$$

Соотношения между величинами $P_{вых}$, E_a, U_m, $I_{макс}$ и $I^*_{макс}$ устанавливаются при помощи семейства выходных (анодных) характеристик лампы с нанесенной на него линией нагрузки.

Линия нагрузки для переменного тока (*MN* на рис. 10-44, *а*) в режимах В и АВ проводится через точку U_0 на оси абсцисс, а не через точку *А* покоя, поскольку разностный ток обеих ламп проходит через нуль, когда ток каждой лампы равен I_0. При этом, пренебрегая падением постоянного напряжения в первичной обмотке выходного трансформатора, можно считать $U_0 = E_a$. На оси ординат линия нагрузки отсекает отрезок

$$I'_a = \frac{E_a}{R'_{н.э}}, \qquad (10\text{-}217)$$

где $R'_{н.э}$ — сопротивление нагрузки, пересчитанное к половине первичной обмотки выходного трансформатора (величина $R'_{н.э}$ вдвое меньше кажущегося сопротивления нагрузки одной лампы для первой гармоники, поскольку $I_1 = 0{,}5\, I_{макс}$).

Из приведенных выше соотношений вытекают расчетные формулы для выбора типа ламп по заданной выходной мощности

$$P_{a1макс}\,\xi^2_{a.макс} \geqslant \frac{2P_{вых}}{\pi^2} \qquad (10\text{-}218)$$

и для определения необходимого сопротивления нагрузки

$$R'_{н.э} = \frac{\xi_{a.макс} E_a}{I_{макс}} = \frac{\xi^2_{a.макс} E^2_a}{2P_{вых}}, \qquad (10\text{-}219)$$

где $\xi_{a.макс}$ — коэффициент использования анодного напряжения при максимальном сигнале.

Здесь не учитывались потери мощности в выходном трансформаторе, так что величина $P_{вых}$ должна выбираться примерно на 20% больше мощности, которую необходимо подвести к нагрузке.

Нелинейные искажения в двухтактных усилителях, работающих в режиме В без сеточных токов, определяются с помощью выходных характеристик ламп методом пяти ординат (см. стр. 489), причем в роли токов $I_{макс}$ и $I_{мин}$ теперь выступают токи $I_{макс\,1}$ одного плеча и $-I_{макс\,2}$ второго, в роли I' и I'' — токи I'_1 (рис. 10-44) одного плеча и $-I'_2$ второго, а в роли тока I_0 — разность начальных анодных токов плеч $(I_{01} - I_{02})$.

При строгой симметрии плеч

$$\left.\begin{aligned} I_{макс} &= -I_{мин};\\ I' &= -I'';\\ I_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}220)$$

и получаем:

$$\Delta I_{a0} = 0; \qquad (10\text{-}221)$$

$$I_{a1} = \frac{2}{3}(I_{макс} + I'); \qquad (10\text{-}222)$$

$$K_{г2} = K_{г4} = 0; \qquad (10\text{-}223)$$

$$K_{г3} = 100\frac{I_{макс} - 2I'}{2(I_{макс} + I')}. \qquad (10\text{-}224)$$

При применении пентодов можно так расположить линию нагрузки, что будет выполняться условие $I' = 0{,}5\ I_{макс}$. При этом и $K_{г3} = 0$.

При наличии асимметрии плеч типа

$$\frac{I_{макс2}}{I_{макс1}} = \frac{I'_2}{I'_1} = \frac{I_{02}}{I_{01}} = 1 + x \qquad (10\text{-}225)$$

в режиме В появляется зависящая от амплитуды усиливаемого сигнала постоянная составляющая подмагничивающего тока в первичной обмотке выходного трансформатора

$$\Delta I_{a0} = x\frac{I_{макс} + 2I' - 6I_0}{6}, \qquad (10\text{-}226)$$

и составляющие четных гармоник:

$$K_{г2} = 100\frac{3x}{4(2+x)}\frac{I_{макс} - 2I_0}{I_{макс} + I'}; \qquad (10\text{-}227)$$

$$K_{г4} = 100\frac{x}{2+x}\frac{I_{макс} - 4I' + 6I_0}{4(I_{макс} + I')}. \qquad (10\text{-}228)$$

Все эти формулы справедливы и для режима АВ, но если угол отсечки $\Theta < 60°$, то вместо тока I' надо подставлять разность токов двух плеч в момент, когда напряжение на управляющей сетке равно половине амплитудного.

Помимо искажений, обусловленных нелинейностью характеристик ламп, в режимах В и АВ наблюдаются специфические искажения формы усиливаемого сигнала в момент отсечки анодных и сеточных токов каждой лампы. Эти искажения связаны с рассасыванием энергии, запасенной в индуктивностях рассеяния соответствующих обмоток трансформаторов, и особенно заметны в режиме B_2 с резкой отсечкой токов. Для их предотвращения надо всячески уменьшать индуктивности рассеяния трансформаторов.

Цепь управляющей сетки при наличии сеточных токов может потреблять заметную мощность от предшествующего каскада и обладает свойствами нелинейного сопротивления.

Во избежание дополнительных нелинейных искажений эквивалентный генератор, возбуждающий усилитель в режиме B_2 или AB_2, должен иметь малое внутреннее сопротивление как для переменного, так и для постоянного тока. С этой целью в большинстве случаев применяют трансформаторную связь с предшествующим каскадом и обеспечивают

$$R_{г.э} \leqslant 0{,}2R_{вх.мин}, \qquad (10\text{-}229)$$

где $R_{вх.мин}$ — минимальное (при пиковом значении тока сетки) входное сопротивление лампы мощного усилителя (определяется по сеточной характеристике).

Иногда в качестве ведущего каскада усилителя с сеточными токами применяют катодный повторитель (см. § 10-5).

Частотные искажения в усилителях, работающих в режимах В и АВ, описываются теми же соотношениями, что и в усилителе режима А, если все расчеты производить для одного плеча и пользоваться средним за полупериод значением $R_{i\,ср}$ внутреннего сопротивления лампы.

В режиме В $R_{i ср} \approx 2R_i$, а в режиме АВ $R_{i ср} \approx 1{,}5\ R_i$.

Пример 10. Рассчитать ламповый усилитель по двухтактной схеме в режиме АВ при условии: $P_{вых} \geqslant 20$ *вт*; $K_г \leqslant 5\%$; $R_н = 12$ *ом*.

Решение. Принимая ориентировочно $\xi_a = 0{,}7$, на основании (10-218) находим

$$P_{a1\,макс} \geqslant \frac{2 \cdot 20}{(0{,}7\pi)^2} = 8{,}3\ вт$$

и выбираем лампу 6П3С ($P_{a.доп} = 20{,}5$ *вт*).

После одной-двух проб нетрудно найти линию нагрузки, удовлетворяющую условию (10-212) при заданном значении $P_{вых} = 20$ *вт* и отсчете $I_{макс}$ и U_m по точке *а* (см. рис. 10-44, *б*) ее пересечения с характеристикой $U_c = 0$ (работа без сеточных токов).

Выбранная нагрузочная прямая *MN* позволяет получить $I_{макс} = 150$ *ма* и $U_m = 305$ *в*, т. е.

$$P_{вых} = 0{,}5 \cdot 0{,}15 \cdot 305 = 23\ вт,$$

что с небольшим запасом удовлетворяет поставленному требованию. Напряжение питания анодной цепи должно составлять $E_a = 350$ *в*.

Для обращения коэффициента третьей гармоники $K_{г3}$ (10-224) в нуль надо иметь $I' = 0{,}5\ I_{макс}$, в нашем случае $I' = 75$ *ма*. Этому значению I' соответствует точка *б* на линии нагрузки при $U'_c = -12{,}5$ *в*. Отсюда находим амплитуду напряжения на управляющей сетке и оптимальное напряжение сеточного смещения $U_{cm} = U_{c0} = 2U'_c = -25$ *в*. По точке покоя *О* определяется анодный ток покоя $I_0 = 20$ *ма*.

Коэффициент использования анодного напряжения

$$\xi_a = \frac{305}{350} = 0{,}87;$$

к. п. д. анодной цепи (10-214)

$$\eta_a = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}87 = 0{,}68.$$

Критическому значению $\xi_а=0{,}637$ соответствует

$$U_m^* = 0{,}637E_а = 223\ в,$$

т. е. $U_а^* = E_а - U_m^* = 127\ в$. При этом $I_{макс}^* = 108\ ма$ и согласно (10-216)

$$P_{а1макс} = \frac{0{,}108\cdot 350}{2\pi} = 6\ вт,$$

что значительно меньше $P_{а.доп}=20{,}5\ вт$.

Принимая коэффициент асимметрии плеч $\varkappa=0{,}4$, с помощью формул (10-227), (10-228) рассчитаем коэффициенты гармонических искажений:

$$K_{г3} = 100\cdot\frac{3\cdot 0{,}4}{4(2+0{,}4)}\,\frac{150-2\cdot 20}{150+75} = 6{,}1\%;$$

$$K_{г4} = 100\cdot\frac{0{,}4}{2+0{,}4}\cdot\frac{150-4\cdot 75+6\cdot 20}{4(150+75)} = 0{,}56\%.$$

Полученные значения не удовлетворяют заданной норме $K_г \leqslant 5\%$. Поэтому при налаживании усилителя надо принять меры к уменьшению асимметрии плеч. Так, при $\varkappa=0{,}3$ получим $K_{г2}=4{,}8\%$, $K_{г4}=0{,}44\%$ и

$$K_г = \sqrt{K_{г2}^2 + K_{г4}^2} = \sqrt{4{,}8^2 + 0{,}44^2} \approx 4{,}8\ \%.$$

Эквивалентное сопротивление нагрузки на одно плечо согласно (10-217)

$$R'_{н.э} = \frac{E_а}{I'_а} = \frac{350}{0{,}172} = 2\,040\ ом.$$

Необходимый коэффициент трансформации (10-196) выходного трансформатора (от одного плеча) при $\eta_{тр}=0{,}9$

$$n' = \sqrt{\frac{2\,040}{12}\cdot 0{,}9} = 12{,}4:1.$$

Ламповые фазоинверторы

Каскад, предшествующий двухтактному, должен создавать двуполярное симметричное относительно «земли» напряжение. Это часто достигается применением трансформатора со средней точкой во вторичной обмотке (рис. 10-45, *а*).

Если мощный двухтактный усилитель работает без сеточных токов, то для его возбуждения не требуется заметной мощности, и фазоинвертор рассчитывается как усилитель напряжения. При этом необходимо создать достаточное для возбуждения мощного каскада напряжение выходного сигнала с малыми нелинейными искажениями.

Для возбуждения двухтактного каскада без сеточных токов широко применяются фазоинверторы с резистивно-емкостной связью. Одна из таких схем приведена на рис. 10-45, *б*. На управляющую сетку лампы $Л_2$ подается напряжение от делителя R_1, R_2, причем коэффициент деления должен равняться коэффициенту усиления каскада с лампой $Л_2$:

$$\frac{R_1+R_2}{R_2} = \frac{\mu}{1+\dfrac{R_i}{R_{н.э}}}. \qquad (10\text{-}230)$$

Тогда выходное напряжение лампы $Л_2$ будет в точности равняться выходному напряжению лампы $Л_1$, но его полярность будет обратной. Во избежание нарушения симметрии в области высших и низших частот фазоинверторный каскад должен вносить минимальные частотные искажения, для чего следует задаваться пониженными значениями $M_н$ и $M_в$ при расчете каскада на лампе $Л_2$.

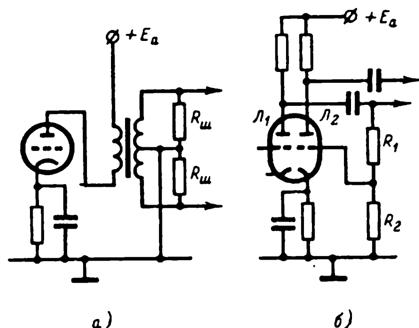


Рис. 10-45. Схемы каскадов, возбуждающих мощный двухтактный усилитель.

При изменении с течением времени параметров лампы $Л_2$ симметрия выходных напряжений схемы этого типа может нарушиться. Более совершенные схемы фазоинверторов с резистивно-емкостной связью рассмотрены в § 10-5.

При работе мощного каскада с сеточными токами фазоинвертор, как правило, выполняется с трансформаторной связью и зачастую сам должен отдавать значительную мощность. Однако важнейшим требованием в этом случае является требование к малой величине выходного сопротивления (см. стр. 492).

Исходя из заданного значения сопротивления $R_{г.э}$ эквивалентного генератора в сеточной цепи двухтактного каскада, определяется необходимый коэффициент трансформации, который в расчете на одну половину вторичной обмотки должен составлять

$$n' = \frac{w_1}{w'_2} = \sqrt{\frac{R_{г.э}-r'_2}{R_i+r_1}}, \qquad (10\text{-}231)$$

где r'_2 — сопротивление провода половины вторичной обмотки, а r_1 — сопротивление провода первичной обмотки трансформатора.

Для улучшения частотной характеристики в области высших частот обе половины вторичной обмотки шунтируют сопротивлениями ($R_ш$ на рис. 10-45, *а*). При этом эквивалентное сопротивление нагрузки лампы, пересчитанное к первичной обмотке, составляет:

$$R_{н.э} = n'^2 \frac{R_ш R_{вх.мин}}{R_ш + R_{вх.мин}}, \quad (10\text{-}232)$$

где $R_{вх.мин}$ — минимальное входное сопротивление одной лампы мощного каскада с сеточным током.

Мощный транзисторный каскад в режиме А

От аналогичного лампового мощный транзисторный усилительный каскад отличается более высоким к. п. д., достигающим 45%. В нем обычно применяются трансформаторная связь с нагрузкой и включение транзистора по схеме с общим эмиттером (рис. 10-46, *а*). В схеме с общей базой (рис. 10-46, *б*) максимальная отдаваемая транзистором мощность практически такая же, но коэффициент усиления ниже и мало входное сопротивление транзистора, так что

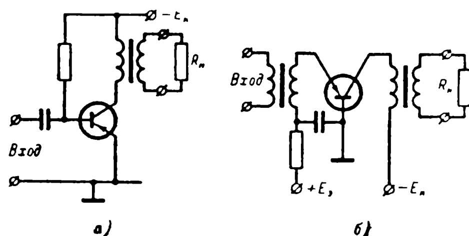


Рис. 10-46. Схемы мощных каскадов транзисторных усилителей в режиме А.

***а* — при включении транзистора с общим эмиттером; *б* — с общей базой.**

почти неизбежно применение второго, входного трансформатора. Зато в схеме с общей базой меньше нелинейные искажения и спад частотной характеристики, обусловленный транзистором, сдвигается в область более высоких частот.

Коллекторная цепь. Техника графического анализа коллекторной цепи мощного транзисторного усилителя в режиме А не отличается от описанной для предварительного усилителя с трансформаторной связью (рис. 10-35) и для анодной цепи лампового усилителя в режиме А (рис. 10-40). Низкие значения минимального коллекторного напряжения (не более нескольких десятых долей вольта, исключая мощные кремниевые транзисторы, у которых в схемах с общим эмиттером $U_{к.мин}$ может составлять несколько вольт) и малые обратные токи коллектора позволяют пренебрегать этими величинами. Тогда эквивалентное сопротивление нагрузки для переменного тока, при котором транзистор отдает максимальную мощность, должно составлять

$$R_{н.э} = \frac{U_0}{I_0}, \quad (10\text{-}233)$$

где U_0 и I_0 — напряжение и ток коллектора в точке покоя. При отсутствии сопротивления в цепи эмиттера и при достаточно малом сопротивлении провода первичной обмотки выходного трансформатора $U_0 \approx E_к$, так что отдаваемая транзистором мощность достигает величины

$$P_{вых} \approx 0{,}5 I_0 E_к, \quad (10\text{-}234)$$

а мощность, потребляемая от источника питания

$$P_{пит} = I_0 E_к \approx 2P_{вых}, \quad (10\text{-}235)$$

к. п. д. коллекторной цепи

$$\eta_к = 0{,}5. \quad (10\text{-}236)$$

Максимальная отдаваемая мощность в режиме А не превышает половины предельно допустимой рассеиваемой транзистором мощности. Напряжение источника питания коллекторной цепи не должно превышать половины предельно допустимого напряжения коллектора. По выбранным значениям $P_{вых}$ и $E_к$ (величину $P_{вых}$ надо принимать примерно в 1,5 раза больше заданной мощности в полезной нагрузке) определяются необходимое значение тока в точке покоя

$$I_0 = \frac{2P_{вых}}{E_к} \quad (10\text{-}237)$$

и сопротивление нагрузки

$$R_{н.э} = \frac{E_к^2}{2P_{вых}}. \quad (10\text{-}238)$$

Коэффициент трансформации выходного трансформатора

$$n_{вых} = \sqrt{\frac{R_{н.э} - r_1}{R_н + r_2}} = \sqrt{\frac{R_{н.э}\eta_{тр}}{R_н}}, \quad (10\text{-}239)$$

где r_1 и r_2 — сопротивления проводов первичной и вторичной обмоток; $\eta_{тр}$ — к. п. д. выходного трансформатора.

Пример 11. Рассчитать коллекторную цепь усилителя в режиме А для $P_н = 0{,}3$ *вт*; $E_к = 12$ *в*.

Решение. Приняв

$$P_{вых} = 1{,}4P_н = 1{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}42 \text{ вт},$$

найдем с помощью (10-235) максимальную мощность, рассеиваемую коллектором,

$$P_{пит} = 2 \cdot 0{,}42 = 0{,}84 \text{ вт},$$

максимальный импульс коллекторного тока

$$I_{к.макс} = 2I_0 = \frac{4P_{вых}}{E_к} = \frac{4 \cdot 0{,}42}{12} = 0{,}14 \text{ а}$$

и максимальный импульс коллекторного напряжения

$$U_{к.макс} = 2E_к = 2 \cdot 12 = 24 \text{ в}.$$

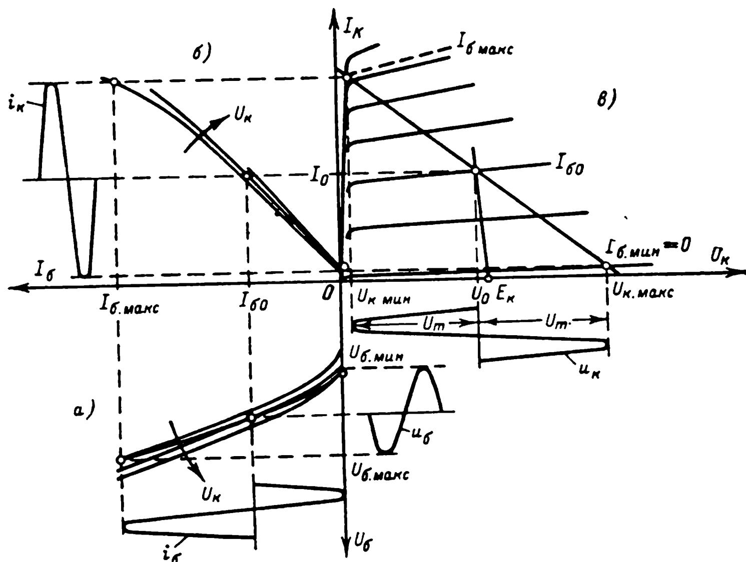


Рис. 10-47. Работа транзистора в режиме А.

Выбираем транзистор типа П203 ($P_{к.\,доп}=1$ *вт* без радиатора; $I_{к.\,доп}=2$ *а*; $U_{к.\,э.\,доп}=30$ *в*).

Ток покоя (10-237) в коллекторной цепи

$$I_0=\frac{2\cdot 0{,}42}{12}=0{,}07\,а,$$

эквивалентное сопротивление нагрузки

$$R_{н.э}=\frac{12^2}{2\cdot 0{,}42}=172\ ом.$$

Входная цепь транзистора в мощном каскаде может проявлять заметную нелинейность и обычно требует графического анализа. На рис. 10-47 для примера приведены характеристики транзистора в схеме с общим эмиттером. В случае схемы с общей базой техника построений такая же.

С помощью выходных (*в*) или передаточных (*б*) характеристик определяются необходимые пределы изменения тока базы при максимальной амплитуде сигнала ($I_{б.\,макс}$, $I_{б.\,мин}$). Затем с помощью входных характеристик (*а*) находят соответствующие токам $I_{б.\,макс}$ и $I_{б.\,мин}$ напряжения базы $U_{б.макс}$ и $U_{б.мин}$. Если различия в передаточных и входных характеристиках для разных напряжений коллектора велики, то определять токи и напряжения базы следует по динамическим передаточной и входной характеристикам, как это показано на рис. 10-47. Но у большинства транзисторов динамические характеристики мало отличаются от статических, и часто можно пользоваться одной статической передаточной или входной характеристикой.

По найденным значениям токов и напряжений базы вычисляются среднее значение входного сопротивления

$$R_{вх.ср}=\frac{U_{б.макс}-U_{б.мин}}{I_{б.макс}} \qquad (10\text{-}240)$$

и необходимая входная мощность

$$P_{вх}=0{,}125 I^2_{б.макс} R_{вх.ср}\,. \qquad (10\text{-}241)$$

Коэффициент усиления по мощности составляет:

$$K_P=\frac{P_{вых}}{P_{вх}}\,. \qquad (10\text{-}242)$$

Нелинейные искажения определяются так же, как в предварительном транзисторном усилителе с трансформаторной связью (см. стр. 486).

Необходимо отметить, что при выходной мощности, превышающей несколько десятых долей ватта, обычно приходится применять транзисторы в таких режимах, что входное сопротивление в значительной мере определяется объемным сопротивлением эмиттера и базы. При этом входная характеристика спрямляется и большее значение приобретает зависимость коэффициента усиления по току от величины тока (особенно в схеме с общим эмиттером), чем нелинейная зависимость входного тока от напряжения сигнала.

Поэтому минимальные нелинейные искажения в схеме с общим эмиттером обычно достигаются при низкоомном эквивалентном генераторе. В схеме с общей базой еще меньшие нелинейные искажения получаются при высокоомном эквивалентном генераторе.

Частотные искажения в мощном усилителе режима А с трансформаторным выходом имеют те же причины, что и в предварительном (см. стр. 484).

Поскольку эквивалентное сопротивление нагрузки мощного усилителя невелико (обычно $R_{н.э}$ составляет десятки—сотни ом), с емкостью цепи нагрузки, как правило, можно не считаться. В связи с тем что мощные транзисторы обычно обладают невысокими граничными частотами коэффициента усиления по току ($f_\alpha \approx 100 \div 400$ *кгц* и $f_\beta < 5 \div 15$ *кгц*), в усилителях, выполненных по схеме с общим эмиттером, верхняя граничная частота зачастую определяется транзистором.

Транзисторный усилитель в режиме В

Усилительный режим В отличается наибольшей экономичностью, к. п. д. коллекторной цепи достигает 70—75%.

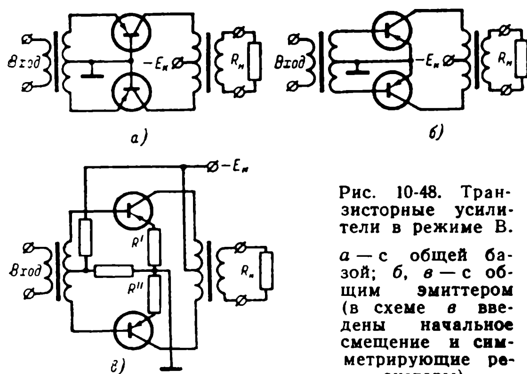


Рис. 10-48. Транзисторные усилители в режиме В.

а — с общей базой; *б*, *в* — с общим эмиттером (в схеме *в* введены начальное смещение и симметрирующие резисторы).

Как в схеме с общей базой, так и в схеме с общим эмиттером транзисторы могут применяться в этом режиме без начального смещения (рис. 10-48, *а*, *б*), особенно в усилителях с большой выходной мощностью. Для уменьшения искажений при переходе от одного полупериода к другому часто вводят небольшое начальное смещение ($U_{б.э} \approx 0{,}15$ *в* для германиевых и до 0,6 *в* для кремниевых транзисторов), причем начальный ток коллектора продолжает сохранять весьма незначительную величину (не более единиц процентов от величины максимального импульса) и режим усиления остается очень близким к идеальному режиму В. Таким образом, коллекторная цепь транзистора в режиме В описывается теми же соотношениями, какие были приведены выше для лампового усилителя в этом же режиме (см. стр. 492), причем в большинстве случаев можно считать, что максимальный коэффициент использования коллекторного напряжения $\xi_{к.макс} = 1$, т. е. $U_m = E_к$. При этом критерий для выбора транзистора по заданной выходной мощности усилителя принимает вид:

$$P_{доп1} \geqslant \frac{2}{\pi^2} P_{вых} \approx 0{,}2 P_{вых} \quad (10\text{-}243)$$

(в качестве $P_{вых}$ надо брать значение, увеличенное на 30—50% по сравнению с необходимой максимальной мощностью в нагрузке).

Кроме того, при $E_к \leqslant 0{,}5\ U_{к.доп}$ транзистор должен допускать работу с импульсами тока

$$I_{к.макс} = \frac{2P_{вых}}{E_к}. \quad (10\text{-}244)$$

Входная цепь транзистора в режиме В работает с отсечкой тока (рис. 10-49, *б*).

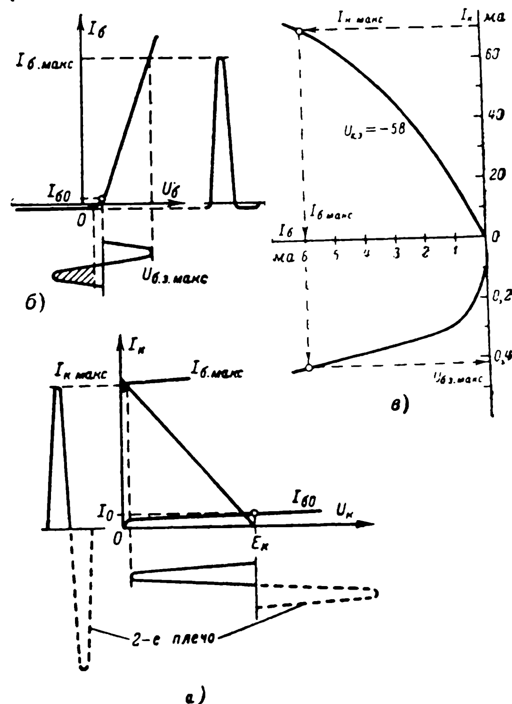


Рис. 10-49. Работа транзистора в режиме В.

а — определение импульса тока базы; *б* — определение $U_{б.э.макс}$; *в* — характеристика к расчету в примере 12.

При этом входное сопротивление между эмиттерами (рис. 10-48, *а*) или между базами (рис. 10-48, *б*) двух транзисторов приближенно составляет:

$$R_{вх} \approx \frac{4U_{б.э.макс}}{I_{вх.макс}}, \quad (10\text{-}245)$$

где $I_{вх.макс}$ — максимальное за полупериод значение тока базы или эмиттера, а $U_{б.э.макс}$ — соответствующее ему напряжение между базой и эмиттером.

Входная мощность (на оба плеча)

$$P_{вх} \approx \frac{1}{8} I^2_{вх.макс} R_{вх}, \quad (10\text{-}246)$$

и коэффициент усиления по мощности

$$K_P = \frac{P_{вых}}{P_{вх}}. \quad (10\text{-}247)$$

Пример 12. Рассчитать транзисторный усилитель в режиме В, для тех же исходных данных, что и в примере 11:

$$P_в = 0{,}3\,вт;\ E_к = 12\,в;\ P_{вых} = 0{,}42\,вт.$$

Решение. Согласно (10-243) и (10-244)

$$P_{доп1} \approx 0{,}2\cdot 0{,}42 = 0{,}084\,вт;$$

$$I_{к.макс} = \frac{2\cdot 0{,}42}{12} = 0{,}07\,а.$$

Эти условия наряду с $U_{к.\,макс} = 2\cdot 12 = 24\,в$ позволяют применить маломощные транзисторы, например типа П14А ($P_{к.доп} = 0{,}15\,вт$; $I_{к.\,доп.\,имп} = 150\,ма$; предельное напряжение коллектор—эмиттер при запертом эмиттерном переходе — 30 $в$).

Необходимое сопротивление нагрузки (на одно плечо) согласно (10-219) при $\xi = 1$

$$R'_{н.э} = \frac{E_к}{I_{к.макс}} = \frac{12}{0{,}07} = 172\,ом.$$

По статическим характеристикам транзистора (рис. 10-49, *б*) находим $I_{б.\,макс} = 6\,ма$; $U_{б.\,макс} = 0{,}42\,в$, и на основании (10-245)—(10-247)

$$R_{вых} = \frac{4\cdot 0{,}42}{6\cdot 10^{-3}} = 280\,ом;$$

$$P_{вых} \approx 0{,}125\,(6\cdot 10^{-3})^2\,280 \approx 1{,}2\cdot 10^{-3}\,вт;$$

$$K_P = \frac{0{,}42}{1{,}2\cdot 10^{-3}} = 350.$$

Нелинейные искажения в транзисторном усилителе в режиме В обусловлены: а) нелинейной зависимостью тока коллектора от тока входного электрода; б) нелинейной зависимостью входного тока от входного напряжения; в) возможной нелинейностью суммарной передаточной характеристики обоих плеч в области малых напряжений; г) асимметрией плеч и д) нелинейными искажениями в трансформаторах, в том числе связанными с отсечкой тока (см. стр. 494).

Достаточно полно и точно теоретически оценить влияние всех этих факторов затруднительно. В получаемых на практике результатах немалое значение имеет экспериментальная отработка схемы и режимов, подбор транзисторов.

В целях уменьшения асимметрии плеч, помимо подбора транзисторов с близкими передаточными характеристиками, в цепи эмиттеров вводят резисторы с небольшим сопротивлением (R', R'' на рис. 10-48, *в*), уравнивающие постоянные составляющие коллекторных токов.

Уменьшить влияние нелинейной зависимости коллекторного тока от входного тока (при неизменной выходной мощности) можно выбором максимально допустимого напряжения источника питания коллекторной цепи и особенно сильно — переходом от схемы с общим эмиттером к схеме с общей базой.

Для достижения минимальных коэффициентов гармонических искажений в схеме с общей базой желательно относительно большое сопротивление эквивалентного генератора сигнала, а в схеме с общим эмиттером — относительно низкое, причем часто существует оптимальное значение $R_{г.э}$.

Изучение отдельных сторон нелинейных искажений в транзисторном усилителе в режиме В может проводиться с помощью методов, описанных выше применительно к различным ламповым и транзисторным схемам (см. стр. 480, 481, 489, 493).

Частотные искажения рассчитываются по эквивалентным схемам для одного плеча с помощью тех же формул, что и в однотактном трансформаторном усилителе в режиме А (см. стр. 484), если в качестве $R_{н.э}$ подставлять величину

$$R_{н.э} = \frac{U_m}{I_{макс}}, \qquad (10\text{-}248)$$

а в качестве $R_{вых}$ — среднее значение выходного сопротивления транзистора (примерно удвоенное $R_{вых}$ в точке, соответствующей половине $I_{макс}$).

Верхняя граничная частота усилителя обычно определяется спадом коэффициента усиления по току транзистора, но в схеме с общей базой может ограничиваться и индуктивностью рассеяния выходного трансформатора.

Варианты схем транзисторных двухтактных усилителей

Схема двухтактного каскада с последовательным включением транзисторов (рис. 10-50, *а*) позволяет обойтись без выходного трансформатора при условии, что сопротивление нагрузки $R_н$ соответствует необходимой величине эквивалентного сопротивления нагрузки $R'_{н.э}$ на одно плечо. Полное напряжение источника питания в этой схеме должно быть вдвое больше напряжения $E_к$, участвующего в расчете режима каждого транзистора.

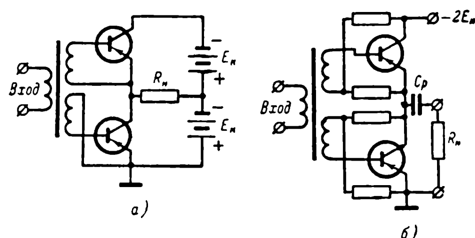


Рис. 10-50. Схемы усилителей класса В с последовательным включением транзисторов.

а — без начального смещения и с непосредственным включением нагрузки; *б* — с начальным смещением и разделительным конденсатором в цепи нагрузки.

Избавиться от необходимости иметь отвод от средней точки источника питания позволяет схема с включением нагрузочно-

го сопротивления через разделительный конденсатор (рис. 10-50, *б*), емкость которого должна составлять

$$C_р \geqslant \frac{5 \div 10}{\omega_н R_н}. \quad (10\text{-}249)$$

Ряд схем двухтактных усилителей, не требующих применения трансформаторов, основан на использовании транзисторов с *дополнительной симметрией*, т. е. сочетаний

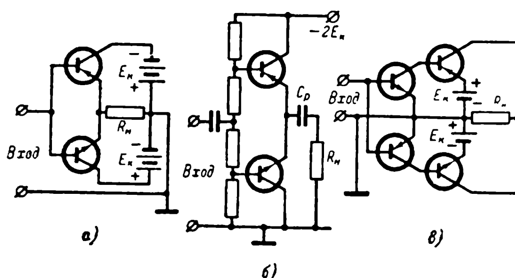


Рис. 10-51. Бестрансформаторные схемы двухтактных транзисторных усилителей.

структур *р-п-р* и *п-р-п* (рис. 10-51). Простейшая из этих схем (*а*) является разновидностью усилителя в режиме В с последовательным включением транзисторов (ср. с рис. 10-50, *а*), причем транзисторы работают без начального смещения. Ввиду различной структуры транзисторов в течение каждого полупериода входного напряжения работает только один транзистор и отпадает необходимость в специальном фазоинверторе. На рис. 10-51, *б* показаны цепи подачи небольшого начального смещения, снижающего нелинейные искажения при переходе от одного полупериода к другому, и включение нагрузочного сопротивления через разделительный конденсатор. Обе схемы на рис. 10-51, *а* и *б* представляют собой усилители с общим коллектором (см. стр. 508), работают со 100%-ной обратной связью и не дают усиления по напряжению: для полной раскачки амплитуда входного напряжения должна равняться половине напряжения источника питания, т. е. величине $E_к$. Зато в этих схемах достигаются наибольшее входное сопротивление и высокая линейность.

В качестве другого примера двухтактных усилителей с дополнительной симметрией на рис. 10-51, *в* приведена схема с четырьмя транзисторами, включенными с общим эмиттером, причем достигается большое усиление как по мощности, так и по напряжению.

Существует много других вариантов построения схем подобного типа [Л. 2, 21]. Ценным свойством этих схем является возможность применения непосредственной связи между транзисторами, что позволяет использовать их в качестве усилителей постоянного тока, уменьшить частотные и нелинейные искажения, сократить количество деталей, повысить экономичность, а в ряде случаев и температурную стабильность усилителя.

Температурная стабилизация мощных транзисторных усилителей

Температурная стабилизация представляет собой ответственнейшую задачу проектирования и включает ряд взаимосвязанных вопросов.

Прежде всего необходимо позаботиться о таких условиях теплоотвода, чтобы при наивысшей температуре окружающей среды и максимальной мощности, рассеиваемой транзистором, температура активного объема транзистора не превышала предельную или более низкую, выбранную при проектировании. Этот вопрос рассматривается в § 9-7.

Далее для усилителя в режиме А должна быть изучена группа вопросов, связанных с устойчивостью максимального значения мощности, рассеиваемой в транзисторе в статическом режиме покоя. Увеличение мощности, рассеиваемой при повышении температуры, в общем случае вызывается увеличением тока покоя, которое может происходить вследствие: а) роста обратного тока коллектора; б) увеличения коэффициента нестабильности; в) понижения пробивного напряжения коллекторного перехода; г) неблагоприятной температурной зависимости сопротивлений в цепях постоянного тока транзистора.

Для предотвращения последствий, связанных с изменениями режима, при расчете цепей питания необходимо учитывать самые неблагоприятные сочетания параметров транзистора в пределах всего рабочего диапазона температур.

Рассеиваемую транзистором мощность надо определять с учетом ее приращения за счет обратного тока при максимальной температуре транзистора. При расчете коэффициента нестабильности S (см. § 9-7) следует подставлять максимальное значение β с учетом его разброса и температурной зависимости. Напряжение питания коллекторной цепи выбирают так, чтобы с учетом максимальных пиков напряжения на первичной обмотке выходного трансформатора не было превзойдено наименьшее для рабочего диапазона температур транзистора предельное значение $U_{к.э}$ при данной величине сопротивления цепи базы. Наибольшая температурная стабильность тока достигается при питании эмиттерной цепи от отдельного источника и минимальном сопротивлении постоянному току цепи базы (см. рис. 10-36, *а*). Однако применение этой схемы, как и классической схемы стабилизации с тремя сопротивлениями (см. рис. 10-36, *б*), сопряжено со значительным увеличением расхода энергии на питание мощного каскада.

Для повышения экономичности питания часто применяют схемы с температурной компенсацией при помощи термочувстви-

тельных сопротивлений (рис. 10-52, *а*), в качестве которых используются терморезисторы с отрицательным температурным коэффициентом и полупроводниковые диоды (эти схемы применяются и в усилителях в режиме В). Применение полупроводниковых диодов (главным образом германиевых) для целей термокомпенсации основано на том, что с повышением температуры прямое падение напряжения на диоде в цепи постоянного тока уменьшается.

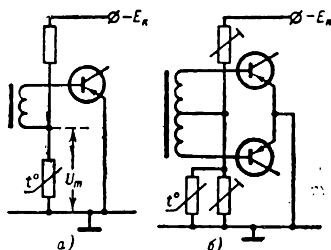


Рис. 10-52. Схемы температурной стабилизации рабочей точки транзисторов в мощных каскадах.

Термокомпенсирующий элемент и ток через него выбираются так, чтобы напряжение U_T изменялось по тому же закону, что и напряжение на эмиттерном переходе транзистора при постоянном токе коллектора. Необходимые для этого расчеты осуществляются графо-аналитическим методом с использованием вольт-амперных характеристик и их температурных зависимостей. Ориентировочный расчет можно произвести, исходя из того, что для поддержания постоянного тока коллектора при повышении температуры на 1° С необходимо уменьшать напряжение смещения эмиттерного перехода на 2 *мв*. Ввиду известного разброса характеристик транзисторов, терморезисторов и полупроводниковых диодов схемы температурной компенсации требуют экспериментальной подстройки, для чего обычно заранее устанавливают переменные резисторы (рис. 10-52, *б*).

Наконец, в усилителях режима В условия температурной стабильности мощных транзисторов могут нарушаться в динамическом режиме из-за кратковременных перегревов, возникающих в моменты рассеяния максимальной мгновенной мощности при наличии сигнала. Такие перегревы зависят от соотношения между постоянной времени теплового сопротивления участка коллектор—корпус и длительностью импульса мощности; они тем более опасны, чем ниже частота усиливаемых колебаний (в режиме синусоидальных колебаний) или чем больше длительность импульса (в импульсном режиме). Поэтому в усилителях, работающих в режиме В, на особенно низких частотах (ниже 100—200 *гц*) следует применять транзисторы с полутора-двукратным запасом по мощности рассеяния.

10-5. УСИЛИТЕЛИ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Общие принципы

Обратной связью называют передачу сигнала в направлении, обратном основному направлению передачи сигнала, или применительно к усилительным устройствам — с выхода на вход.

Результат действия обратной связи существенно зависит от того, в какой полярности относительно напряжения входного сигнала вводится напряжение обратной связи.

В усилителях, призванных работать в достаточно широкой полосе частот и с малыми искажениями, применяется главным образом *отрицательная обратная связь*, при которой полярность напряжения, вводимого во входную цепь усилителя из цепи обратной связи, противоположна полярности напряжения входного сигнала. Применение отрицательной обратной связи приводит к снижению усиления, но одновременно уменьшаются частотные и нелинейные искажения, стабилизируются все характеристики усилителя. Действие *положительной обратной связи*, при которой полярности напряжения входного сигнала и напряжения обратной связи совпадают, обратное. Кроме коэффициента усиления, при введении обратной связи изменяются величины входного и выходного сопротивлений усилителя.

Характер влияния обратной связи на величины входного и выходного сопротивлений усилителя зависит не только от ее знака, но и от структурной схемы усилителя с обратной связью. Непосредственное соединение входной и выходной цепей усилителя (рис. 10-53) превращает такое устройство в двухполюсник и применяется для получения генераторных схем и двухполюсников с особым видом функции $\mathbf{Z}(j\omega)$, в том числе с отрицательным сопротивлением.

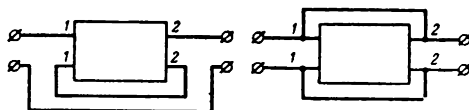


Рис. 10-53. Схемы обратной связи, осуществляемой непосредственным соединением входа и выхода усилителя.

В усилительных схемах цепь обратной связи, осуществляющая передачу энергии с выхода на вход, обычно может быть представлена в виде отдельного четырехполюсника. В соответствии с четырьмя возможными типами соединений входных и выходных зажимов двух четырехполюсников различают следующие виды обратной связи:

1) параллельную обратную связь по напряжению (рис. 10-54, *а*), при которой на вход $1'—1'$ цепи β обратной связи поступает выходное напряжение усилителя *К*, а

выходные зажимы $2'$—$2'$ цепи обратной связи соединены параллельно с входными зажимами 1—1 усилителя;

2) последовательную обратную связь по напряжению (рис. 10-54, *б*), которая отличается от параллельной тем, что выходные зажимы цепи обратной связи соединены последовательно с входными зажимами усилителя;

3) параллельную обратную связь по току (рис. 10-54, *в*), при которой входные зажимы $1'$—$1'$ цепи обратной связи соединяются последовательно с выходными зажимами усилителя, вследствие чего напряжение, поступающее в цепь обратной связи, пропорционально выходному току усилителя;

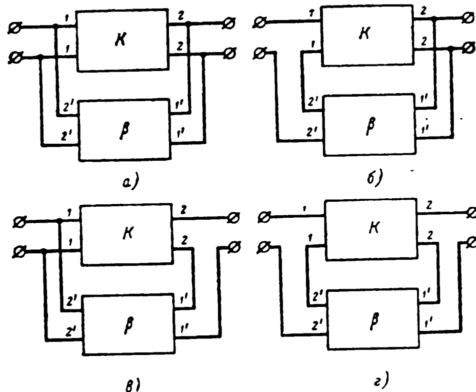


Рис. 10-54. Структурные цепи усилителей с обратной связью.

а — параллельная связь по напряжению; *б* — последовательная связь по напряжению; *в* — параллельная связь по току; *г* — последовательная связь по току.

4) последовательную обратную связь по току (рис. 10-54, *г*), отличающуюся от параллельной последовательным соединением зажимов $2'$—$2'$ и 1—1.

Отрицательная обратная связь по напряжению (рис. 10-54, *а*, *б*) уменьшает выходное сопротивление, а по току (рис. 10-54, *в*, *г*) увеличивает выходное сопротивление усилителя. Параллельные схемы введения обратной связи (рис. 10-54, *а*, *в*) уменьшают входное сопротивление, а последовательные (рис. 10-54, *б*, *г*) увеличивают входное сопротивление усилителя.

Поскольку структурные схемы усилителей с обратной связью (рис. 10-54) повторяют собой схемы элементарных производных четырехполюсников (см. табл. 9-3), в общем случае все характеристики усилителя с обратной связью (в линейном режиме) можно определить по формулам теории линейных четырехполюсников (табл. 9-3 и 10-1). Необходимо только при составлении матрицы параметров четырехполюсника обратной связи (β на рис. 10-54) в качестве входных зажимов принять зажимы $2'$—$2'$, а в качестве выходных $1'$—$1'$.

Известные упрощения в расчетах достигаются при использовании ряда допущений, обычно хорошо оправдывающихся на практике. Основное из них — пренебрежение прямой передачей входного сигнала через цепь обратной связи на выход. Кроме того, очень часто пренебрегают влиянием сопротивлений четырехполюсника обратной связи на входную и выходную цепи усилителя.

При этом широко используются следующие параметры систем с обратной связью:

Коэффициент обратной передачи напряжения $\dot{\beta}$ — отношение изменения входного напряжения усилителя к выходному напряжению,

$$\beta = \frac{\Delta \mathbf{U}_{вх}}{\mathbf{U}_{вых}}. \qquad (10\text{-}250)$$

Петлевой коэффициент усиления по напряжению — произведение коэффициента усиления **К** собственно усилителя на коэффициент обратной передачи напряжения,

$$\mathbf{K}\beta = \frac{\Delta \mathbf{U}_{вх}}{\mathbf{U}_{вх}}. \qquad (10\text{-}251)$$

Эта величина показывает, какую часть входного напряжения собственно усилителя составляет вводимое во входную цепь напряжение обратной связи.

Показатель обратной связи $\dot{\gamma}$, или возвратная разность F, — отношение входного напряжения всего усилителя с обратной связью к входному напряжению собственно усилителя,

$$\gamma = F = \frac{\mathbf{U}_{вх.о.с}}{\mathbf{U}_{вх}} = 1 - \mathbf{K}\beta. \qquad (10\text{-}252)$$

Глубина обратной связи γ — модуль показателя обратной связи,

$$\gamma = |1 - \mathbf{K}\beta| = \left|\frac{U_{вх.о.с}}{U_{вх}}\right|. \qquad (10\text{-}253)$$

При желании аналогичную систему параметров можно ввести для токов или смешанных систем (входное напряжение — выходной ток, входной ток — выходное напряжение) в соответствии с наиболее удобным способом выражения передаточной функции данного усилителя. Однако любой тип усилителя с обратной связью при фиксированных значениях сопротивлений источника сигнала и нагрузки может рассчитываться при помощи одной и той же системы коэффициентов, характеризующих отношения напряжений.

Основные характеристики усилителя с обратной связью

Коэффициент усиления по напряжению от э. д. с. источника сигнала для усилителя с обратной связью при любой структурной схеме выражается соотношением

$$\mathbf{K}_{E\,о.с} = \frac{\mathbf{K}_E}{1 - \mathbf{K}\beta}, \qquad (10\text{-}254)$$

где K_E — коэффициент усиления по напряжению (от э. д. с. источника сигнала !) усилителя без обратной связи.

Для определения величины β через параметры конкретных схем удобно пользоваться следующим приемом. Источник входного сигнала заменяют эквивалентным генератором, вычисляют его сопротивление и в реальной схеме заменяют этим сопротивлением предшествующие данному усилителю цепи. Затем к выходной цепи усилителя, охваченного обратной связью, прикладывают внешнее напряжение $U_{вых}$ и вычисляют, какое напряжение $\Delta U_{вх}$ появляется на входных зажимах собственно усилителя (рис. 10-55).

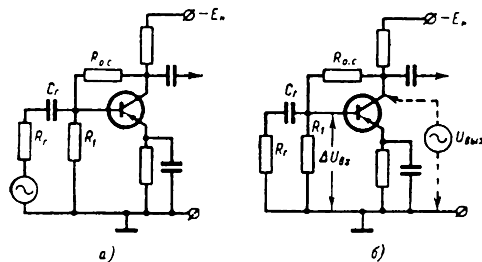


Рис. 10-55. Пример схемы усилителя с обратной связью (а) и определение коэффициента β (б). В области средних частот, пренебрегая сопротивлением конденсатора $C_г$, получим:

$$\beta = \frac{R_г \| R_1 \| R'_{вх}}{R_{о.с} + R_г \| R_1 \| R'_{вх}}.$$

Изменение входного и выходного сопротивлений усилителя при введении обратной связи в общем случае зависит не только от параметров цепи обратной связи, но также от сопротивлений источника сигнала и нагрузки соответственно. Целесообразно для узлов, в которых цепь обратной связи соединяется с зажимами усилителя параллельно, рассматривать полную проводимость ($\mathbf{Y}_г+\mathbf{Y}_{вх}$ для рис. 10-54, *а* и *в* и $\mathbf{Y}_н+\mathbf{Y}_{вых}$ для рис. 10-54, *а* и *б*), а для контуров, в которых цепь обратной связи соединяется последовательно с зажимами усилителя, — полное сопротивление ($\mathbf{Z}_г+\mathbf{Z}_{вх}$ для рис. 10-54, *б* и *г* и $\mathbf{Z}_н+\mathbf{Z}_{вых}$ для рис. 10-54, *в* и *г*). Тогда соответствующие полные проводимости или сопротивления при наличии обратной связи ($\mathbf{W}_{г(н)}+\mathbf{W}_{вх(вых)о.с}$ и в ее отсутствие ($\mathbf{W}_{г(н)}+\mathbf{W}_{вх(вых)}$) связываются между собой одним и тем же соотношением

$$\mathbf{W}_г + \mathbf{W}_{вх.о.с} = (\mathbf{W}_г + \mathbf{W}_{вх})(1 - \mathbf{K}\beta) \quad (10\text{-}255)$$

или

$$\mathbf{W}_н + \mathbf{W}_{вых.о.с} = (\mathbf{W}_н + \mathbf{W}_{вых})(1 - \mathbf{K}\beta). \quad (10\text{-}256)$$

Если полное сопротивление источника сигнала или нагрузки мало по сравнению с соответствующими сопротивлением усилителя, например $Z_г \ll Z_{вх}$ в схемах на рис. 10-54, *б*, *г*, как это часто бывает в ламповых устройствах, то общее соотношение упрощается:

$$\mathbf{W}_{вх\,(вых)\,о.с} = \mathbf{W}_{вх\,(вых)}(1 - \mathbf{K}\beta).$$

Для распространенной параллельной схемы обратной связи по напряжению с одной ветвью (рис. 10-55) справедливо простое выражение входной проводимости усилителя, не зависящее от проводимости источника сигнала:

$$\mathbf{Y}_{вх.о.с} = \mathbf{Y}_{вх} + \mathbf{Y}_{о.с}(1 - \mathbf{K}). \quad (10\text{-}257)$$

Отрицательная обратная связь

В общем случае коэффициенты **K** и β зависят от частоты и являются комплексными величинами. Однако при соответствующем расчете схемы они могут иметь практически вещественные значения в достаточно широкой полосе частот. Если при этом полярность напряжения обратной связи, вводимого во входную цепь, такова, что входное напряжение собственно усилителя уменьшается, то произведению $K\beta$ следует приписать отрицательный знак, и приведенные выше формулы приобретают следующий вид:

$$\gamma = 1 + K\beta; \quad (10\text{-}252а)$$

$$K_{E.с} = \frac{K_E}{1 + K\beta}; \quad (10\text{-}254а)$$

$$\mathbf{W}_г + \mathbf{W}_{вх.о.с} = (\mathbf{W}_г + \mathbf{W}_{вх})(1 + K\beta); \quad (10\text{-}255а)$$

$$\mathbf{W}_н + \mathbf{W}_{вых.о.с} = (\mathbf{W}_н + \mathbf{W}_{вых})(1 + K\beta) \quad (10\text{-}256а)$$

и для рис. 10-55

$$\mathbf{Y}_{вх.о.с} = \mathbf{Y}_{вх} + \mathbf{Y}_{о.с}(1 + K), \quad (10\text{-}257а)$$

т. е. отрицательная обратная связь имеет глубину больше единицы, уменьшает коэффициент усиления по напряжению, увеличивает входное и выходное полные проводимость или сопротивление в соответствии со способом соединения цепи обратной связи с данными зажимами усилителя.

Одновременно отрицательная обратная связь уменьшает все виды искажений, возникающих в усилителе, и повышает стабильность всех характеристик. Приближенно считают, что коэффициенты гармонических искажений $K_г$ и частотных искажений $M_н$, $M_в$, фазовый сдвиг φ, а также уровень фона и собственных шумов усилителя уменьшаются в $1+K\beta$ раз. Примерно во столько же раз улучшается стабильность коэффициента усиления и других параметров усилителя при изменении питающих напряжений или параметров отдельных элементов схемы, в том числе ламп или транзисторов.

В действительности этот выигрыш сохраняется лишь до тех пор, пока соответствующие искажения в исходном усилителе без обратной связи достаточно малы. Таким об-

разом, отрицательную обратную связь применять для улучшения качественных показателей уместно лишь при условии, что сам усилитель без обратной связи уже обладает достаточно хорошими характеристиками.

Улучшение характеристик усилителя путем применения отрицательной обратной связи приводит к необходимости увеличения э. д. с. входного сигнала в $1+K\beta$ раз.

Устойчивость усилителя с отрицательной обратной связью

За пределами области средних частот, где петлевой коэффициент усиления $K\beta$ перестает сохранять вещественное значение, обратную связь нельзя считать отрицательной и ее действие, направленное на уменьшение искажений и стабилизацию характеристик усилителя, пропадает. Более того, при достаточно больших изменениях фазовых сдвигов в цепях усилителя или обратной связи на определенных частотах (по сравнению с областью средних частот) обратная связь может стать положительной и привести к резкому увеличению искажений и нестабильности, а в худшем случае — к самовозбуждению усилителя.

Из выражения (10-254) следует, что самовозбуждение ($K_{E\text{о.с}}\to\infty$) наступает при условии $K\beta=1$. В действительности ввиду присущей усилительным приборам нелинейности условие $K_{\text{ср}}\beta=1$ автоматически устанавливается после появления генерации, если в начальной момент $K\geqslant K_{\text{ср}}$. Поэтому для предотвращения самовозбуждения надо требовать

$$K\beta < 1 \qquad (10\text{-}258а)$$

$$\text{при } \varphi_K+\varphi_\beta=0 \text{ или } 2n\pi, \qquad (10\text{-}258б)$$

где n — целое.

Соотношение (10-258б), называемое условием баланса фаз, определяет те частоты,

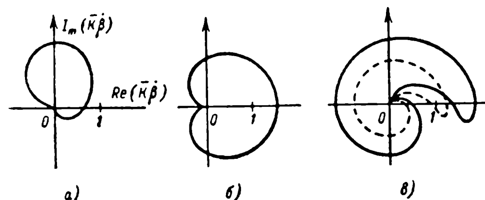


Рис. 10-56. Диаграммы Найквиста петлевого коэффициента усиления систем с обратной связью.

а — абсолютно устойчивой; *б* — неустойчивой; *в* — условно устойчивой (штриховой линией показана диаграмма той же системы при уменьшении усиления, приводящего к потере устойчивости).

при которых петлевой сдвиг фаз обращается в нуль или составляет целое количество периодов, из-за чего обратная связь становится положительной.

Иначе говоря, на всех частотах, при которых фазовый сдвиг в петле обратной связи отсутствует или равен целому числу 2π, петлевой коэффициент усиления по напряжению должен оставаться менее единицы.

Более строгая и общая формулировка *критерия устойчивости Найквиста* требует, чтобы амплитудно-фазовая характеристика петлевого усиления (рис. 10-56), построенная для частот от 0 до ∞, не охватывала точку $+1$ на вещественной оси (например, рис. 10-56, *а*).

Эта формулировка позволяет считать устойчивыми системы с характеристикой (рис. 10-56, *в*), которая не удовлетворяет условиям (10-258). Подобные системы называют *условно устойчивыми*, поскольку при уменьшении коэффициента усиления (например, в период прогрева ламп) они теряют устойчивость. В усилителях всегда требуют *абсолютной устойчивости* и потому пользуются критерием (10-258).

На практике необходимо иметь определенный *запас устойчивости*, т. е. удаленность от условий самовозбуждения, гарантирующую не только отсутствие самовозбуждения, но и известную стабильность характеристик усилителя. Для этого вводят представление о *коэффициенте устойчивости*, под которым понимают значение глубины обратной связи на частоте баланса фаз, т. е.

$$k_{\text{у}}=1-\beta K \qquad (10\text{-}259а)$$

на частоте, при которой

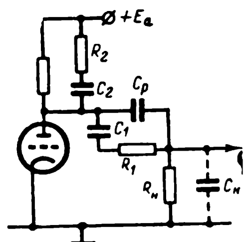
$$\varphi K+\varphi_\beta=0 \text{ или } 2n\pi. \qquad (10\text{-}259б)$$

Обычно требуют $k_{\text{у}}\geqslant 0{,}5\div 0{,}8$.

Накапливающийся с понижением и повышением частоты фазовый сдвиг зависит от числа частотно-зависимых цепей в петле усилитель — обратная связь и естественно возрастает с увеличением числа каскадов, охватываемых обратной связью. Однокаскадный усилитель с резистивно-емкостной связью, как правило, сохраняет абсолютную устойчивость при любой глубине обратной связи, если в области средних частот она отрицательна. Для двухкаскадного усилителя уже могут возникать ограничения в допустимой глубине обратной связи, в особенности при введении в цепь обратной связи реактивных сопротивлений. Трехкаскадный усилитель оказывается весьма склонным к самовозбуждению даже при относительно малой глубине обратной связи. При наличии сложных цепей междукаскадной связи, дающих сдвиг фаз до 180° (например, при трансформаторно-емкостной связи), ограничения на глубину обратной связи возрастают.

Для преодоления трудностей, связанных с проблемой устойчивости, при проектировании высококачественных усилителей с глубокой отрицательной обратной связью вводят специальные *цепи фазовой коррекции* для возможно более быстрого спада модуля петлевого коэффициента усиления $K\beta$ в области высших и низших частот до величины, меньшей единицы при почти постоянном фазовом сдвиге, близком, но не достигающем 180°.

Типичная схема корректирующих цепей приведена на рис. 10-57. Элементы C_1, R_1 корректируют фазу в области низших частот, а C_2, R_2 — в области высших частот. Они выбираются из следующих соотношений:



$$C_1 \gg C_р;\ R_1 \gg R_н;\ C_2 \gg C_{вых} + C_н;\ \frac{1}{R_2} \gg \frac{1}{R_н} + \frac{1}{R_{вых}}, \qquad (10\text{-}260)$$

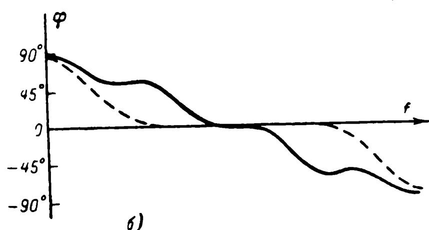


Рис. 10-57. Цепи фазовой коррекции для усилителей с обратной связью (*а*) и результирующая фазо-частотная характеристика каскада (*б*).

Штриховой линией показана характеристика каскада без коррекции

где $R_{вых}$ и $C_{вых}$ — выходные сопротивление и емкость данного каскада;

$R_н$, $C_н$ — сопротивление и емкость цепи нагрузки.

Синтез цепей фазовой коррекции рассматривается в [Л. 14, 25].

Выражения (10-255) и (10-256) при подстановке в них $K\beta = 1$ приводят к выводу, что условием неустойчивости можно считать также взаимную компенсацию реактивных и активных составляющих $W_г$ и $W_{вх.ос}$ (или $W_{вых.ос}$ и $W_н$). Поскольку активная составляющая $W_г$ (или $W_н$) положительна, признаком опасности неустойчивости является отрицательный знак активной составляющей.

Катодный повторитель

Катодный повторитель — усилительный ламповый каскад со 100%-ной отрицательной обратной связью (рис. 10-58), соответствующий структурной схеме, приведенной на рис. 10-54, *б*. Коэффициент обратной передачи напряжения $\beta = -1$, так что усиление по напряжению отсутствует ($K_{о.с} < 1$).

Катодный повторитель отличается низким выходным и высоким входным сопротивлением, что при $K_{о.с} \approx 1$ означает наличие усиления по мощности.

В *области средних частот* коэффициент усиления по напряжению составляет:

$$K_0 = \frac{\mu}{\mu + 1} \frac{R_{н.э}}{R_{н.э} + \dfrac{R_i}{\mu + 1}} \approx \frac{\mu}{\mu + 1}, \qquad (10\text{-}261)$$

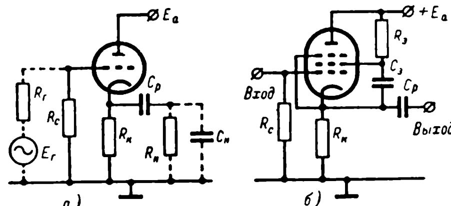
а выходное сопротивление

$$R_{вых} = \frac{R_i}{\mu + 1} \frac{R_к}{R_к + \dfrac{R_i}{\mu + 1}} \approx \frac{R_i}{\mu + 1}, \qquad (10\text{-}262)$$

причем приближенные равенства соответствуют типичному условию

$$R_{н.э} = \frac{R_к R_н}{R_к + R_н} \gg R_{вых}. \qquad (10\text{-}263)$$

При применении пентода конденсатор, блокирующий экранирующую сетку, должен присоединяться не к «земле», а к катоду



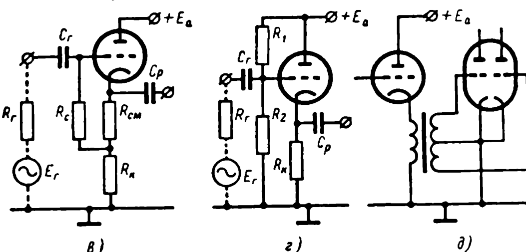


Рис. 10-58. Варианты схем катодных повторителей.

лампы (рис. 10-58, *б*); в противном случае пентод будет использоваться в триодном включении.

Для схемы с пентодом K_0 и $R_{вых}$ удобнее вычислять через крутизну S:

$$K_0 = \frac{SR_{н.э}}{1 + SR_{н.э}}; \qquad (10\text{-}264)$$

$$R_{вых} = \frac{1}{S} \frac{R_к}{R_к + \dfrac{1}{S}} \approx \frac{1}{S}. \qquad (10\text{-}265)$$

В *области низших частот* катодный повторитель не имеет никаких особенностей по сравнению с обычным усилителем с резистивно-емкостной связью (см. стр. 463). При отсутствии разделительных конденсаторов катодный повторитель является усилителем постоянного тока и не вносит искажений в области низших частот.

В *области высших частот* ввиду низкого выходного сопротивления действие шунтирующих емкостей сказывается значительно позднее, чем у обычного каскада.

Однако присутствие обратной связи приводит к принципиальному отличию вида частотной характеристики в области высших частот. В общем случае

$$K_в = K_0 \frac{1 + j\omega \frac{C_{с.к}}{S}}{1 + j\omega R\,(C_{с.к}+C_н)}, \qquad (10\text{-}266)$$

где $C_{с.к}$ — емкость сетка-катод (для пентода к $C_{с.к}$ прибавляется емкость управляющей сетки относительно экранирующей); $C_н$ — емкость цепи нагрузки, в которую включается также емкость катода относительно всех заземленных электродов лампы (в том числе относительно нити накала), а R обозначает параллельное соединение $R_{вых}$ и $R_н$:

$$R = \frac{R_{вых} R_н}{R_{вых}+R_н}. \qquad (10\text{-}267)$$

По модулю

$$K_в = K_0 \sqrt{\frac{1+\left(\frac{\omega C_{с.к}}{S}\right)^2}{1+[\omega R(C_{с.к}+C_н)]^2}}. \qquad (10\text{-}268)$$

Из формул (10-266) и (10-268) следует, что в зависимости от соотношения между двумя постоянными времени

$$\tau_{в1} = R\,(C_{с.к} + C_н) \qquad (10\text{-}269)$$

и

$$\tau_{в2} = \frac{C_{с.к}}{S} \qquad (10\text{-}270)$$

частотная характеристика катодного повторителя в области высших частот может иметь спад (при $\tau_{в1} > \tau_{в2}$) или подъем (при $\tau_{в1} < \tau_{в2}$). При $\tau_{в1} = \tau_{в2}$ частотные искажения будут отсутствовать. Однако типичным для практики случаем (при $R_{н.э} \gg R_{вых}$) является условие $\tau_{в1} > \tau_{в2}$, т. е. наличие спада усиления на высших частотах. При этом для приближенных расчетов вместо выражений (10-266) и (10-268) достаточно пользоваться соотношениями

$$K_в = \frac{K_0}{1 + j\omega\tau_{в1}} \qquad (10\text{-}266а)$$

и

$$K_в = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega\tau_{в1})^2}}, \qquad (10\text{-}268а)$$

где

$$\tau_{в1} = \frac{C_{с.к} + C_н}{S}. \qquad (10\text{-}269а)$$

Входная проводимость катодного повторителя при чисто активном сопротивлении нагрузки формируется входной емкостью

$$C_{вх} = C_{с.а} + \frac{C_{с.к}}{1+K_0}, \qquad (10\text{-}271)$$

где $C_{с.а}$ — проходная емкость лампы (сетка-анод), а $C_{с.к}$ — емкость сетка-катод (для пентода включает в себя также емкость управляющей сетки относительно экранирующей).

При достаточно высоких частотах, когда сказывается емкость цепи нагрузки, или при индуктивной нагрузке входная емкость ка-

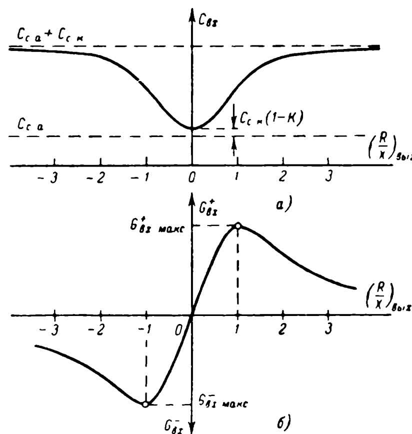


Рис. 10-59. Зависимости входной емкости и активной составляющей входной проводимости катодного повторителя от реактивного сопротивления нагрузки.

тодного повторителя возрастает, но не превышает величины $C_{с.а}+C_{с.к}$, и появляется активная составляющая входной проводимости $G_{вх}$ (рис. 10-59). При индуктивном характере нагрузки $G_{вх}>0$, а при емкостном $G_{вх}<0$, что может приводить к самовозбуждению усилителя, если активная составляющая проводимости эквивалентного генератора сигнала мала (при $G_г < G^-_{вх}$).

Максимумы положительной и отрицательной входной проводимости по абсолютному значению равны друг другу:

$$G^+_{вх.макс} = \left|G^-_{вх.макс}\right| = \frac{\omega C_{с.к} K_0}{2} \qquad (10\text{-}272)$$

и обнаруживаются в районе частоты $\omega_{кр}$, при которой аргумент полного сопротивления выходной цепи равен $\pm 45°$.

Линейность *амплитудной характеристики* у катодного повторителя в масштабе выходных напряжений сохраняется несколько дольше, чем у усилителя с таким же сопротивлением нагрузки, введенным в анодную цепь.

Максимальная отрицательная амплитуда выходного напряжения не может превышать начального падения напряжения на сопротивлении $R_к$, а если это сопротивление заметно шунтируется сопротивлением $R_н$, то

$$U^-_{макс} \leqslant I_{а0} R_{н.э}, \qquad (10\text{-}273)$$

где $I_{а0}$ — начальный анодный ток лампы.

Максимальная положительная амплитуда выходного напряжения ограничивается при-

ращением анодного тока лампы при изменении напряжения смещения управляющей сетки (относительно катода) от начального значения до нуля:

$$U^{+}_{\text{макс}} \leqslant \left(I_{\text{а.макс}} - I_{\text{а}0}\right) R_{\text{н.э}}, \quad (10\text{-}274)$$

где $I_{\text{а.макс}}$ — анодный ток лампы при нулевом смещении.

Поскольку коэффициент усиления близок к единице, максимально допустимые амплитуды напряжения входного сигнала практически равны тем же значениям (10-273), (10-274) и во много раз превышают допустимые амплитуды входного сигнала обычного каскада с общим катодом.

Для достижения максимального динамического диапазона катодного повторителя целесообразно выбирать начальный анодный ток из условия

$$I_{\text{а}0} \approx 0{,}5\, I_{\text{а.макс}} \quad (10\text{-}275)$$

и по возможности увеличивать сопротивление $R_{\text{н.э}}$ (10-263).

В схемах на рис. 10-58, *а*, *б* резистор $R_{\text{к}}$ одновременно служит сопротивлением обратной связи и автоматического смещения, и это ограничивает возможности его увеличения. В схемах (рис. 10-58, *в*, *г*) $R_{\text{к}}$ можно значительно увеличить. Схему на рис. 10-58, *в* уместно применять, когда внутреннее сопротивление эквивалентного генератора во входной цепи во много раз меньше сопротивления $R_{\text{с}}$ утечки сетки, так как иначе коэффициент обратной связи β станет меньше единицы. Схема на рис. 10-58, *г* применяется при любом сопротивлении источника сигнала и позволяет получать неискаженное усиление сигналов с амплитудой, достигающей $0{,}4E_{\text{а}}$, если делитель R_1, R_2 делит напряжение $E_{\text{а}}$ примерно пополам ($R_1 \approx R_2$). Для установки желаемой исходной рабочей точки лампы ($U_{\text{с}0}$, $I_{\text{а}0}$) в этой схеме достаточно выбрать

$$R_{\text{к}} = \frac{U_{\text{с}} - U_{\text{с}0}}{I_{\text{а}0}}, \quad (10\text{-}276)$$

где $U_{\text{с}}$ — напряжение на нижнем плече делителя R_1, R_2.

Пример 13. Рассчитать катодный повторитель, если задано: $R_{\text{н}}=2$ *ком*; $C_{\text{н}}=200$ *пф*; $U_{\text{макс}}=20$ *в* (амплитуда); $f_{\text{н}0{,}7}=100$ *кгц*; $f_{\text{в}0{,}7} \geqslant 5$ *Мгц*; $E_{\text{а}}=250$ *в*.

Решение. Имея в виду схему (рис. 10-58, *г*), допускающую применение относительно высокого сопротивления $R_{\text{к}}$ примем ориентировочно $R_{\text{н.э}}=0{,}75$ $R_{\text{н}}=1{,}5$ *ком* и найдем с помощью формул (10-273) и (10-274) минимальные значения анодного тока лампы в точке покоя и при $U_{\text{с}}=0$:

$$I_{\text{а}0} \geqslant \frac{U_{\text{макс}}}{R_{\text{н.э}}} = \frac{20}{1{,}5} = 13{,}3 \text{ ма};$$

$$I_{\text{а.макс}} \geqslant 2I_{\text{а}0} = 26{,}6 \text{ ма}.$$

Выбираем лампу типа 6Н3П с параллельным включением обоих триодов (см. характеристику рис. 10-60, *а*), причем $I_{\text{а.макс}} = 14 \cdot 2 = 28$ *ма* при $U_{\text{с}}=0$; $U_{\text{а.мин}}=105$ *в* (см. точку *а* на семействе статических характеристик). Выберем точку покоя при $I_{\text{а}0}=0{,}5\, I_{\text{а.макс}}=14$ *ма* и определим напряжение на аноде лампы в точке покоя:

$$U_{\text{а}0} = U_{\text{а.мин}} + (I_{\text{а.мин}} - I_{\text{а}0})\, R_{\text{н.э}} =$$
$$= 105 + (28 - 14)\, 1{,}5 = 126 \text{ в}.$$

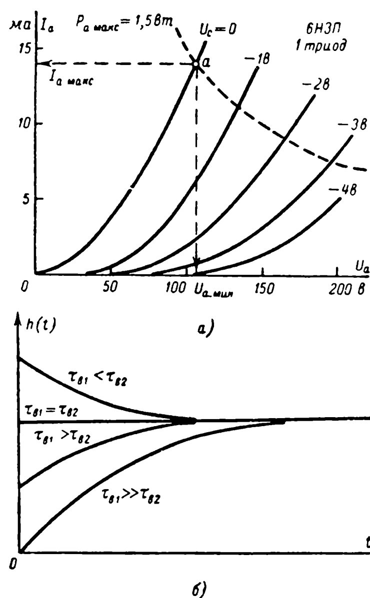


Рис. 10-60. К расчету катодного повторителя.

а — характеристика лампы 6Н3П к примеру 13; *б* — переходные характеристики катодного повторителя.

При этом необходимая величина сопротивления резистора $R_{\text{к}}$ составляет:

$$R_{\text{к}} = \frac{E_{\text{а}} - U_{\text{а}0}}{I_{\text{а}0}} = \frac{250 - 126}{14} = 8{,}9 \text{ ком}$$

и действительное значение $R_{\text{н.э}}$ будет:

$$R_{\text{н.э}} = \frac{8{,}9 \cdot 2}{8{,}9 + 2} = 1{,}64 \text{ ком}.$$

Эта величина больше принятого первоначально ориентировочного значения, следовательно, тем более будут выполнены условия (10-273), (10-274).

Для автоматической установки рабочей точки достаточно выбрать сопротивления R_1, R_2 из условия

$$\frac{R_1}{R_2} \doteq \frac{U_{\text{а}0}}{E_{\text{а}} - U_{\text{а}0}},$$

например, взяв $R_2=0{,}2$ *Мом*, применить

$$R_1 = 0{,}2 \cdot \frac{126}{250 - 126} \approx 0{,}2 \text{ Мом}.$$

Пользуясь формулами (10-33) и (10-31б), найдем необходимые значения

$$\tau_н = \frac{1}{2\pi\cdot 10^{-5}} = 1{,}6\cdot 10^{-6}\ сек$$

и

$$C_р = \frac{\tau_н}{R_н} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^3} = 0{,}8\cdot 10^{-9}\ ф = 800\ пф.$$

Для проверки частотной характеристики в области высших частот примем во внимание параметры лампы: $R_i = 6{,}1 : 2 \approx 3$ *ком*; $S = 5{,}9\cdot 2 = 11{,}8$ *ма/в*; $\mu = 36$; $C_{с.к} = 2{,}7\cdot 2 = 5{,}4$ *пф*.

В соответствие с (10-262), (10-267), (10-269) и (10-270)

$$R_{вых} = \frac{3\,000}{36} = 83\ ом;$$

$$R = \frac{83\cdot 2\,000}{83+2\,000} = 80\ ом;$$

$$\tau_{в1} = 80\,(5{,}4+200)\,10^{-12} = 16{,}4\cdot 10^{-9}\ сек;$$

$$\tau_{в2} = \frac{5{,}4\cdot 10^{-12}}{11{,}8\cdot 10^{-3}} = 0{,}46\cdot 10^{-9}\ сек.$$

Получено $\tau_{в1} \gg \tau_{в2}$, т. е. частотная характеристика будет иметь спад усиления в области высших частот, приближенно описываемый уравнением (10-268а). При этом

$$f_{в\,0,7} \approx \frac{1}{2\pi\,\tau_{в1}} = \frac{1}{2\pi\cdot 16{,}4\cdot 10^{-9}} = 9{,}7\cdot 10^6\ гц,$$

или 9,7 *Мгц*, что существенно превышает заданное значение 5 *Мгц*.

Коэффициент передачи напряжения (10-261)

$$K_0 \approx \frac{36}{36+1} = 0{,}97.$$

Переходная характеристика катодного повторителя в области больших времен (для спада вершины) при наличии разделительного конденсатора совпадает с аналогичной характеристикой лампового каскада с резистивно-емкостной связью. В отсутствие разделительных конденсаторов спада вершины нет.

Переходная характеристика для фронта прямоугольного импульса описывается теми же постоянными времени $\tau_{в1}$ и $\tau_{в2}$, что и частотная характеристика в области высших частот. Она выражается соотношением

$$h(t) = 1 + \left(\frac{\tau_{в2}}{\tau_{в1}} - 1\right) e^{-\frac{t}{\tau_{в1}}} \qquad (10\text{-}277)$$

и в зависимости от соотношения между $\tau_{в1}$ (10-269) и $\tau_{в2}$ (10-270) приобретает различный вид (рис. 10-60, *б*).

При малых значения $\tau_{в1}$ (малых $C_н$ и $R_{н.э}$) появляется начальный скачок выходного напряжения, который может даже превышать установившееся значение напряжения на вершине импульса.

В случае запирания лампы отрицательный фронт выходного импульса формируется разрядом емкости $C_н$ через эквивалентное сопротивление нагрузки, причем постоянная времени составляет

$$\tau_в^- = C_н R_{н.э} \qquad (10\text{-}278)$$

и обычно во много раз превышает величину $\tau_{в2}$.

Запирание катодного повторителя может происходить не только при отрицательных перепадах напряжения, превышающих начальное падение напряжения на сопротивлении нагрузки, но и при всяком импульсе с достаточно крутым отрицательным фронтом ввиду того, что максимальная скорость изменения напряжения в цепи нагрузки ограничена наличием емкости $C_н$. Если в начальный момент анодный ток лампы составлял величину $I_{а0}$, то запирания не будет при условии, что скорость понижения напряжения на управляющей сетке не превышает величины

$$\left(\frac{du_{вх}}{dt}\right)_{кр} = \frac{I_{а0}}{C_н}.$$

Низкое выходное сопротивление катодного повторителя делает этот каскад интересным для возбуждения мощных усилителей, использующих режим работы с сеточными токами (рис. 10-58, *д*).

Эмиттерный повторитель

Усилитель с общим коллектором или эмиттерный повторитель аналогичен катодному повторителю: не дает усиления по напряжению, обладает повышенным входным и низким выходным сопротивлением (рис. 10-61).

Используя параметры эквивалентного четырехполюсника, можно рассчитать значения K_U, K_I, K_P, $R_{вх}$ и $R_{вых}$ для области средних частот и частотные искажения в области низших частот по тем же формулам, что и соответствующие параметры каскада, выполненного по схеме с общим эмиттером (см. табл. 10-1). При этом нельзя пользоваться упрощенными формулами, выведенными для случая $R_{н.э} \ll R_{вых.с}$. Переход от параметров транзистора в схеме с общим эмиттером или с общей базой к его параметрам в схеме с общим коллектором производится по формулам табл. 9-4.

В большинстве случаев (при $R_{н.э} \gg R_{вых}$) высокую точность расчетов обеспечивают в области средних частот следующие приближенные соотношения:

$$R'_{вх} = (\beta + 1)\,R_{н.э}; \qquad (10\text{-}279)$$

$$R'_{вых} = r'_б + \frac{R_{г.э} + r'_э}{\beta + 1} = h_{11б} + \frac{R_{г.э}}{\beta+1}; \qquad (10\text{-}280)$$

$$K'_I = \beta + 1; \qquad (10\text{-}281)$$

$$K'_U = \frac{R_{н.э}}{R_{н.э} + R'_{вых}}, \qquad (10\text{-}282)$$

где

$$R_{г.э} = \frac{R_г R_{1,2}}{R_г + R_{1,2}}; \qquad (10\text{-}283)$$

$$R_{н.э} = \frac{R_н R_э}{R_н + R_э}; \qquad (10\text{-}284)$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \qquad (10\text{-}285)$$

а $r'_б$ и $r'_э$ — элементы Т-образной эквивалентной схемы.

Из этих формул видно, что входное сопротивление эмиттерного повторителя зависит от сопротивления нагрузки, а выходное — от сопротивления источника сигнала.

Величины, отмеченные штрихом, характеризуют динамические параметры транзистора и не учитывают шунтирующего действия со стороны цепей питания (резисторы R_1, R_2 включены в величину $R_{г.э}$, а $R_э$ — в величину $R_{н.э}$). Соответствующие параметры каскада определяются по формулам (10-116)—(10-119) с подстановкой величины

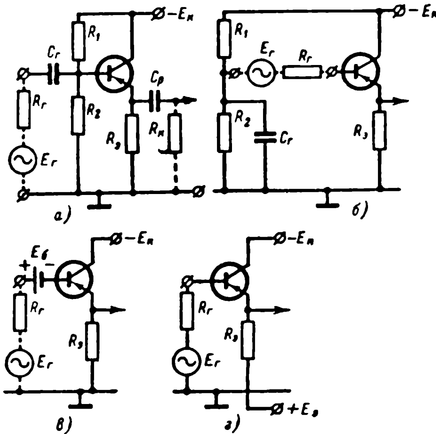


Рис. 10-61. Схемы эмиттерных повторителей.

сопротивления $R_э$ вместо $R_к$ в формуле (10-117).

Входное сопротивление каскада $R_{вх}$ может оказаться значительно меньше динамического входного сопротивления транзистора $R'_{вх}$ из-за наличия делителя R_1, R_2, стабилизирующего рабочую точку.

Для сохранения высокого входного сопротивления эмиттерного повторителя стараются осуществлять непосредственную связь с источником сигнала без разделительного конденсатора. При этом необходимый потенциал базы создают за счет постоянного напряжения, введенного в цепь источника сигнала, или с помощью стабилитрона, батареи (рис. 10-61, *б*, *в*, *г*). Если внутреннее сопротивление источника сигнала для постоянного тока велико и его нельзя шунтировать дросселем, то в схемах с непосредственной связью лучшую температурную стабильность рабочей точки можно получить при применении кремниевого транзистора.

Особенно высокое входное сопротивление получается в схемах с составным повторителем (рис. 10-62, *а*). Параметры такой схемы рассчитываются по тем же формулам, что и для обычного повторителя, если вместо $\beta+1$ подставить общий коэффициент усиления по току обоих транзисторов, примерно равный произведению $\beta_1\beta_2$ (дополнительными индексами 1 и 2 отмечаются параметры транзисторов T_1 и T_2 соответственно). Однако при больших значениях $\beta_1\beta_2$, которые легко могут превышать 1000, повышение входного сопротивления начинает ограничиваться шунтирующей входную цепь проводимостью $h_{22б}$ первого транзистора.

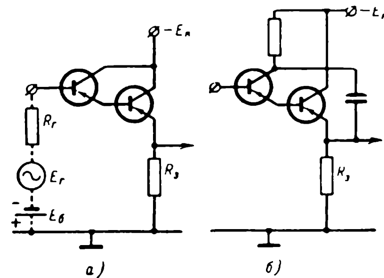


Рис. 10-62. Сложные схемы эмиттерных повторителей.

Входное сопротивление выше нескольких мегом достигается введением в схему составного повторителя отрицательной обратной связи с выхода на коллектор первого транзистора (рис. 10-62, *б*), что равноценно увеличению $h_{22б}$ составного транзистора примерно в β_1 раз.

В *области высоких частот* входное сопротивление эмиттерного повторителя уменьшается и стремится к величине $r'_б$. При высокоомном источнике сигнала это приводит к снижению входного и соответственно выходного напряжения повторителя на частотах выше f_β. При низкоомном источнике сигнала выходное напряжение начинает спадать при значительно более высоких частотах, но это расширение полосы пропускания происходит главным образом из-за прямой передачи тока источника сигнала в цепь нагрузки.

Емкостный характер нагрузки, как и у катодного повторителя, может вызывать появление отрицательной активной составляющей входной проводимости эмиттерного повторителя (на частотах выше f_β) и приводить к неустойчивости усилителя.

Усиление импульсов с крутыми фронтами ($t_{фр} < \tau_{эфф}$) также сопровождается заметными искажениями, характер которых за-

висит от сопротивления источника сигнала и вида нагрузки.

Все это ограничивает область эффективной работы простого эмиттерного повторителя полосой частот до f_β.

Расширение полосы равномерно усиливаемых частот и повышение устойчивости эмиттерных повторителей при конечной емкости в цепи нагрузки рассмотрено в работе [Л. 23].

Фазоинверторы

Применение отрицательной обратной связи лежит в основе многих схем фазоинверторов, автоматически обеспечивающих симметрию выходных напряжений.

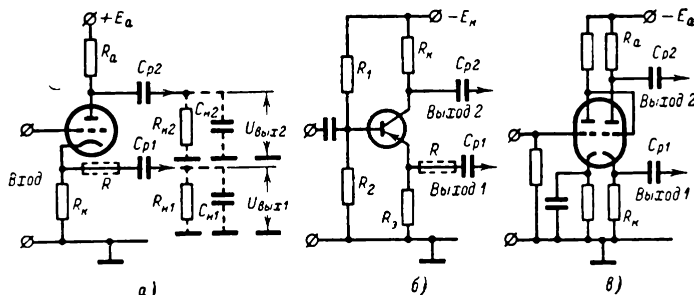


Рис. 10-63. Фазоинверторы с разделенной нагрузкой.

а — ламповая схема; *б* — транзисторная схема; *в* — схема непосредственной связи с предыдущим каскадом.

Каскад с разделенной нагрузкой (рис. 10-63) представляет собой катодный (или эмиттерный) повторитель с дополнительным сопротивлением в анодной (коллекторной) цепи, так что образуется второй выход напряжения противоположной полярности.

Для того чтобы выходные напряжения $U_{вых1}$ и $U_{вых2}$ равнялись друг другу (по абсолютной величине), эквивалентные сопротивления нагрузки $R_{н.э1}$ и $R_{н.э2}$ в ламповой схеме с триодом (рис. 10-63, *а*) должны быть одинаковыми. При употреблении пентода (в пентодном соединении, см. рис. 10-58, *б*) эквивалентное сопротивление нагрузки в анодной цепи должно быть несколько больше, чем в катодной цепи:

$$\frac{R_{н.э2}}{R_{н.э1}} = \frac{R_а \parallel R_{н2}}{R_к \parallel R_{н1}} = 1 + \frac{I_э}{I_а}, \quad (10\text{-}286)$$

где $I_а$ — анодный ток лампы; $I_э$ — ток экранирующей сетки. Поскольку обычно $R_{н2} = R_{н1}$, необходимое условие $R_{н.э2} > R_{н.э1}$ достигается соответствующим выбором $R_а > R_к$.

В схеме с транзистором (рис. 10-63, *б*) при большой величине коэффициента усиления по току ($\alpha > 0{,}97$) практически можно брать $R_к = R_э$ одинакового сопротивления. Но при $\alpha < 0{,}95 \div 0{,}97$ целесообразно применить $R_к > R_э$, чтобы удовлетворить соотношение

$$\frac{R_{н.э2}}{R_{н.э1}} = \frac{R_к \parallel R_{н2}}{R_э \parallel R_{н1}} = \frac{I_э}{I_к} = \frac{1}{\alpha}. \quad (10\text{-}287)$$

Максимальная амплитуда выходного напряжения (по каждому из выходов) у фазоинверторов с разделенной нагрузкой вдвое меньше максимальной амплитуды выходного напряжения катодного (эмиттерного) повторителя и в ламповой схеме не превышает $0{,}2E_а$, а в транзисторной приближается к $0{,}25E_к$, если потенциал базы в исходной рабочей точке, определяемый делителем R_1, R_2, составляет $0{,}25E_к$.

Нижнее плечо каскада с разделенной нагрузкой можно рассматривать как катодный (эмиттерный) повторитель со всеми присущими ему особенностями (высоким входным и низким выходным сопротивлением, коэффициентом усиления $K \approx 1$). Однако на верхнее плечо схемы свойства повторителя не распространяются, так как относительно этого плеча усилитель имеет структурную схему (рис. 10-54, *г*), т. е. охвачен обратной связью по току, которая повышает выходное сопротивление каскада. Поэтому коэффициент усиления по второму выходу весьма чувствителен к изменениям сопротивления нагрузки, что особенно неприятно в транзисторных схемах. Кроме того, с повышением частоты шунтирующее действие емкости начинает влиять на работу верхнего плеча раньше, чем нижнего, и симметрия выходов фазоинвертора нарушается.

Несколько улучшить симметрию выходных сопротивлений плеч можно добавлением в нижнее плечо резистора R (на рис. 10-63, *а* и *б* показано штриховой линией), сопротивление которого примерно равно $R_к$.

На рис. 10-63, *в* приведен распространенный вариант схемы связи каскада с разделенной нагрузкой с предшествующим каскадом без разделительного конденсатора, отличающийся лучшими частотными характеристиками в области низших частот. Выбор сопротивления резистора $R_к$ в этом случае производится так же, как в схеме рис. 10-58, *г*.

Фазоинверторный каскад с единичным усилением (рис. 10-64) представляет собой обычный усилитель с резистивно-емкостной связью, охваченный глубокой отрицательной связью по напряжению по параллельной схеме. В этой схеме $R_1 = R_2$. Таким образом, на управляющую сетку фазоинверторной лампы подаются напряжения $U_{вых1}$ и $U_{вых2}$ с одинаковым коэффициентом деления, причем коэффициент передачи напряжения $U_{вых2}$ следует считать коэффициентом обратной передачи напряжения β (при $R_c \gg R_1 = R_2$ он составляет от $^1/_3$ до $^1/_2$).

Выходное напряжение такого усилителя связано со входным соотношением

$$U_{\text{вых}2} = -\frac{K\beta}{1+K\beta} U_{\text{вых}1}, \quad (10\text{-}288)$$

т. е. имеет противоположную полярность и по абсолютной величине отличается от $U_{\text{вых}1}$ на $\frac{1}{1+K\beta}$ или при $\beta = \frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ на $(2—3)K^{-1}$. Для достижения лучшей симметрии можно несколько увеличить сопротивление резистора R_2, взяв его равным

$$R_2 \approx R_1\left(1+\frac{1}{K\beta}\right). \quad (10\text{-}289)$$

Фазоинверторный каскад этого типа в связи с глубокой отрицательной обратной связью вносит малые искажения в широкой полосе частот и отличается низким выходным сопротивлением.

Максимальная амплитуда выходного напряжения в этой схеме может быть вдвое больше, чем в схемах на рис. 10-63.

Самобалансирующиеся фазоинверторы. На рис. 10-65, *а* приведена схема самобалансирующегося фазоинвертора, по принципу действия не отличающаяся от схемы на рис. 10-64. Каскад с единичным усилением выполнен на правом (по схеме) триоде, а цепь из резисторов R_1, R_2 заменена сопротивлениями утечки сеток следующего двухтактного усилителя. Левый по схеме триод не охвачен обратной связью и выполняет функции предшествующего усилительного каскада, не изображенного на схеме рис. 10-64.

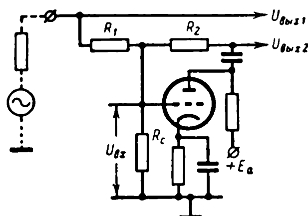


Рис. 10-64. Каскад с единичным усилением.

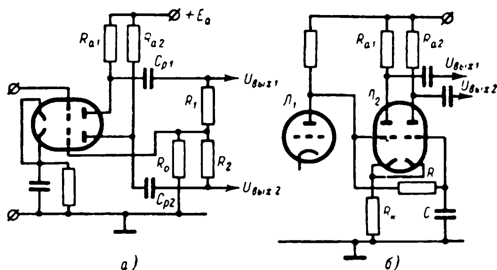


Рис. 10-65. Самобалансирующиеся фазоинверторы.

Другой вариант самобалансирующегося фазоинвертора (рис. 10-65, *б*) представляет собой сочетание каскада с разделенной нагрузкой (левый по схеме триод лампы $Л_2$) и каскада с общей сеткой (правый триод $Л_2$). Цепь R, C служит для сообщения сетке правого триода того же постоянного напряжения, какое действует на сетке левого триода в отсутствие сигнала. Эта схема отличается от всех предыдущих тем, что обладает одинаковыми выходными сопротивлениями обоих плеч. Условиями автоматической балансировки являются одинаковые параметры обеих ламп, равенство эквивалентных сопротивлений нагрузки

$$R_{\text{н.э}1} = \frac{R_{a1}R_{\text{н}1}}{R_{a1}+R_{\text{н}1}} = R_{\text{н.э}2} = \frac{R_{a2}R_{\text{н}2}}{R_{a2}+R_{\text{н}2}} \quad (10\text{-}290)$$

и достаточно большое сопротивление в общей цепи катодов обеих ламп

$$R_{\text{к}} \gg \frac{1}{S}. \quad (10\text{-}291)$$

При этом остаточный разбаланс составляет:

$$\frac{U_{\text{вых}1}}{U_{\text{вых}2}} = 1 + \frac{R_i + R_{\text{нэ}}}{R_{\text{к}}(1+\mu)} \approx 1 + \frac{R_i + R_{\text{н.э}}}{\mu R_{\text{к}}}, \quad (10\text{-}292)$$

и для его устранения, вообще говоря, следует брать $R_{\text{н.э}2} > R_{\text{н.э}1}$

$$R_{\text{н.э}2} \approx \left(1+\frac{R_i+R_{\text{н.э}1}}{\mu R_{\text{к}}}\right) R_{\text{н.э}1}. \quad (10\text{-}293)$$

Если сопротивления $R_{\text{к}}$ и $R_{\text{н.э}}$ выбраны так, что

$$\frac{R_i + R_{\text{н.э}}}{\mu R_{\text{к}}} \ll 1, \quad (10\text{-}294)$$

то остаточный разбаланс невелик даже при равных значениях $R_{\text{н.э}1}$ и $R_{\text{н.э}2}$, а коэффициент усиления по напряжению (по каждому выходу) составляет

$$K_1 \approx K_2 \approx \frac{\mu}{2}\frac{R_{\text{н.э}}}{R_i + R_{\text{н.э}}}, \quad (10\text{-}295)$$

т. е. вдвое меньше, чем у обычного усилительного каскада с резистивно-емкостной связью.

Фазоинвертор по схеме рис. 10-65, *б* успешно применяется в широкополосных и импульсных усилителях (при замене триодов пентодами), причем его часто называют *парафазным усилителем.* Его переходные характеристики по каждому из выходов практически получаются одинаковыми и не отличаются от переходных характеристик однотактного усилителя при условии, что эквивалентная высокочастотная постоянная времени, связанная с катодной цепью ($\tau_{\text{в.к}}$), на порядок меньше высокочастотной

постоянной времени цепи нагрузки ($\tau_в$, см. стр. 464). Величина $\tau_{в.к}$ составляет:

$$\tau_{в.к} = \frac{R_к C_к}{1 + 2SR_к} \approx \frac{C_к}{2S}, \qquad (10\text{-}296)$$

где $C_к$ — паразитная емкость, шунтирующая сопротивление $R_к$, а S — крутизна характеристики ламп. Требование $\tau_{в.к} \ll \tau_в$ обычно легко выполняется при применении пентодов с большой крутизной.

Остаточный разбаланс в случае схемы с пентодами удобно оценивать по формуле

$$\frac{U_{вых1}}{U_{вых2}} \approx 1 + \frac{1}{SR_к}. \qquad (10\text{-}297)$$

Все рассмотренные выше схемы фазоинверторов (рис. 10-63—10-65) обладают либо относительно высоким, либо неодинаковым выходным сопротивлением плеч и потому пригодны для возбуждения двухтактных ламповых усилителей, работающих без сеточных токов, или транзисторных усилителей в режиме А.

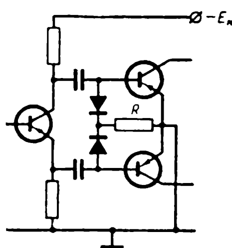


Рис. 10-66. Вариант схемы фазоинвертора, приведенного на рис. 10-63, *б*, для возбуждения каскада, работающего в режиме В.

Для бестрансформаторной связи фазоинвертора с двухтактным усилителем в режиме В в транзисторных схемах применяется шунтирование каждого плеча диодом (рис. 10-66) в направлении, противоположном эмиттерному переходу транзистора двухтактного каскада. Эти диоды предотвращают накапливание заряда на разделительных конденсаторах однополупериодными импульсами токов баз и стабилизируют величину эквивалентного сопротивления нагрузки плеч в течение периода. Подбором небольшого сопротивления резистора R можно сделать токи диодов практически равными токам баз транзисторов двухтактного каскада.

Оконечные каскады с отрицательной обратной связью

В большинстве случаев от оконечного каскада требуется неискаженное воспроизведение формы напряжения усиливаемого сигнала или относительно низкое выходное сопротивление. В связи с этим в выходных каскадах широко применяется отрицательная обратная связь по напряжению (рис. 10-67, *а*—*г*).

В схемах *а* и *г* обратная связь осуществляется по параллельной схеме, что приводит также к понижению входного сопротивления каскада и при прежней амплитуде входного напряжения требует увеличения тока входного сигнала. На рис. 10-67, *б* и *в* напряжение обратной связи вводится последовательно с напряжением входного сигнала, и это способствует сохранению высокого входного сопротивления каскада, но требует увеличения амплитуды входного напряжения.

В транзисторных усилителях при желании приблизиться к режиму возбуждения от генератора напряжения (это бывает необходимо для уменьшения общих нелинейных искажений, см. стр. 497) в оконечных каскадах усилителей в режиме А применяют и обратную связь по току (рис. 10-67, *д*), причем небольшое не блокированное емкостью сопротивление резистора $R_э$ в этом случае одновременно повышает температурную стабильность рабочей точки транзистора.

Расчет этих схем может быть произведен по общим формулам, приведенным в начале раздела, с учетом того, какой структурной схеме соответствует данный вариант. Необходимо заметить только одну особенность расчета схем с обратной связью параллельного типа.

Если сначала был рассчитан коэффициент усиления по напряжению всего усилителя без обратной связи, а затем обратная связь такого типа вводится в оконечный каскад (или один из промежуточных), то общий коэффициент усиления по напряжению уменьшается и для его восстановления надо увеличить усиление предшествующих каскадов. Если же производится покаскадный расчет усилителя и оконечный каскад сразу предполагают охватить отрицательной обратной связью по схеме параллельного типа, то коэффициент усиления по напряжению K этого каскада можно считать не зависящим

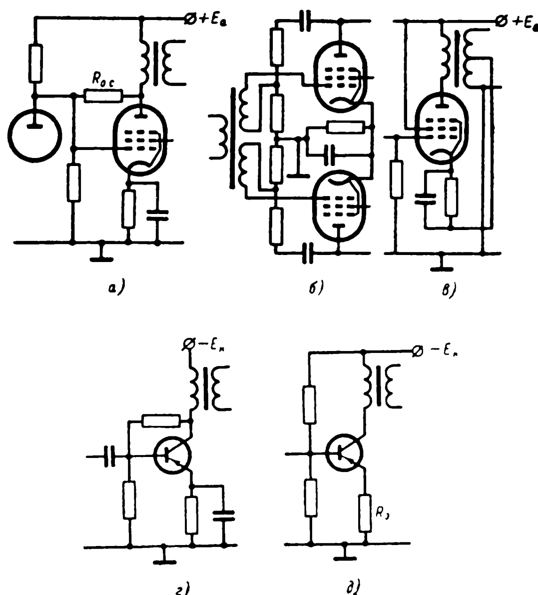


Рис. 10-67. Оконечные каскады с отрицательной обратной связью по напряжению (*а*—*г*) и току (*д*).

от наличия такой обратной связи, но для расчета предыдущего каскада надо принять в качестве сопротивления нагрузки входное сопротивление каскада, охваченного обратной связью ($R_{вх.о.с}$). В соответствие с (10-257а)

$$R_{вх.о.с} = \frac{R_{вх}}{1 + \frac{R_{вх}}{R_{о.с}}(1 + K)}, \quad (10\text{-}298)$$

где $R_{вх}$ — входное сопротивление каскада в отсутствие обратной связи.

Особые схемы с обратной связью представляют собой оконечные *усилители с распределенной* между цепями различных электродов *нагрузкой.*

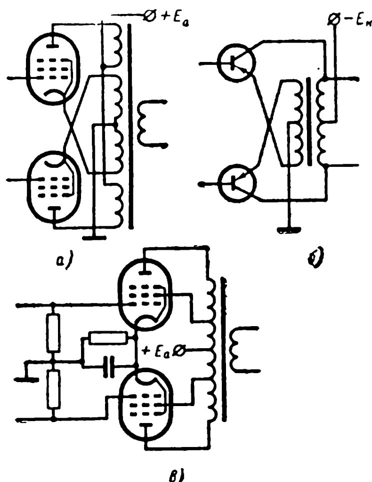


Рис. 10-68. Усилители с распределенной нагрузкой.

В схемах на рис. 10-68, *а* и *б* первичная обмотка выходного трансформатора состоит из четырех одинаковых секций, так что каждое ее плечо делится на две равные части и вводится как в анодную (коллекторную), так и в катодную (эмиттерную) цепи. При этом, наматывая по две секции сразу («в два провода»), удается существенно уменьшить индуктивности рассеяния между плечами и тем самым уменьшить искажения, связанные с отсечкой токов в усилителях в режиме В (см. стр. 494). Одновременно достигаются низкое выходное сопротивление каскада и высокая линейность благодаря глубокой отрицательной обратной связи ($\beta = 0,5$).

Другим типом усилителя с распределенной нагрузкой является ультралинейный каскад (рис. 10-68, *в*). Здесь, как и в предыдущей схеме, через одну часть витков первичной обмотки проходят анодные токи, а через другую часть — катодные токи ламп. Однако теперь напряжение обратной связи вводится не в цепь управляющих сеток, а в цепь экранирующих сеток ламп. В этой схеме применяются пентоды в режиме АВ, а отрицательная обратная связь получается нелинейной. При некотором оптимальном для данной лампы коэффициенте включения цепей экранирующих сеток достигается значительное уменьшение нелинейных искажений и выходного сопротивления при сохранении высокой экономичности пентодного каскада. Оптимальные значения коэффициента включения экранирующих сеток (по числу витков) лежат в пределах от 0,2 до 0,5.

Для достижения желаемого эффекта в ультралинейных усилителях необходимо применять выходные трансформаторы с минимальными индуктивностями рассеяния.

Отрицательная обратная связь в многокаскадных усилителях

Если в охватываемом обратной связью усилителе имеется трансформатор, то необходимая для получения отрицательной обратной связи полярность напряжения подбирается соответствующим включением концов одной из обмоток трансформатора. При этом вводить напряжение обратной связи можно по любой схеме в любой из предшествующих каскадов. Обычно, стремясь повысить входное сопротивление усилителя, предпочитают вводить напряжение обратной связи в цепь катода (эмиттера), как это показано на рис. 10-69.

При резистивно-емкостной связи между каскадами возможны лишь вполне определенные схемы включения цепей обратной связи, обеспечивающие нужное соотношение между полярностями усиливаемого напряжения и напряжения обратной связи. Возможные варианты реализации отрицательной обратной связи в ламповых и транзисторных усилителях приведены на рис. 10-70.

При определении четного или нечетного числа каскадов в петле обратной связи не надо считать каскады, не переворачивающие

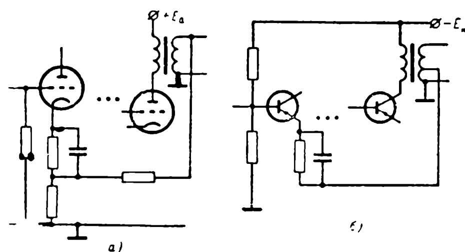


Рис. 10-69. Схемы обратной связи по напряжению последовательного типа.

полярности: катодные и эмиттерные повторители, а также усилители с общей сеткой или с общей базой.

Расчет всех схем осуществляется общими методами (см. стр. 502). При введении в петлю обратной связи более двух каскадов или нешунтированных трансформаторов

расчет должен производиться с учетом требований к устойчивости.

Упоминавшиеся выше цепи фазовой коррекции, служащие для повышения устойчивости, сужают полосу равномерно пропускаемых частот. Поэтому у многокаскадных усилителей, охватываемых глубокой отрицательной обратной связью, приходится заранее существенно расширять полосу пропускания (в среднем на одну октаву в об-

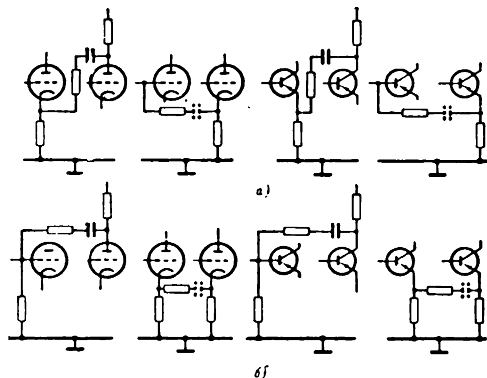


Рис. 10-70. Схемы отрицательной обратной связи в многокаскадных усилителях.

а — при четном числе каскадов; *б* — при нечетном числе каскадов.

ласти нижних и верхних частот на каждые 10 *дб* глубины обратной связи плюс одна-две октавы для получения запаса устойчивости).

Паразитные обратные связи в многокаскадных усилителях

В низкочастотных усилителях наиболее существенной бывает паразитная обратная связь *через общий источник питания*, внутреннее сопротивление которого является общим нагрузочным сопротивлением всех каскадов усилителя.

При наличии в усилителе только двух каскадов эта связь обычно получается отрицательной и может приводить к небольшим изменениям частотной характеристики усилителя, главным образом в области низших частот, на которых возрастает внутреннее сопротивление выпрямителя со сглаживающим пульсацию конденсатором на выходе.

При трех и более каскадах паразитная связь может стать положительной и при достаточной глубине вызвать самовозбуждение усилителя. Опасность самовозбуждения возрастает с увеличением коэффициента усиления усилителя и внутреннего сопротивления общего источника питания. Ослаблению паразитной связи, создаваемой анодным (коллекторным) током выходного каскада, содействует выполнение этого каскада по двухтактной схеме.

Упрощенный критерий отсутствия самовозбуждения (гарантирующий некоторый запас устойчивости) выражается соотношением

$$K < \frac{R_{\text{н.вых}}}{Z_0}, \qquad (10\text{-}299)$$

где K — общий коэффициент усиления по напряжению каскадов усилителя, охваченных паразитной обратной связью;

$R_{\text{н.вых}}$ — сопротивление нагрузки выходного каскада;

Z_0 — модуль внутреннего сопротивления источника питания.

Обычно используют коэффициент усиления от входа второго каскада, так как в ламповых усилителях управляющая сетка первой лампы редко бывает связана с положительным полюсом источника анодного напряжения, а в транзисторных коэффициент передачи напряжения от источника $E_к$ на базу первого транзистора значительно меньше коэффициента усиления первого каскада.

Если выходной каскад выполнен по двухтактной схеме, то подставляемое в формулу (10-299) значение K можно дополнительно уменьшить в 3—5 раз.

Для удовлетворения условия (10-299) при больших коэффициентах усиления K применяются следующие меры:

1) увеличение емкости выходного конденсатора сглаживающего фильтра выпрямителя;

2) устройство двух-трехсекционного сглаживающего фильтра с питанием выходного и предварительных каскадов усилителя от различных секций;

3) применение дополнительных развязывающих ячеек RC- или LC-типа в цепях питания каждого из каскадов, кроме последних одного-двух (рис. 10-71, *а*);

4) введение в выпрямитель электронного стабилизатора напряжения с низким выходным сопротивлением.

Расчет развязывающих ячеек не представляет трудностей. Следует только помнить, что необходимое ослабление передачи напряжения обратной связи должно быть обеспечено на

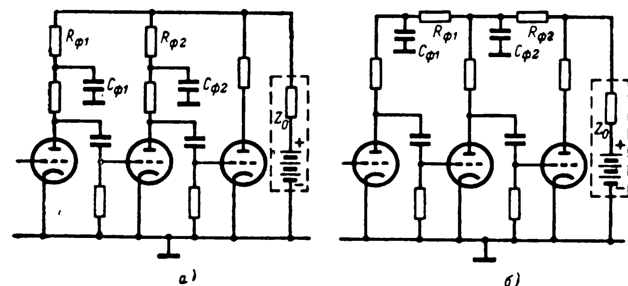


Рис. 10-71. Схемы включения развязывающих RC-ячеек.

низшей граничной частоте коэффициента усиления усилителя, и брать в качестве этой частоты не заданное исходными требованиями значение $\omega_н$, а фактическую низшую частоту, которая в усилителях с глубокой отрицательной обратной связью может быть на несколько октав ниже заданного значения $\omega_н$.

Уменьшить емкость конденсаторов в развязывающих ячейках удается при цепочечном соединении их (рис. 10-71, *б*), но при этом в большей мере снижается напряжение питания первых каскадов.

Другими причинами паразитных обратных связей в многокаскадных усилителях могут быть *электростатические наводки* с выходных цепей на входные и *паразитные связи по общим проводам «заземления»*. Такие связи бывают опасны в усилителях с особо высокими коэффициентами усиления и проявляются большей частью на высших частотах, где могут искажать частотную характеристику. Предотвращение паразитных обратных связей этого типа осуществляется конструктивными мероприятиями.

10-6. ШИРОКОПОЛОСНЫЕ УСИЛИТЕЛИ

Предварительные замечания

Основными типами каскадов широкополосного усилителя являются усилители с резистивно-емкостной связью с общим катодом (в ламповых устройствах, см. стр. 462) или общим эмиттером (в транзисторных устройствах, стр. 475). Специфической особенностью этих каскадов в широкополосных усилителях является наличие дополнительных цепей частотной коррекции, обеспечивающих расширение полосы равномерно усиливаемых частот или уменьшение искажений формы усиливаемых импульсов.

Распространены два в принципе эквивалентных метода расчета цепей частотной коррекции: частотный и временной. Первый метод связан с изучением амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик и удобен при расчете широкополосных усилителей, предназначенных для усиления гармонических колебаний. При расчете видеоусилителей и в особенности импульсных усилителей, предназначенных для усиления прямоугольных импульсов, известные удобства представляет временной метод, поскольку он оперирует величинами, непосредственно описывающими искажения формы прямоугольного импульса. С другой стороны, при достаточно сложных схемах временной метод требует очень трудоемких расчетов. Поэтому далее приводятся расчеты цепей коррекции, основанные главным образом на частотном методе. Подробное изложение временного метода анализа видеоусилителей содержится в книгах [Л. 6, 10].

Коррекция искажений в области низших и высших частот осуществляется с помощью различных цепей, расчет которых производится независимо. Применение низкочастотной коррекции позволяет понизить нижнюю граничную частоту $\omega_н$ при заданных нормах на частотные искажения в 5—30 раз или во столько же раз уменьшить необходимую емкость разделительного конденсатора в цепи междукаскадной связи. Введение цепей высокочастотной коррекции позволяет увеличить усиление каскада в 2—3 раза при заданной высшей граничной частоте по сравнению с некорректированным усилителем или во столько же раз расширить полосу усиливаемых частот при неизменном усилении.

Условия наилучшей коррекции амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик обычно не совпадают. Поэтому при расчете усилителей того или иного класса оптимальные параметры корректирующих цепей могут в некоторых пределах варьироваться.

Помимо каскадов с общим катодом или с общим эмиттером, в широкополосных усилителях находят применение рассмотренные выше (стр. 505) катодные и эмиттерные повторители, которые позволяют уменьшить шунтирующее действие емкости цепи нагрузки, в особенности при работе усилителя на коаксиальный кабель.

Низкочастотная коррекция

Наиболее распространена (и в ламповых и в транзисторных усилителях) низкочастотная коррекция при помощи *RC*-ячейки, вводимой в цепь питания анода (коллектора) (рис. 10-72). Такая ячейка одновременно ослабляет паразитную обратную связь через общий источник питания с другими каскадами (см. стр. 514) и осуществляет дополнительное сглаживание пульсаций питающего напряжения.

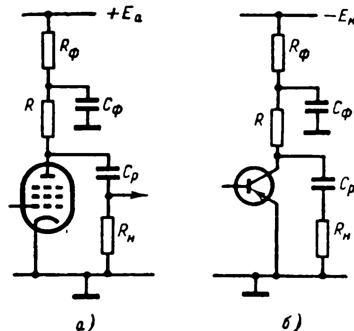


Рис. 10-72. Ламповый (*а*) и транзисторный (*б*) усилители с низкочастотной коррекцией.

Идея этого метода коррекции состоит в том, что за счет недостаточно большой для самых низших частот величины емкости $C_ф$ действующее на этих частотах полное сопротивление нагрузки каскада возрастает и

компенсирует спад усиления из-за конечной величины емкостного сопротивления разделительного конденсатора $C_р$. Одновременно происходит компенсация фазового сдвига тока в сопротивлении нагрузки $R_н$. Для достижения наибольшего эффекта желательно по возможности увеличивать сопротивление $R_ф$ (ограничивает величину $R_ф$ снижение анодного или коллекторного напряжения).

Рассматриваемая схема коррекции описывается двумя обобщенными параметрами:

$$a_ф = \frac{R_ф}{R}; \quad (10\text{-}300)$$

$$m = \frac{C_ф R}{C_р R_н} = \frac{\tau_ф}{\tau_н}. \quad (10\text{-}301)$$

Условием оптимальной коррекции считается $m=1$, т. е. одинаковые значения постоянных времени $\tau_ф$ и $\tau_н$. Это условие при $a_ф \gg 1$ обеспечивает точную коррекцию фазового сдвига и начального участка переходной характеристики для области больших времен.

Величина относительного спада вершины прямоугольного импульса с длительностью $T_и$ при $m=1$ составляет

$$\delta = 100 \frac{T_и^2}{2a_ф \tau_н^2} \% \quad (10\text{-}302)$$

и уменьшается с увеличением $a_ф$. Недокомпенсация ($m<1$) приводит к увеличению спада (рис. 10-73, *а*), а перекомпенсация ($m>1$) — к нарастанию вершины (рис. 10-73, *г*). В импульсных усилителях, уси-

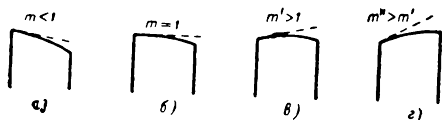


Рис. 10-73. Влияние параметра m на искажения вершины прямоугольного импульса.

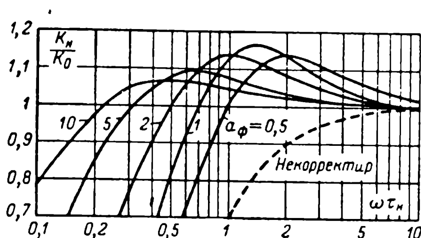


Рис. 10-74. Влияние параметра $a_ф$ на частотную характеристику в области низших частот ($m=1$).

ливающих импульсы стандартной длительности ($T_и$=const), небольшая перекомпенсация (рис. 10-73, *в*) бывает желательна.

Нижняя граничная частота каскада при $m=1$ понижается примерно в $1+a_ф$ раз, и перед областью спада частотной характеристики появляется небольшой подъем — менее 1 *дб* (рис. 10-74).

Высокочастотная коррекция ламповых усилителей

Существует большое количество схем высокочастотной коррекции, представляющих собой как двухполюсные цепи, включаемые параллельно выходной цепи усилительного

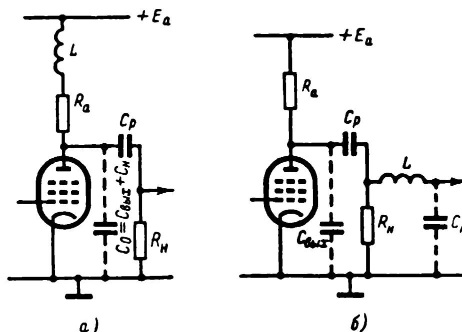


Рис. 10-75. Простые схемы высокочастотной коррекции лампового усилителя.

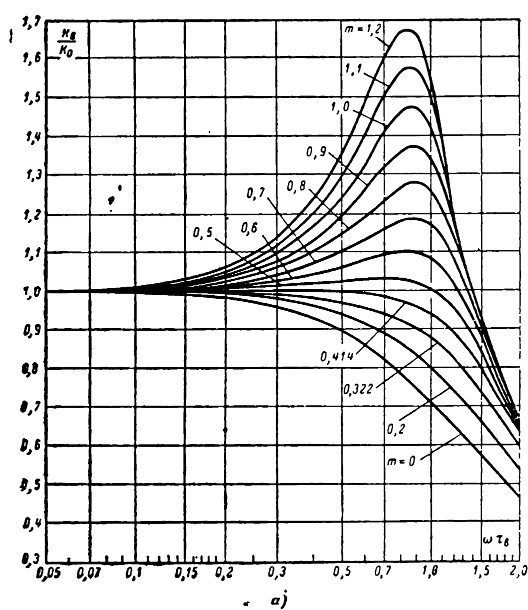
а — параллельная; *б* — последовательная.

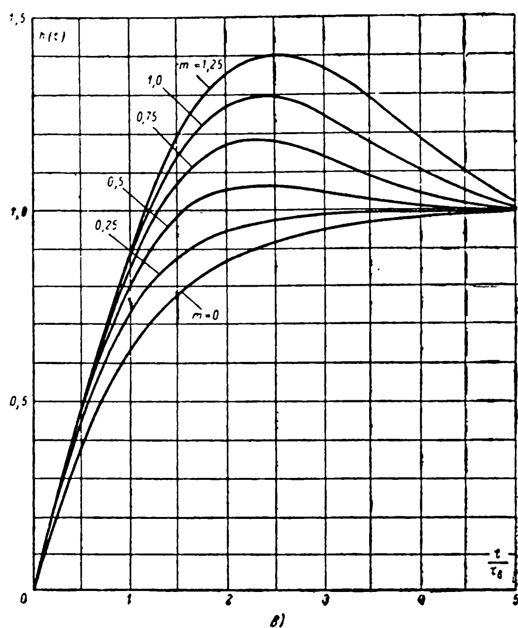
каскада, так и четырехполюсники, включаемые между лампой и нагрузочным сопротивлением. Общая идея этих схем сводится к компенсации влияния шунтирующих емкостей при помощи индуктивностей.

Для определения оптимальных условий коррекции согласно методу Г. В. Брауде [Л. 1] составляют выражение коэффициента усиления для области верхних частот, записывают разложения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик в ряд Тейлора вокруг нулевой частоты и приравнивают к нулю несколько (по числу корректирующих элементов) первых производных. Полученные уравнения позволяют найти оптимальные значения параметров коррекции, обеспечивающие наиболее благоприятную форму амплитудно-частотной [если приравнивались к нулю производные функции $K(\omega)$] или фазо-частотной [если приравнивались к нулю производные функции $\varphi(\omega)$] характеристики. Производные функции $K(\omega)$ приравнивают к нулю, начиная с первой, а функции $\psi(\omega)$ — начиная с третьей, так как эта функция нечетная и все четные производные у нее равны нулю, а отличие от нуля первой производной не приводит к появлению фазовых искажений.

Простая схема высокочастотной коррекции, содержащая одну корректирующую индуктивность и называемая также параллельной схемой коррекции, приведена на рис. 10-75, *а*.

При R_i, $R_н \gg R_а$, что в большинстве случаев выполняется на практике, она обладает характеристиками, зависящими только от





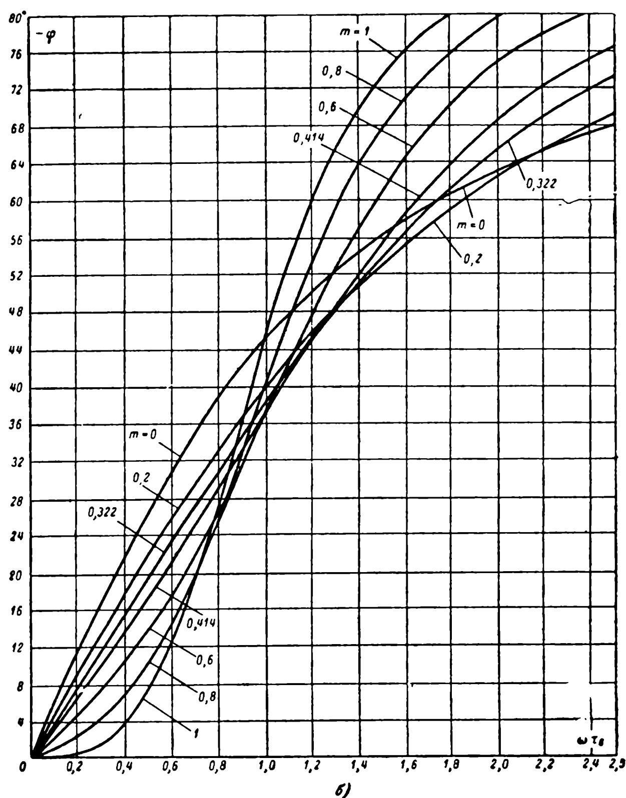


Рис. 10-76. Частотные и переходные характеристики параллельной схемы высокочастотной коррекции (к рис. 10-75, а.).

величины одного безразмерного параметра

$$m = \frac{L}{C_0 R_a^2}. \qquad (10\text{-}303)$$

Величина m по существу является квадратом добротности колебательного контура, составленного из элементов L, C_0, R_a.

Семейства амплитудно-частотных, фазочастотных и переходных характеристик этой схемы даны на рис. 10-76 и позволяют выбрать целесообразное значение m для любого типа усилителя. Наименьшие частотные искажения соответствуют $m=0{,}414$, а наименьшие фазовые — $m=0{,}322$, отсутствие выброса у переходной характеристики гарантируется при $m \leqslant 0{,}25$. Для видеоусилителей принимают $m \approx 0{,}35$.

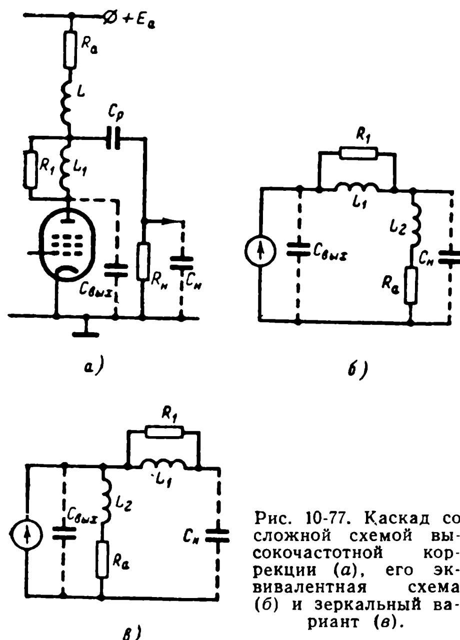


Рис. 10-77. Каскад со сложной схемой высокочастотной коррекции (*а*), его эквивалентная схема (*б*) и зеркальный вариант (*в*).

Последовательная схема (рис. 10-75, *б*) близка по своим свойствам к параллельной, однако ее характеристики зависят еще от соотношения емкостей

$$p = \frac{C_н}{C_0} = \frac{C_н}{C_{вых}+C_н} \qquad (10\text{-}304)$$

и при благоприятной величине p превосходят характеристики параллельной схемы. При $p=p_{опт}=0{,}25$ оптимальные значения m составляют 0,667 для наилучшей амплитудно-частотной характеристики и 0,48 для наилучшей фазо-частотной характеристики. В видеоусилителях выбирают $m \approx 0{,}5 \div 0{,}55$.

Недостатком схемы последовательной коррекции является ее несколько большая критичность к смене ламп, приводящей к изменению параметра p.

Сложные схемы коррекции включают две корректирующие индуктивности и более, а также дополнительные конденсаторы, причем соответствующим выбором параметров этих элементов удается обращать в нуль более одной производной функций $K(\omega)$ или $\varphi(\omega)$. Расчет и настройка схем, содержащих более трех корректирующих элементов, представляет большие трудности.

На практике из сложных схем коррекции наиболее распространена схема с двумя индуктивностями (рис. 10-77, *а*). В отличие от схемы (рис. 10-75, *б*) эта схема позволяет получать хорошие результаты при широких вариациях значения параметра p и характеризуется еще двумя параметрами:

$$q_1 = \frac{L_1}{L}; \qquad (10\text{-}305)$$

$$q_2 = \frac{R_1}{R_a}. \qquad (10\text{-}306)$$

При расчете импульсного усилителя сначала определяют допустимое значение анодного сопротивления R'_a некорректированного усилителя. Считая, что R_i, $R_н \gg R_a$, по заданной величине времени нарастания $t_н$ находят

$$R'_a = \frac{t_н}{2{,}2\,(C_{вых}+C_н)}. \qquad (10\text{-}307)$$

Затем, определив параметр p и выбрав допустимую величину ε выброса, с помощью табл. 10-2 находят необходимые значения остальных параметров схемы. Анодное сопротивление R_a корректированного каскада берется в k_1 раз больше величины R'_a и во столько же раз повышается коэффициент усиления каскада благодаря применению коррекции.

Таблица 10-2

Параметры схемы сложной коррекции

p	ε, %	m	q_1	q_2	k_1
0,5	1,2	0,12	4,8	2,13	1,83
	3,3	0,14	4,2	3,03	2,07
	7,5	0,16	3,9	5,55	2,27
0,6	1,1	0,12	5,8	1,75	1,80
	2,5	0,16	4,1	2,13	2,02
	4,3	0,18	3,8	3,19	2,13
0,65	1,4	0,14	5,3	1,79	1,88
	2,7	0,18	3,9	2,26	2,05
	11,0	0,20	4,1	4	2,20
0,7	1	0,12	7,4	1,75	1,79
	2,7	0,20	4,1	2,78	2,09
0,75	1,2	0,14	7,2	1,89	1,83
	2,4	0,20	4,4	2,26	2,04

Зеркальные схемы. Для любой четырехполюсной схемы коррекции (например, на рис. 10-77, *а*) можно указать зеркальный вариант (ср. рис. 10-77, *б* и *в*), отличающийся

от исходного тем, что входные и выходные зажимы корректирующего четырехполюсника взаимно заменены. Зеркальный вариант описывается теми же соотношениями, что и основной, и в принципе эквивалентен. Однако ввиду того, что при переходе к зеркальному варианту емкости $C_{вых}$ и $C_н$ в расчетных соотношениях взаимно меняются, появляется возможность реализации характеристик, соответствующих другому значению параметра p, который теперь вместо (10-304) описывается выражением

$$p_з = \frac{C_{вых}}{C_0} = \frac{C_{вых}}{C_н + C_{вых}}. \quad (10\text{-}304а)$$

Применение высокочастотной коррекции оправдано не только в целях расширения полосы усиливаемых частот, но и для повышения максимального выходного напряжения усилителя, если предельно допустимое значение выходного сопротивления ограничивается при заданной верхней граничной частоте шунтирующей выходную цепь емкостью. При этом введение корректирующих индуктивностей позволяет при сохранении прежнего значения $f_в$ применить большее сопротивление $R_а$ и тем самым увеличить максимальную амплитуду выходного напряжения.

Пример 14. Рассчитать выходной каскад импульсного усилителя, если дано $R_н = 0{,}5$ *Мом*; $C_н = 20$ *пф*; $U^-_{вых.макс} = U^+_{вых.макс} = 50$ *в*; $T_{и.макс} = 20$ *мсек*; $t_н \leqslant 0{,}1$ *мксек*; $\delta \leqslant 5\%$; $\varepsilon \leqslant 3\%$; $E_а = 300$ *в*. Применить низкочастотную и высокочастотную коррекцию.

Решение. Принимая ориентировочно $C_{вых} = 10$ *пф*, на основании (10-307) находим:

$$R'_а = \frac{0{,}1\cdot 10^{-6}}{2{,}2(10+20)\,10^{-12}} \approx 1\,500 \text{ ом}.$$

Для получения положительных импульсов $U^+_{вых.макс} = 50$ *в* необходим анодный ток покоя

$$I_{а0} \geqslant \frac{U^+_{вых.макс}}{R'_а} = \frac{50}{1{,}5} = 33 \text{ ма},$$

а из условия $U^-_{вых.макс} = 50$ *в* необходим анодный ток лампы при $U_с = 0$

$$I_{а.макс} \geqslant I_{а0} + \frac{U^-_{вых.макс}}{R'_а} = 33 + \frac{50}{1{,}5} = 66 \text{ ма}.$$

В видеоусилителе можно применить лампу типа 6П9 (у нее $I_{а.макс} \approx 60$ *ма* при $U_э = 150$ *в*), если за счет высокочастотной коррекции увеличить сопротивление $R_а$ по крайней мере на 20—30% в сравнении с величиной $R'_а$. Воспользуемся сложной схемой высокочастотной коррекции (рис. 10-77), которая позволяет примерно удвоить $R_а$.

Выходная емкость лампы 6П9 составляет 7,5 *пф*, с учетом монтажной емкости анодного провода примем $C_{вых} = 10$ *пф*. Согласно (10-304)

$$p = \frac{20}{10 + 20} = 0{,}67.$$

На основании табл. 10-2 (по строке $p = 0{,}65$; $\varepsilon = 2{,}7\%$) находим: $m = 0{,}18$; $q_1 = 3{,}9$; $q_2 = 2{,}26$; $k_1 = 2{,}05$. При этом $R_а = k_1 R'_а = 2{,}05 \cdot 1{,}5 \approx 3$ *ком*, а в соответствии с (10-303), (10-305), (10-28)

$$L = mC_0 R_а^2 = 0{,}18\cdot 30\cdot 10^{-12}(3\cdot 10^3)^2 = 49\cdot 10^{-6} \text{ гн} = 49 \text{ мкгн};$$

$$L_1 = q_1 L = 3{,}9\cdot 49 = 190 \text{ мкгн};$$

$$R_1 = q_2 R_а = 2{,}26\cdot 3 = 6{,}8 \text{ ком};$$

$$K_0 = SR_а = 11{,}7\cdot 3 = 35.$$

Расчет низкочастотной коррекции начнем с выбора максимально возможного сопротивления $R_ф$ (см. рис. 10-72, *а*). Принимая в точке покоя $U_{а0} = 150$ *в* и $I_{а0} = 25$ *ма* (с учетом полученного значения коэффициента k_1, величину $I_{а0}$ можно уменьшить вдвое по сравнению с найденным первоначально значением 33 *ма*), определим

$$R_ф = \frac{E_а - U_{а0}}{I_{а0}} - R_а = \frac{300 - 150}{25} - 3 = 3 \text{ ком}.$$

Выполняя оптимальное условие коррекции $\tau_н = \tau_ф$, на основании (10-302) определим

$$a_ф\,\tau_ф^2 = a_ф\,\tau_н^2 = \frac{100\,T_и^2}{2\delta} = \frac{100\,(20\cdot 10^{-3})^2}{2\cdot 5} = 4\cdot 10^{-3} \text{ сек}.$$

В соответствии с (10-300) и (10-301)

$$a_ф\,\tau_ф^2 = R\,R_ф\,C_ф^2,$$

где $R = R_а$; таким образом

$$C_ф = \sqrt{\frac{a_ф\,\tau_ф^2}{RR_ф}} = \sqrt{\frac{4\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10^3\cdot 3\cdot 10^3}} = 2{,}1\cdot 10^{-5} \text{ ф} = 21 \text{ мкф}.$$

Наконец, из условия $\tau_н = \tau_ф$

$$C_р = C_ф\frac{R}{R_н} = 2{,}1\cdot 10^{-5}\cdot\frac{3\cdot 10^3}{0{,}5\cdot 10^6} = 12{,}6\cdot 10^{-8} \text{ ф} = 0{,}126 \text{ мкф}.$$

В *многокаскадных усилителях* величина выброса результирующей переходной характеристики с увеличением числа каскадов может как увеличиваться, так и уменьшаться в сравнении с величиной выброса, наблюдаемого у одного каскада. Выброс, величина которого остается одинаковой для однокаскадного и многокаскадного усилителя при данной схеме коррекции, называется *критическим*. Критический выброс составляет около 1% для схем с одной индуктивно-

стью (рис. 10-75) и около 2% для схемы сложной коррекции (рис. 10-77).

Поскольку максимальное усиление в широкой полосе частот пропорционально крутизне характеристики S лампы и обратно пропорционально емкости, шунтирующей цепь междукаскадной связи, в широкополюсных усилителях применяют лампы с максимальным значением *добротности*, под которой понимается комбинация параметров:

$$D = \frac{S}{2\pi (C_{вых} + C_{вх})}. \quad (10\text{-}308)$$

Максимальное выходное напряжение оконечного каскада широкополосного усилителя достигается при применении лампы, у которой максимально отношение

$$D_{вых} = \frac{I_{a0}}{C_{вых}}. \quad (10\text{-}309)$$

Высокочастотная коррекция транзисторных усилителей

Основные причины уменьшения усиления в области высших частот в транзисторных усилителях связаны с частотными характеристиками самих транзисторов и в первую очередь с наличием емкостной составляющей у входной проводимости и частотной зависимостью коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером.

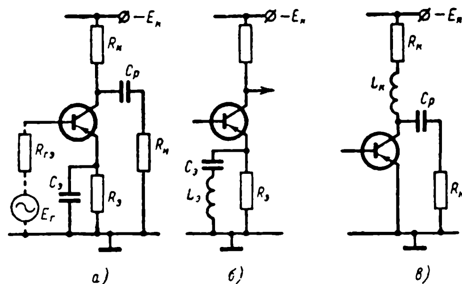


Рис. 10-78. Транзисторные усилители с высокочастотной коррекцией.

Достаточно строгий учет частотно-зависимых свойств транзисторов приводит к громоздким выражениям и осложняет создание удобных инженерных методов расчета транзисторных усилителей с высокочастотной коррекцией. Поэтому здесь рассматриваются только простейшие приемы высокочастотной коррекции и приводятся приближенные соотношения для определения параметров корректирующих элементов в расчете на окончательную доводку схемы экспериментальным путем. Такой подход тем более оправдан, что известный разброс параметров транзисторов все равно мешает получению точных расчетных данных и требует экспериментальной настройки схемы. Более строгие расчеты цепей коррекции транзисторных усилителей содержатся в работах [Л. 10, 11].

Схемы с обратной связью по эмиттерной цепи (рис. 10-78, *а* и *б*) предусматривают введение частотно-зависимой обратной связи по току, глубина которой уменьшается с повышением частоты, что и приводит к выравниванию частотной характеристики усилителя. Для этого достаточно сопротивление обратной связи $R_э$ зашунтировать небольшой емкостью $C_э$ или цепочкой $L_э$, $C_э$ с частотой резонанса напряжений в районе верхней граничной частоты усилителя. Таким образом, в этих схемах усиление на высших частотах остается таким же, как у некорректированного каскада.

Сопротивление $R_э$ выбирается в несколько раз больше величины $h_{11б}$, причем усиление по напряжению в области средних частот падает до величины

$$K_0 \approx \frac{R_{н.э}}{R_э}. \quad (10\text{-}310)$$

Если без коррекции коэффициент усиления составлял величину K'_0, то верхняя граничная частота увеличивается в $\frac{K'_0}{K_0}$ раз.

Необходимое значение емкости $C_э$ в схеме на рис. 10-78, *а* составляет примерно

$$C_э \approx \frac{1}{2\pi f_\alpha R_э}. \quad (10\text{-}311)$$

Эффективность коррекции снижается при увеличении сопротивления $R_э$ до величины внутреннего сопротивления эквивалентного генератора. Следует выбирать

$$R_э \leqslant R_{г.э} + r'_б. \quad (10\text{-}312)$$

Применение схем на рис. 10-78, *а* и *б* позволяет повысить входное сопротивление данного каскада, а потому содействует также повышению коэффициента усиления по напряжению предыдущего каскада, допуская увеличение сопротивления $R_к$ в цепи коллектора предшествующего транзистора.

Параллельная схема коррекции (рис. 10-78, *в*) по начертанию аналогична ламповой, но, принимая во внимание, что основным источником частотных искажений является транзистор, оптимальное значение параметра коррекции m надо определять, учитывая эффективное время жизни неосновных носителей $\tau_{эфф}$ (см. стр. 423) в области базы транзистора:

$$m_{опт} \approx \sqrt{1 + (1 + q)^2} - 1, \quad (10\text{-}313)$$

где

$$q = \frac{\tau_{эфф}}{C_к (1 + \beta_0) R_{н.э}}. \quad (10\text{-}314)$$

Зачастую бывает $q > 2$, при этом

$$m_{опт} \approx q \quad (10\text{-}315)$$

и выигрыш в полосе равномерно усиливаемых частот также составляет примерно q раз по сравнению с некорректированным усилителем при неизменном значении $R_{н.э}$.

Указанные величины $m_{опт}$ предполагают получение наилучшей амплитудно-частотной

характеристики каскада. Наилучшая переходная характеристика достигается при значениях m, близких к $m_{опт}$, и дает сокращение времени нарастания примерно в $1+q$ раз.

10-7. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ТИПЫ УСИЛИТЕЛЕЙ

Усилители постоянного тока

Необходимость сохранения равномерного усиления вплоть до нулевой частоты исключает применение в усилителях постоянного тока конденсаторов или трансформаторов для междукаскадной связи. Использование непосредственной связи существенно осложняет выбор схем питания ламп или транзисторов. Другой трудностью, с которой приходится встречаться при проектировании и налаживании усилителей постоянного тока, является «дрейф нуля» — самопроизвольные изменения выходного напряжения (тока), связанные с нестабильностью характеристик усилительных элементов или с влиянием внешних факторов (изменений температуры, питающих напряжений).

Еще одной особенностью усилителей постоянного тока является невозможность использования блокировочных конденсаторов в цепях питания различных электродов ламп или транзисторов, поскольку блокировочное действие конденсаторов не может распространяться на сколь угодно медленные изменения напряжений. Применение конденсаторов в усилителях постоянного тока оправдано только для коррекции характеристик в области высших частот.

Большой ассортимент применяемых на практике схем междукаскадной связи и в особенности рецептов по борьбе с дрейфом нуля свидетельствует скорее об отсутствии надежных решений этих задач, чем о высоком развитии техники усиления постоянного тока. Обе проблемы существенно осложняются при увеличении необходимого коэффициента усиления и часто заставляют отказываться от усилителей с непосредственной связью в пользу усилителей с промежуточным преобразованием сигнала в переменное напряжение.

Дрейф нуля на выходе усилителя представляет собой усиленные усилителем самопроизвольные изменения анодных токов ламп или коллекторных токов транзисторов. Наибольшему усилению подвергаются изменения тока первой лампы или транзистора. Поэтому борьба с дрейфом нуля — это прежде всего повышение стабильности токов в цепях входного каскада. Распространенные методы стабилизации, основанные на применении отрицательной обратной связи по постоянному току, здесь не дают желаемого эффекта, поскольку одновременно снижают полезное усиление.

Основные средства снижения дрейфа нуля:

1) выбор первой лампы (транзистора) и ее режима питания с минимальным дрейфом;

2) применение схем компенсации дрейфа;

3) использование балансных схем усилителей.

Для количественной оценки дрейфа нуля удобно пересчитывать его величину к входу усилителя. У обычных ламп он составляет 100—400 *мв*, у транзисторов в комнатных условиях 20—50 *мв*. Уменьшению дрейфа у ламп способствует снижение анодного напряжения до десятков вольт и понижение напряжения накала на 10—20%. У транзисторов дрейф связан с температурными зависимостями напряжения база-эмиттер (примерно 2 *мв/град*) и обратного тока коллектора $I_{к0}$. Влияние второго фактора уменьшается при использовании во входном каскаде кремниевого транзистора с минимальным значением $I_{к0}$.

Для уменьшения дрейфа, связанного с изменениями питающих напряжений, часто усилители постоянного тока питают от стабилизированных источников или применяют соответствующие схемы компенсации.

Компенсация дрейфа возможна главным образом при условии, что его причина известна и закономерна. В этом случае подбирается такой элемент, у которого физические причины изменения подходящего параметра однородны с причинами компенсируемого дрейфа усилительного элемента. Вводя компенсирующий элемент в схему таким образом, что вызываемый им дрейф тока в сопротивлении нагрузки получает направление, обратное дрейфу от усилительного элемента, надеются получить взаимную компенсацию обоих дрейфов. Без особых затруднений компенсационные схемы позволяют уменьшить дрейф в 2—5 раз, кропотливая подгонка компенсационных схем может дать большой выигрыш, особенно в узком диапазоне изменений внешних условий.

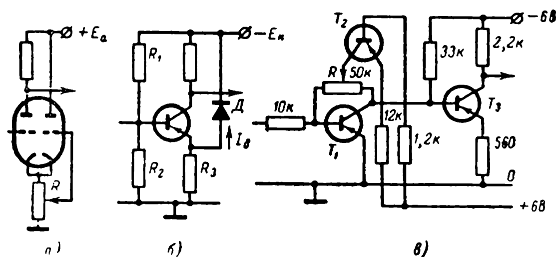


Рис. 10-79. Схемы компенсации дрейфа в усилителях постоянного тока.

На рис. 10-79, *а* приведена схема компенсации дрейфа, возникающего при изменениях напряжения накала. Компенсационным элементом является второй триод той же лампы, которая используется в первом каскаде усилителя. Оптимальная компенсация достигается выбором соответствующего положения движка потенциометра R, полное сопротивление которого должно превосхо-

дить величину $1/S$ (S — крутизна лампы).

На рис. 10-79, *б* приведена схема компенсации температурного дрейфа коллекторного тока транзистора с помощью диода. Обратный ток диода

$$I_д \approx SI_{к0} \qquad (10\text{-}316)$$

(S — коэффициент температурной нестабильности коллекторного тока в отсутствие

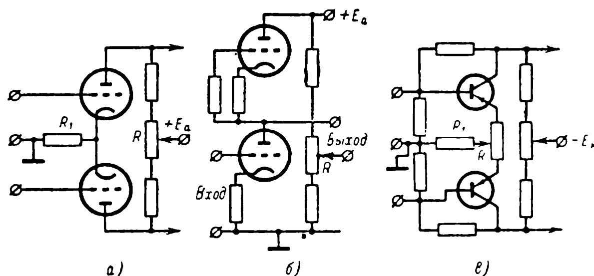


Рис. 10-80. Балансные схемы усилителей.

а — ламповая параллельная; *б* — ламповая последовательная; *в* — транзисторная параллельная.

компенсационного диода) и обладать такой же температурной зависимостью, как $I_{к0}$.

В схеме на рис. 10-79, *в* в качестве источника тока, зависящего от температуры, используется транзистор T_2, аналогичный транзисторам T_1 и T_3. С помощью потенциометра R можно добиться компенсации температурного дрейфа сразу двух каскадов усилителя.

Балансные усилители (рис. 10-80) по структуре принципиальной схемы аналогичны двухтактным усилителям. При надлежащей симметрии плеч многие составляющие дрейфа анодных или коллекторных токов обоих плеч взаимно компенсируются. Для повышения симметрии дрейфа в ламповых схемах предпочитают применять двойные триоды с общим подогревателем, а в транзисторных — монтировать оба транзистора в непосредственной близости друг к другу или даже на общей теплопроводящей пластине. При специальном подборе транзисторов для балансных схем целесообразно стремиться к идентичности их входных характеристик (равенству постоянных напряжений $U_{б.э}$). Для точной балансировки выходных токов или напряжений обоих плеч в исходной рабочей точке предусматривается подстроечный потенциометр баланса R.

Параллельные балансные схемы (рис. 10-80, *а* и *в*) дают наилучшие результаты при симметричном входе и выходе, для чего источник сигнала и нагрузка должны быть симметричными относительно общего провода или изолированными от него. Однако заметный выигрыш в стабильности нуля получается и с несимметричным входом или выходом. Несимметричный источник сигнала присоединяется к одному входному плечу, а во второе плечо целесообразно вводить сопротивление, равное внутреннему сопротивлению источника для постоянного тока. Аналогично присоединяют несимметричную нагрузку к одному выходному плечу, а второе нагружают эквивалентным сопротивлением.

При симметричном входе балансная схема работает как двухтактный усилитель в режиме А, причем каждое плечо такой схемы может рассматриваться как обычный усилитель. Резистор в цепи катода или эмиттера R_1 не создает обратной связи для усиливаемых сигналов, поскольку в нем складываются токи противоположных плеч.

При несимметричном входе балансная схема превращается в самобалансирующийся фазоинвертор (см. рис. 10-65,*б*), приобретая все его особенности.

При подключении к входным плечам балансного усилителя двух независимых источников сигналов схемы на рис. 10-80, *а* и *в* называют *дифференциальными* или *разностными усилителями,* поскольку их выходные сигналы пропорциональны разности двух входных сигналов. От дифференциальных усилителей требуется, чтобы при подаче одного и того же сигнала на оба входа (при параллельном соединении обоих входов) сигнал не проникал на выход усилителя. Это требование совпадает с требованием симметрии плеч балансного усилителя и лучше всего выполняется при симметричной нагрузке. Однако при некотором увеличении прохождения суммарного сигнала дифференциальные усилители могут использоваться и с несимметричной нагрузкой, присоединяемой только к одному выходному плечу.

Схемы связи между каскадами не вызывают серьезных осложнений, если все каскады усилителя собираются по балансной (двухтактной) схеме. Несмотря на то что потенциалы катодов (эмиттеров) следующих друг за другом каскадов приходится все время повышать (что связано с увеличением общего питающего напряжения), в двухтактных усилителях всегда возможно непосредственное соединение анодов ламп предшествующего каскада с управляющими сетками следующего (рис. 10-81, *а*) или коллекторов с базами (рис. 10-81, *б*). Необходимое повышение потенциала катодов или эмиттеров достигается включением общего для обоих плеч резистора R_1, на котором не создается обратной связи.

В однотактных схемах сопротивление, введенное в катодную или эмиттерную цепь, вызывает отрицательную обратную связь по току и по мере его увеличения быстро ограничивает усиление, даваемое каскадом (подобно тому, как это происходит в фазоинверторе с разделенной нагрузкой, см. рис. 10-63). Эта трудность преодолевается введением в цéпи связи или в цéпи смещения батарей, ионных (в ламповых схемах) и по-

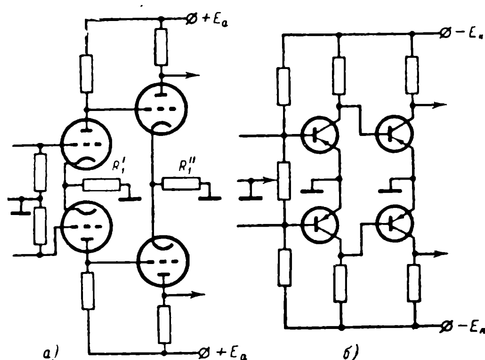


Рис. 10-81. Схемы многокаскадных усилителей постоянного тока с балансными каскадами.

лупроводниковых (в транзисторных схемах) стабилитронов (рис. 10-82, *а*, *б*), обладающих малым дифференциальным сопротивлением. К сожалению, стабилитронам обоих типов присущ дрейф стабилизируемого ими напряжения, что может ухудшать общий дрейф нуля усилителя. От этого недостатка свободна схема связи с делителями на сопротивлениях (рис. 10-82, *в*), требующая достаточно высоковольтного вспомогательного источника питания — *E* противоположной полярности. Но в этой схеме резисторы R_1, R_2 образуют делитель напряжения усиливаемого сигнала, в связи с чем снижается коэффициент усиления.

Усилители постоянного тока с модуляцией (рис. 10-83) отличаются от обычных усилителей переменного тока только тем, что между источником усиливаемого сигнала и входом усилителя устанавливается *модулятор*, или *прерыватель*, преобразующий усиливаемый сигнал в сигнал переменного тока. При этом мгновенному значению входного сигнала соответствует амплитуда сигнала переменного тока. Очень часто выходной сигнал такого усилителя может быть использован непосредственно для управления исполнительным устройством или для измерения; при необходимости его выпрямляют и тем воссоздают форму входного сигнала.

Для неискаженного усиления этим методом необходимо выбирать достаточно высокую частоту f прерывания входного сигнала (во всяком случае выше наивысшей частоты $F_в$ спектра входного сигнала) и использовать усилитель с равномерной частотной характеристикой в полосе частот не менее чем от $f—F_в$ до $f+F_в$. Если высшая частота $F_в$ входного сигнала достаточно низкая (на практике она часто не превосходит единиц — десятков герц), то усилитель можно сделать узкополосным ($\Delta f<$ <100 *гц*) и даже при низкой частоте прерываний (например, 1 000 *гц*) создать высокочувствительное помехозащищенное устройство, пригодное для усиления весьма слабых сигналов — порядка микровольт.

Прерыватели, используемые в усилителях постоянного тока с модуляцией, делятся на два класса — механические и электронные. В качестве механических чаще всего применяют электромагнитные вибраторы (например, поляризованные реле), обмотку которых питают от вспомогательного генератора, а контакты вводят в цепь *входного* сигнала (рис. 10-84, *а*). В случае низкоомного источника сигнала часто применяют входной повышающий трансформатор (рис. 10-84, *б*), дополнительно повышающий усиление по напряжению.

Механические прерыватели при надлежащей конструкции входной цепи обеспечивают наименьший уровень паразитного сигнала в отсутствие входного сигнала, но обладают малым сроком службы и способны работать с относительно низкой частотой переключений. При необходимости усиливать сигналы от единиц милливольт и выше удобно применять транзисторные прерыва-

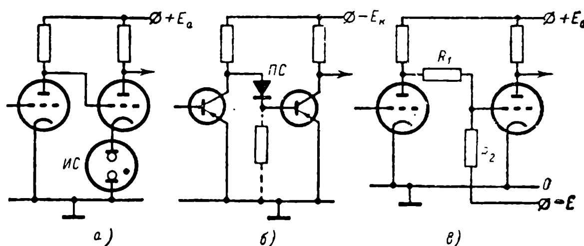


Рис. 10-82. Схемы однотактных многокаскадных усилителей постоянного тока.

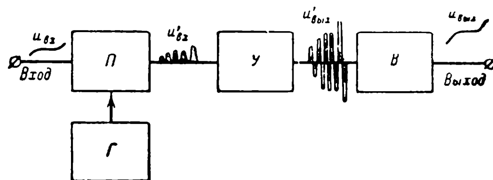


Рис. 10-83. Блок-схема усилителя постоянного тока с модуляцией.

П — прерыватель; *Г* — вспомогательный генератор; *У* — усилитель переменного тока; *В* — выпрямитель.

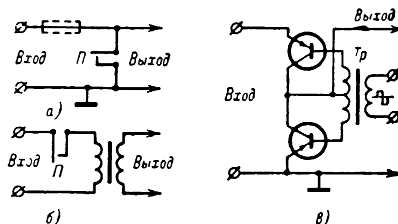


Рис. 10-84. Прерыватели для усилителей постоянного тока с модуляцией.

тели, отличающиеся высокой надежностью и пригодные для переключений с более высокими частотами (рис. 10-84, *в*). Для коммутации транзисторов в цепи их баз надо вводить импульсы переключающего тока (через трансформатор *Тр*) в несколько десятых долей миллиампера. Уменьшение паразитного сигнала достигается подбором транзисторов. При этом с низкоомным источником сигнала удается успешно усиливать токи от 10^{-6} *а* и менее.

В некоторых случаях напряжение входного сигнала может изменять полярность и после усиления с модуляцией бывает необходимо восстановить информацию о полярности входного напряжения. Для этой цели вместо обычного выпрямителя на выходе усилителя переменного тока устанавливают фазовый детектор или фазочувствительный усилитель (см. ниже). В качестве опорного напряжения фазочувствительной схемы используется напряжение генератора, питающего прерыватель.

Усилители среднего значения

Эти усилители отличаются тем, что при синусоидальной форме входного сигнала они должны создавать в цепи нагрузки ток постоянного направления, причем его среднее значение должно быть пропорционально амплитуде входного напряжения. Такая задача, возникающая при проектировании разнообразных устройств автоматики, телемеханики и измерительной техники, может быть решена при помощи обычных усилителей переменного тока, снабженных выпрямительным устройством на выходе. Однако специфические особенности построения систем, в которых требуются подобные усилители, позволяют упростить решение этой задачи и повысить экономичность усилителей, что бывает очень важно при значительных выходных мощностях.

В таких схемах, как правило, частота усиливаемого напряжения фиксирована и равна частоте питающей сети (50, 400 *гц*). Это позволяет мощный выходной каскад питать либо непосредственно переменным током (в ламповых схемах, рис. 10-85), либо выпрямленным несглаженным (в транзисторных, рис. 10-86), подавая в цепь нагрузки одно- или двухполупериодный выпрямленный ток. Синфазность усиливаемого напряжения и напряжения питания позволяет в режиме максимальной выходной мощности иметь малое падение напряжения на лампе или транзисторе в течение всего рабочего полупериода, в результате чего рассеиваемая мощность снижается и к. п. д. каскада может достигать 90%.

Расчет усилителей среднего значения осуществляется методами, сочетающими элементы расчета мощных усилителей и выпрямителей [Л. 5, 22]. В однополупериодных схемах (рис. 10-85, *а* и 10-86, *а*) среднее значение тока нагрузки получается в 4—6 раз меньше максимального импульса анодного (коллекторного) тока и существует постоянное подмагничивание питающего трансформатора. Поэтому их применяют главным образом в маломощных устройствах. Двухполупериодные схемы увеличивают ток нагрузки вдвое и позволяют исключить подмагничивание трансформатора (рис. 10-85, *б*, 10-86, *б*).

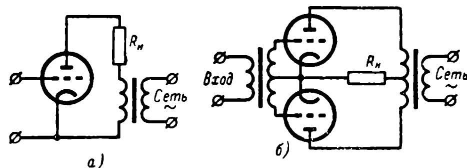


Рис. 10-85. Ламповые усилители среднего значения.

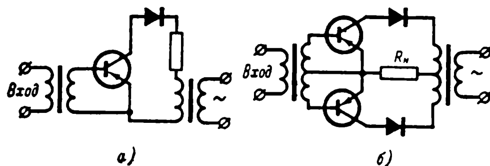


Рис. 10-86. Транзисторные усилители среднего значения.

При питании усилителей среднего значения переменным током управлять током нагрузки можно не только путем изменения амплитуды входного напряжения усилителя, но и путем изменения его фазы. В этом случае ток в цепи нагрузки проходит только в течение части полупериода, зависящей от разности фаз входного и питающего напряжений.

Если от фазы входного напряжения должно зависеть не только среднее значение, но и направление тока в цепи нагрузки, то применяют *фазочувствительные схемы*.

В этих схемах при совпадении фаз входного и питающего напряжений ток в цепи нагрузки имеет одно направление, а при изменении фазы входного напряжения на обратную ($\varphi = 180°$) ток нагрузки приобретает обратное направление. Управлять величиной тока нагрузки можно как изменением амплитуды, так и монотонным изменением фазы входного напряжения.

Помимо обычного фазочувствительного выпрямителя с диодами, применяются специальные фазочувствительные транзисторные усилители (рис. 10-87). Однополупериодный фазочувствительный усилитель обладает теми же недостатками, что и однополупериодный усилитель среднего значения.

Избирательные усилители *RC*-типа

Введение частотно-зависимых *RC*-цепей специального вида в петлю обратной связи апериодического усилителя позволяет придавать усилителю частотно-избирательные свойства и получать частотные характеристи-

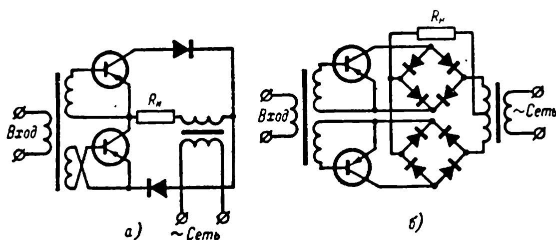


Рис. 10-87. Транзисторные фазочувствительные усилители.

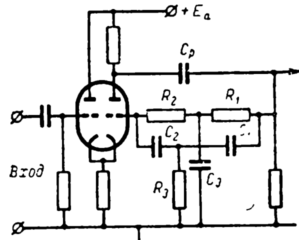


Рис. 10-88. Избирательный усилитель на фиксированной частоте.

стики коэффициента усиления $K(\omega)$, аналогичные характеристикам передаточных функций разнообразных фильтров. Чаще всего такие устройства создаются для получения узкой полосы пропускания $\left(\frac{\Delta f}{f} < < 10\%\right)$ без использования избирательных систем LC-типа.

Стабильность резонансной частоты и эквивалентной добротности узкополосных усилителей RC-типа зависит от стабильности элементов R, C и коэффициента усиления.

Распространенный вариант схемы избирательного усилителя, предназначенного для работы на фиксированной частоте, приведен на рис. 10-88. Величины сопротивлений и емкостей частотно-зависимого четырехполюсника обратной связи должны удовлетворять условию

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) R_3 = \frac{C_3}{C_1 + C_2} = a^2, \quad (10\text{-}317)$$

при котором достигается нулевой коэффициент передачи четырехполюсника на некоторой частоте

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(R_1 + R_2) R_3 C_1 C_2}}, \quad (10\text{-}318)$$

которая становится резонансной частотой усилителя.

Наибольшая добротность может быть достигнута при таком выборе элементов четырехполюсника, когда $a=1$, а отношение R_2/R_1 по возможности большое. На практике обычно выбирают $R_1=R_2=2R_3$ и $C_1=C_2=0{,}5C_3$, так что

$$C_1 R_1 = C_2 R_2 = C_3 R_3 = \tau.$$

При этом

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} \quad (10\text{-}319)$$

и эквивалентная добротность составляет половину предельной, приближаясь к величине

$$Q_{экв} = \frac{K}{4}, \quad (10\text{-}320)$$

где K — коэффициент усиления усилителя.

Частотная характеристика усилителя вблизи резонансной частоты близка к кривой избирательности последовательного колебательного контура с такими же значениями ω_0 и Q.

Широкий ассортимент схем избирательных усилителей RC-типа рассматривается в [Л. 13].

Для получения хороших результатов при проектировании и налаживании таких устройств необходимо подбирать с высокой точностью сопротивления и емкости частотно-зависимых RC-цепей (до десятых долей процента) при минимальных дополнительных фазовых сдвигах в других цепях вблизи резонансной частоты.

10-8. РЕГУЛИРОВКИ В УСИЛИТЕЛЯХ

Регуляторы усиления

В усилителях низкой частоты регулировка усиления не вызывает осложнений и обычно осуществляется при помощи схем с делителями напряжения или тока.

Схема с делителем напряжения (рис. 10-89, *а*) применяется в ламповых усилителях, а схема с делителем тока (рис. 10-89, *б*) бывает более эффективной в транзисторных усилителях при введении регулятора между двумя каскадами, собранными по схеме с общим эмиттером. Эта схема вообще предпочтительнее, когда сопротивление нагрузки меньше сопротивления источника сигнала, используемого в режиме генератора тока.

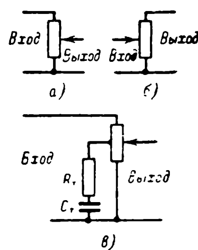


Рис. 10-89. Регуляторы усиления усилителей низкой частоты.

В усилителях звуковых частот регуляторы усиления часто служат для изменения громкости воспроизведения музыкальных программ. В этих случаях, желая скомпенсировать относительное понижение чувствительности уха к низким звукам при общем снижении уровня громкости, устраивают *тонкомпенсированную регулировку громкости*. Наиболее распространенным приемом

тонкомпенсации является шунтирование нижней части переменного резистора RC-цепочкой, вызывающей относительное ослабление передачи средних и верхних частот (рис. 10-89, *в*).

В связи с логарифмической зависимостью слухового ощущения от интенсивности акустического раздражения предпочтительно для регулирования громкости применять

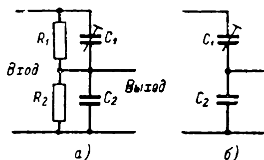


Рис. 10-90. Широкополосные делители напряжения.

переменные резисторы с нелинейной зависимостью сопротивления от угла поворота (с постоянным отношением производной $dR/d\varphi$ к текущему значению R). Подобного типа резисторы удобны в тех случаях, когда необходимы широкие пределы регулирования усиления (более 20—30 *дб*).

Известные трудности представляет регулировка усиления в *широкополосных усилителях* в связи с наличием паразитных емкостей, шунтирующих плечи потенциометра. Для получения строго одинакового коэффициента деления напряжения в широкой полосе частот без фазовых искажений можно применять только корректированные делители с фиксированным ослаблением (рис. 10-90). Если коэффициент деления в области низших частот

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \qquad (10\text{-}321)$$

то он сохраняется неизменным на высших частотах и сопряжен с линейной фазовой характеристикой при условиях, что сопротивления R_1, R_2 частотно-независимы, паразитные индуктивности проводов пренебрежимо малы и емкости, шунтирующие плечи делителя, находятся в соотношении

$$C_1 R_1 = C_2 R_2. \qquad (10\text{-}322)$$

Поскольку увеличивать общую шунтирующую емкость в широкополосных цепях нежелательно, в качестве C_1 применяют подстроечный конденсатор небольшой емкости ($C_{макс} = 6 \div 15$ *пф*).

Такие делители могут быть достаточно высокоомными и применяются во входных цепях ламповых вольтметров и осциллографических усилителях.

При достаточно большом входном сопротивлении усилителя (входящем в состав сопротивления R_2 на рис. 10-90, *а*) постоянная времени $\tau = R_2C_2$ может оказаться существенно больше периода низшей усиливаемой частоты. Тогда сопротивления R_1 и R_2 перестают влиять на работу делителя и как элементы схемы могут быть изъяты, причем образуется схема емкостного делителя напряжения (рис. 10-90, *б*), для которого

$$K = \frac{C_1}{C_1 + C_2}. \qquad (10\text{-}323)$$

При необходимости иметь несколько ступеней деления применяют для каждого коэффициента деления независимый делитель (рис. 10-90, *а*). Это облегчает точную частотную коррекцию, поскольку рабочие значения емкостей плеч получаются постоянными.

Ступенчатые делители позволяют предотвратить перегрузку усилителя при большой величине входного сигнала. При необходимости плавно регулировать усиление широкополосного усилителя пользуются либо электронной регулировкой (изменением крутизны одной из ламп усилителей путем регулирования напряжения сеточного смещения или напряжения экранирующей сетки), либо обычной потенциометрической схемой в достаточно низкоомной цепи, где влияние паразитных шунтирующих емкостей

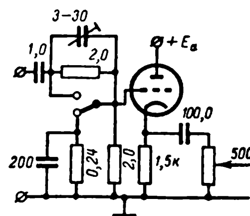


Рис. 10-91. Регулятор усиления широкополосного усилителя.

не столь велико. В последнем случае применяют низкоомный резистор (100—1 000 *ом*), который часто вводят в цепь нагрузки катодного повторителя (рис. 10-91).

Регуляторы тембра

В усилителях звуковых частот регуляторы тембра применяют для получения наиболее благоприятной тембровой окраски звука в соответствии с характером воспроизводимой программы, акустикой помещения и субъективными особенностями слушателя.

Регулирование тембра сводится к изменению амплитудно-частотной характеристики усилителя в областях частот выше и ниже средней частоты, за которую принимают частоту наибольшей чувствительности уха (около 1 000 *гц*).

Ассортимент схем, применяемых в современной радиовещательной аппаратуре регуляторов тембра, чрезвычайно велик и включает как плавные раздельные регулировки высших и низших частот, так и специальные переключатели с несколькими фиксированными типами частотных характеристик. Пределы регулировки обычно состав-

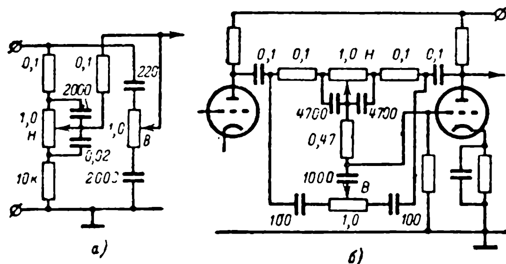


Рис. 10-92. Регуляторы тембра.
В — верхних частот; *Н* — нижних частот.

ляют 10—20 *дб* относительно усиления на средней частоте.

По принципу действия все схемы регулировки тембра делятся на два типа, первый тип основан на применении частотно-зависимых делителей прямой передачи, вводимых в цепь усиливаемого сигнала (рис. 10-92, *а*), а второй тип — на введении частотно-зависимых элементов в цепи обратной связи (рис. 10-92, *б*).

Схемы с обратной связью облегчают получение более широких пределов регулирования и в последнее время получают большое распространение.

В наиболее сложных звуковоспроизводящих установках применяется разделение всей полосы звуковых частот на два-три частотных канала с независимой регулировкой усиления каждого канала. Различные типы регулировок тембра, цепей частотной коррекции и других специальных устройств, позволяющих улучшать качество воспроизведения звука в радиовещательной аппаратуре, описаны в брошюрах [Л. 3, 9].

10-9. ШУМЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ УСИЛИТЕЛЯХ

Шумами электронных усилителей называются флуктуации напряжения или тока в цепи нагрузки усилителя, сохраняющиеся в отсутствие входного сигнала. Таким образом, к шумовым явлениям относится, в частности, дрейф нуля усилителей постоянного тока (см. стр. 521).

В общем случае шум на выходе усилителя имеет две составляющие. Одна составляющая обусловлена собственными электрическими флуктуациями в электронных приборах (лампах или транзисторах) и в резисторах, а вторая связана с проникновением внешних помех. Несмотря на то что принципиальные ограничения предельной чувствительности усилительного устройства накладываются только собственными шумами, на практике чувствительность низкочастотных и широкополосных усилителей чаще всего ограничивается внешними помехами, к которым прежде всего относятся наводка фона питающей сети и пульсации питающих напряжений. Полное устранение внешних помех требует достаточно сложных мероприятий (питание усилителя и всех связанных с ним устройств от батарей, многократное экранирование), на которые идут лишь в особо ответственных случаях.

Собственный шум усилителя

Наиболее существенное значение имеют электрические флуктуации во входной цепи и в лампе (транзисторе) первого каскада, поскольку они подвергаются в дальнейшем максимальному усилению.

Общие соотношения, используемые для описания собственного шума усилителя, приведены в § 10-1.

Минимальные значения коэффициента шума при высокоомном источнике сигнала (ориентировочно $R_г > 10$ *ком*) обычно достигаются применением ламповых усилителей, а при низкоомном источнике сигнала ($R_г < 1$ *ком*) — транзисторного.

Помимо шумов, связанных с электрическими флуктуациями, ламповым усилителям свойственны так называемые ***виброшумы*** или ***микрофонный эффект***, обусловленные вибрацией электродов ламп при механических и акустических воздействиях. Для их ослабления следует выбирать для первого каскада лампу с наиболее жестким креплением электродов, а ее панельку — амортизировать.

Соображения по выбору режима малошумящего транзисторного каскада приведены в § 9-6 (стр. 435).

Фон переменного тока

В усилительных устройствах, питаемых от сети переменного тока, фон обычно представляет собой сложный сигнал с составляющими основной частоты питающей сети и ее гармоник. Существует много путей проникновения фона в сигнальные цепи: недостаточное сглаживание пульсаций выпрямленного напряжения, проникновение переменного напряжения накала ламп на катоды через утечку и емкость нить — катод, введение переменного напряжения в сигнальные цепи за счет падения напряжения накала на общих участках заземляющих проводов, электростатические наводки со стороны сетевых проводов и цепей питания на высокоомные или протяженные цепи управляющих сеток (в особенности входной лампы), электромагнитные наводки со стороны трансформаторов питания и дросселей фильтров на трансформаторы междукаскадной связи, микрофонный эффект, термоэлектронная эмиссия с нити накала, воздействие магнитного поля нитей накала ламп на электронный поток. При высоком усилении даже в усилителях с батарейным питанием можно обнаружить фон при полной изоляции от электросети. Такой фон появляется вследствие влияния электромагнитного поля, создаваемого электропроводкой и электроприборами.

В транзисторных усилителях при наличии полупроводниковых диодов в неокрашенных стеклянных корпусах можно наблюдать появление фона при падении на них электрического света, в особенности от люминесцентных ламп.

Большинство перечисленных причин фона в усилителях связано с конструктивным выполнением и монтажом аппаратуры. Это важно иметь в виду конструктору и монтажнику, ибо иначе для получения нужных результатов может потребоваться капитальная

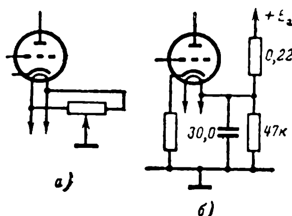


Рис. 10-93. Схемы, применяемые для уменьшения фона, создаваемого целями накала ламп.

переделка аппаратуры. Без принятия больших предосторожностей в ламповых схемах с питанием от электросети удается получать приведенный ко входу усилителя уровень фона порядка 1 *мв*. Внимательное конструирование и продуманный монтаж позволяют уменьшить его в 10—20 раз. Специальными мерами (вынесение силовой части на отдельное шасси, экранирование входных цепей, питание накала постоянным током) удается снизить фон до 10 *мкв* и ниже.

Допустимые уровни пульсаций питающих напряжений составляют от нескольких процентов для выходных двухтактных усилителей до тысячных долей процента для каскадов с предельной чувствительностью. Техника сглаживания пульсаций в многокаскадных усилителях упрощается при применении цепочечного соединения RC-ячеек (см. рис. 10-71, *б*).

Среди прочих мер снижения фона пользуется популярностью балансировка цепи накала ламп относительно «земли» (рис. 10-93, *а*) и подавление термоэлектронной эмиссии с нити путем подачи на нее положительного потенциала, превышающего напряжение автоматического смещения (рис. 10-93, *б*).

Эффективным средством уменьшения фона является замена ламповых усилителей транзисторными. Хороший результат дает применение предварительного (один-два каскада) транзисторного усилителя с батарейным питанием даже при сохранении основного усилителя в ламповом варианте. Малые размеры транзисторной «головки» вместе с миниатюрной батареей позволяют располагать ее в непосредственной близости к источнику сигнала (например, в корпусе микрофона), причем просто решается проблема борьбы с наводками на входной кабель основного усилителя.

10-10. РАСЧЕТ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

При расчете усилителя низкой частоты определяются следующие параметры входного, междукаскадного или выходного трансформатора: L_1 — индуктивность первичной обмотки; L_s — индуктивность рассеяния, $n = w_1/w_2$ — коэффициент трансформации; $\eta_{тр}$ — к. п. д. трансформатора; r_1, r_2 — сопротивления провода первичной и вторичной обмоток. Кроме того, известны нижняя граничная частота $f_н$, пересчитанное к первичной обмотке сопротивление нагрузки $R'_н$, мощность в цепи нагрузки $P_н$ и максимальная амплитуда переменного напряжения на первичной обмотке $U_{1м}$.

Опираясь на эти данные, производят конструктивный расчет трансформатора, в ходе которого выбирают материал, форму и размеры сердечника, числа витков и диаметр проводов обмоток и проверяют соответствие полученных результатов предъявляемым к трансформатору требованиям.

Ниже приводится вариант разработанной Г. С. Цыкиным [Л. 18, 19] методики расчета, упрощенный применительно к ограниченному ассортименту конструкций сердечников и мощности в нагрузке не более 100 *вт*.

Рекомендуемые марки материала пластин сердечников для трансформаторов различного назначения приведены в табл. 10-3.

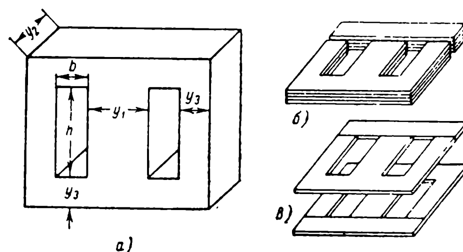


Рис. 10-94. Сердечник броневого типа (*а*) и сборка его с зазором (*б*) и без зазора (*в*).

Там же приведены расчетные значения начальной магнитной проницаемости μ и максимальная амплитуда переменной составляющей магнитной индукции $B_м$ для указываемых материалов.

Толщина пластин обычных трансформаторов звуковых частот составляет 0,35—0,5 *мм* для стальных и 0,1—0,35 *мм* для пермаллоевых сердечников.

Наиболее распространенной конструкцией сердечника является броневая (рис. 10-94, *а*), для которой выпускаются стандартные Ш-образные пластины, допускающие сборку средечника как с немагнитным зазором (рис. 10-94, *б*), так и без зазора (рис. 10-94, *в*). Конструктивные ха-

Таблица 10-3

Материалы сердечников низкочастотных трансформаторов

Назначение трансформатора	Рекомендуемый материал				
	в отсутствие подмагничивания			при наличии подмагничивания	
	Марка	μ	$B_м$, *гс*	Марка	$B_м$, *гс*
Трансформаторы малой мощности ($P_н$<0,3 *вт*) в миниатюрной аппаратуре	Пермаллой с 78—80% никеля (Н79М4, Н80ХС)	10 000—15 000	1 000	Пермаллой с 45—50% никеля (Н45, Н50ХС)	2 000
Трансформаторы малой мощности ($P_н$<1 *вт*) в стационарной аппаратуре	Сталь Э46 Стали Э310—Э330 Стали Э42, Э43	600 500 400	5 000 5 000 4 000	Стали Э310—Э330 Стали Э42, Э43	5 000 4 000
Трансформаторы средней мощности: при $P_н$=1 *вт* при $P_н$=10 *вт* при $P_н$=100 *вт*	Стали Э42, Э43*	800 1 000 1 100	4 000 7 000 9 000	Стали Э42, Э43*	4 000 7 000 9 000

* При применении сталей Э310—Э330 значения μ и $B_м$ увеличиваются на 10—20%.

Таблица 10-4

Сердечники для трансформаторов наименьшей стоимости

Тип сердечника	Размеры сердечника, *мм*					Основные данные трансформатора с таким сердечником						
	y_1	y_2	y_3	h	b	q_c, *см²*	l_c, *см*	q_0, *см²*	$l_в$, *см*	$A \cdot 10^5$	$D \cdot 10^6$	Вес, *г*
Ш-10×10	10	10	6,5	18	6,5	0,88	5,66	0,230	5,85	4,40	5,8	75
Ш-10×15	10	15	6,5	18	6,5	1,32	5,66	0,225	6,85	5,50	8,0	108
Ш-10×20	10	20	6,5	18	6,5	1,76	5,66	0,22	7,85	6,25	9,9	141
Ш-12×12	12	12	8	22	8	1,27	6,74	0,36	7,00	6,97	9,7	136
Ш-12×18	12	18	8	22	8	1,90	6,74	0,35	8,20	8,65	13,2	195
Ш-12×24	12	24	8	22	8	2,54	6,74	0,34	9,40	9,80	16,2	253
Ш-14×14	14	14	9	25	9	1,73	7,92	0,48	8,24	9,15	14,0	206
Ш-14×21	14	21	9	25	9	2,59	7,92	0,47	9,64	11,5	19,2	295
Ш-14×28	14	28	9	25	9	3,45	7,72	0,46	11,0	13,1	23,6	385
Ш-16×16	16	16	10	28	10	2,25	9,03	0,64	9,28	12,4	19,8	298
Ш-16×24	16	24	10	28	10	3,38	9,03	0,62	10,9	15,3	27,0	426
Ш-16×32	16	32	10	28	10	4,50	9,03	0,60	12,5	17,2	33,0	554
Ш-19×19	19	19	12	33,5	12	3,18	10,6	1,00	11,0	19,6	32,2	515
Ш-19×28	19	28	12	33,5	12	4,68	10,6	0,98	12,8	24,3	43,4	733
Ш-19×38	19	38	12	33,5	12	6,35	10,6	0,95	14,8	27,6	54,0	952
Ш-22×22	22	22	14	39	14	4,26	12,4	1,45	13,0	27,6	47,7	825
Ш-22×33	22	33	14	39	14	6,39	12,4	1,40	15,2	34,1	65,0	1 170
Ш-22×44	22	44	14	39	14	8,52	12,4	1,35	17,4	38,3	79,5	1 710
Ш-26×26	26	26	17	47	17	5,95	14,7	2,20	15,4	41,5	75,5	1 430
Ш-26×39	26	39	17	47	17	8,92	14,7	2,15	18,0	52,0	103	2 030
Ш-26×52	26	52	17	47	17	11,9	14,7	2,10	20,6	59,3	127	2 620
Ш-30×30	30	30	19	53	19	7,92	16,9	2,90	17,6	55,5	108	2 110
Ш-30×45	30	45	19	53	19	11,9	16,9	2,80	20,6	68,8	147	2 980
Ш-30×60	30	60	19	53	19	15,8	16,9	2,70	23,6	76,8	180	3 850
Ш-35×35	35	35	22	61,5	22	10,8	19,8	4,00	20,4	76,8	160	3 340
Ш-35×52	35	52	22	61,5	22	16,0	19,8	3,90	23,8	95,0	217	4 720
Ш-35×70	35	70	22	61,5	22	21,6	19,8	3,80	27,4	109	270	6 100
Ш-40×40	40	40	26	72	26	14,1	22,5	5,70	23,2	110	235	4 620
Ш-40×60	40	60	26	72	26	21,1	22,5	5,55	27,2	137	320	6 460
Ш-40×80	40	80	26	72	26	28,2	22,5	5,40	31,2	156	394	8 290

рактеристики ряда сердечников такого типа приведены в табл. 10-4 и 10-5.

Выбор типоразмера сердечника производится на основании двух конструктивных постоянных (A и D), которые рассчитываются по формулам:

$$A = \frac{k_1 L_1}{\mu r_1}; \qquad (10\text{-}324)$$

$$D = \frac{k_2}{B_м f_н} \sqrt{\frac{P_н}{\eta_{тр}(1-\eta_{тр})}}, \qquad (10\text{-}325)$$

причем коэффициенты k_1 и k_2 для трансформаторов, обе обмотки которых работают в режиме А, составляют:

$$k_1 = 2; \quad k_2 = 1 + \eta_{тр}; \qquad (10\text{-}326а)$$

Таблица 10-5

Сердечники для трансформаторов наименьшего веса

Тип сердечника	Размеры сердечника, *мм*					Основные данные трансформаторов с таким сердечником						
	y_1	y_2	y_3	h	b	q_c, $см^2$	l_c, *см*	q_0, $см^2$	l_0, *см*	$A \cdot 10^5$	$D \cdot 10^6$	Вес, *г*
Ш-4×4	4	4	2,5	14	5	0,140	3,9	0,134	3,2	1,08	0,96	10,4
Ш-4×6	4	6	2,5	14	5	0,210	3,9	0,130	3,6	1,40	1,34	13,9
Ш-4×8	4	8	2,5	14	5	0,280	3,9	0,126	4,0	1,63	1,66	17,4
Ш-6×6	6	6	4	20	7	0,32	5,44	0,297	4,5	2,79	2,76	34,3
Ш-6×9	6	9	4	20	7	0,475	5,44	0,29	5,1	3,57	3,8	46,3
Ш-6×12	6	12	4	20	7	0,63	5,44	0,28	5,7	4,08	4,68	58,2
Ш-9×9	9	9	4,5	31,5	9	0,71	7,7	0,45	6,3	4,73	6,37	73,8
Ш-9×13	9	13	4,5	31,5	9	1,03	7,7	0,44	7,1	5,95	8,6	97,2
Ш-9×18	9	18	4,5	31,5	9	1,43	7,7	0,425	8,1	7,0	11,0	126
Ш-12×12	12	12	6	30	12	1,27	10,3	0,88	8,5	9,17	13,7	182
Ш-12×18	12	18	6	30	12	1,9	10,3	0,86	9,7	11,8	19	246
Ш-12×24	12	24	6	30	12	2,54	10,3	0,83	10,9	13,5	23,5	307
Ш-16×16	16	16	8	40	16	2,25	13,7	1,7	11,1	18,1	29,5	443
Ш-16×24	16	24	8	40	16	3,38	13,7	1,65	12,7	23	40,9	592
Ш-16×32	16	32	8	40	16	4,5	13,7	1,6	14,3	26,4	50,5	741
Ш-20×20	20	20	10	50	20	3,52	17,1	2,76	13,8	29,6	52,8	878
Ш-20×30	20	30	10	50	20	5,28	17,1	2,69	15,8	37,8	73	1 175
Ш-20×40	20	40	10	50	20	7,04	17,1	2,6	17,8	43,1	90,2	1 464
Ш-25×25	25	25	12,5	62,5	25	5,5	21,4	4,48	17,4	47,5	93,5	1 755
Ш-25×37	25	37	12,5	62,5	25	8,13	21,4	4,37	19,8	60,3	128	2 310
Ш-25×50	25	50	12,5	62,5	25	11	21,4	4,22	22,4	69,9	160	2 900
Ш-32×32	32	32	16	80	32	9,0	27,4	7,6	22,2	80,7	177	3 720
Ш-32×48	32	48	16	80	32	13,5	27,4	7,42	25,4	103	245	4 960
Ш-32×64	32	64	16	80	32	18	27,4	7,17	28,6	118	303	6 150

Примечание к табл. 10-4 и 10-5. Чистое сечение сердечника вычислено для коэффициента заполнения сердечника $k_c = 0{,}88$: вес трансформатора рассчитан для удельного веса магнитного материала, равного 7,6, при обмотках из медного провода с учетом веса арматуры сердечника в 5% веса магнитного материала и с учетом веса изоляции провода и обмоток в 10% веса меди.

для трансформаторов, первичная обмотка которых работает в режиме В (выходные трансформаторы двухтактных усилителей),

$$k_1 = 3{,}41; \quad k_2 = 1 + \sqrt{2}\,\eta_{тр}; \qquad (10\text{-}326б)$$

для трансформаторов, вторичная обмотка которых работает в режиме В (входной трансформатор двухтактной ступени),

$$k_1 = 2{,}41; \quad k_2 = \sqrt{2} + \eta_{тр}. \qquad (10\text{-}326в)$$

Для выходного трансформатора двухтактного усилителя в режиме В в качестве L_1 и r_1 подставляются значения индуктивности и сопротивления провода одного плеча первичной обмотки.

Значение $B_м$, а также величину μ (для трансформаторов, работающих без подмагничивания) берут из табл. 10-4. При наличии подмагничивания ориентировочное значение μ находят с помощью графиков (рис. 10-95, *а*) по величине произведения LI_0^2 для обмотки с постоянной составляющей тока I_0.

Необходимо выбрать такой сердечник, у которого конструктивные постоянные A и D будут не меньше полученных из расчета. Для маломощных трансформаторов достаточно руководствоваться значением только одной постоянной A.

Определив по табл. 10-4 или 10-5 среднюю длину l_c магнитной силовой линии, чистое сечение q_c сердечника и среднюю длину l_0 одного витка, производят расчет обмоток трансформатора.

Число витков первичной обмотки должно равняться большему из следующих двух значений:

$$w_1' = 8\,920\sqrt{\frac{L_1 l_c}{\mu q_c}}; \qquad (10\text{-}327)$$

$$w_1'' = \frac{15{,}9 \cdot 10^6\, U_{1м}}{B_м f_н q_c}\left(1 - \frac{r_1}{R_н'}\right). \qquad (10\text{-}328)$$

При расчете выходного трансформатора для усилителя в режиме В приведенные формулы и входящие в них величины относятся к одному плечу первичной обмотки.

Если $w_1' > w_1''$ и трансформатор работает с подмагничиванием, то необходимое число витков w_1 требует дополнительного уточнения после расчета немагнитного зазора. Для этого определяют количество ампер-витков подмагничивания

$$aw_0 = \frac{w_{op} I_0}{n_п l_c}, \qquad (10\text{-}329)$$

где w_{op} — ориентировочное число витков в обмотке с постоянной составляющей тока I_0; $n_п = \frac{w_1'}{w_{op}}$ — коэффициент трансформации относительно этой обмотки (если это первичная обмотка, то $n_п = 1$).

Затем находят необходимый зазор

$$l_з = 9 \cdot 10^{-6}\, aw_0 l_c \qquad (10\text{-}330)$$

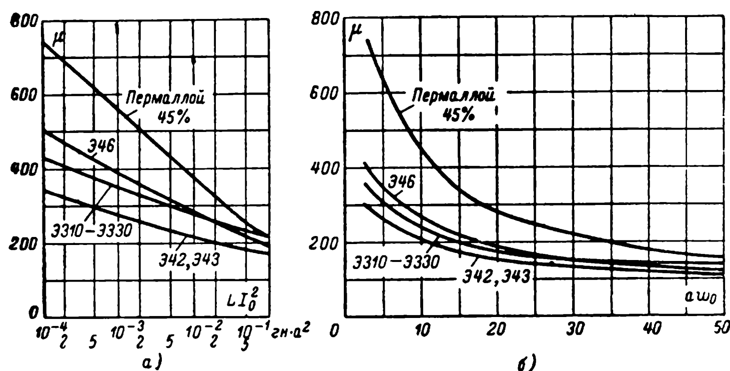


Рис. 10-95. Графики для определения эквивалентной начальной магнитной проницаемости.

и уточняют значение эквивалентной начальной магнитной проницаемости с помощью графиков на рис. 10-95, *б*, после чего вновь рассчитывают число витков первичной обмотки.

Если $w_1'' > w_1'$, то действительная индуктивность первичной обмотки получается больше заданной. Ее находят по формуле

$$L_1 = \frac{1,26\,\mu q_c\,w_1^2}{10^8\,l_c}, \qquad (10\text{-}331)$$

и при необходимости уточняют частотную характеристику усилителя в области низших частот.

После определения w_1 число витков вторичной обмотки находится по формуле

$$w_2 = \frac{w_1}{n}. \qquad (10\text{-}332)$$

Диаметр провода для обмоток выбирается на основании формулы

$$d = 0,015\sqrt{\frac{wl_0}{r}}\,k_t, \qquad (10\text{-}333)$$

где $k_t = 1$, если рабочая температура трансформатора существенно не отличается от комнатной, а в общем случае составляет:

$$k_t = \sqrt{1 + 0,004\,(t - 20)}, \qquad (10\text{-}334)$$

где t — рабочая температура обмотки трансформатора, °С.

Для проверки возможности размещения обмоток в окне сердечника определяют суммарное сечение всех обмоток, причем сечение каждой обмотки определяется подсчетом числа витков в одном слое и количества слоев (при рядовой намотке) или при намотке внавал — по формуле

$$q = \frac{d_{из}^2\,w}{k_з}, \qquad (10\text{-}335)$$

где $d_{из}$ — диаметр провода в изоляции, а $k_з$ — коэффициент заполнения, который в зависимости от диаметра провода, качества намотки и наличия прокладок лежит в пределах 0,5—0,85.

Величина индуктивности рассеяния L_s существенно зависит от типа сердечника, взаимного расположения обмоток, их секционирования, способов намотки и точно определяется путем измерения на готовом трансформаторе. Ориентировочное значение L_s для простейшей конструкции обмоток (рис. 10-96,*а*) рассчитывается по формуле

$$L_s = \frac{0,7\,l_0\,b}{10^8\,h}\,w_1^2 \qquad (10\text{-}336)$$

(все размеры в сантиметрах, L_s — в генри).

Путем секционирования и чередования секций различных обмоток (рис. 10-96, *б, в*) удается величину L_s уменьшить в 3—10 раз.

Пример 15. Рассчитать выходной трансформатор двухтактного лампового каскада в режиме В по следующим данным:

$P_н = 20$ *вт*; $U_{1m} = 290$ *в*; $r_1 = 137$ *ом*; $r_2 = 0,63$ *ом*; $\eta_{тр} = 0,87$; $n = 12,6:1$; $R_н' = 1\,810$ *ом*; $f_н = 70$ *гц*; $L_1 = 7$ *гн*; $L_s \leqslant 0,05$ *гн* (величины U_{1m}, r_1, n, $R_н'$, L_1, L_s относятся к одному плечу первичной обмотки).

Решение. На основании табл. 10-2 выбираем для сердечника сталь типа Э42 ($\mu = 1\,100$; $B_м = 9\,000$ *гс*). В соответствии с (10-326б)

$$k_1 = 3,41;\ k_2 = 1 + \sqrt{2}\cdot 0,87 = 2,23.$$

Определяем по формулам (10-324) и (10-325) конструктивные постоянные:

$$A = \frac{3,41\cdot 7}{1\,100\cdot 137} = 15,8\cdot 10^{-5};$$

$$D = \frac{2,23}{9\,000\cdot 70}\sqrt{\frac{20}{0,87(1 - 0,87)}} = 47\cdot 10^{-6}.$$

С помощью табл. 10-4 выбираем сердечник типа Ш-19×38 ($A = 27,6\cdot 10^{-5}$ и $D = 54\cdot 10^{-6}$), для которого $h = 33,5$ *мм*; $b =$

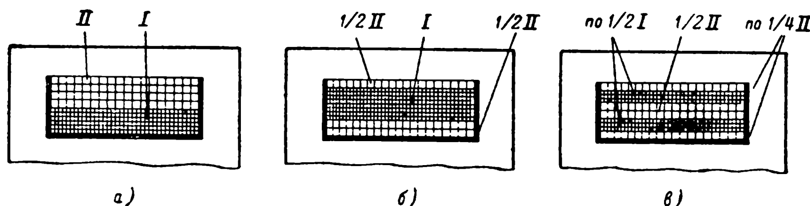


Рис. 10-96. Различные способы размещения обмоток трансформатора.

$=12$ *мм*; $q_c=6{,}35$ *см*^{2}; $l_c=10{,}6$ *см*; $l_0=14{,}8$ *см*. Согласно (10-327)

$$w_1'=8\,920\sqrt{\frac{7\cdot 10{,}6}{1\,100\cdot 6{,}35}}=890,$$

а согласно (10-328)

$$w_1''=\frac{15{,}9\cdot 10^6\cdot 290}{9\,000\cdot 70\cdot 6{,}35}\left(1-\frac{137}{1\,810}\right)=1\,060.$$

Выбираем $w_1=w_1''=1\,060$ витков, причем индуктивность первичной обмотки (10-331) составит:

$$L_1=\frac{1{,}26\cdot 1\,100\cdot 6{,}35\cdot 1\,060^2}{10^8\cdot 10{,}6}=9{,}4\ \textit{гн};$$

$$w_2=\frac{w_1}{n}=\frac{1\,060}{12{,}6}=85\ \text{витков}.$$

В соответствии с (10-333), принимая $k_t=1$,

$$d_1=0{,}015\sqrt{\frac{1\,060\cdot 14{,}8}{137}}=0{,}16\ \textit{мм};$$

$$d_2=0{,}015\sqrt{\frac{85\cdot 14{,}8}{0{,}63}}=0{,}67\ \textit{мм}.$$

В простейшем случае (10-336) индуктивность рассеяния составляет:

$$L_s=\frac{0{,}7\cdot 14{,}8\cdot 1{,}2}{10^8\cdot 3{,}35}\cdot 1\,060^2=0{,}042\ \textit{гн},$$

что удовлетворяет поставленному требованию. Следовательно, можно применить простейшую конструкцию обмоток (рис. 10-96,*а*).

В заключение надо проверить размещение обмоток в окне. Оставляя для щечек каркаса по 2 *мм*, найдем размеры части окна, заполняемой обмотками:

$$h-2\cdot 2=33{,}5-4=29{,}5\ \textit{мм};$$

$$b-2=12-2=10\ \textit{мм}.$$

Принимая $d_{из}=1{,}2\,d$, рассчитаем числа витков в одном слое:

$$w_{1сл}=\frac{29{,}5}{1{,}2\cdot 0{,}16}=154;$$

$$w_{2сл}=\frac{29{,}5}{1{,}2\cdot 0{,}67}=37,$$

следовательно, первичная обмотка будет состоять из

$$\frac{1\,060\cdot 2}{154}=14\ \text{слоев},$$

а вторичная из

$$\frac{85}{37}=2{,}3\ \text{слоев}.$$

Полная толщина обмотки составит:

$$14\cdot 1{,}2\cdot 0{,}16+3\cdot 1{,}2\cdot 0{,}67=2{,}7+2{,}4=5{,}1\ \textit{мм},$$

что получается вдвое меньше отведенной части окна (10 *мм*) и гарантирует свободное размещение обмоток с применением изоляционных прокладок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Браудэ Г. В., О коррекции частотных и фазовых характеристик усилительных устройств, ЖТФ, т. IV, вып. 9 и 10, 1934.
2. Будинский Я., Усилители низкой частоты на транзисторах, Связьиздат, 1963.
3. Ганзбург М. Д., Улучшение звучания приемника, Госэнергоиздат, 1961.
4. Григоров В. Б., Снижение уровня шумов в усилителях низкой частоты, Госэнергоиздат, 1956.
5. Конев Ю. И., Кристаллические триоды в устройствах автоматического управления, изд-во «Советское радио», 1957.
6. Крейцер В. Л., Видеоусилители, изд-во «Советское радио», 1952.
7. Куликовский А. А., Устойчивость активных линеаризованных цепей с усилительными приборами новых типов, Госэнергоиздат, 1962.
8. Лабутин В. К., О параметре h_{11}/z_{11} полупроводникового триода и обобщенных характеристиках сопротивлений и усилений, «Радиотехника», т. 13, № 2, стр. 59, 1958.
9. Лабутин В. К., Новое в технике высококачественного усиления, Госэнергоиздат, 1957.
10. Лурье О. Б., Усилители видеочастоты, изд-во «Советское радио», 1961.
11. Пустынский И. Н., Расчет транзисторных видеоусилителей, изд. Томского университета, 1962.
12. Ризкин А. А., Основы теории усилительных схем, изд-во «Советское радио», 1958.
13. Саакон Э. О., Теория и расчет избирательных *RC*-систем, Госэнергоиздат, 1954.
14. Справочник по радиотехнике, под ред. Смиренина, Госэнергоиздат, 1950.
15. Степаненко И. П., Основы теории транзисторов и транзисторных схем, Госэнергоиздат, 1963.
16. Тимченко Ю. Г., Арапенков А. П., К теории избирательных *RC*-усилителей на полупроводниковых триодах, «Электросвязь», 1961, № 5.
17. Цыкин Г. С., Расчет ступеней широкополосного и импульсного усиления с простой высокочастотной коррекцией, Связьиздат, 1955.
18. Цыкин Г. С., Трансформаторы низкой частоты, Связьиздат, 1955.
19. Цыкин Г. С., Электронные усилители, Связьиздат, 1960.

20. Шеров-Игнатьев Г. П., Стабилизация рабочей точки транзисторного каскада с помощью термосопротивления, сб. «Теория и практика применения транзисторов», изд-во ЛКВВИА, 1959.

21. Ши Р., Расчет транзисторных цепей, изд-во «Энергия», 1964.

22. Эрглис К. Э., Степаненко И. П., Электронные усилители, Физматгиз, 1961.

23. Beneteau P. J., Stable wideband emitter followers, Solid State Design, v. 3, № 2, 1962.

24. Davidson J. J., Transistor AC amplifier with high input impedance, Semiconductor Products, v. 3, № 3, 1960.

25. Hellerman H., Some stability considerations in the design of large feedback junction transistor amplifiers, Semiconductor Products, v. 2, № 6, 1959.

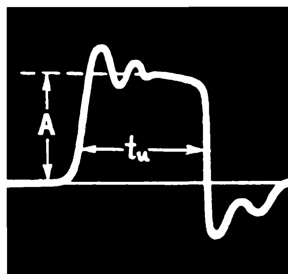
26. Козинцева Л. П., Усилители на полупроводниковых триодах, изд-во «Высшая школа», 1965.

27. Лурье Б. Я., Проектирование транзисторных усилителей с глубокой обратной связью, изд-во «Связь», 1965.

28. Николаенко Н. С., Проектирование транзисторных усилителей, изд-во «Энергия», 1965.

29. Турченков В. И., Корректирующие звенья в следящих системах на полупроводниковых приборах, Биб-ка по автоматике, вып. 172, изд-во «Энергия», 1966.

30. Цикина А. В., Проектирование транзисторных усилителей, изд-во «Связь», 1965.



РАЗДЕЛ 11

ИМПУЛЬСНЫЕ УСТРОЙСТВА



СОДЕРЖАНИЕ

Импульсная техника — это область радиоэлектроники, которая занимается вопросами генерирования, усиления, преобразования отдельных импульсов и импульсных последовательностей. Импульсная техника рассматривает импульсные режимы работы устройств, характерные для многих современных областей радиоэлектроники: радиолокации, радионавигации, радиоуправления, телевидения, многоканальной радиосвязи, радиотелеметрии, цифровых математических машин.

Элементы и устройства импульсной техники широко используются не только в радиоэлектронике, но и в других областях современной науки и техники: атомной физике, медицине, строительной индустрии для определения свойств различных материалов и т. д.

11-1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Под импульсом понимается кратковременное (соизмеримое по длительности с длительностью переходных процессов в цепи) прерывистое изменение напряжения или тока в электрической цепи, после которого цепь возвращается в исходное состояние.

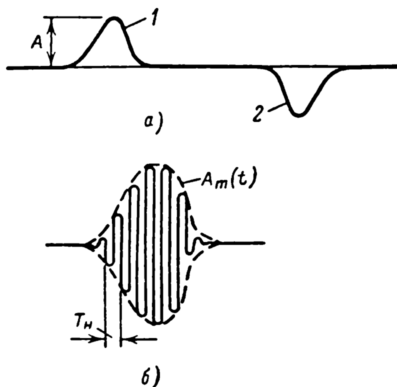


Рис. 11-1. Одиночные импульсы.

а — видеоимпульсы положительной (*1*) и отрицательной (*2*) полярности; *б* — радиоимпульс: $A_m(t)$ — огибающая радиоимпульса; $T_н = 1/f_н$ — период колебаний несущей частоты.

В практике используются радиоимпульсы и видеоимпульсы. Последние иногда называют управляющими или просто импульсами. Видеоимпульсы могут иметь положительную или отрицательную полярность относительно некоторого уровня, например нулевого (рис. 11-1,*а*).

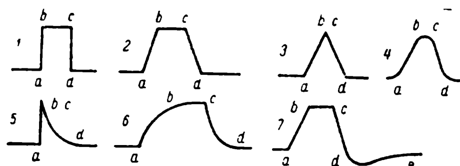


Рис. 11-2. Идеализированные формы видеоимпульсов.

1 — прямоугольный; *2* — трапецеидальный; *3* — треугольный; *4* — колокольный; *5* — экспоненциальный; *6* — импульс с экспоненциальным фронтом и срезом; *7* — импульс с хвостом; *ab* — фронт; *bc* — вершина; *cd* — срез; *de* — хвост.

Радиоимпульсами (рис. 11-1,*б*) называют кратковременные серии высокочастотных колебаний $f_н$, образующиеся в результате 100%-ной амплитудной модуляции генератора высокочастотных колебаний видеоимпульсами (генерация колебаний происходит только во время действия видеоимпульсов).

Радиоимпульс содержит много периодов высокочастотных колебаний, а его огибающую можно рассматривать как видеоимпульс; он возникает на выходе радиоприемного устройства после детектирования.

Радиоимпульсы и видеоимпульсы, используемые в практике, имеют различную форму. Для исследований удобно несколько идеализировать форму реальных импульсов, считая, что она соответствует простым геометрическим фигурам. В соответствии с этим различают импульсы: прямоугольные, трапециевидные (трапецеидальные), треугольные, колокольные (колоколообразные), экспоненциальные и т. д. (рис. 11-2).

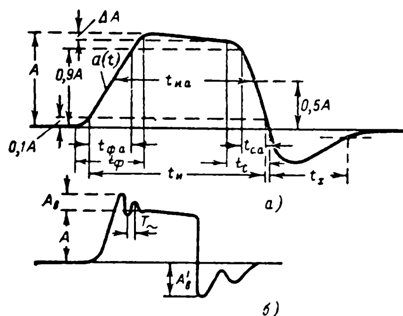


Рис. 11-3. К определению параметров импульса.

а — одиночный импульс без выбросов; *б* — видеоимпульс с выбросами; $A_в$ и $A'_в$ — амплитуды выбросов.

Импульс характеризуется фронтом (участок *ab*), вершиной (участок *bc*), срезом (участок *cd*), хвостом (участок *dc*).

На рис. 11-3 обозначены основные параметры импульса произвольной формы:

A — наибольшая величина (иногда используют также термины: размах, высота или амплитуда);

ΔA — снижение вершины;

$t_и$ — длительность; обычно на практике из-за трудности определения начала и конца длительность импульса отсчитывается на уровне $0{,}1\,A$;

$t_{п.а}$ — активная длительность, отсчитываемая на уровне $0{,}5\,A$;

$t_ф$ — длительность фронта;

$t_{ф.а}$ — активная длительность фронта, отсчитанная между уровнями $(0{,}1 \div 0{,}9)\,A$;

$t_с$ — длительность среза;

$t_{с.а}$ — активная длительность среза, отсчитанная между уровнями $(0{,}9 \div 0{,}1)\,A$;

$t_х$ — длительность хвоста;

$t_{и.э}$ — энергетическая длительность импульса, т. е. длительность эквивалентного импульса прямоугольной формы, обладающего такой же амплитудой A и создающего такой же энергетический эффект, что и заданный импульс $a(t)$ (мгновенное напряжение или ток):

$$t_{и.э} = \frac{1}{A^2} \int\limits_0^{t_и} a^2(t)\,dt; \qquad (11\text{-}1)$$

$A_в$ — выброс (для импульса, у которого на вершине имеются паразитные колебания);

$A'_в$ — обратный выброс.

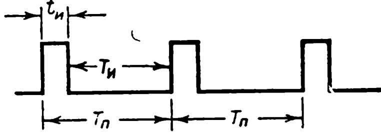


Рис. 11-4. Периодическая последовательность импульсов.

$F_п = 1/T_п$ — частота повторения; $T_и$ — интервал между импульсами.

Периодическая последовательность импульсов (рис. 11-4) характеризуется следующими параметрами:

$T_п$ — период следования (повторения);

$F_п = 1/T_п$ — частота следования (повторения);

$T_и$ — длительность интервала между импульсами;

$Q = T_п/t_и$ — скважность;

$K_з = t_и/T_п = 1/Q$ — коэффициент заполнения;

$$A_0 = \frac{1}{T_п} \int\limits_0^{t_и} a(t)\,dt$$

— среднее за время $T_п$ значение (постоянная составляющая) импульсного процесса;

$$A_{эф} = \sqrt{\frac{1}{T_п} \int\limits_0^{t_и} a^2(t)\,dt}$$

— эффективное (действующее) значение последовательности импульсов.

Во многих практических устройствах $t_и \ll T_п$ и $Q \gg 1$.

Если в импульсной последовательности длительность или частота повторения импульсов переменны, то вводят понятия о средних значениях указанных величин и соответственно о средних значениях скважности и коэффициента заполнения.

11-2. СПЕКТРАЛЬНЫЙ СОСТАВ ИМПУЛЬСНОГО ПРОЦЕССА

Спектральные представления импульсов

Периодическую последовательность видеоимпульсов можно представить в виде суммы бесконечного числа гармонических колебаний (гармоник) с частотами, в целое число раз превосходящими частоту $F_п$, имеющих определенные амплитуды и фазы. Совокупность этих колебаний составляет спектр импульсного процесса.

Представление импульсных последовательностей в виде спектра (или разложение в спектр) основано на математическом представлении периодических функций рядами Фурье (см. § 1-11).

При этом периодическая последовательность импульсов

$$f(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a(t - iT_п),$$

где $a(t)$ — функция, описывающая изменение мгновенного значения каждого видеоимпульса, представляется бесконечным рядом [1]:

$$f(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\Omega_п t + \varphi_k) =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\dot{C}_k}{2} e^{j\Omega_k t}; \qquad (11\text{-}2)$$

здесь $\Omega_п = 2\pi F_п$ — угловая частота повторения импульсов;

$\Omega_k = k\Omega_п$ — угловая частота k-й гармоники ($\Omega_{-k} = -k\Omega_п$). Переход к последнему равенству в формуле (11-2) осуществляется с помощью формулы Эйлера

$$C_k \cos(k\Omega_п t + \varphi_k) =$$

$$= C_k \frac{e^{j(k\Omega_п t + \varphi_k)} + e^{-j(k\Omega_п t + \varphi_k)}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\dot{C}_k e^{j\Omega_k} + \dot{C}_{-k} e^{j\Omega_{-k} t}\right],$$

где

$$\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}; \quad \dot{C}_{-k} = C_k e^{-j\varphi_k},$$

а

$$\varphi_{-k} = -\varphi_k \text{ и } \varphi_0 = 0.$$

Амплитуды C_k и начальные фазы φ_k (или комплексные амплитуды $\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$) определяются соотношением

[1] В настоящем разделе принята запись косинусоидальных компонент исходного ряда Фурье с фазой $+\varphi$ (вместо $-\varphi$). Вследствие этого фазовые спектры импульсных сигналов расположены в отрицательной области и комплексная амплитуда записывается в виде $C(\omega)e^{+j\varphi(\omega)}$, а $\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$.

$$\dot{C}_k = \frac{\Omega_п}{\pi} \int_0^{T_п} f(t) e^{-j\Omega_k t}\, dt = \frac{2}{T_и} \int_{t_и} a(t) e^{-j\Omega_k t}\, dt. \qquad (11\text{-}3)$$

Этот интеграл отличен от нуля только на участке периода, соответствующем длительности импульса.

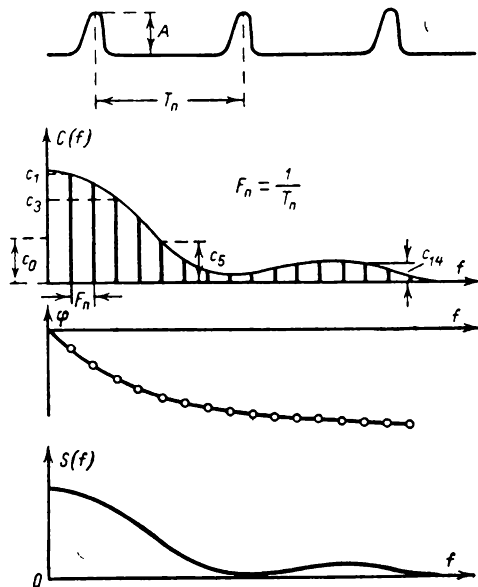


Рис. 11-5. Последовательность видеоимпульсов и ее амплитудный $C(f)$ и фазовый $\Phi(f)$ спектры.

$S(f)$ — спектральная функция; c_0 — амплитуда постоянной составляющей; c_1, c_3, c_5, c_{14} — амплитуды 1, 3, 5 и 14-й гармоник.

Обычно спектр изображают графически в системах координат: амплитуда — частота или угловая частота $\omega = 2\pi f$ (амплитудный спектр) и начальная фаза — частота или угловая частота ω (фазовый спектр). Спектр периодической последовательности импульсов является дискретным. Отдельные составляющие амплитудного спектра имеют вид вертикальных отрезков (в точках $F_k = kF_п$), длина которых пропорциональна амплитуде соответствующей гармоники (рис. 11-5, *а*). Фазовый спектр принято изображать совокупностью точек $[\varphi_k, kF_п]$ или плавной кривой $\varphi(f)$, называемой огибающей фазового спектра (рис. 11-5, *б*). Соседние составляющие спектра отличаются по частоте на величину $F_п = 1/T_п$.

Для удобства вместо амплитуд гармоник (C_k) на практике пользуются отношениями амплитуд спектра импульсного процесса к удвоенной частоте повторения (или к $\Omega_п/\pi$), т. е. величиной

$$s_b = s(\Omega_k) \Rightarrow \frac{C_k \pi}{\Omega_п} = \frac{C_k}{2F_п}.$$

Огибающая этих относительных амплитуд, т. е. функция $s(\omega) = C(\omega)/2F_п$ [или в более общем виде функция $\dot{s}(\omega) = \dot{C}(\omega)/2F_п$], называется **спектральной функцией** импульсного процесса. Вид кривой $s(\omega)$ определяется формой импульсов.

Чем длиннее импульсы, тем спектральная функция более сосредоточена в области низких частот; чем короче импульсы, тем сильнее растянута их спектральная функция вдоль оси частот (рис. 11-6).

С изменением $F_п$ при сохранении формы импульсов меняется только число гармоник, т. е. составляющих, приходящихся на определенный частотный интервал: при уменьшении частоты $F_п$ спектр становится более «редким»; при увеличении, напротив, — более «густым» (рис. 11-7). Когда длительность импульсов $t_и$ равна промежутку $T_и$ между импульсами, т. е. $Q = T_п/t_и = 2$, спектр содержит только нечетные гармоники, т. е. колебания частот $F_п$, $3F_п$, $5F_п$ и т. д. Если период следования импульсов $T_п$ устремить

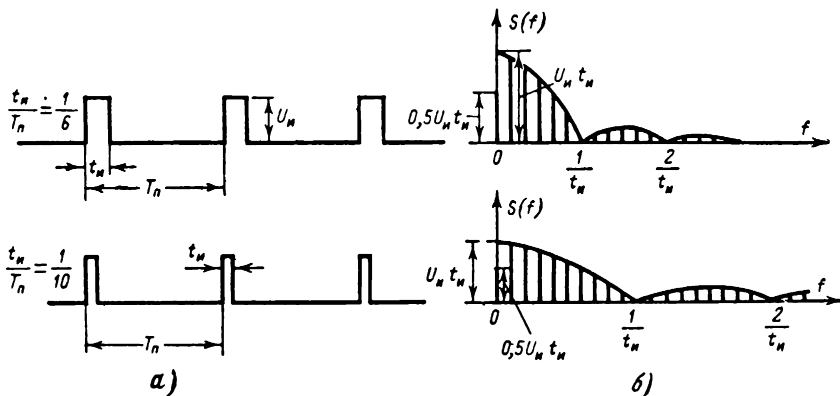


Рис. 11-6. Влияние длительности импульсов на характер спектра при одинаковой частоте повторения.

а — последовательности импульсов, *б* — соответствующие им амплитудные спектры.

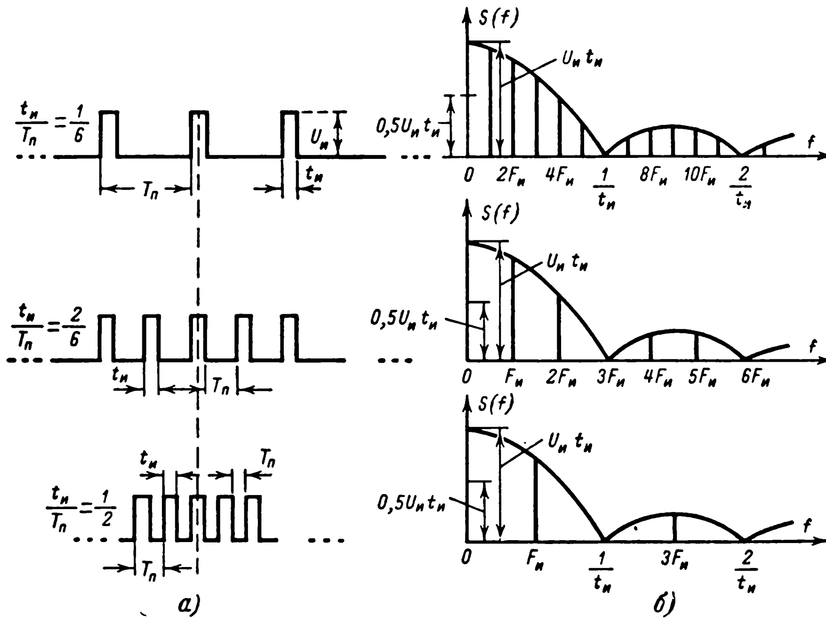


Рис. 11-7. Влияние частоты повторения импульсов на характер спектра.
а — последовательности прямоугольных импульсов; *б* — соответствующие им спектры для различных отношений $t_и/T_п$ (1/6, 1/3, 1/2).

к бесконечности (перейти к одиночному импульсу), частотные интервалы между гармониками будут стремиться к нулю, а число гармоник возрастет до бесконечности. Спектр становится сплошным и будет содержать колебания всех частот. Спектральные функции одиночного импульса и последовательности импульсов такой же формы и длительности одинаковы и выражаются интегралом (прямым преобразованием) Фурье (см. § 1-12 и 5-2):

$$\dot{s}(\omega) = s(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = \int_{t_и} a(t)\, e^{-j\omega t}\, dt. \quad (11\text{-}4)$$

Соответствующее обратное преобразование, определяющее исходную функцию $a(t)$ импульса по спектральной функции $\dot{s}(\omega)$, имеет вид:

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{s}(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega)\, e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]}\, d\omega. \quad (11\text{-}5)$$

Изменение длительности импульсов приводит к пропорциональному растяжению (при их укорочении) и сжатию (при их удлинении) спектральной функции вдоль оси частот. Чем короче импульс, тем медленнее убывает его спектральная функция.

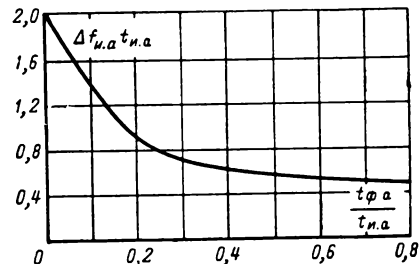


Рис. 11-8. График для определения активной ширины $\Delta f_{и.а}$ спектра видеоимпульсов при заданных $t_{ф.а}$ и $t_{и.а}$.

В практике удобно пользоваться **относительной** спектральной функцией

$$\dot{g}(\omega) = g(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)} = \frac{\dot{s}(\omega)}{s(0)} = \frac{\dot{C}(\omega)}{C(0)}, \quad (11\text{-}6)$$

где $s(0)$ и $C(0)$ — значения $s(\omega)$ и $C(\omega)$ соответственно при $\omega \to +0$.

Вид функции $\dot{g}(\omega)$ определяется только формой и длительностью импульсов и не зависит от их амплитуды, причем $g(0) = 1$.

В пределе, когда $t_и \to 0$, спектр импульса становится равномерным, а $g(\omega) \to 1$. Отсюда следует, в частности, известное положение, что для бесконечно короткого импульса в виде δ-функции (дельта-функции) $g(\omega) = 1$.

Иногда важно знать, как распределяется энергия в спектре. Для этого пользуются интегральной кривой распределения [Л. 1], представляющей отношение энергии колебаний, заключенной в интервале частот 0—f, к полной энергии импульса:

$$\gamma(f) = \frac{2\int\limits_0^f s^2(f)\,df}{\int\limits_0^\infty a^2(t)\,dt} = \frac{\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\omega s^2(\omega)\,d\omega}{\int\limits_0^\infty a^2(t)\,dt}. \quad (11\text{-}7)$$

С помощью функции $\gamma(f)$ определяется активная ширина $\Delta f_{и.а}$ спектра, т. е. область частот, в которой заключена подавляющая часть энергии спектра и которая включает составляющие, решающим образом влияющие на форму импульса. Обычно активная ширина спектра определяется как область частот $0 - \Delta f_{и.а}$, причем

$$[\gamma(f)]_{f=\Delta f_{и.а}} = 0{,}95.$$

Для определения активной ширины спектра импульсов $f = \Delta f_{и.а}$ любой гладкой формы (без наложенных высокочастотных составляющих) служит универсальный график на рис. 11-8. Здесь $\Delta f_{и.а}$ равна полосе частот, в пределах которой сосредоточено 95% энергии спектра.

Приближенно для импульсов любой формы можно считать, что величина $\Delta f_{и.а}$ связана с длительностью импульса соотношением

$$\Delta f_{и.а} \approx \frac{K_{сп}}{t_и},$$

где $K_{сп} = 1{,}4 \div 2{,}5$, причем чем меньше отношение $t_{ф.а}/t_и$, тем больше коэффициент $K_{сп}$ из указанного диапазона (см. также § 2-2).

В теоретических исследованиях часто для простоты полагают приближенно $K_{сп} = 1$.

Спектр периодической последовательности **радиоимпульсов** легко определить по спектру огибающей (видеоимпульса). Для наиболее часто встречающегося в практике случая, когда длительность импульса много больше периода несущей частоты ($t_и \gg 1/f_н$), т. е. при условии, что в импульсе содержится большое количество периодов несущей частоты, амплитудный спектр радиоимпульса состоит из несущей $f_н$, по обе стороны которой симметрично располагаются гармоники, повторяющие спектр огибающего видеоимпульса. Спектральная функция радиоимпульса $s_р(\omega)$ имеет ординаты, в 2 раза меньшие ординат спектральной функции $s(\omega)$ видеоимпульса (рис. 11-9). Подобным же образом строится фазовый спектр радиоимпульса.

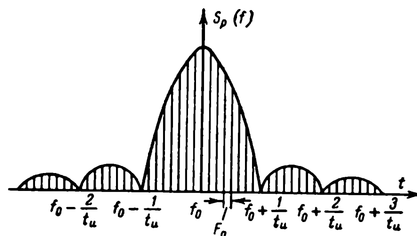


Рис. 11-9. Спектр последовательности радиоимпульсов $s_р(f)$ длительности $t_и$ с частотой повторения $F_п$ при условии, что $T_п \ll t_и$, $T_п$.

Согласно изложенному связь между комплексными спектральными функциями радио- и видеоимпульсов при $t_и \gg 1/f_н$ выразится так:

$$\dot{s}_р(\omega) = \frac{1}{2}\,s(\omega - \omega_н)\,e^{j\varphi(\omega - \omega_н)}, \quad (11\text{-}8)$$

где

$$\omega_н = 2\pi f_н.$$

Спектры некоторых видеоимпульсов

Импульсы прямоугольной формы. Спектральная функция и относительная спектральная функция

$$s(\omega) = U_и\frac{|\sin\pi f t_и|}{\pi f t_и} = U_и t_и \frac{\left|\sin\frac{\omega t_и}{2}\right|}{\frac{\omega t_и}{2}};$$

$$g(\omega) = \frac{|\sin\pi f t_и|}{\pi f t_и} = \frac{\left|\sin\frac{\omega t_и}{2}\right|}{\frac{\omega t_и}{2}} \quad (11\text{-}9)$$

обращаются в нуль на частотах $f = 1/t_и$, $2/t_и$, $3/t_и$... (рис. 11-10, *а*). Величина каждого последующего максимума меньше предыдущего; они относятся как 1 : 0,21 : 0,13...

Так как 95% энергии импульса заключено в полосе $\Delta f_{и.а} = 2/t_и$, то для прохождения видеоимпульса длительностью $t_и$ без существенных искажений линейная система должна иметь полосу пропускания $B \geqslant \Delta f_{и.а} = 2/t_и$.

Фазовый спектр последовательности прямоугольных импульсов (рис. 11-10, *б*)

представляет собой ступенчатую кривую с изменением фазы на угол π в точках $f=k/t_и$, $k=1, 2\ldots$

Если начало координат совместить не с серединой, а с началом импульса, то фазовый спектр будет иметь форму пилообразной кривой с тангенсом угла наклона каждого зубца $\pi/t_и$ и периодом $1/t_и$ (рис. 11-10,б).

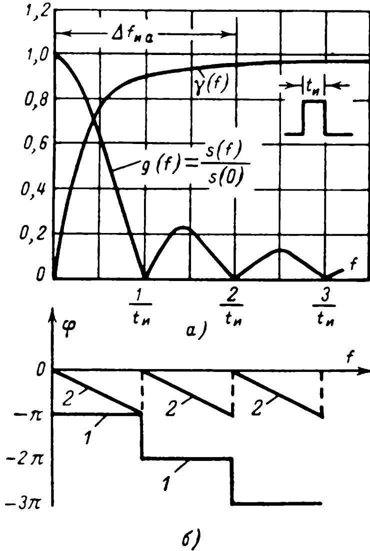


Рис. 11-10. Спектр видеоимпульсов прямоугольной формы.

а — относительная спектральная функция и интегральная кривая распределения энергии γ для определения ширины энергетического спектра; *б* — фазовый спектр для случая, когда начало координат $t=0$ совмещено со срединой импульса (*1*) и началом импульса (*2*).

Импульсы треугольной формы. Спектральная функция (рис. 11-11) и относительная спектральная функция имеют вид:

$$s(\omega)=\frac{4U_и}{\omega^2 t_и}\left(1-\cos\frac{\omega t_и}{2}\right);$$

$$g(\omega)=\frac{4}{\omega^2 t_и}\left(1-\cos\frac{\omega t_и}{2}\right). \quad (11\text{-}10)$$

Энергетическая полоса $\Delta f_{и.а}=\frac{1}{t_и}=\frac{0,5}{t_{и.а}}$, где $t_{и.а}$ — активная длительность импульса.

Импульсы колокольной формы. Импульс описывается выражением

$$a(t)=Ae^{-\beta t^2}=Ae^{-2,77\frac{t^2}{t_{и.а}^2}},$$

причем параметр β, характеризующий ширину кривой $a(t)$, связан с активной длительностью импульса равенством

$$\beta=\frac{1,67}{t_{и.а}^2}.$$

Спектральная функция (рис. 11-12)

$$s(\omega)=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}\,e^{-\frac{\omega^2}{4\beta}}=$$

$$=1,37t_{и.а}^2\,e^{-3,55(t_{и.а}f)^2}.$$

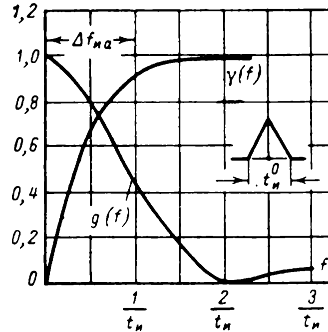


Рис. 11-11. Относительная спектральная функция $g(f)$ и интегральная кривая распределения энергии γ треугольного импульса.

Так как $s(0)=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$, то

$$g(\omega)=e^{-\frac{\omega^2}{4\beta}}=e^{-3,55(t_{и.а}f)^2}, \quad (11\text{-}11)$$

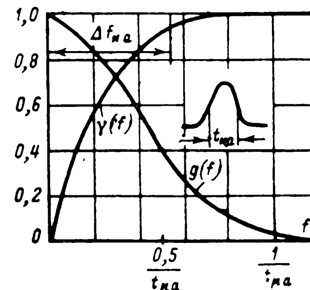


Рис. 11-12. Относительная спектральная функция $g(f)$ и интегральная кривая распределения энергии $\gamma(f)$ колокольного импульса.

Активная ширина спектра $\Delta f_{и.а}=0,52/t_{и}$.

Фазовая характеристика совпадает с осью частот, т. е. $\varphi(\omega)=0$.

11-3. ПРОХОЖДЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

Основные методы анализа переходных процессов

В импульсной технике широкое применение находят в основном три метода: спектральный, операционный и суперпозиционный.

Спектральный метод основан на суммировании результатов прохождения каждой гармонической составляющей спектра входного сигнала через линейную цепь.

Если спектральная функция входного импульса $a(t)$ равна $\dot{s}(\omega)$, а комплексный коэффициент передачи (или частотная передаточная функция) цепи равен $\dot{K}(j\omega)=K(\omega)e^{j\psi(\omega)}$, то выходной сигнал $b(t)$ выражается формулой (см. § 5-2)

$$b(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{s}(\omega)\dot{K}(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}s(\omega)K(\omega)e^{j[\varphi(\omega)+\psi(\omega)+\omega t]}d\omega. \quad (11\text{-}12)$$

Отсюда следует, что модуль спектральной функции меняется в $K(\omega)$ раз [он становится равным $K(\omega)S(\omega)$], а фаза сдвигается на угол $\psi(\omega)$ и становится равной $\varphi(\omega)+\psi(\omega)$.

В том случае когда входной сигнал периодический, выходной сигнал представляется в виде бесконечного тригонометрического ряда

$$b(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\dot{c}_k}{2}K(j\Omega_k)e^{j\Omega_k t}, \quad (11\text{-}13)$$

который получается из ряда (11-2) путем умножения комплексной амплитуды каждой гармоники спектра на коэффициент передачи $\dot{K}(j\omega)/_{\omega=\Omega_k}$ цепи, соответствующий данной гармонике.

Для некоторых типов входных сигналов ряд (11-13) может быть конечным.

Рядом (11-13) пользуются обычно для теоретических исследований, приближенного (качественного) анализа, а также в тех сравнительно редких случаях, когда вычисление интеграла (11-12) или ряда (11-13) не представляет больших трудностей, и для точного количественного анализа.

Операционный (или операторный) метод основан на использовании преобразования Лапласа для функции $a(t)$ (см. § 5-2)

$$A(p)=\int_{0}^{\infty}a(t)e^{-pt}dt, \quad (11\text{-}14)$$

где $p=\alpha+j\beta$ — некоторое комплексное число, называемое параметром преобразования. Функция $A(p)$ существует для импульсов любой используемой на практике формы, причем интегрирование производится на участке $t_и$, поскольку вне его $a(t)=0$.

По известному преобразованию $A(p)$ можно найти исходную функцию по формуле обратного преобразования Лапласа

$$a(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega}A(p)e^{pt}dp, \quad (11\text{-}15)$$

в котором интегрирование производится вдоль прямой σ, параллельной мнимой оси, проходящей правее всех полюсов функции $A(p)$.

Для многих видов функций имеются заранее вычисленные таблицы прямого и обратного преобразований Лапласа (см. § 1-10, 5-2).

Практически при использовании этого метода для анализа действия импульса на электрическую цепь каждый из элементов цепи заменяется* операторным сопротивлением: конденсатор $1/Cp$, индуктивность Lp, резистор R. Затем записываются законы Кирхгофа для цепи, причем входное напряжение или ток заменяется операторным выражением, найденным по формуле (11-14) или по таблицам. Решая полученное алгебраическое уравнение, находят операторное выражение для искомой величины $B(p)$, а затем, пользуясь формулой обратного преобразования или таблицами, определяют саму величину $b(t)$.

При использовании описанного метода электрическую цепь характеризуют передаточной функцией $W(p)$, равной отношению преобразования Лапласа выходной величины к входной. Обычно $W(p)$ является отношением двух полиномов

$$W(p)=\frac{M(p)}{N(p)}, \quad (11\text{-}16)$$

причем степень полинома числителя не превосходит степени полинома знаменателя. Если на вход цепи действует сигнал $a(t)$, то преобразование Лапласа выходного сигнала равно:

$$B(p)=A(p)W(p). \quad (11\text{-}17)$$

Выходной сигнал находится как обратное преобразование от $B(p)$, т. е.

$$b(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega}B(p)e^{pt}dp=$$

$$=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega}A(p)W(p)e^{pt}dp, \quad (11\text{-}17а)$$

где интегрирование производится по прямой, параллельной мнимой оси, располо-

* Для простоты эти правила приводятся для нулевых начальных условий. Соответствующие правила для ненулевых начальных условий приведены в [Л. 1].

женной так, что полюсы подынтегральной функции лежат левее этой прямой.

Приведенные формулы (11-15) и (11-17а) используются главным образом в теоретических исследованиях. При расчетах в импульсной технике применяют разложение функции на простейшие дроби, для которых обратное преобразование Лапласа выражается экспоненциальными функциями. На практике обычно приходится искать реакцию на единичную ступенчатую функцию $1(t)$, для которой преобразование Лапласа равно $1/p$, с тем чтобы в дальнейшем воспользоваться интегралом суперпозиции (см. ниже). В этом случае

$$A(p)\,W(p)=\frac{M(p)}{pN(p)}. \qquad (11\text{-}18)$$

Искомая реакция (переходная характеристика) определяется формулой

$$h(t)=\frac{M(0)}{N(0)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{M(p_i)}{p_i N'(p_i)}e^{p_i t}, \qquad (11\text{-}18a)$$

полученной в результате обратного преобразования Лапласа выражения (11-17а), предварительно представленного в виде суммы простейших дробей [1]. Для вычисления $h(t)$ необходимо найти корни $p_1, p_2, \ldots, p_n$ уравнения $N(p)=0$, т. е. полюсы передаточной функции (11-16).

Для нахождения реакции на δ-функцию (импульсной переходной или весовой функции) пользуются формулой

$$g(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{M(p_i)}{N'(p_i)}e^{p_i t},$$

где по-прежнему $p_1, p_2, \ldots, p_n$ — полюсы передаточной функции $W(p)$.

С помощью преобразования Лапласа сравнительно просто и удобно при анализе действия импульсов на линейную цепь производить учет начальных запасов энергии в электрических полях конденсаторов и магнитных полях индуктивностей (начальных условий), что является важным преимуществом этого метода [Л. 1].

Отметим, что между преобразованием Лапласа и преобразованием Фурье имеется тесная связь. Если в формулах (11-14) и (11-15) положить $p=j\omega$, то получаются формулы прямого и обратного преобразования Фурье. С помощью той же замены операторная передаточная функция преобразуется в частотную передаточную функцию $\dot{K}(j\omega)$. Учитывая, что для δ-функции $A(p)=1$ и $s(\omega)=1$, из (11-12) и (11-17а) получаем формулы для импульсной переходной функции:

$$g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{K}(\omega)\,e^{j\omega t}\,d\omega;$$

$$g(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}W(p)\,e^{pt}\,dp.$$

Последняя формула показывает, что импульсная переходная функция является обратным преобразованием Лапласа передаточной функции.

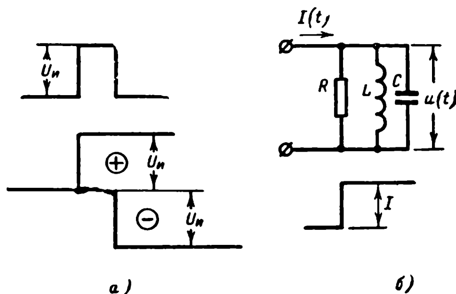


Рис. 11-13. К определению переходной характеристики цепи.

а — представление прямоугольного импульса в виде двух перепадов; *б* — к нахождению реакции параллельного колебательного контура на перепад тока $I(t)$.

Суперпозиционный метод. Он применяется для нахождения реакции линейной цепи на импульсы произвольной формы и основан на использовании интеграла суперпозиции (интеграла Дюамеля — см. стр. 182). Для этого предварительно определяется переходная и импульсная переходная характеристики (функции). Заметим, что обе функции связаны соотношением

$$g(t)=\frac{dh}{dt}.$$

Выходной сигнал определяется с помощью суперпозиционного интеграла (Дюамеля)

$$b(t)=a(t)\,h(0)+\int_0^t\left[\frac{dh(t)}{dt}\right]_{t=\tau}a(t-\tau)\,d\tau \qquad (11\text{-}19)$$

или

$$b(t)=a(t)\,h(0)+\int_0^t a(\tau)\,g(t-\tau)\,d\tau. \qquad (11\text{-}19a)$$

Интегралы выражений (11-19) и (11-19а) называют сверткой функций $g(t)$ и $a(t)$. Смысл этих выражений состоит в том, что выходной сигнал в момент t получается как результат суммирования отдельных реак-

[1] Приведенные выражения справедливы, если все корни $p_1, \ldots, p_n$ различны. При наличии кратных корней формулы будут несколько сложнее (см. [Л. 1]).

ций цепи на увеличенные в $a(\tau)$ раз δ-функции, приложенные в моменты времени τ.

Чаще всего в импульсной технике встречается задача определения реакции цепи на единичный ступенчатый сигнал (единичный перепад), т. е. задача определения переходной характеристики цепи. Располагая этой характеристикой, не представляет труда найти выходной сигнал при действии прямоугольного импульса. Для этого достаточно представить импульс в виде суммы двух разнополярных перепадов величины $U_и$, сдвинутых на время $t_и$ (рис. 11-13, *а*), и сложить выходные сигналы, обусловленные каждым из перепадов в отдельности.

Пример. Найдем напряжение на колебательном контуре L, C, R при действии на вход перепада тока $I(t)$ (рис. 11-13, *б*).

Преобразование Лапласа для перепада равно I/p. Пользуясь законом Кирхгофа для контура и учитывая, что операционные сопротивления его элементов равны R, pL и I/pC, получим:

$$\frac{I(p)}{p}=\frac{U(p)}{R}+\frac{U(p)}{pL}+U(p)\,pC,$$

откуда для напряжения на контуре $U(p)$ найдем:

$$U(p)=\frac{LI(p)}{p^2LC+p\dfrac{L}{R}+1}=$$

$$=\frac{\dfrac{I(p)}{C}}{p^2+2\alpha p+\omega_0^2},$$

где

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC};\quad \alpha=\frac{1}{2RC}.$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p)=\frac{U(p)}{I(p)}=\frac{\dfrac{1}{C}}{p^2+2\alpha p+\omega_0^2}=$$

$$=\frac{M(p)}{N(p)}.$$

Найдем полюсы передаточной функции, приравнивая нулю ее знаменатель, $N(p)=0$, т. е.

$$p^2+2\alpha p+\omega_0^2=0$$

и

$$p=-\alpha\pm j\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}=-\alpha\pm j\omega,$$

где $\omega^2=\omega_0^2-\alpha^2$, причем $\alpha^2<\omega_0^2$, так как контур является колебательным.

Представим далее $U(p)$ в виде, соответствующем формуле (11-18),

$$U(p)=\frac{p\dfrac{I(p)}{C}}{p\left(p^2+2\alpha p+\omega_0^2\right)}.$$

В соответствии с (11-18а) запишем:

$$u(t)=\frac{M(0)}{N(0)}+\sum_{i=1}^{2}\frac{M(p_i)}{p_iN'(p_i)}e^{p_it}=$$

$$=\sum_{i=1}^{2}\frac{p_ie^{p_it}\dfrac{I}{C}}{p_i[2p_i+2\alpha]}=$$

$$=\frac{I}{2C}\left[\frac{e^{(-\alpha+j\omega)t}}{-\alpha+j\omega+2\alpha}+\frac{e^{(-\alpha-j\omega)t}}{-\alpha-j\omega+2\alpha}\right]=$$

$$=\frac{I}{\omega C}e^{-\alpha t}\left[\frac{e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}}{2j}\right]=$$

$$=\frac{Ie^{-\alpha t}}{\omega C}\sin\omega t.$$

Соответственно переходное сопротивление

$$h(t)=\frac{u(t)}{I(t)}=\frac{e^{-\alpha t}}{\omega C}\sin\omega t.$$

Если затухание мало, т. е. $\alpha^2\ll\omega_0^2$, то $\omega\approx\omega_0$ и

$$u(t)=I\sqrt{\frac{L}{C}}\,e^{-\alpha t}\sin\omega_0t=$$

$$=I\rho e^{-\alpha t}\sin\omega_0t,$$

где $\rho=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ — волновое (характеристическое) сопротивление контура.

Если далее требуется определить напряжение на конденсаторе для импульса тока на входе, описываемого функцией $a(t)$, то нужно воспользоваться интегралом суперпозиции (11-19).

Действие перепадов напряжений и токов на цепь RC

Для определения результата действия перепадов на цепи, состоящие из сопротивлений и конденсаторов, часто нет необходимости применять операционный метод. Удобнее воспользоваться следующими простейшими правилами.

Переходный процесс, вызванный действием перепада напряжения или тока на цепь, содержащую емкость и сопротивление, описывается выражением

$$b(t)=b(\infty)-[b(\infty)-b(0)]e^{-\frac{t}{\tau}}=$$

$$= b(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + b(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \qquad (11\text{-}20)$$

здесь $b(\infty)$ — напряжение или ток на любом участке цепи после окончания переходных процессов;

$b(0)$ — напряжение или ток на том же участке в начальный момент (т. е. сразу после действия перепада);

τ — постоянная времени цепи, равная произведению емкости на сопротивление, подключенное к нему (источники питания при вычислениях заменяются своими внутренними сопротивлениями).

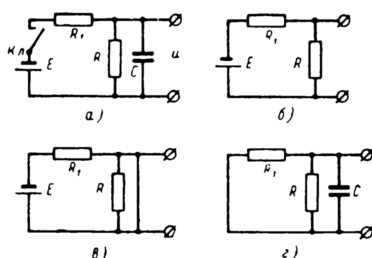


Рис. 11-14. Схемы, иллюстрирующие применение формулы (11-20).

В большинстве случаев величины $b(\infty)$ и $b(0)$ находятся достаточно просто с помощью законов Кирхгофа для постоянного тока. При определении $b(\infty)$ емкость конденсатора заменяется разрывом цепи; при определении $b(0)$ конденсатор заменяется батареей с э. д. с., равной начальному напряжению U_{C0} на конденсаторе. Если конденсатор не был заряжен, то его пластины следует считать замкнутыми накоротко.

Для перепадов напряжение на конденсаторе непосредственно перед действием и сразу после действия перепада будет одинаковым, т. е. для перепада каждый конденсатор является как бы коротким замыканием.

Уравнение (11-20) описывает процесс заряда или разряда конденсатора с учетом начального разряда, который был на нем в момент действия перепада напряжения или тока.

Пример 1. К цепи, состоящей из разряженного конденсатора C (нулевые начальные условия) и резисторов R и R_1, в момент $t=0$ подключается с помощью ключа *Кл* батарея с э. д. с. E (рис. 11-14, *а*).

Найти напряжение на резисторе R.

Поскольку в момент $t=0$ на цепь, содержащую один конденсатор, действует перепад E, можно применить формулу (11-20). Тогда

$$u(t) = u(\infty) - [u(\infty) - u(0)]e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Для нахождения $u(\infty)$ конденсатор полагаем эквивалентным разрыву цепи (рис. 11-14, *б*). Отсюда

$$u(\infty) = E\frac{R}{R_1 + R}.$$

Для нахождения $u(0)$ полагаем, что пластины конденсатора замкнуты накоротко (рис. 11-14, *в*), т. е. $u(0)=0$. При определении τ считаем, что батарея замкнута накоротко, поскольку ее внутреннее сопротивление равно нулю (рис. 11-14, *г*). Тогда $\tau = C(R\|R_1) = C\frac{RR_1}{R+R_1}$. Следовательно,

$$u(t) = E\frac{R}{R+R_1} - E\frac{R}{R+R_1}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{ER}{R+R_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

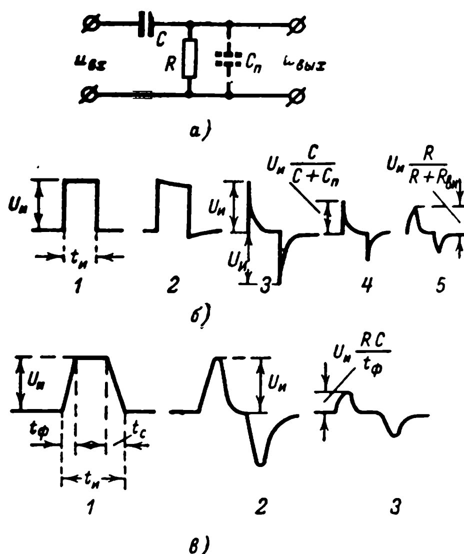


Рис. 11-15. Прохождение импульсов через RC-фильтр верхних частот.

а — схема; *б* — прохождение прямоугольного импульса: *1* — входной импульс; *2* — выходной импульс при $RC \gg t_и$; *3* — выходной импульс при $RC \ll t_и$; *4* — то же при учете паразитной емкости $C_п$; *5* — то же при учете паразитной емкости $C_п$ и внутреннего сопротивления $R_{вн}$ генератора импульсов; *в* — прохождение трапецеидального импульса: *1* — входной импульс; *2* — выходной импульс при $t_ф < \tau \ll t_и$; *3* — то же при $\tau < t_ф$.

Пример 2. Определить ток в цепи RC (рис. 11-15, *а*) и напряжения u_R и u_C при действии прямоугольного импульса $U_и$, $t_и$. Начальные условия — нулевые. Для тока во время действия импульса в соответствии с формулой (11-20) можно записать:

$$i(t)=i(\infty)-[i(\infty)-i(0)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (11\text{-}21)$$

где $i(\infty)$ — установившийся ток в цепи.

Если импульс имеет неограниченную длительность $t=\infty$, то конденсатор эквивалентен разрыву цепи и $i(\infty)=0$.

Ток $i(0)$ в начальный момент найдем, полагая, что для фронта импульса (скачка) конденсатор эквивалентен короткому замыканию, т. е. $i(0)=U_и/R$. Следовательно,

$$i(t)=\frac{U_и}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

и

$$u_R(t)=U_и e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (11\text{-}22)$$

Эти формулы справедливы для $t<t_и$. Соответственно

$$u_C(t)=U_и-u_R=U_и\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$
$$t<t_и. \quad (11\text{-}23)$$

К моменту окончания импульса

$$i(t_и)=\frac{U_и}{R}e^{-\frac{t_и}{\tau}};$$

$$u_R(t_и)=U_и e^{-\frac{t_и}{\tau}};$$

$$u_C=U_и\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right). \quad (11\text{-}24)$$

Формула (11-20) для тока после окончания импульса запишется в той же форме (11-21). Здесь, однако, $i(0)$ обозначает ток в цепи сразу после прохождения среза импульса (скачка). Для нахождения $i(0)$ учтем, что при действии среза напряжение на конденсаторе остается неизменным и равным $U_C(t_и)$. Оно оказывается приложенным теперь к R, и ток в цепи

$$i(0)=-\frac{U_C(t_и)}{R}=$$
$$=-\frac{U_и}{R}\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right).$$

(Знак минус означает, что ток проходит в направлении, противоположном прежнему). Отсюда находим для $t>t_и$:

$$i(t)=-\frac{U_и}{R}\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right)e^{-\frac{t-t_и}{\tau}};$$

$$u_R(t)=-U_и\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right)e^{-\frac{t-t_и}{\tau}};$$

$$u_C=-u_R. \quad (11\text{-}25)$$

Таким образом, в момент действия среза напряжение на резисторе меняется от значения $u_R(t_и)=U_и e^{-t_и/\tau}$ до значения $u_R(t_и+)=-U_и(1-e^{-t_и/\tau})$, т. е. на величину

$$\Delta u_R=-U_и\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right)-$$
$$-U_и e^{-\frac{t_и}{\tau}}=-U_и,$$

равную амплитуде импульса.

Рассмотрим два случая:

а) $RC\gg t_и$. Тогда из формул (11-22), (11-24) и (11-25) следует, что $u_R(t)\approx U_и$ для $t<t_и$; $u_R(t)\approx 0$ для $t>t_и$. Следовательно, в результате прохождения через такую цепь импульс на резисторе повторяет входной импульс, т. е. передается почти без искажений (рис. 11-15);

б) $RC\ll t_и$. Тогда из формул (11-22) следует, что экспонента $u_R(t)$ к моменту $t_и$ спадает почти до нуля: $u_R(t_и)\approx 0$. Следовательно, сразу после окончания импульса $u_R(t_и+)\approx -U_и$ и для $t\geqslant t_и$ из формулы (11-25) находим: $u_R\approx -U_и e^{-\frac{t-t_и}{\tau}}$.

Таким образом, напряжение на резисторе представляет собой два экспоненциальных импульса положительной и отрицательной полярности, сдвинутых на время $t_и$ (рис. 11-15, *б*, диаграмма *3*).

Прохождение прямоугольного импульса через цепь RC

Фильтр RC верхних частот. Форма выходного напряжения при действии прямоугольного импульса на фильтр (рис. 11-15) зависит от соотношения между длительностью $t_и$ и постоянной времени $\tau=RC$.

При $RC\gg t_и$ за время действия импульса напряжение на конденсаторе не успевает существенно измениться и выходной импульс мало отличается от входного. Такая цепь называется переходной. Она используется, например, для того, чтобы отделить постоянную составляющую напряжения на аноде лампы или коллекторе транзистора предшествующего каскада от сеточной или базовой цепи последующего каскада при усилении или преобразовании импульсов. Форма выходного импульса описывается равенствами (11-22) и (11-25) для $u_R(t)$.

При $RC\ll t_и$ за время действия импульса конденсатор успевает практически полностью зарядиться и к моменту окончания импульса выходное напряжение будет близко к нулю [см. формулу (11-24)]. В процессе заряда конденсатора напряжение на выходе спадает по экспоненциальному закону $u_R=U_и e^{\frac{-t}{\tau}}$. После окончания импульса конденсатор C разряжается на резистор R, благодаря чему образуется отрицательный экспоненциальный импульс (рис. 11-15, *б*).

Таблица 11-1

Прохождение импульсов через простейшие RC- и LC цепи

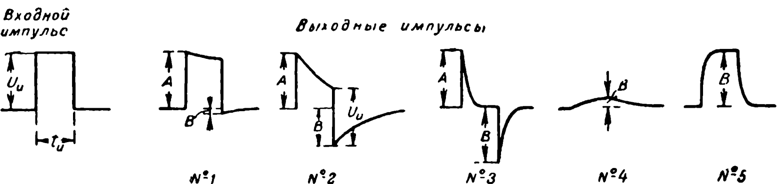


Схема цепи	Формула выходного напряжения		Основные соотношения для выходных импульсов		
	$t < t_и$	$t > t_и$			
C, R	$U_и e^{-\frac{t}{\tau}}$	$U_и \left(e^{-\frac{t_и}{\tau}} - 1 \right) e^{\frac{t-t_и}{\tau}}$	$RC = 10t_и$ № 1: $A = U_и$ $B = 0{,}1U_и$	$RC = t_и$ № 2: $A = U_и$ $B = 0{,}64U_и$	$RC = 0{,}1t_и$ № 3: $A = U_и$ $B = U_и$
$R_{вн}$, C, R	$U_и \frac{R}{R_{вн}+R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\tau = (R_{вн} + R)\,C$	$\frac{U_и R}{R_{вн}+R} \left(e^{\frac{t_и}{\tau}} - 1 \right) e^{-\frac{t-t_и}{\tau}}$ $\tau = (R_{вн} + R)\,C$	$\tau = 10t_и$ № 1: $A = U_и \frac{R}{R_{вн}+R}$ $B = 0{,}1A$	$\tau = t_и$ № 2: $A = U_и \frac{R}{R_{вн}+R}$ $B = 0{,}64A$	$\tau = 0{,}1\ t_г$ № 3: $A = U_и \frac{R}{R_{вп}+R}$ $B = A$
R, L	$U_и e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\tau = \frac{L}{R}$	$U_и \left(e^{-\frac{t_и}{\tau}} - 1 \right) e^{-\frac{t-t_и}{\tau}}$ $\tau = \frac{L}{R}$	$\frac{L}{R} = 10t_и$ № 1: $B = 0{,}1U_и$	$\frac{L}{R} = t_и$ № 2 $B = 0{,}64U_и$	$\frac{L}{R} = 0{,}1t_и$ № 3: $B = U_и$
R, C	$U_и \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$	$U_и \left(1 - e^{-\frac{t_и}{\tau}} \right) e^{-\frac{t-t_и}{\tau}}$	$RC = 10t_и$ № 4: $B = 0{,}1t_и$	$RC = t_и$ № 4: $B = 0{,}1t_и$	$RC = 0{,}1t_и$ № 5: $B = U_и$

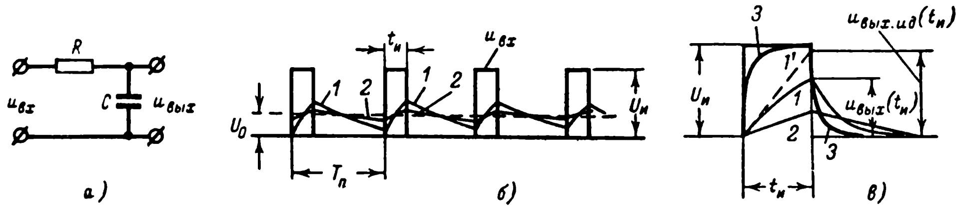


Рис. 11-16. Прохождение импульсов через RC-фильтр нижних частот.

а — схема; *б* — диаграммы напряжений при действии последовательности импульсов: $u_{вх}$ — входные импульсы; *1*, *2* — выходное напряжение для различных постоянных времени $\tau_1<\tau_2$; *в* — диаграммы напряжений при действии одиночного импульса, $\tau_1<\tau_2$: *1'* — идеальное интегрирование; кривая *3* относится к случаю, когда постоянная времени τ_3 — мала: $\tau_3<t_и$.

В момент среза прямоугольного импульса выходное напряжение изменяется скачком на величину, равную амплитуде импульса $U_и$.

В результате прохождения прямоугольного импульса через RC-фильтр верхних частот, когда $RC \ll t_и$, на выходе образуются два экспоненциальных разнополярных импульса. Активная длительность импульса определяется из равенства $0{,}5=e^{t_{и.а}/\tau}$, или $t_{и.а}=0{,}7\tau$. Цепь RC при условии $\tau \ll t_и$ называют укорачивающей или дифференцирующей (иногда эти понятия не отождествляются, см. [Л. 1]). Происхождение этих названий можно объяснить тем, что длительность выходных импульсов меньше длительностей входных, а выходной сигнал близок к производной от входного. Последнее подтверждается следующим образом. Если R мало, то ток в цепи можно приближенно считать равным $i \approx C\dfrac{du_{вх}}{dt}$. Но $u_{вых}=iR$, поэтому $u_{вых} \approx RC\dfrac{du_{вх}}{dt}$.

Дифференцирующая RC-цепь является разновидностью целого класса дифференцирующих устройств, предназначенных для приближенного выполнения математической операции взятия производной. С помощью укорачивающей цепи в импульсной технике получают кратковременные разнополярные импульсы, возникающие в моменты действия фронта и среза входного импульса. Сокращение длительности выходных импульсов достигается соответствующим выбором постоянной времени: $\tau \ll t_и$.

Снижение длительности получаемых таким путем импульсов ограничивается конечной крутизной фронта (среза) входных импульсов и влиянием паразитных параметров. Паразитная емкость $C_п$, состоящая из входной емкости последующих каскадов и емкостей монтажа, включенная параллельно резистору R, изменяет характер прохождения импульса: выходной импульс уменьшается по амплитуде и растягивается по времени (рис. 11-15). Поэтому обычно $C>(5-10)C_п$. Практически минимальная емкость конденсатора C бывает 30—100 *пф*.

Минимальная величина сопротивления резистора R ограничивается внутренним сопротивлением $R_{вн}$ генератора, к которому подключается дифференцирующая цепь. Обычно R выбирают в пределах 10—100 *ком*, так чтобы выполнялось неравенство $R>R_{вн}$. По мере увеличения R влияние паразитной емкости становится все более заметным.

При конечной крутизне фронта входного импульса в цепи RC (даже при отсутствии паразитных параметров) длительность $t_и$ импульса, получаемого путем укорочения, не может быть меньше длительности $t_ф$ фронта входного импульса. Начиная с $\tau=t_ф$, дальнейшее уменьшение постоянной времени приводит к снижению амплитуды выходных импульсов (рис. 11-15, *в*).

Фильтр RC нижних частот. При прохождении периодической последовательности импульсов через фильтр (рис. 11-16, *а*) происходит с г л а ж и в а н и е и м п у л ь с о в, тем более интенсивное, чем сильнее неравенство $\tau>t_и$. Выходное напряжение в установившемся режиме колеблется при этом вокруг среднего значения

$$U_0=\frac{1}{T_п}\int_0^{T_п} u_{вх}(t)\,dt.$$

Для импульсов прямоугольной формы

$$U_0=U_и\frac{t_и}{T_п}.$$

Цепь (рис. 11-16, *а*), для которой $RC \gg t_и$, называют у д л и н я ю щ е й и л и и н т е г р и р у ю щ е й. Выходное напряжение в такой цепи оказывается близким к интегралу от входного. Действительно, пока ток в этой цепи можно считать не зависящим от $u_{вых}$ (т. е. пока $u_{вых}$ — мало) и

$$i=\frac{u_{вх}-u_{вых}}{R}\approx\frac{u_{вх}}{R},$$

выходное напряжение

$$u_{вых}=\frac{1}{C}\int i\,dt \approx \frac{1}{RC}\int u_{вх}(t)\,dt = K_и\int u_{вх}(t)\,dt$$

пропорционально интегралу от входного с коэффициентом пропорциональности $K_и = 1/\tau$. Чем больше $\tau = RC$, тем при прочих равных условиях интегрирование осуществляется точнее.

При подаче на вход интегрирующей цепи одиночного прямоугольного импульса $U_и$ (рис. 11-16, *в*) напряжение на выходе представляет собой две экспоненты: нарастающую и спадающую, которые тем меньше отличаются от отрезков прямых (точного интеграла), чем сильнее неравенство $\tau \gg t_и$. Наибольшая относительная погрешность для среза импульса (в момент $t_и$) равна:

$$\delta = \frac{\Delta u_{вых}(t_и)}{u_{вых.ид}(t_и)} = 0{,}5\frac{t_и}{\tau},$$

где $u_{вых.ид}(t_и)$ — амплитуда выхода при идеальном интегрировании с коэффициентом $K_и$,

$$u_{вых.ид}(t_и) = \frac{U_и}{\tau}t_и.$$

Заметим, что чем точнее интегрирование, тем меньше амплитуда выходного импульса. Используя разложение в ряд экспоненты, приближенно получаем:

$$u_{вых}(t_и) \approx U_и\frac{t_и}{\tau}\left(1 - 0{,}5\frac{t_и}{\tau}\right) \approx$$

$$\approx U_и\frac{t_и}{\tau} = 2U_и\delta.$$

При $t_и = 1$ *мксек* $\tau = 100$ *мксек*, $\delta = 0{,}5\%$, а $u_{вых}(t_и)/U_и = 1\%$.

Особенности прохождения видеоимпульсов через широкополосные цепи

При прохождении импульса через широкополосные линейные цепи происходит изменение его формы (искажение) вследствие того, что реальная цепь, имеющая конечную полосу пропускания, не может пропустить неограниченный спектр импульса. Фронт и срез импульса удлиняются, растягиваются во времени. При правильном выборе полосы пропускания эти искажения можно сделать достаточно малыми.

Рассмотрим характер искажений на примере прохождения прямоугольного импульса через RC-фильтр нижних частот (рис. 11-16, *а*). Полоса пропускания фильтра на уровне 0,7 равна $B = 1/2\pi$ и возрастает с уменьшением $\tau = RC$. Фронт и срез выходного импульса представляют собой экспоненты с активной длительностью $t_{ф.а} = 2{,}2\tau$, или

$$t_{ф.а} = \frac{2{,}2}{2\pi B} = \frac{0{,}35}{B}. \qquad (11\text{-}26)$$

Искажения формы выходного импульса тем меньше, чем шире полоса пропускания. Задавая необходимую длительность фронта и среза, получаем требуемую полосу пропускания

$$B \geqslant \frac{0{,}35}{t_{ф.а}}. \qquad (11\text{-}27)$$

Установленная закономерность имеет общий характер и справедлива для фильтров нижних частот любого типа.

Если входной импульс имеет форму, близкую к прямоугольной, требуемая полоса цепи (системы) оценивается по формуле

$$B \approx \frac{0{,}35 \div 0{,}4}{t_{ф.а}}, \qquad (11\text{-}28)$$

где $t_{ф.а}$ — активная длительность фронта выходного импульса.

Для характеристики формы импульса обычно используется коэффициент $\beta = t_{ф.а}/t_{и.а}$, показывающий, какую долю всего импульса (в данном случае выходного) занимает фронт. Тогда требуемую полосу можно выразить через активную длительность выходного импульса $t_{и.а}$:

$$B = \frac{0{,}35 \div 0{,}4}{\beta t_{и.а}}. \qquad (11\text{-}29)$$

При $\beta = 0{,}2$ $B = (1{,}75 \div 2)/t_{и.а}$; при $\beta = 0{,}1$ $B = (3{,}5 \div 4)/t_{и.а}$.

Ширина спектра симметричных импульсов определяется длительностью их фронта (среза). Ранее установленная закономерность зависимости ширины спектра от длительности импульсов, а не фронта объясняется тем, что для импульсов прямоугольной и колокольной формы длительность фронта и среза однозначно связана с $t_и$. Чем короче фронт (срез), тем больше требуемая полоса пропускания цепи.

При произвольной форме импульса полосу системы следует выбирать близкой к активной ширине спектра входного импульса

$$B = \Delta f_{и.а}. \qquad (11\text{-}30)$$

Для более точного выбора можно пользоваться формулой

$$B \approx \frac{0{,}35 \div 0{,}4}{t_{ф.а}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{(t_{ф.а})_{вх}}{t_{ф.а}}\right]^2}}, \qquad (11\text{-}31)$$

где $t_{ф.а}$ и $(t_{ф.а})_{вх}$ — активная длительность фронта выходного и входного импульсов соответственно.

При таком выборе, принимая, что активная ширина спектра входного импульса $\Delta f_{и.а} = 0{,}35/(t_{ф.а})_{вх}$, из формул (11-30) и (11-31) находим:

$$\frac{0{,}35 \div 0{,}4}{(t_{ф.а})_{вх}} =$$

$$= \frac{0{,}35 \div 0{,}4}{t_{ф.а}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(t_{ф.а}\right)^2_{вх}}{t^2_{ф.а}}}},$$

откуда

$$t_{ф.а} \approx 1{,}4\,(t_{ф.а})_{вх},$$

т. е. фронт выходного импульса растягивается приблизительно на 40%.

Действие перепадов на колебательный контур

В результате действия перепадов тока или напряжения (рис. 11-17) на колебательный контур возникает переходный процесс.

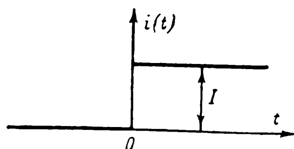


Рис. 11-17. Перепад тока, действующий на колебательный контур.

Наибольший интерес в импульсной технике представляет действие перепадов тока на параллельный колебательный контур (рис. 11-18). Характер переходного процесса зависит от соотношения между коэффициентом затухания $\alpha = \frac{1}{2L}\left[r + \frac{(\omega_0 L)^2}{R}\right] \approx \frac{1}{2RC}$ и резонансной частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

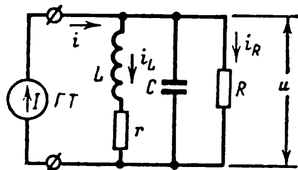


Рис. 11-18. Параллельный колебательный контур с генератором тока ГТ.

а) **Апериодический контур.** При $\alpha > \omega_0$ напряжение на контуре будет иметь вид кривой рис. 11-19

$$u(t) \approx U_m \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right), \quad (11\text{-}32)$$

где

$$\tau_1 = \frac{L}{R}; \quad \tau_2 = RC; \quad U_m = IR.$$

Эта формула справедлива при условиях $R \ll \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ и $r \approx 0$, которые наиболее часто встречаются в практике.

Длительность $t_и$ выходного импульса зависит в основном от постоянной времени τ_1, и приближенно можно полагать $t_и \approx \approx 3\tau_1 = 3L/R$. Увеличение R (при постоянных L и C) приводит к сокращению длительности импульса.

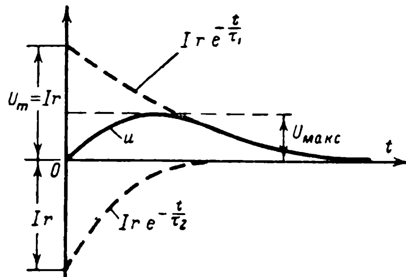


Рис. 11-19. Напряжение на колебательном контуре при действии перепада тока (нулевые начальные условия: $t=0$, $i_L=0$, $u_C = 0$) для случая $\alpha > \omega_0$.

Наиболее короткий импульс соответствует критическому случаю, когда $R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$. При этом

$$t_и \approx 2\pi\sqrt{LC}; \quad U_{макс} = 0{,}37I\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

б) **Колебательный контур.** При $\alpha < \omega_0$ напряжение на контуре (см. пример на стр. 543)

$$u = U_m e^{-\alpha t}\sin(\omega_c t - \varphi) + I\frac{rR}{R+r},$$

где $U_m \approx I\sqrt{\frac{L}{C}} = I\rho = \frac{I}{\omega_0 C}$ — начальная амплитуда напряжения на контуре $\left(\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}\right)$;

$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ — частота свободных колебаний;

$\varphi \approx \omega_0 rC$ — начальная фаза.

Число n колебаний с момента включения до уменьшения относительной амплитуды в $\Delta = \frac{U_m - U_{mn}}{U_m}$ раз определяется выражением

$$n(\Delta) = \frac{Q}{\pi}\ln\frac{1}{1-\Delta}, \quad (11\text{-}33)$$

где $Q \approx R\sqrt{\frac{C}{L}}$ — добротность контура.

Число колебаний до практически полного затухания (когда амплитуда уменьшается

до 5% первоначальной) численно равно добротности $n(0{,}95)\approx Q$.

Если возбуждающий ток отличается от перепада и имеет конечную длительность фронта (рис. 11-20), амплитуда колебаний уменьшается и возникает дополнительное запаздывание начала возбуждения на время

$$t_з=\frac{\varphi}{\omega_0}+\frac{t_ф}{2}\approx RC+\frac{t_ф}{2}, \quad (11\text{-}34)$$

где $t_ф$ — длительность фронта входного тока.

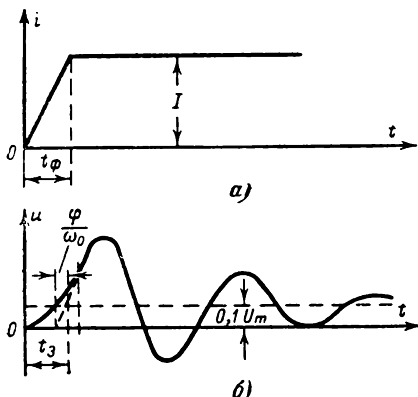


Рис. 11-20. Действие на колебательный контур тока с конечной длительностью фронта.

а — входной ток; *б* — напряжение на контуре.

Приведем далее выражения для тока в последовательном колебательном контуре и напряжения на его конденсаторе:

$$i=\frac{E}{\omega L}\,e^{-\alpha t}\sin\omega t\approx\frac{E}{\rho}\,e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t;$$

$$u_C=E\left(1-e^{-\alpha t}\right)\sqrt{1+\left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2}\cos\times$$

$$\times(\omega t-\varphi)\approx E\left(1-e^{-\alpha t}\cos\omega_0 t\right),$$

где $\alpha=R/2L$; $\omega^2=\omega_0^2-\alpha^2$; $\operatorname{tg}\varphi=\alpha/\omega$; $\omega_0^2=1/LC$; L, C, R — параметры контура.

Приближенные равенства справедливы при малом затухании, когда $\alpha^2\ll\omega_0^2$.

Действие радиоимпульсов на колебательный контур

При действии радиоимпульса с прямоугольной огибающей на последовательный колебательный контур, когда несущая частота совпадает с резонансной частотой контура, амплитуда колебаний на конденсаторе экспоненциально нарастает (рис. 11-21) по закону

$$U_{вых}(t)=U_ф(t)\approx U_и Q\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (11\text{-}35)$$

где $Q=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}$ — добротность контура;

$\tau=\frac{1}{\pi B}=\frac{Q}{\pi f_0}=\frac{2L}{r}$ — постоянная времени контура;

$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ — резонансная частота;

B — полоса пропускания (на уровне 0,7);

L, C, r — параметры контура.

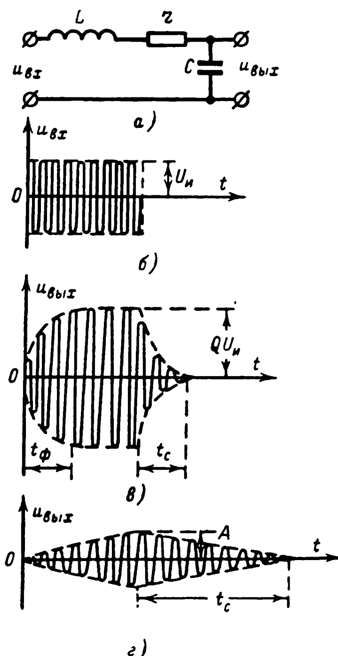


Рис 11-21. Действие прямоугольного радиоимпульса на резонансный колебательный контур.

а — схема; *б* — входной импульс; *в* — выходной импульс при условии $t_и>\frac{Q}{f_0}$; *г* — то же при условии $t_и<\frac{Q}{f_0}$.

В момент окончания радиоимпульса начинается экспоненциальный спад амплитуды выходного напряжения с той же постоянной времени τ:

$$UC(t)=Ae^{-\frac{t-t_и}{\tau}}, \quad (11\text{-}36)$$

где $A=U_и Q\left(1-e^{-\frac{t_и}{\tau}}\right)$ — амплитуда выходного импульса к моменту окончания входного радиоимпульса.

Импульс практически успевает нарасти до своего установившегося значения $A_{уст}=U_и Q$, если $t_и>3\tau$, т. е. при условии, что

$$t_и\geqslant\frac{3}{\pi B}\approx\frac{1}{B}.$$

В результате прохождения прямоугольных радиоимпульсов через настроенный колебательный контур фронт и срез импульса становятся экспоненциальными. Их длительность $t_ф = t_с \approx 1/B$, если $B > 1/t_и$.

Импульс искажается тем меньше (выходной импульс будет тем ближе по форме к прямоугольному), чем шире полоса пропускания контура.

Искажения формы импульсов уменьшаются с расширением полосы пропускания для импульсов любой формы. Можно считать, что при полосе пропускания $B \geqslant k/t_и$, где $k = 1 \div 3$, искажения импульса приемлемы для большинства практически важных случаев.

11-4. ИСКУССТВЕННЫЕ ЛИНИИ

Искусственные линии в импульсной технике используются для формирования импульсов и задержки их во времени.

Формирующие линии применяются, как правило, в модуляторах мощных импульсных станций для получения стабильных по длительности импульсов высокого напряжения (см. 5-10, а также [Л. 1, 12]).

Для временно́й задержки коротких видеоимпульсов используются э л е к т р и ч е с к и е и у л ь т р а з в у к о в ы е линии задержки.

Электрические линии предназначены для задержки видеоимпульсов на время от десятков микросекунд до десятых долей микросекунды. Для задержки на меньшее время обычно применяются электрические кабели.

Ультразвуковые линии с пьезоэлектрическими и магнитострикционными преобразователями используются для задержки видеоимпульсов от десятков до тысяч микросекунд.

Электрические линии задержки

Обычные длинные линии (см. § 5-9) для задержки импульсов на единицы и десятки микросекунд использовать нецелесообразно, так как линии получаются большой длины. Отрезки кабелей применяются для формирования задержки преимущественно наносекундных импульсов [Л. 4]. Поэтому для создания временны́х задержек в необходимом диапазоне чаще всего используют специальные искусственные электрические линии. Эти линии можно рассматривать как широкополосные фильтры нижних частот с полосой пропускания от нуля до десятков мегагерц.

Приближенно переходные процессы в искусственной линии можно описать таким же путем, как распространение электромагнитных волн в обычных линиях.

Существующие в линиях волны можно рассматривать по нескольким признакам. Под волнами понимаются электромагнитные поля в линии. Они не обязательно носят синусоидальный характер и могут быть произвольной формы. Подразумевается, что волны имеют вид видеоимпульсов, создаваемых подключенным к линии генератором.

В линии различают п р я м ы е волны, распространяющиеся по направлению от источника к нагрузке, и о б р а т н ы е волны, распространяющиеся в противоположном направлении. Прямая волна напряжения связана с прямой волной тока соотношением $u_п = i_п W$; отраженные волны напряжения и тока связаны соотношением $u_0 = -i_0 W$, где знак минус указывает на обратное направление тока в отраженной волне. Сопротивление W, характерное для данной линии, носит активный характер и называется в о л н о в ы м сопротивлением.

Кроме прямых и обратных, различают п а д а ю щ и е волны, набегающие на один из концов линии, и о т р а ж е н н ы е, возникающие при отражении и распространяющиеся от данного конца линии. Часто прямые и падающие волны тождественны; то же относится к обратным и отраженным волнам. Напряжение u и ток i в любом сечении линии находятся путем суммирования всех прямых и обратных волн.

Отражений от концов линии не возникает, если она нагружена на сопротивление $R_н$, равное волновому: $R_н = W$. Отражения от концов линии при $R_н \neq W$ характеризуются коэффициентом $K_{отр} = \frac{R_н - W}{R_н + W}$, причем величины отраженных волн напряжений и токов находятся из соотношений: $u_0 = K_{отр} u_п$; $i_0 = -K_{отр} i_п$, где $u_п$ и $i_п$ — падающие волны напряжений и токов.

В р а з о м к н у т о й на конце линии ($R_н = \infty$, $K_{отр} = 1$) отраженная волна н а п р я ж е н и я имеет ту же полярность и амплитуду ($u_0 = u_п$), что и падающая, а отраженный импульс тока — противоположную полярность ($i_0 = -i_п$). В к о р о т к о з а м к н у т о й линии ($R_н = 0$, $K_{отр} = -1$) отраженная волна напряжения равна по амплитуде падающей, но знак полярности — обратный ($u_0 = -u_п$), а отраженный импульс тока совпадает с падающим: $i_0 = i_п$. Графически эти соотношения иллюстрирует рис. 11-22, где внутреннее сопротивление генератора импульсов выбрано из условия $R_{вн} = W$, а время задержки выбрано из условия $2t_{пр} > t_и$. Вследствие того что входное сопротивление линии в точках AB равно волновому сопротивлению W, э. д. с. $e = E_и$ распределяется между $R_{вн}$ и W поровну и амплитуда прямого (падающего) импульса на входе линии (между точками AB)

$$U_и = E_и \frac{W}{R_{вн} + W} = \frac{E_и}{2}.$$

После достижения отраженными импульсами начала линии переходные процессы заканчиваются, так как $R_{вн} = W$. Если бы $R_{вн} \neq W$, возникли бы новые о т р а ж е н н ы е волны, распространяющиеся в п р я м о м направлении от источника к концу линии.

В реальных искусственных линиях трудно добиться активного характера волнового сопротивления и выполнить идеальное со-

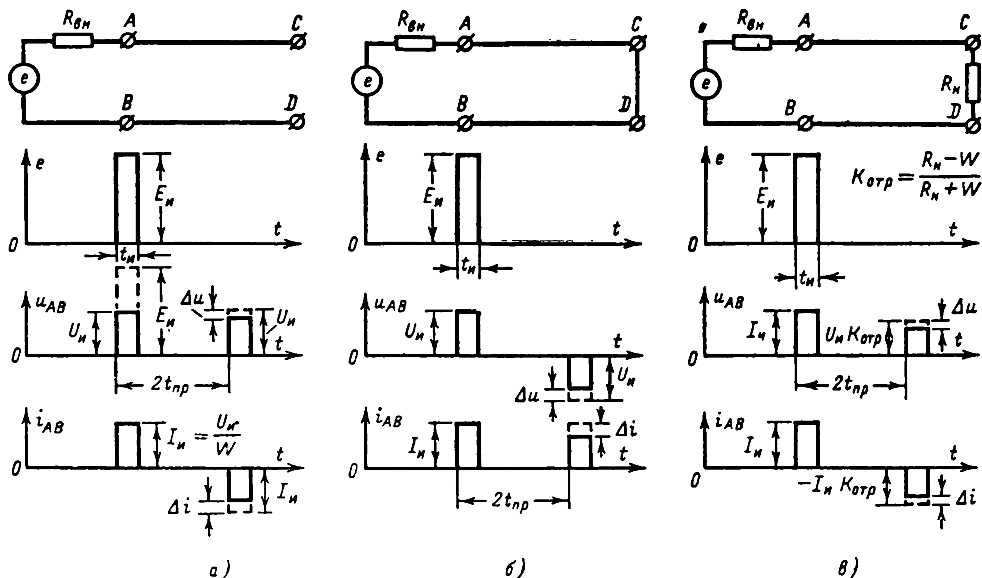


Рис. 11-22. Отражение импульсов длительностью $t_и$ от конца линии задержки.

а — разомкнутая на конце линия; *б* — короткозамкнутая линия; *в* — линия, нагруженная на сопротивление $R_н$ ($R_н > W$); $e(t)$ — э. д. с. генератора импульсов с внутренним сопротивлением $R_{вн}$; AB — вход и CD — выход линии; i_{AB}, u_{AB} — ток и напряжение на входе с учетом затухания Δu, Δi в линии.

гласование для всех составляющих спектра видеоимпульса. Поэтому приведенные соотношения являются приближенными. Кроме того, в реальных линиях имеются потери, так что процессы в них затухают со временем.

Искусственные электрические линии делятся на однородные (с распределенными параметрами) и многоячеечные (с сосредоточенными параметрами).

Однородная линия оформляется чаще всего в виде намотанной на гибкий диэлектрический стержень спирали (соленоида), поверх которой надета медная оплетка, изолированная от спирали диэлектриком. Снаружи на оплетку надевается защитный полихлорвиниловый чехол. Индуктивность линии образуется витками спирали, а емкость — витками спирали и оплеткой.

Волновое сопротивление однородной линии *

$$W = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad ком,$$

где L_1 — погонная индуктивность, *мкгн/см*;
C_1 — погонная емкость, *пф/см*.

Емкость обычно определяется экспериментально и имеет порядок 10—20 *пф/см*.

Погонная индуктивность длинной однородной цилиндрической обмотки

$$L_1 = \mu \frac{\pi^2 d^2}{h^2} \cdot 10^{-3} \, мкгн/см,$$

где d — средний диаметр обмотки, *см*;
h — шаг намотки, *см*;
μ — магнитная проницаемость сердечника (для воздуха $\mu = 1$).

Волновое сопротивление подбирают, изменяя величину L_1 (изменяя диаметр спирали); обычно W бывает от 0,2—0,3 до 1—1,5 *ком*.

Время задержки * на единицу длины линии

$$t_1 = \sqrt{L_1 C_1},$$

где L_1 — в *мкгн/см*; C_1 — в *мкф/см*; t_1 — в *мксек/см*.

Для увеличения t_1 и W используют спиральные линии с ферритовым стержнем [Л. 1], в результате чего t_1 и W возрастают в $\sqrt{\mu}$ раз, где μ — магнитная проницаемость материала стержня. Практически спиральную линию удобно использовать для сравнительно небольшого времени задержки (доли и единицы микросекунд); при большом времени задержки линия получается большой длины, вследствие чего происходит сильное затухание импульсов.

Многоячеечная линия состоит из значительного количества одинаковых звеньев

* По этим же формулам вычисляются волновое сопротивление и время задержки для линии, выполненной в виде электрического кабеля.

* См. предыдущую сноску.

(ячеек), соединенных в последовательную цепь. Такая линия нагружается на волновое сопротивление, причем входное сопротивление каждой ячейки (для частот, близких к нулю) оказывается равным также величине W.

Каждая отдельно взятая ячейка (рис. 11-23, *а*), нагруженная на сопротивление W, имеет полосу прозрачности (пропускания) от $f=0$ до $f_{гр}=\dfrac{1}{\pi\sqrt{LC}}$, в пределах которой коэффициент передачи остается близким к единице.

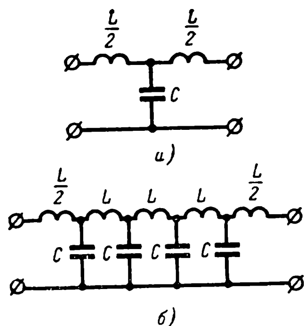


Рис. 11-23. Многоячеечная линия задержки.

а — элементарная ячейка; *б* — электрическая схема линии.

Фазо-частотная характеристика в полосе прозрачности выражается соотношением $\varphi(\omega)\approx 2\dfrac{\omega}{\omega_{гр}}=2\dfrac{\omega}{2\pi f_{гр}}$. Вследствие этого временная задержка, создаваемая каждой ячейкой и рассматриваемая как наклон фазовой характеристики, составит:

$$t_{з1}=\left(\frac{d\varphi}{d\omega}\right)_{\omega=0}=\frac{1}{\pi f_{гр}}=\sqrt{LC}.$$

Общее время задержки линии из n цепочек

$$t_{пр}=n\sqrt{LC}. \qquad (11\text{-}37)$$

Для того чтобы линия пропускала импульсы без больших искажений, необходимо пропустить составляющие спектра, лежащие в пределах активной ширины спектра. Полагая в соответствии с (11-30) $\Delta f_{гр}=\Delta f_{и.а}$ и учитывая, что активная длительность фронта $t_{ф.а}=0{,}35/\Delta f_{и.а}$, получаем:

$$f_{гр}=\frac{1}{\pi\sqrt{LC}}=\frac{0{,}35}{t_{ф.а}}=\frac{0{,}35}{\beta t_{и.а}},$$

где β — коэффициент формы импульса (см. стр. 548).

Отсюда получаем соотношения для величины параметров линии по заданным волновому сопротивлению и времени задержки импульса:

$$L=\frac{\beta t_{и.а}}{1{,}1};\quad C=\frac{\beta t_{и.а}}{1{,}1R_{н}};\quad n=1{,}1\frac{t_{пр}}{\beta t_{и.а}},$$

где $R_{н}=W$ — требуемое сопротивление нагрузки, равное волновому сопротивлению линии;

$\beta=t_{ф.а}/t_{и.а}$ — коэффициент формы импульса ($\beta=0{,}1\div0{,}2$).

Величина W выбирается обычно из условий согласования генератора с линией. При этом, однако, следует учесть, что волновое сопротивление линии трудно сделать большим, чем единицы килоом, поскольку при увеличении W растет индуктивность и паразитная емкость может превысить необходимую величину C. Многоячеечные линии имеют время задержки от единиц до нескольких десятков микросекунд.

Для улучшения характеристик линии между отдельными индуктивностями ее ячеек устанавливается индуктивная связь. Оптимальное значение коэффициента связи $K_{св}=0{,}23$.

Конструктивное оформление линий задержки весьма разнообразно. Обычно такие линии выпускаются в виде отдельных узлов и блоков, каждый из которых рассчитан на определенное время задержки.

Ультразвуковые линии задержки

Входной электрический импульс в этих линиях преобразуется в ультразвуковой; последний распространяется в соответствующей звукопроводящей среде и затем поступает на преобразователь ультразвуковых

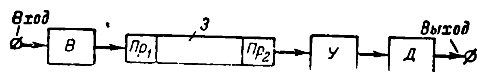


Рис. 11-24. Функциональная схема устройства с ультразвуковой линией задержки.

З — звукопровод; *Пр*1 и *Пр*2 — входной и выходной преобразователи; *В* — возбудитель входного преобразователя; *У* — усилитель; *Д* — амплитудный детектор.

колебаний в электрические (рис. 11-24). Общее время пробега $t_{пр}=l/v$, где l — длина пути импульса; v — скорость распространения ультразвука в данной среде.

Для преобразования используются явления пьезоэлектричества или магнитострикции. В соответствии с этим различают пьезоэлектрические и электромагнитные линии задержки.

Видеоимпульс, подлежащий задержке, поступает сначала на вход возбудителя *В* (обычно — генератор ударного возбуждения, см. стр. 599), где превращается в радиоимпульс. Это необходимо для повышения к. п. д. преобразования электрических сигналов в ультразвуковые при сохранении формы импульса.

Радиоимпульс поступает на ультразвуковой преобразователь $Пр_1$, который возбуждает серию ультразвуковых волн в звукопроводе. В выходном преобразователе $Пр_2$ задержанный ультразвуковой импульс вновь преобразуется в электрические колебания, которые затем усиливаются, детектируются и в виде видеоимпульсов поступают на выход линии.

В качестве задерживающей среды (звукопровода) применяют различные твердые и жидкие вещества, при выборе которых обращают внимание на скорость распространения ультразвука, степень затухания волн при распространении, возможность лучшего согласования преобразователей с веществом и стабильность скорости распространения волн при изменении температуры.

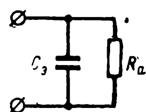


Рис. 11-25. Эквивалентная электрическая схема пьезоэлектрической пластины при резонансе. $R_а$ — акустическое сопротивление излучения кварцевого пьезопреобразователя; $C_э$—электрическая емкость.

При задержке очень коротких импульсов на значительное время иногда применяют метод записи видеоимпульсов на магнитную ленту, проволоку или диск с последующим воспроизведением считывающим устройством через необходимый промежуток времени.

Пьезоэлектрические линии задержки. Для преобразования радиоимпульса в ультразвуковой импульс в этих линиях используются пьезоэлектрические пластины кварца или пьезокерамики. Электрическая эквивалентная схема для преобразователя в виде пластины кристаллического кварца при резонансе может быть представлена соединением акустического сопротивления $R_а$ (*ом*) и эквивалентной емкости $C_э$ (*пф*) (рис. 11-25), которые определяются (для одностороннего излучателя кварцевой пластины X-среза) формулами:

$$R_а = \frac{7 \cdot 10^{12} \rho v}{f_р^2 S},$$

где S — площадь рабочей поверхности пластины, *см*²; $f_р$ — резонансная частота, *гц*; ρ — плотность среды звукопровода, *г/см*³; v— скорость ультразвука, *см/сек*, и

$$C_э \approx 0,4 \frac{S}{d} + C_0,$$

где d — толщина пластины, *см*; S — площадь пластины, *см*²; C_0 — статическая емкость пьезопреобразователя, емкость монтажа и соединительного кабеля, *пф*.

Полезный сигнал увеличивается, если включить последовательно или параллельно с пьезопреобразователем согласующую индуктивность $L = 1/4\pi^2 C_э$.

При конструировании линий следует добиваться минимума потерь на преобразования, которые зависят от способа соединения пластины с звукопроводом. В качестве звукопровода применяют жидкие и твердые среды. В жидких средах возможны только продольные волны, в твердых — поперечные, продольные и поверхностные волны.

Из жидких сред наибольшее распространение получила ртуть (скорость распространения ультразвука $v = 1,44$ *мм/мксек*, затухание на частотах порядка 10—15 *Мгц* — около 4 *дб/м*). Максимальное время задержки ртутных линий обычно находится в пределах 500—1 000 *мксек*, а резонансные частоты преобразователей в пределах 5—30 *Мгц*.

Из твердых сред чаще всего используются сплавы магния ($v = 5,8$ *мм/мксек*). На звукопроводе из сплавов магния возможно конструирование линий на несущие частоты порядка 10—15 *Мгц*, а из плавленого кварца — на 30 *Мгц* и выше.

Для уменьшения габаритов звукопровода применяют многократное отражение ультразвукового луча. Однако при отражении возникают потери энергии и увеличивается уровень паразитных сигналов, обусловленных рассеянием энергии при отражении волн от других граней.

Один из применяемых способов уменьшения габаритов звукопровода состоит в использовании поверхностных волн, так как они имеют наименьшую скорость распространения. Однако при этом возникают большие трудности технического выполнения преобразователей с малыми потерями.

Магнитострикционные линии задержки. Действие линий основано на явлении магнитострикции, т. е. деформации (изменении размеров) некоторых ферромагнитных тел при намагничивании и магнитоупругом эффекте (или обратной магнитострикции), состоящем в изменении ферромагнитных свойств при деформации. Линия состоит из звукопровода (сплавы никеля, кобальта и др.) и двух катушек — передающей и приемной (рис. 11-26).

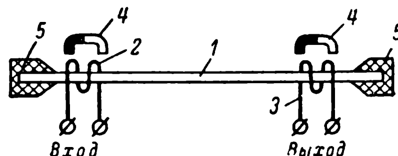


Рис. 11-26. Функциональная схема магнитострикционной линии задержки.

1 — металлическая проволока (звукопровод); *2* — катушка возбуждения; *3* — приемная катушка; *4* — постоянный магнит; *5* — демпфирующие наконечники.

Импульс тока, подводимый к передающей катушке, благодаря магнитострикции создает ультразвуковые волны, распространяющиеся вдоль звукопровода. Эти волны, спустя время $L_з/v_з$, где $L_з$ — расстояние между катушками, а $v_з$ — скорость распространения волн, достигают приемной катушки и благодаря магнитоупругому эффекту индуцируют в ней э. д. с., зависящую от

величины механической деформации. Так как изменение длины при воздействии магнитного поля не зависит от его знака, для устранения нелинейных искажений в местах установки катушек производится дополнительное подмагничивание звукопровода постоянным магнитным полем. При достижении ультразвуковыми волнами концов звукопровода могут возникать нежелательные отражения. Устранение отражений достигается установкой на концах демпфирующих наконечников (поглотителей).

Для наиболее полного преобразования электрической энергии в механическую и обратно обе катушки стремятся расположить возможно ближе к звукопроводу и принимают меры для уменьшения потока рассеяния. Несмотря на это, основная доля потерь падает на преобразователи электрической энергии в механическую и обратно (35—60 *дб*).

В магнитострикционных линиях не удается получить широкую полосу пропускания. Для расширения полосы звукопровод выполняют из тонкостенных трубок малого диаметра или тонких лент.

При распространении импульса вдоль линии наблюдается изменение формы, обусловленное дисперсионным эффектом — зависимостью скорости распространения от частоты.

Искажения возникают также из-за возможных отражений от концов звукопровода и от стенок на изгибах звукопровода, сделанных для уменьшения размеров линии. Достоинствами магнитострикционных линий являются: простота конструкции, малые температурные коэффициенты и невысокая стоимость.

Магнитострикционные линии изготавливаются: с плавным изменением времени задержки (что достигается перемещением приемной катушки вдоль звукопровода) с двумя и с несколькими приемными катушками. В последнем случае можно снимать с одной линии импульсы, задержанные на различные промежутки времени.

11-5. КЛЮЧЕВОЙ РЕЖИМ ЛАМП И ТРАНЗИСТОРОВ

Электронные лампы и транзисторы в импульсных схемах чаще всего работают в ключевом режиме, который характеризуется быстрым переходом из запертого состояния в насыщенное и обратно под воздействием входного сигнала, поступающего на управляющий электрод. В каждом из этих состояний малые изменения входного сигнала не влияют на выходные напряжения и ток.

Степень приближения реальных схем к идеальному ключу (бесконечное сопротивление в разомкнутом и нулевое — в замкнутом состоянии) можно характеризовать перепадом внутренних сопротивлений в обоих состояниях. Кроме того, ключ характеризуется мощностью, требуемой для управления, а также временем перехода схемы из одного состояния в другое.

В отношении длительности процесса переключения и мощности, требуемой для управления ключом, транзисторные элементы уступают ламповым. Однако внутреннее сопротивление замкнутого транзисторного ключа намного меньше, чем лампового, что весьма важно в практических схемах.

При **линейном** усилении прямоугольных импульсов на управляющий электрод усилительного элемента поступают два близко расположенных перепада. Однако в отличие от ключевого режима параметры усилительного элемента в этом случае меняются сравнительно мало и элемент не переходит ни в запертое, ни в насыщенное состояния.

Ключевой режим ламп

В начальном состоянии лампа (пентод) заперта исходным смещением (источник — $E_с$, рис. 11-27, *а*). Положительный перепад $U_к$ при работе в ключевом режиме должен иметь достаточную величину, с тем чтобы перевести лампу в режим насыщения, при котором анодный ток почти не зависит от напряжения на сетке (рис. 11-27, *б*, *в*). Рабочая точка *Н* в этом режиме характеризуется пересечением нагрузочной прямой

$$i_а = \frac{E_а - u_а}{R_а}$$

с линией *ОК* критического режима. Минимальное напряжение перепада, необходимое для достижения этого режима, характеризуется таким напряжением $E_{с.н}$ на сетке лампы *Л*, при котором все характеристики, лежащие выше $E_{с.н}$ ($u_с > E_{с.н}$), проходят через точку *Н*, т. е. $U_ч > E_{с.н}$ (рис. 11-27, *б*, *в*). Анодный ток лампы в этом случае при увеличении напряжения на сетке изменяться не будет. (Заметим, что напряжение $E_{с.н}$ может быть и отрицательным).

При рассмотрении процесса перехода лампы из запертого состояния *З* в насыщенное состояние *Н* необходимо учесть действие паразитной емкости $С_п$, состоящей из емкости монтажа $С_м$, емкости анод—катод лампы $С_{а.к}$ и входной емкости $С_н$ следующего каскада (нагрузки): $С_п = С_м + С_н + С_{а.к}$.

В момент подачи на сетку положительного перепада напряжение на емкости остается неизменным и равным $E_а$, вследствие чего рабочая точка переходит в точку *А* с координатами ($E_а$, $U_н$). Анодный ток лампы $i_а = i_R + i_C$ в этот момент будет равен току i_C емкости $С_п$ (ток $i_R = 0$). По мере разряда емкости $С_п$ рабочая точка перемещается по характеристике $u_с = U_н$ от *А* к *В*, причем составляющая i_C анодного тока $i_а$ лампы уменьшается, а составляющая i_R возрастает, так что общий ток $i_а = i_R + i_C$ меняется мало.

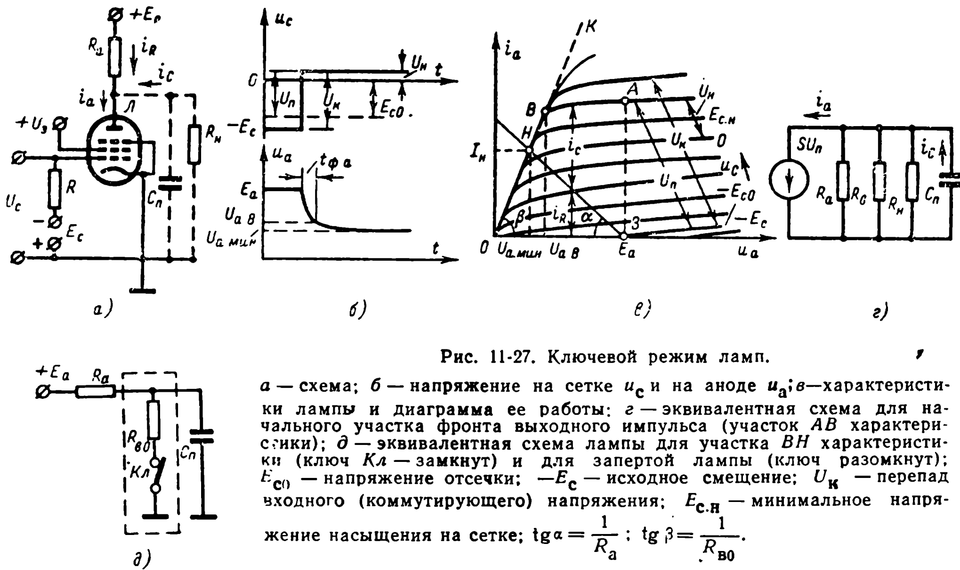


Рис. 11-27. Ключевой режим ламп.

а — схема; *б* — напряжение на сетке $u_с$ и на аноде $u_а$; *в* — характеристики лампы и диаграмма ее работы; *г* — эквивалентная схема для начального участка фронта выходного импульса (участок *АВ* характеристики); *д* — эквивалентная схема лампы для участка *ВН* характеристики (ключ *Кл* — замкнут) и для запертой лампы (ключ разомкнут); $E_{с0}$ — напряжение отсечки; $-E_с$ — исходное смещение; $U_к$ — перепад входного (коммутирующего) напряжения; $E_{с.н}$ — минимальное напряжение насыщения на сетке; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{R_а}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{R_{в0}}$.

Напряжение на аноде изменяется в этом процессе по экспоненциальному закону

$$u_а = E_а - i_а R_а \approx E_а - SU_п R_а e^{-\frac{t}{\tau_ф}},$$

где $U_п = U_к - (E_с - E_{с0})$ — перепад, определяющий анодный ток лампы.

Постоянная времени $\tau_ф$ находится из эквивалентной схемы на рис. 27, *г*, где, кроме сопротивления $R_а$ и внутреннего сопротивления лампы $R_в$, учитывается входное сопротивление $R_к$ нагрузки: $\tau_ф = R_э C_п$ и $\frac{1}{R_э} = \frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_ь} + \frac{1}{R_н}$. Учитывая это, иногда говорят, что емкость $C_п$ разряжается через лампу, анодное сопротивление и нагрузку.

В момент достижения в точки *В* (рис. 11-27, *в*) параметры лампы изменяются; лампа становится эквивалентной новому сопротивлению $R_{в0} = \operatorname{arcctg} 1/\beta$, где β — угол наклона линии критического режима. Постоянная времени новой экспоненты $\tau'_ф = R'_э C_п$, где $R'_э$ находится из соотношения $\frac{1}{R'_э} = \frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_{в0}} + \frac{1}{R_н}$, а эквивалентная схема каскада для этого момента приведена на рис. 11-27, *д* (в пентодах $R_{в0} \ll R_в$ и измеряется долями и единицами килоом и $\tau_ф < \tau'_ф$).

После окончания этого процесса в состоянии насыщения (точка *Н*) напряжение на аноде устанавливается равным $U_{а.мин}$, а ток $I_н$. Таким образом, лампа в этом режиме эквивалентна замкнутому ключу *Кл* с внутренним сопротивлением $R_{в0}$. Фронт импульса при переходе от запертого состояния лампы в насыщенное состоит из двух экспонент с постоянными времени $\tau_ф$ и $\tau'_ф$. Поскольку, однако, изменение напряжения для второй экспоненты (при переходе от *В* в *Н*) мало, ($U_{ав} \approx U_{а.мин}$), фронт импульса определяется первой экспонентой, и активную длительность фронта можно считать равной $t_{ф.а} = 2{,}2\ \tau_ф$ (рис. 11-27, *б*).

При переходе от состояния насыщения к запертому состоянию напряжение на аноде лампы нарастает от $U_{а.мин}$ до $E_а$ по экспоненте с постоянной времени $\tau_с = R''_э C_п$, несколько большей $\tau_ф$, из-за того что внутреннее сопротивление запертой лампы бесконечно велико и $R''_э = \frac{R_а R_н}{R_а + R_н} > R_э$. Активная длительность среза импульса $t_{с.а} = 2{,}2\, R''_э C_п$, а результирующий перепад напряжения на аноде лампы $\Delta u_а = E_а - I_н R_а = I_н R_{в0}$, причем

$$I_н = \frac{E_а}{R_а + R_{в0}}.$$

Для перевода лампы в режим насыщения требуется очень малая мощность, обусловленная зарядом входной емкости и сеточным током лампы.

Здесь уместно сделать несколько важных замечаний относительно усиления видеоимпульсов, при котором режим работы электронной лампы остается линейным и рабочая точка не достигает линии критического режима. Фронт и срез импульса напряжения на аноде изменяются по экспоненте с постоянной времени $\tau_ф$. Амплитуда импульсов на аноде равна $U_{и.а} \approx SR_а U_и$, где $U_и$ — амплитуда входных импульсов.

Для уменьшения длительности фронта и среза импульса $t_ф = t_с \approx 3R_э C_п$ стремятся выбирать небольшую величину сопротивления

$R_а \approx R_в$. При этом, однако, падает коэффициент передачи $K = SR_а$. В видеоусилителях для сохранения формы импульсов при значительной величине сопротивления $R_а$ используют специальные схемы коррекции (см. § 10-6).

Пригодность лампы для усиления импульсов удобно характеризовать с величиной $G = S/C_{а.к}$ (табл. 11-2).

Таблица 11-2

Тип лампы	6Ж2Б	6Ж2П	6Ж11П	6П14П
Крутизна характеристики S, *ма/в*	3,2	3,9	28	11,3
G, *1/мксек*	190	1 600	6 000	1 620
G', *1/мксек*	360	570	1 540	630

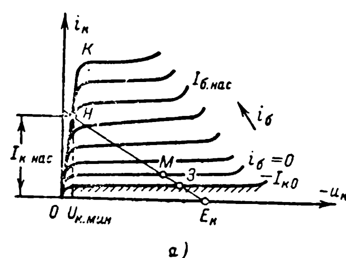
Примечание. В таблице $G' = \dfrac{S}{C_{а.к} + C_{с.к}}$, где $C_{с.к}$ — входная емкость следующего резистивного усилительного каскада, использующего лампу того же типа.

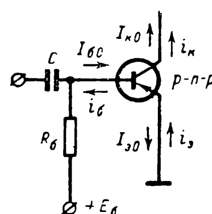
Из приведенных соотношений следует, что $K/t_{ф.а} = 0{,}45\,G$ или $t_{ф.а} = 2{,}2\dfrac{K}{G}$. Таким образом, увеличение крутизны фронта при заданном коэффициенте усиления или увеличение коэффициента усиления при заданной крутизне фронта может быть достигнуто только увеличением G.

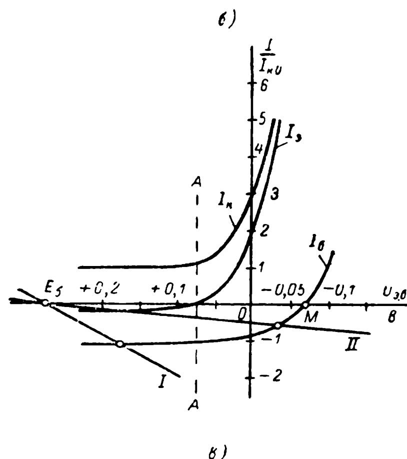
Ключевой режим транзисторов

Наибольшее распространение в импульсной технике нашла схема с общим эмиттером. При работе в ключевом режиме транзистор переходит от запертого состояния к насыщенному и обратно. В отличие от электронной лампы транзистор в насыщенном состоянии имеет небольшое входное сопротивление и базовая цепь потребляет от предшествующего каскада заметную энергию. Поэтому управление транзисторами производится входным током; соответственно выходные характеристики $i_к$, $u_к$ транзистора (рис. 11-28, *а*) строятся обычно для различных постоянных значений тока базы $i_б$.

Запирание транзистора достигается подачей на его базу обратного смещающего напряжения $E_б$, положительного относительно эмиттера для транзистора типа *р-п-р* (рис. 11-28, *б*) и отрицательного для транзистора типа *п-р-п*. Оба перехода при этом заперты. Токи, протекающие в цепях электродов транзистора в режиме запирания, называют обратными. Обратные токи $I'_{б0}$, $I'_{э0}$, $I'_{к0}$ транзистора, включенного по схеме на рис. 11-28, *б*, несколько отличаются от обратных токов $I_{б0}$, $I_{к0}$, $I_{э0}$ изолированных *р-п* переходов, когда соответствующие внешние цепи коллектора и эмиттера разомкнуты (значения этих токов обычно приводятся в спра-







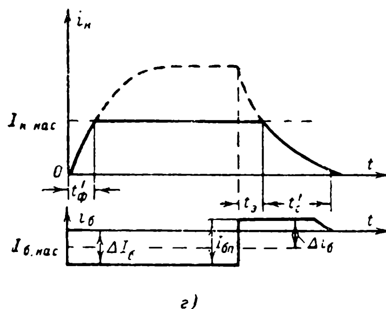


Рис. 11-28. Ключевой режим транзисторов.

а — выходные (коллекторные) характеристики; *б* — схема подачи запирающего напряжения; $I'_{б0}$, $I'_{к0}$, $I'_{э0}$ — токи транзистора в запертом состоянии; $i_б$, $i_к$, $i_э$ — токи в рабочем режиме усиления коллектора; *в* — характеристики базовой цепи в запертом состоянии; *г* — временна́я диаграмма тока базы и коллектора.

вочниках). Для приближенных расчетов их, однако, можно полагать одинаковыми:

$$I_{б0} \approx I'_{б0};\quad I_{к0} \approx I'_{к0};\quad I_{э0} \approx I'_{э0}.$$

Токи $I_{б0}$ и $I_{э0}$ отличаются от прямых токов $i_б$ и $i_э$ не только величиной, но и направлением (рис. 11-28, *б*), а ток $I_{к0}$ отличается от $i_к$ только величиной.

В запертом состоянии втекающий ток базы (для транзистора типа *p-n-p*) приблизительно равен обратному току $I_{к0}$ коллекторного перехода. Это объясняется тем, что ток $I_{к0}$, вызванный главным образом тепловой генерацией дырок, зависит только от температуры и не зависит от напряжения на эмиттерном переходе (при ширине базы, значительно меньшей диффузионной длины). Поэтому ток базы остается практически равным величине $I_{к0}$ и при наложении обратного напряжения на эмиттерный переход.

Ввиду этого для транзистора в запертом состоянии можно полагать $I_{э0} \approx 0$; $-I_{б0} \approx I_{к0}$. (Практически обратный ток базы превышает обратный ток коллектора на доли или единицы процента.)

Зависимость токов транзистора от напряжения база — эмиттер иллюстрируется кривыми на рис. 11-28, *в*. Область, лежащая левее границы *А—А*, соответствует режиму глубокой отсечки запертого транзистора, когда практически отсутствует зависимость токов от потенциала базы. Отсутствие этой зависимости позволяет рассматривать вход и выход запертого транзистора как генераторы тока: для входа (база — эмиттер) $I_{б0} = -I_{к0}$, а для выхода (коллектор — эмиттер) $I_{к0}$.

Напряжение $u_{к.э}$ на коллекторе запертого транзистора равно:

$$u_{к.э} = E_к - I_{к0} R_к,$$

где $E_к$ — напряжение коллекторного источника;
$R_к$ — сопротивление резистора в цепи коллектора.

Если $R_к$ невелико (что обычно и выполняется в схемах с транзистором, работающим в ключевом режиме), то $I_{к0}R_к \ll E_к$ и в закрытом состоянии транзистора $u_{к.э} \approx E_к$.

Следует иметь в виду, что $I_{к0}$ существенно зависит от температуры. Для германиевых транзисторов справедливо приближенное соотношение

$$I_{к0}(t^\circ) \approx (I_{к0})_0\, 2^{\frac{t^\circ - t_0^\circ}{10^\circ}},$$

где $(I_{к0})_0$ — значение $I_{к0}$ при температуре t_0° С.

Справа от границы *А—А* находится область, соответствующая переходу транзистора в активный режим (рис. 11-28, *в*). С уменьшением потенциала базы ток эмиттера существенно увеличивается и меняет знак, а ток базы вначале остается практически неизменным. С дальнейшим понижением потенциала базы начинает меняться и ток базы, а при некотором значении этот ток меняет свое направление. При токе базы, равном нулю, транзистор уже не заперт и ток коллектора не равен $I_{к0}$, а имеет величину $(\beta+1)\, I_{к0}$, где β — коэффициент усиления тока базы. На характеристиках, изображенных на рис. 28, *а*, этому току (при $i_б = 0$) соответствует точка *М*.

Заметим, что потенциал запирания при понижении температуры от +60 до —60° С меняется от +0,1 до —0,2 *в* для германиевых транзисторов типа *p-n-p*. У кремниевых транзисторов потенциал запирания всегда положителен и меняется для того же диапазона температур от 0,35 до 0,65 *в*.

Для того чтобы транзистор находился в запертом состоянии, цепь базы через резистор $R_б$ подключают к источнику напряжения смещения $E_б$ (рис. 11-28, *б*).

Если сопротивление резистора $R_б$ велико, то токи базы и эмиттера могут быть недопустимо большими. На рис. 11-28, *в* изображены две нагрузочные прямые: *I* — для малого сопротивления, *II* — для большого. При малом сопротивлении транзистор находится в запертом состоянии, а при большом — в области активного режима, хотя цепь транзистора и подключена к источнику положительного смещения $E_б$. Величину $E_б$ следует выбрать из условия

$$E_б \geqslant I_{б\,0\,макс} R_б,$$

где $I_{б\,0\,макс} \approx I_{к0}$.

Максимальное значение токов взято с учетом изменения температуры и разброса параметров транзисторов.

Следует иметь в виду, что $E_б$ нельзя выбирать слишком большой из-за возможности пробоя эмиттерного перехода. Для дрейфовых триодов при большом сопротивлении в цепи базы пробой неопасен, так как свойства эмиттерного перехода вновь восстанавливаются.

Насыщение транзистора соответствует открытому состоянию обоих переходов (т. е. в транзисторе типа *n-p-n* $u_{б.э} > 0$, $u_{к.б} < 0$, а в транзисторах типа *p-n-p* $u_{б.э} < 0$, $u_{к.б} > 0$). Перевод в эту область из активного режима осуществляется путем увеличения тока базы до состояния, при котором ток коллектора достигает максимального значения $I_{к.нас}$ (точка *Н*, рис. 11-28, *а*). При этом также увеличивается ток коллектора, а напряжение на коллекторном переходе по абсолютной величине убывает. Точка *Н* режима насыщения определяется пересечением линии *ОК* критического режима и нагрузочной прямой (рис. 11-28, *а*)

$$u_к = -E_к + i_к R_к.$$

Линия *ОК* у большинства транзисторов идет весьма круто и почти совпадает с осью ординат. Поэтому практически можно полагать

$$I_{к.нас} \approx \frac{E_к}{R_к},$$

что эквивалентно состоянию, когда сопротивление участка эмиттер — коллектор равно нулю.

В режиме насыщения разность потенциалов между любой парой выводов отличается от нуля. Это отличие, как правило, не превосходит 0,1—0,5 *в* для германиевых и 0,5—1,2 *в* — для кремниевых транзисторов. Поэтому при достаточно высоких напряжениях питания насыщенный триод практически можно считать точкой с единым потенциалом всех электродов.

Минимальное значение тока базы, необходимое для перевода транзистора в режиме насыщения,

$$I_{б.нас}=\frac{I_{к.нас}}{\beta}\approx\frac{E_к}{\beta R_к},$$

где β — коэффициент усиления тока базы. Дифференциальный коэффициент усиления β тока базы зависит от режима транзистора. Это обстоятельство приводит к необходимости использования для расчетов в режиме насыщения некоторого среднего коэффициента усиления тока базы β, определяемого как отношение тока коллектора к току базы при достаточно малом коллекторном напряжении и при больших токах — порядка рабочих токов ключа. В справочниках иногда приводятся параметры транзисторов в режиме переключения. При отсутствии таких данных можно принять значение β, на 30—40% меньшее, чем при нормальном усилительном режиме.

Для работы в режиме насыщения ток базы $i_б$ должен быть по абсолютной величине больше $I_{б.нас}$. Степень насыщения транзистора характеризуется коэффициентом насыщения s:

$$s=\frac{i_б}{I_{б.нас}},$$

причем на границе насыщения $s=1$. Из-за большого разброса параметра β для разных экземпляров транзистора, а также с целью уменьшения влияния температурных изменений в ключевых каскадах обычно вводят определенный запас по насыщению. При этом, однако, следует учитывать, что увеличение запаса хотя и дает повышение стабильности выходных параметров ключевой схемы, но приводит к снижению быстродействия схемы, поскольку для вывода транзистора из насыщения требуется некоторое время, тем большее, чем больше s.

Важным показателем ключевого каскада является время его включения и выключения. Полупроводниковый триод в отличие от электронной лампы обладает заметной инерционностью. При подаче в базу запертого транзистора перепада тока $\Delta I_б$ ток коллектора изменяется по экспоненте

$$i_к=\beta\Delta I_б\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}\right), \qquad (11\text{-}40)$$

с постоянной времени $\tau_\beta=1/2\pi f_\beta$, где f_β — граничная частота коэффициента передачи тока базы,

$$f_\beta=(1-\alpha)f_\alpha\approx\frac{f_\alpha}{\beta},$$

f_α — граничная частота коэффициента α передачи тока эмиттера; β — среднее значение коэффициента передачи тока базы.

Если установившееся значение тока коллектора $i_{к.уст}=I_к$, определяемое этой формулой, превышает величину $I_{к.нас}$, то после достижения коллекторным током величины $I_{к.нас}$ дальнейшего изменения тока коллектора не происходит.

Длительность фронта импульса коллекторного тока определяется в этом случае моментом достижения коллекторным током значения $I_{к.нас}$ (рис. 11-28, *г*):

$$I_{к.нас}=\beta\Delta I_б\left(1-e^{-\frac{t'_ф}{\tau_\beta}}\right)$$

и

$$t'_ф=\tau_\beta\ln\frac{\beta\Delta I_б}{\beta\Delta I_б-I_{к.нас}}.$$

Если $\beta\Delta I_б\gg I_{к.нас}$, то

$$t'_ф=\tau_\beta\ln\frac{1}{1-\frac{I_{к.нас}}{\beta\Delta I_б}}\approx$$

$$\approx\tau_\beta\frac{I_{к.нас}}{\beta\Delta I_б}=\frac{\tau_\beta}{s}. \qquad (11\text{-}41)$$

Таким образом, длительность переходного процесса нарастания коллекторного тока тем меньше, чем больше коэффициент насыщения, при котором работает транзисторный каскад.

Приведенные формулы не учитывают емкости коллекторного перехода $C_к$, а также паразитных емкостей.

С учетом влияния $C_к$ длительность фронта можно приближенно оценить по формуле

$$t''_ф\approx(\tau_\beta+\beta R_к C_к)\frac{1}{s}. \qquad (11\text{-}42)$$

Переход из области насыщения в область отсечки имеет два этапа:

а) рассасывание носителей из области базы, когда коллекторный ток не меняется и остается равным $I_{к.нас}$;

б) спад тока до значения $I_{к0}$.

Время $t_з$ рассасывания носителей вызывает задержку (рис. 11-28, *г*) процесса запирания ключевой схемы:

$$t_з=\tau\ln\frac{\beta I_{б.п}}{\beta I_{б.п}-(s-1)I_{к.нас}}, \qquad (11\text{-}43)$$

где $\tau=(0,5\div1)\tau_\beta$ — постоянная времени инверсного включения транзистора (т. е. когда эмиттер и коллектор меняют местами);

$I_{б.п}$ — скачок (перепад) запирающего тока базы (рис. 11-28, *г*).

В случае большого запирающего сигнала $\beta I_{б.п} \gg (s-1) I_{к.нас}$ и время задержки определяется выражением

$$t_з \approx \tau \frac{(s-1) I_{к.нас}}{\beta I_{б.п}}. \qquad (11\text{-}44)$$

После рассасывания носителей транзистор оказывается на границе активной области и процесс установления тока коллектора происходит по закону

$$i_к = I_{к.нас} - \beta \Delta i_б \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}\right), \qquad (11\text{-}45)$$

где

$$\Delta i_б = I_{б.п} - (s-1) I_{б.нас},$$

$I_{б.нас}$ — ток базы, при котором наступает насыщение.

Величина времени спада тока определяется выражением

$$t'_с \approx \tau_\beta \ln \frac{\beta \Delta i_б}{\beta \Delta i_б - I_{к.нас}} \qquad (11\text{-}46)$$

или при сильном сигнале

$$t''_с \approx \frac{\tau_\beta}{\beta} \frac{I_{к.нас}}{\Delta i_б}. \qquad (11\text{-}47)$$

Влияние емкости $C_к$ на время спада тока может быть учтено так же, как и для времени нарастания коллекторного тока.

Путем использования различных схемных решений возможно сокращение длительности переходных процессов в транзисторной ключевой схеме.

Методы сокращения длительности переходных процессов в транзисторном ключе

Требования к величине включающего сигнала (тока базы в схеме с общим эмиттером) с точки зрения повышения быстродействия ключа противоречивы. С одной стороны, для получения короткого фронта включения этот ток нужно увеличивать, но, с другой стороны, при увеличении тока базы возрастает степень насыщения включенного транзистора, что приводит к увеличению времени рассасывания носителей из области базы.

Одним из способов увеличения быстродействия ключевых схем является включение в цепь базы параллельно соединенных конденсатора и резистора (рис. 11-29). При подаче прямоугольного отпирающего импульса от источника с э. д. с. $U_и$ начальный ток базы (если пренебречь входным сопротивлением транзистора)

$$I_{б.нач} \approx \frac{U_и}{R_1},$$

где R_1 — внутреннее сопротивление источника входного импульса.

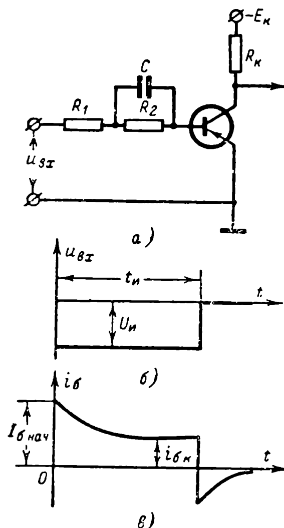


Рис. 11-29. Ключевой режим транзистора с *RC*-цепью.

а — схема; *б* — входной импульс; *в* — ток базы.

Ввиду того что $I_{б.нач}$ велико, процесс включения транзистора происходит с большой скоростью. Если τ выбрать из условия

$$T_0 < \tau \leqslant \frac{t_и}{3\div4},$$

где T_0 — время входа транзистора в насыщение;

$$\tau = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$t_и$ — длительность входного импульса, то к моменту окончания импульса базовый ток

$$i_{б.к} \approx \frac{U_и}{R_1 + R_2} \ll I_{б.нас}.$$

Таким образом, уменьшение тока базы к моменту выключения приведет к уменьшению времени рассасывания.

Применение цепи *RC* приводит также и к ускорению спада коллекторного тока, так как при подаче запирающего импульса происходит выброс запирающего тока базы.

Эффективным способом уменьшения длительности выключения транзистора является использование нелинейной отрицательной обратной связи по схеме на рис. 11-30.

В отсутствие входного тока $i_{вх}$ транзистор заперт и потенциал базы примерно равен $E_б$. Отпирание транзистора происхо-

дит при входном токе $i_{вх} \approx E_б/R_б$. Пока напряжение $u_{к.б}$ больше падения напряжения на сопротивлении R, диод $Д$ закрыт, но с ростом входного тока напряжение $u_{к.б}$ становится равным падению напряжения $i_R R$ на сопротивлении R и диод отпирается.

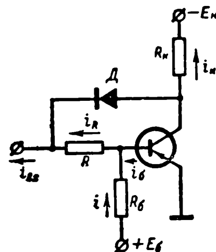


Рис. 11-30. Схема транзисторного ключа с нелинейной обратной связью.

При дальнейшем росте $i_{вх}$ часть входного тока идет через диод, что приводит к уменьшению коэффициента усиления схемы. Это позволяет при правильном выборе параметров схемы предотвратить глубокое насыщение транзистора и тем самым устранить задержку, обусловленную рассасыванием зарядов.

При работе в широком интервале температур для полного отпирания триода при $\beta = \beta_{мин}$ необходимо, чтобы входной ток был не менее величины

$$i_{вх.м} = \frac{E_к}{\beta_{мин} R_к} + \frac{E_б}{R_б}.$$

Это же условие должно быть выполнено в случае расчета режима транзистора для схем при их массовом производстве, когда невозможно подобрать транзисторы к каждому экземпляру схемы.

Сопротивление R следует выбрать из условия

$$i_{вх.м} R > u_д,$$

где $u_д$ — величина, несколько большая падения напряжения на диоде при токе $i_{вх.м}$.

Схема обладает тем отрицательным свойством, что остаточное напряжение $U_{к.э}$ на открытом ключе больше, чем при насыщенном режиме, так как включение диода приведет к увеличению коллекторного тока транзистора.

11-6. ОГРАНИЧИТЕЛИ

Ограничителем называют электронное устройство, в котором выходное напряжение:

а) меняется пропорционально входному, если последнее лежит внутри интервала, ограниченного (сверху, снизу или с обеих сторон) напряжениями, которые называются *порогами ограничения*;

б) остается неизменным, если входное напряжение лежит за пределами этого интервала (т. е. выходит за пороги ограничения). Неизменные ограничивающие напряжения называются *уровнями ограничения*.

В ограничителях до достижения порогов выходное напряжение меняется пропорционально входному; при этом схему можно характеризовать, как и обычный усилитель, коэффициентом передачи. После превышения порогов выходное напряжение остается постоянным и равным уровням ограничения.

Основной характеристикой ограничителя является зависимость выходного напряжения от входного. В зависимости от коэф-

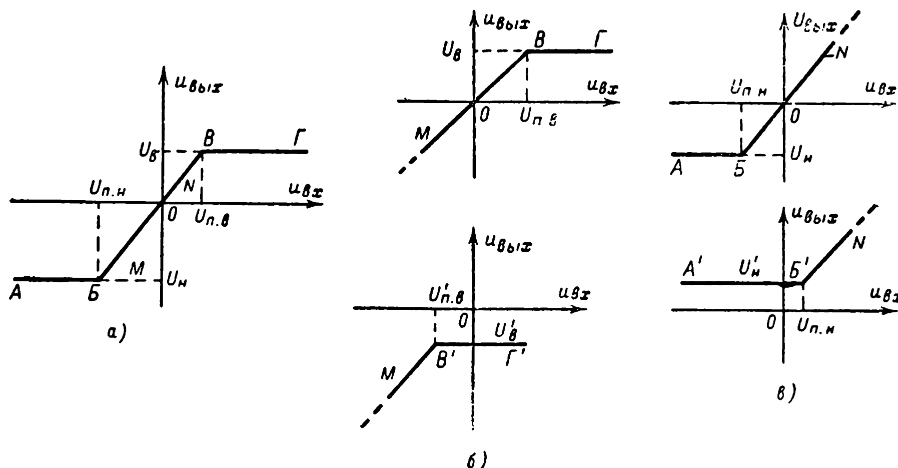


Рис. 11-31. Характеристики ограничителей.

а — двустороннего ограничителя с положительными верхними порогом $U_{п.в}$ и уровнем $U_в$ и отрицательными нижними порогом $U_{п.н}$ и уровнем $U_н$ ограничения; *б* — ограничителя снизу; *МВГ* — с положительным порогом $U_{п.в}$ и уровнем $U_в$ ограничения; *МВ'Г'* — с отрицательнаым порогом $U'_{п.в}$ и уровнем $U'_в$; *в* — ограничителя сверху; *NБА* — с отрицательными порогом $U_{п.н}$ и уровнем $U_н$; *NБ'А'* — с положительными порогом $U'_{п.н}$ и уровнем $U'_н$.

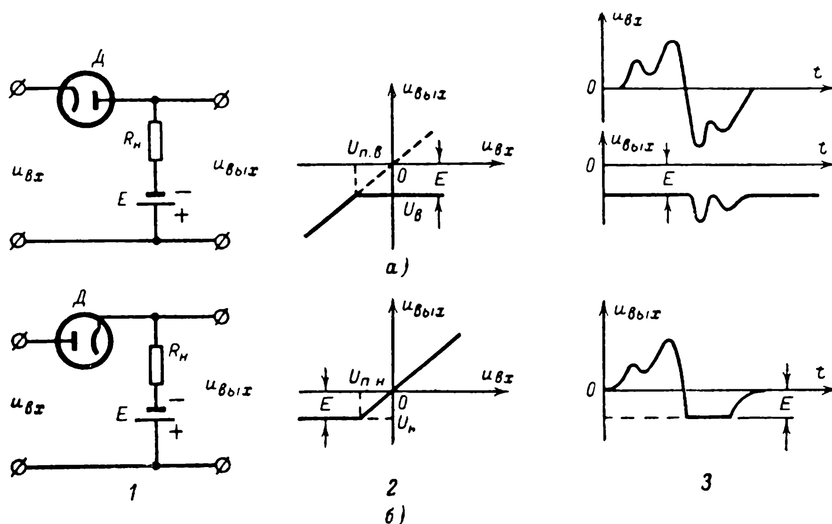


Рис. 11-32. Последовательные диодные ограничители.

а — ограничитель сверху с отрицательным порогом и уровнем: $U_{п.в}=U_в=-E$; *б* — ограничитель снизу с отрицательным порогом и уровнем $U_{п.н}=U_н=-E$; *1*—схемы; *2* — характеристики; *3* — входное $u_{вх}$ и выходное $u_{вых}$ напряжения; типовые параметры схемы: *Д* — 6Х2П; $R_н=50\div20$ *ком*.

фициента передачи *K* на линейном участке *MN* характеристики (рис. 11-31, *а*) различают ограничители без усиления ($K\approx1$) и ограничители с усилением ($K>1$). В ограничителе без усиления пороги совпадают с уровнями ограничения; в ограничителе с усилением они различны.

В зависимости от соотношения между величиной входного напряжения и порогами ограничения различают следующие виды ограничителей:

ограничители сверху (по максимуму), когда в процессе работы при увеличении входного напряжения (рис. 11-31, *б*) достигается только верхний порог $U_{п.в}$, т. е. рабочая точка выходит только на горизонтальный участок *ВГ* или *В'Г'*;

ограничитель снизу (по минимуму), когда в процессе работы (при уменьшении входного напряжения) достигается только нижний порог $U_{п.н}$ (рис. 11-31, *в*), т. е. рабочая точка выходит на горизонтальный участок *АБ* или *А'Б'*;

двусторонний ограничитель, когда в процессе работы достигаются оба порога ограничения (рис. 11-31, *а*).

В состав ограничителя входит нелинейный элемент — ламповые или полупроводниковые диоды (ограничители без усиления), а также электронные лампы и транзисторы (ограничители с усилением).

Диодные ограничители

Действие диодных ограничителей основано на использовании нелинейных свойств диодов — резкого различия сопротивлений при перемене полярности приложенных к электродам напряжений. В схемах ограничителей диоды могут включаться последовательно и параллельно нагрузочному сопротивлению.

Последовательные диодные ограничители сверху и снизу (рис. 11-32). Параметры схемы выбираются из условия: $R_д \ll R_н \ll R_{д.обр}$, где $R_д$ и $R_{д.обр}$ — внутреннее сопротивление диода в прямом и обратном направлении (для вакуумных диодов неравенство $R_н \ll R_{д.обр}$ выполняется всегда). Сопротивление $R_н$ представляет собой параллельное соединение входного сопротивления последующего каскада и резистора *R*, установленного в схеме ограничителя.

Для снижения влияния паразитной емкости (главным образом входной следующего каскада) величину $R_н$ выбирают по возможности небольшой (обычно $R_н=20\div50$ *ком*). В ограничителе сверху катод диода соединяется с входным, а анод — с выходным зажимом; в ограничителе снизу полярность включения диода — обратная.

Для установления порога (уровня) ограничителя последовательно с сопротивлением включается источник смещения *E**.

При запертых диодах (когда $u_{вх}\geqslant-E$ для схемы рис. 11-32, *а* и $u_{вх}\leqslant-E$ для схемы рис. 11-32, *б*) цепь тока входного сигнала разорвана, ток через сопротивление $R_н$ не проходит и выходное напряжение

* Здесь и в дальнейшем через *E* обозначаются абсолютные значения э. д. с.

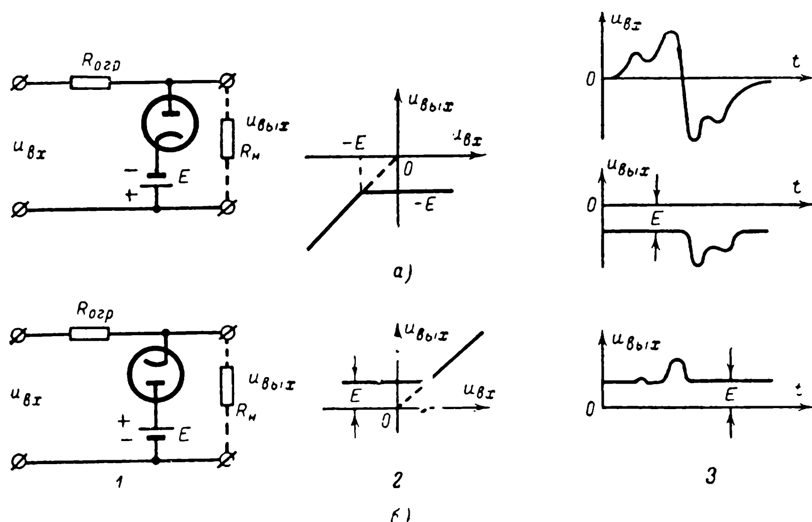


Рис. 11-33. Параллельные диодные ограничители.

а — ограничитель сверху с отрицательным порогом и уровнем $U_{п.в} = U_в = -E$; *б* — ограничитель снизу с положительным порогом и уровнем $U_{п.н} = U_н = -E$; *1* — схемы; $R_н$ — входной (нагрузочный) резистор следующего каскада; *2* — характеристики; *3* — входное $u_{вх}$ и выходное $u_{вых}$ напряжения.

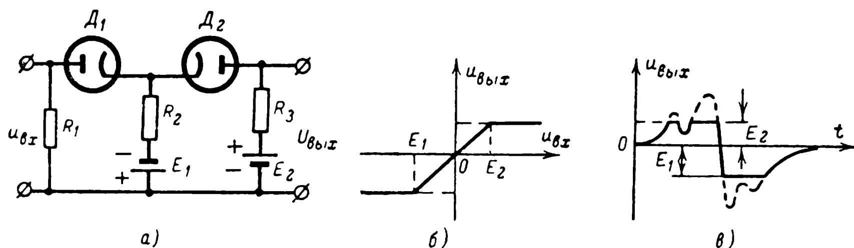


Рис. 11-34. Двусторонний последовательный ограничитель.

а — схема с диодом 6Х2П; $R_1 = R_3 = 20$ *ком*; $R_2 = 2$ *ком*; *б* — характеристика; *в* — диаграмма выходного напряжения (пунктиром обозначен входной сигнал за порогами ограничения).

остается неизменным и равным $-E$, т. е. происходит ограничение входного напряжения на уровне $-E$. Когда диоды открыты ($u_{вх} < -E$ для рис. 11-32, *а* и $u_{вх} > -E$ для рис. 11-32, *б*), выходное напряжение практически повторяет входное напряжение, так как из-за неравенства $R_н \gg R_д$ падение напряжения на диоде невелико.

Если напряжение на вход последовательного ограничителя подается с предшествующего устройства через разделительный конденсатор, то вход ограничителя должен быть зашунтирован резистором $R_р$ сопротивлением, имеющим тот же порядок, что и сопротивление $R_н$. При большой величине $R_н$ может произойти изменение уровня ограничения, а при малом $R_н$ нагружается источник сигналов.

Параллельные диодные ограничители сверху и снизу (рис. 11-33). В схеме выбирают $R_д \ll R_{огр} \ll R_н \ll R_{д.обр}$. При открытом диоде (когда $u_{вх} > -E$ для схемы рис. 11-33, *а* и $u_{вх} < E$ для схемы рис. 11-33, *б*) большая часть входного напряжения падает на резисторе $R_{огр}$ и выходной сигнал практически остается неизменным, т. е. происходит ограничение. При запертом диоде выходное напряжение практически повторяет входное.

Двусторонние ограничители (рис. 11-34) можно получать, применяя ограничение снизу и сверху. Если во время действия положительной полуволны входное напряжение превзойдет величину E_2, диод $Д_2$ запрется и уровень выходного напряжения будет поддерживаться неизмененным и равным $+E_2$. Если во время действия отрицательной полуволны входное напряжение становится меньше величины $-E_1$, диод $Д_1$ запирается и выходное напряжение остает-

ся неизменным и равным $u_{вых}=\dfrac{E_2R_2-E_1R_3}{R_2+R_3}$ или при $R_2 \ll R_3$ $u_{вых} \approx -E_1$. Таким образом, ограничитель имеет нижний порог (уровень) ограничения $-E_1$ и верхний порог (уровень) $+E_2$.

Особенности использования полупроводниковых диодов. В схемах диодных ограничителей используют плоскостные и точечные полупроводниковые диоды. Плоскостные диоды имеют малое прямое сопротивление (единицы и десятки ом) и большое обратное (до единиц мегом); в точечных диодах прямое сопротивление в 2—3 раза больше. Однако по сравнению с точечными плоскостные диоды обладают сравнительно большой емкостью (от единиц до сотни пикофарад). Из точечных диодов для ограничителей больше подходят кремниевые, поскольку они обладают большим обратным сопротивлением (до единиц мегом).

При ограничении импульсов длительностью больше 2—5 *мксек* хорошие результаты получаются при использовании плоскостного диода Д310. Для импульсов меньшей длительности обычно используются кремниевые точечные диоды.

При ограничении кратковременных импульсов (короче 1 *мксек*) необходимо считаться с эффектом накопления неосновных носителей в области *p-n* перехода, когда диод включен в прямом направлении. Вследствие этого в момент запирания диода увеличивается обратный ток и уменьшается обратное сопротивление. По мере рассасывания (рекомбинации) носителей обратный ток и обратное сопротивление восстанавливаются до исходных значений. Малое время восстановления имеют некоторые импульсные диоды, например диод Д18 с временем восстановления 0,03—0,06 *мксек*.

Последовательное включение диодов увеличивает обратное пробивное напряжение (что позволяет подавать на вход ограничителей сигналы большой амплитуды). Однако при этом также возрастает величина прямого сопротивления, а отдельные образцы диодов одного типа имеют большой разброс обратных сопротивлений и пробивных напряжений (различие достигает 20 раз по сопротивлению и 2 раза по напряжению). Кроме того, обратные ветви диодов имеют неодинаковые температурные коэффициенты. Все это приводит к тому, что приложенное к цепочке последовательно соединенных диодов обратное напряжение распределяется неравномерно и в худших условиях оказывается диод с бо́льшим обратным сопротивлением. В такой цепи выход из строя одного диода может привести к пробою всех остальных.

Поэтому для исключения пробоя диодов желательно предварительно подобрать диоды по величине обратного тока при наибольшей амплитуде обратного напряжения. (Обратные токи не должны различаться более чем на 10%). Из-за того что характеристики обратных токов у различных экземпляров диодов неидентичны, особенно при изменении температурных режимов, для надежной работы каждый диод целесообразно шунтировать резисторами сопротивлением

$$R_ш \approx 0{,}2\frac{U_{обр.макс}}{I_{обр.макс}},$$

где $U_{обр.макс}$ — наибольшая амплитуда обратного напряжения;

$I_{обр.макс}$ — наибольший обратный ток при $U_{обр.макс}$.

Параллельное включение диодов можно применять для повышения величины прямого тока; при этом рекомендуется или производить предварительный отбор образцов по величине прямого сопротивления, или включать в каждую ветвь последовательно с диодом небольшое выравнивающее сопротивление; это сопротивление, однако, должно быть значительно больше прямого сопротивления диода и имеет обычно порядок 5—10 *ом*.

Ограничители с опорными диодами (стабилитронами)

Для стабилитронов характерен «пробойный» режим, который наступает при определенном напряжении $U_{оп}$ и характеризуется ничтожным дифференциальным сопротивлением (рис. 11-35). Пробойный режим не

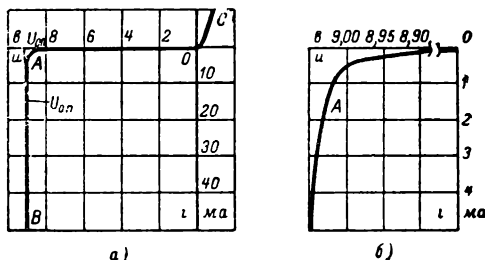


Рис. 11-35. Характеристика стабилитрона (опорного диода).

а — общая характеристика; *б* — детальная характеристика в области пробойного напряжения; *OC* — участок характеристики для прямого направления включения; *OA* — участок высокого сопротивления для обратного включения; *AB* — участок малого сопротивления для обратного включения (пробивной режим); $U_{оп}$ — пробивное напряжение.

связан с движением через переход неосновных носителей, поэтому в опорном диоде отсутствуют инерционные явления, обусловленные накоплением и рассасыванием носителей. В области положительных (прямых) напряжений на электродах характеристики опорных диодов не имеют существенных особенностей по сравнению с характеристиками обычных диодов.

Схема ограничителя с опорным диодом отличается от схемы параллельного ограни-

чителя только обратным включением диода. Порог ограничения в схеме ограничителя сверху (рис. 11-36, *а*) равен опорному напряжению $U_{оп}$. Сопротивление ограничительного резистора $R_{огр}$ выбирается из условия $R_{огр} \gg R_{д.п}$, где $R_{д.п}$ — сопротивление диода на пробивном участке. Для получения ограничителя снизу опорный диод включается в противоположном направлении; порог ограничения становится при этом равным $U_{оп}$.

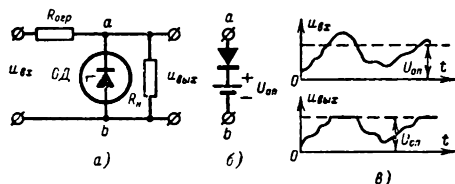


Рис. 11-36. Ограничитель сверху с опорным диодом.

а — схема: *ОД* — опорный диод; $R_{огр}$ — сопротивление ограничителя; $R_н$ — эквивалентное сопротивление нагрузки последующих каскадов; $R_{огр} > R_н > R_{д.п}$; *б* — эквивалентная схема опорного диода; *в* — входное $u_{вх}$ и выходное $u_{вых}$ напряжения; порог ограничения равен $U_{оп}$.

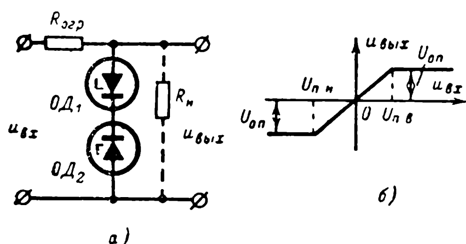


Рис. 11-37. Двусторонний ограничитель с опорными диодами.

а — схема; если входное напряжение $u_{вх}$ превышает $+U_{пр}$, пробивается нижний диод $ОД_2$ и $R_н$ шунтируется открытым верхним диодом; если $u_{вх}$ падает ниже $-U_{оп}$, пробивается верхний диод $ОД_1$ и $R_н$ шунтируется открытым нижним диодом; *б* — характеристика $U_{п.н} = U_{п.в} = U_{оп}$.

При построении схем ограничителей следует иметь в виду, что в области обратного включения для опорного диода справедлива эквивалентная схема на рис. 11-36, *б*. При подаче двуполярных сигналов происходит двустороннее ограничение, обусловленное правой ветвью характеристики диода и наличием пробойного участка.

Опорные диоды можно соединять последовательно (для увеличения порога ограничения) и встречно (для образования схем двусторонних симметричных ограничителей рис. 11-37). Параллельное соединение стабилитронов не допускается.

Ограничители с усилительными элементами

Использование в схемах ограничителей усилительных ламп и транзисторов позволяет осуществить ограничение с одновременным усилением. Ограничение происходит, когда лампа или транзистор под действием входного сигнала переходит в нелинейный режим.

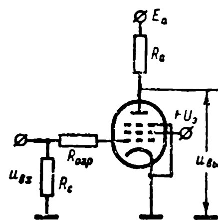


Рис. 11-38. Схема сеточного ограничителя сверху.

$R_{огр} \gg R_{с.к}$, где $R_{с.к} \approx 1 \div 2$ *ком*.

Ограничители с усилительной лампой. Ограничение входного сигнала снизу достигается путем отсечки анодного тока, а ограничение сверху можно получить в сеточном и анодном ограничителях.

Сеточный ограничитель (рис. 11-38) создает ограничение из-за нелинейных свойств участка сетка — катод лампы, который действует как диод в схеме параллельного диодного ограничителя (рис. 11-33, *а*). После появления сеточного тока напряжение на сетке лампы не изменяется, поскольку $R_{огр} \gg R_{с.к}$ (где $R_{с.к}$ — сопротивление участка сетка — катод лампы в области сеточных токов). Вследствие этого напряжение на аноде также остается постоянным.

Анодный ограничитель действует при достаточно большом сопротивлении анодной нагрузки, при котором в момент достижения напряжения на сетке порога ограничения устанавливается режим насыщения (рабочая точка выходит на линию критического режима, см. стр. 555), так что дальнейший рост напряжения на сетке не меняет величины анодного тока и напряжения на аноде лампы (см. рис. 11-27, *в*).

В ламповых ограничителях целесообразно использовать пентоды с разной отсечкой анодного тока (6Ж2П, 6Ж1П и др.).

Двустороннее ограничение дает схема на рис. 11-39, *а*. При положительной полувол-

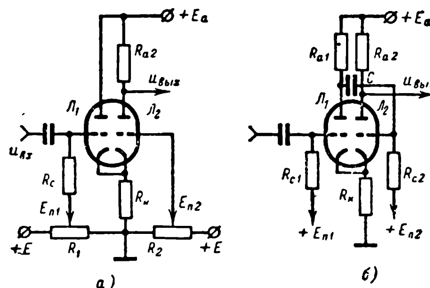


Рис. 11-39. Двусторонние ограничители с двойными триодами.

а — основная схема; *б* — схема с улучшенными характеристиками; $E_{п1}$, $E_{п2}$ — потенциалы для установки нижнего и верхнего порогов ограничения.

не входного напряжения ток левого триода возрастает, вследствие чего увеличивается напряжение на катоде и убывает напряжение между сеткой и катодом правой лампы. В некоторый момент времени происходит запирание лампы $Л_2$ и достигается верхний порог ограничения: дальнейший рост входного сигнала не меняет выходного напряжения. Для того чтобы лампа $Л_2$ заперлась, сопротивление резистора $R_к$ должно быть порядка 5—10 *ком*. Оно определяется из неравенства

$$I_1 R_к > E_{co} + E_{п2},$$

где E_{co} — напряжение отсечки лампы $Л_2$;
I_1 — анодный ток лампы $Л_1$ при входном напряжении, равном верхнему порогу;
$E_{п2}$ — напряжение между сеткой лампы $Л_2$ и корпусом.

При отрицательной полуволне входного напряжения в момент запирания лампы $Л_1$ достигается нижний порог ограничения: выходное напряжение при дальнейшем уменьшении входного напряжения остается на прежнем (минимальном) уровне.

С помощью потенциометров R_1 и R_2 можно в некоторых пределах регулировать пороги ограничения. Иногда для улучшения характеристик схемы в анодную цепь лампы $Л_1$ включают дополнительный резистор R_{a1} сопротивлением порядка 2—5 *ком*, а анод лампы $Л_1$ соединяют с сеткой лампы $Л_2$ через дополнительный конденсатор C емкостью 0,02—0,05 *мкф*. Схема при этом преобразуется в ждущий мультивибратор (стр. 575).

Ограничители с транзисторами. Принцип действия ограничителей остается тем же, что при использовании электронных ламп.

Транзистор в схемах ограничителей с общим эмиттером работает в ключевом режиме, рассмотренном ранее, и переходит от насыщения к запиранию. Приближенно пороги, соответствующие запертому состоянию, можно считать близкими к нулю.

11-7. ФИКСАТОРЫ УРОВНЯ

Переходная RC-цепь, применяющаяся, например, для соединения анода предыдущей лампы с сеткой последующей, не пропускает постоянной составляющей напряжения. Вследствие этого изменение частоты повторения, длительности или амплитуды импульсов ведет к дополнительному смещению последовательности в положительную или отрицательную сторону (рис. 11-40, *а*). Степень этого смещения в установившемся режиме относительно нулевой линии определяется из равенства площадей элементов последовательности импульсов напряжения, расположенных над (S_1) и под (S_2) нулевой линией: среднее значение напряжения на конденсаторе будет оставаться постоянным (т. е. режим — установившимся), если $S_1 = S_2$. Для простейшего случая прямоугольных импульсов (рис. 11-40, *б*) получаем:

$$S_1 = (U_и - U_{ср})\, t_и; \quad S_2 = (T_п - t_и)\, U_{ср},$$

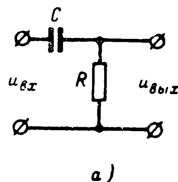
откуда, приравнивая $S_1 = S_2$, находим:

$$U_{ср} = U^{(-)} = U_и \frac{t_и}{T_и};$$

$$U^{(+)} = U_и - U_{ср} = U_и \frac{T_п - t_и}{T_п},$$

где $U_{ср}$ — среднее значение напряжения импульсной последовательности.

В некоторых случаях смещение импульсов является причиной нежелательных яв-



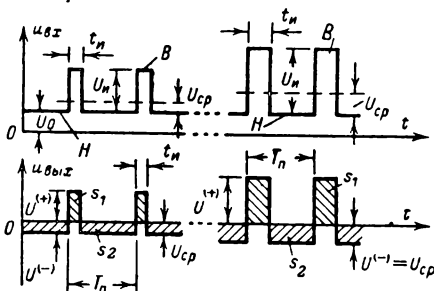


Рис. 11-40. Прохождение импульсной последовательности через разделительную RC-цепь.

а — схема, $RC \gg t_и$; *б* — диаграммы напряжений на входе ($u_{вх}$) и выходе ($u_{вых}$) в установившемся режиме для двух случаев импульсов различной длительности и амплитуды; U_0 — постоянная составляющая входных импульсов.

лений, например изменения положения изображений на экранах электроннолучевых трубок осциллографов и индикаторов, искажений в передаче фона на экранах кинескопов телевизионных приемников и т. д.

Для исключения подобных явлений используются схемы, называемые фиксаторами уровня.

С целью удобства объяснений введем условные определения «верх» и «низ» для импульсных последовательностей. Верхом назовем вершины положительных и «основания» отрицательных импульсов; низом — вершины отрицательных и «основания» положительных импульсов (B и H на рис. 11-40). С помощью фиксаторов осуществляется привязка верха (фиксаторы сверху) или низа (фиксаторы снизу) импульсов к

определенному постоянному напряжению на выходе, которое назовем уровнем фиксации или привязки. Этот уровень[1] не меняется при изменении параметров импульсной последовательности: амплитуды, длительности импульсов или периода их повторения.

С помощью фиксаторов уровня напряжение можно фиксировать по верху (*В*) или низу (*Н*) входных импульсов, причем в каждом из двух случаев можно устанавливать необходимый (заданный) уровень привязки: нулевой, положительный или отрицательный.

Наибольшее распространение получили фиксаторы с диодными ключевыми элементами, включенными параллельно нагрузочному сопротивлению *R* цепи *RC*. Хотя по внешнему виду схемы диодных фиксаторов похожи на схемы ограничителей с параллельным включением диода (см. рис. 11-33), функции этих схем существенно различны.

Благодаря использованию диода в ключевом режиме постоянные времени заряда и разряда конденсатора становятся резко различными. Вследствие этого площади S_1 и S_2 также сильно отличаются друг от друга, так что одна из них пренебрежимо мала по сравнению с другой. Соответствующие соотношения, которым должны удовлетворять параметры схем, рассмотрены ниже.. При этом будем предполагать, что в случае изменения параметров импульсной последовательности неравенство $t_и \ll T_п$ сохраняется.

[1] Понятие «уровень» в других областях радиотехники используется в ином смысле. Поэтому в необходимых случаях мы будем подчеркивать это различие, пользуясь термином «уровень привязки».

Фиксаторы снизу

Параметры схемы (рис. 11-41, *а*, *б*) выбираются из условия $RC \gg t_и$, $R'_д \ll R$, чем достигается неравенство $CR'_д \ll T_п$ ($R'_д$ — внутреннее сопротивление отпертого диода и генератора импульсов, $R'_д = R_д + R_{вн}$. Всюду предполагается, что $R_{вн} \ll R$).

Во время действия каждого положительного импульса исходной последовательности $u_{вх}$ (рис. 11-41, *в*) диод в схеме рис. 11-41, *а* заперт и конденсатор приобретает небольшой заряд (так как $RC \gg t_и$). После окончания импульса диод отпирается и конденсатор быстро разряжается через диод и внутреннее сопротивление генератора импульсов ($CR'_д \ll T_п$).

Напряжение на конденсаторе практически равно нулю независимо от изменения параметров импульсной последовательности. Поэтому напряжение на выходе $u_{вых}$ почти равно напряжению на входе (левые

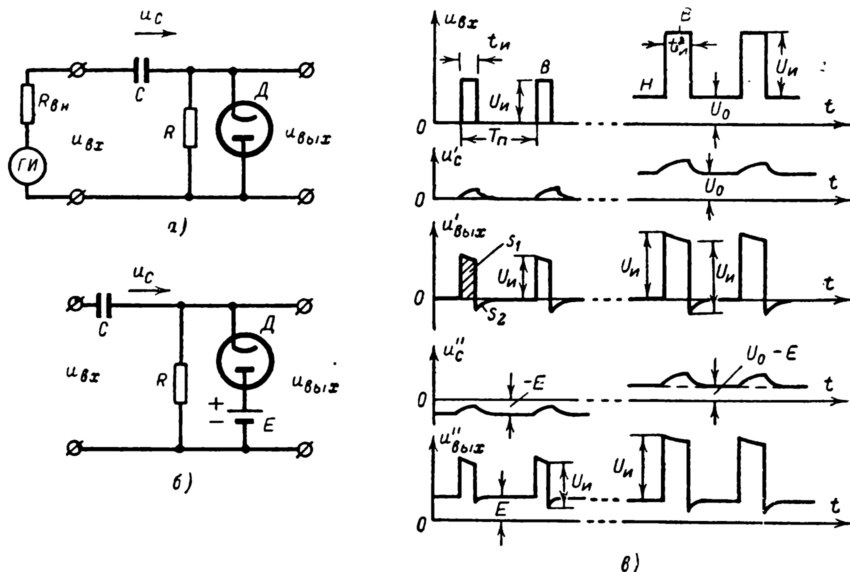


Рис. 11-41. Фиксатор снизу.

а — схема фиксатора с нулевым уровнем: *ГИ* — генератор входных импульсов; $R_{вн}$ — его внутреннее сопротивление; *б* — схема фиксатора с положительным уровнем $+E$ (для изменения полярности уровня необходимо изменить полярность подключения источника на обратную); *в* — диаграммы напряжений в схеме фиксатора для установившегося режима: $u_{вх}$ — входные импульсы; u'_C, u''_C — напряжения на конденсаторе; $u'_{вых}$, $u''_{вых}$ — напряжения на выходе для схем *а* и *б* соответственно. Две серии импульсов различаются длительностью. Для наглядности несколько подчеркнуты искажения импульсов. Отношение площадей $S_1/S_2 = R/R'_д$.

диаграммы на рис. 11-41, *в*). При добавлении к входному сигналу постоянной составляющей U_0 (т. е. если источник имеет постоянную составляющую) напряжение на сопротивлении будет по-прежнему изменяться от нуля до $U_и$, а форма импульсов будет практически прямоугольной (правые диаграммы на рис. 11-41, *в*). Таким образом, в схеме на рис. 11-41, *а* осуществляется фиксация снизу (по низу *Н*) с нулевым уровнем.

Уровень выходного сигнала можно установить положительным (+*E*) или отрицательным (—*E*), если последовательно в цепь диода включить дополнительный источник смещения положительным полюсом к аноду диода (рис. 11-41, *б*) в первом и отрицательным — во втором случае (рис. 11-41, *в*).

Фиксатор снизу действует и при подаче на его вход отрицательных импульсов (рис. 11-42). Во время действия им-

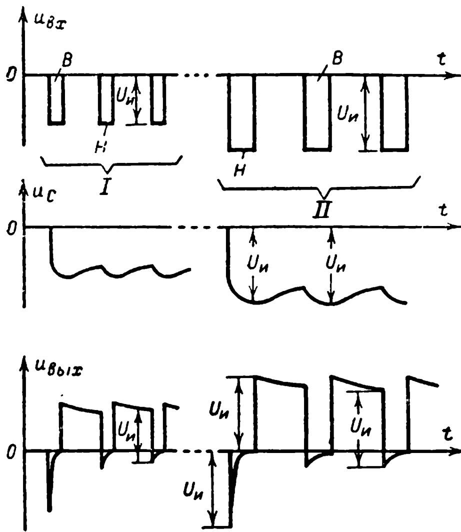


Рис. 11-42. Диаграммы напряжений в схеме фиксатора снизу с нулевым уровнем (рис. 11-41, *а*) при действии импульсов отрицательной полярности.

$u_{вх}$ — входные импульсы; u_C — напряжение на конденсаторе; $u_{вых}$ — напряжение на выходе. Принято, что в исходном состоянии для импульсов I и II групп конденсатор разряжен.

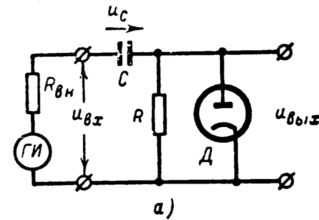
пульсов конденсатор *С* быстро заряжается через отпертый диод; в паузах между импульсами происходит медленный разряд конденсатора через резистор *R*, так как диод при этом заперт (правая обкладка конденсатора на рис. 11-41, *а* заряжена положительно). Процесс устанавливается после окончания первого-второго импульса последовательности. (Искажения импульсов для наглядности преувеличены.) Напряжение на конденсаторе при этом будет отрицательным, почти равным амплитуде входных импульсов и практически не зависит от их длительности, в силу чего фиксация по-прежнему происходит по низу, так, что низ импульсов *Н* как бы поднимается фиксатором на нулевой уровень. Для амплитудно-модулированных импульсов отрицательной полярности этот фиксатор превращается в пиковый детектор: постоянная составляющая выходного напряжения пропорциональна амплитуде импульсов.

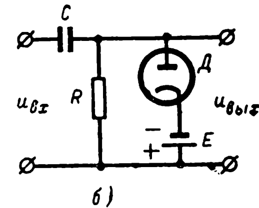
Фиксаторы сверху

Параметры схемы (рис. 11-43, *а*, *б*) выбираются из условий:

$$R_i' C \ll t_и;\ R_д' \ll R;\ CR \gg T_п.$$

Во время действия каждого отрицательного импульса исходной последовательности





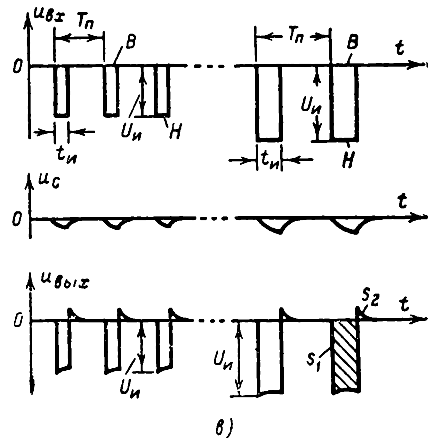


Рис. 11-43. Фиксатор сверху.

а — схема фиксатора с нулевым уровнем: *ГИ* — генератор импульсов; $R_{вн}$ — его внутреннее сопротивление; *б* — схема фиксатора с отрицательным уровнем —*E* (для изменения знака уровня достаточно изменить полярность подключения источника *E*); *в* — диаграммы напряжений в схеме (*а*) при действии отрицательных импульсов: $u_{вх}$, u_C, $u_{вых}$ — напряжения на входе, конденсаторе *С* и на выходе схемы.

(рис. 11-43, *в*) диод закрыт и конденсатор приобретает незначительный заряд, который быстро теряется после окончания импульса, поскольку конденсатор разряжается через отпертый диод ($CR_д \ll T_п$). К моменту прихода следующего импульса схема находится в исходном состоянии. Следовательно, напряжение на конденсаторе сохраняется близким к нулю и выходное напряжение практически равно входному.

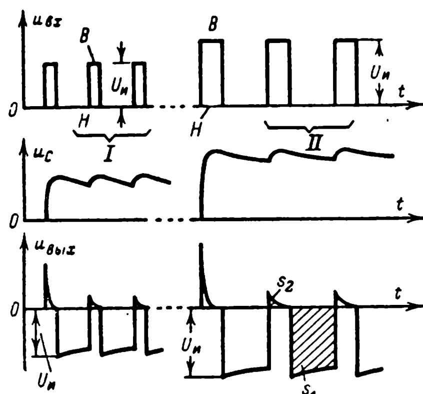


Рис. 11-44. Диаграммы напряжений в фиксаторе сверху с нулевым уровнем (рис. 11-43, *а*) при действии импульсов положительной полярности.

$u_{вх}$, u_C, $u_{вых}$ — напряжения на входе, конденсаторе *C* и выходе схемы. Принято, что в исходном состоянии для импульсов I и II групп конденсатор *C* разряжен.

При этом отношение площадей $S_1/S_2=R/R_д$. Из рис. 11-43, *в* следует, что фиксация в данной схеме осуществляется по верху *B* с нулевым уровнем. Изменения амплитуды, длительности и частоты следования импульсов не приводят к изменению уровня выходного сигнала в установившемся режиме — он по-прежнему остается нулевым.

Добавление постоянной составляющей напряжения U_0 к входному сигналу не будет менять этого уровня.

Уровень в ы х о д н о г о сигнала можно сделать положительным ($+E$) или отрицательным ($-E$), если последовательно в цепь диода включить дополнительный источник смещения (положительным полюсом к аноду диода в первом и отрицательным — во втором случае).

Фиксатор сверху (рис. 11-43) может действовать и при подаче п о л о ж и т е л ь н ы х видеоимпульсов. Во время действия импульсов (рис. 11-44) конденсатор через отпертый диод быстро заряжается; в паузах происходит медленный разряд конденсатора *C* через резистор *R* (диод *Д* при этом заперт). Верх входных импульсов опускается на нулевой уровень независимо от амплитуды входных импульсов, причем $S_1/S_2=R/R_д$. Для модулированных по амплитуде импульсов п о л о ж и т е л ь н о й полярности этот фиксатор превращается в п и к о в ы й д е т е к т о р.

При использовании в фиксаторах уровня полупроводниковых диодов необходимо учитывать, что обратное сопротивление диода $R_{обр}$ оказывается включенным параллельно *R*, так что в некоторых случаях функции резистора *R* может выполнять $R_{обр}$.

При выборе сопротивления резистора *R* в схемах фиксаторов следует иметь в виду, что в установившемся режиме отношение площадей выходных импульсов (для случая $E=0$), ограниченных участками, где диод заперт и отперт (S_1, S_2) равно отношению сопротивлений $R/R_д$ независимо от формы входных импульсов. Для иллюстрации на рис. 11-41—11-44 соответствующие площади заштрихованы.

Иногда выходом схемы фиксаторов является сеточная цепь последующего лампового усилителя. В этом случае функции диода может выполнять участок сетка — катод лампы.

11-8. ОСНОВНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ УСТРОЙСТВА С ЭЛЕКТРОННЫМИ ЛАМПАМИ

Триггеры

Триггером называется устройство, имеющее два устойчивых состояния равновесия, причем переход из одного состояния в другое происходит под воздействием внешнего управляющего сигнала, величина которого должна превышать некоторый уровень — порог срабатывания. Управляющий сигнал чаще всего представляет собой импульс (запускающий импульс) или перепад напряжения. Переход из одного устойчивого состояния в другое (переброс или переключение) происходит весьма быстро, скачкообразно, хотя реальные схемы имеют конечное время переключения, которым определяется быстродействие триггера. Под быстродействием понимается максимальное число переключений в единицу времени. Минимальный интервал времени между двумя переключениями называется разрешающим временем триггера.

Процесс перехода триггера из одного состояния в другое можно разделить условно на следующие стадии:

запуск, в течение которого триггер под воздействием запускающего импульса доводится до порога срабатывания;

опрокидывание, в течение которого происходит качественное изменение состояния триггера (его переключение);

восстановление, в результате которого в триггере после переключения восстанавливается нормальная чувствительность к запускающим сигналам.

Наибольшее распространение в импульсной технике получили триггеры с использованием усилителей с положительной обрат-

ной связью. Чаще всего в триггерах применяются симметричные схемы в виде двух идентичных резистивных усилителей, взаимно связанных петлей положительной обратной связи.

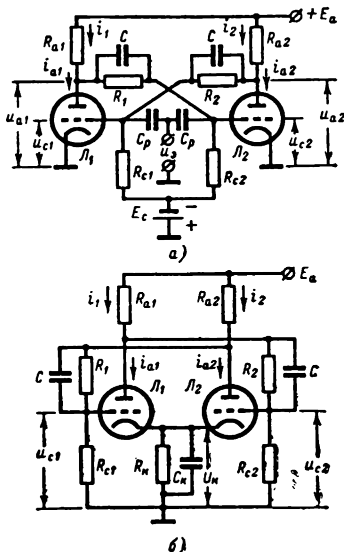


Рис. 11-45. Схемы триггеров.
а — с внешним смещением E_c: *б* — с автоматическим смещением (цепь $R_к C_к$).

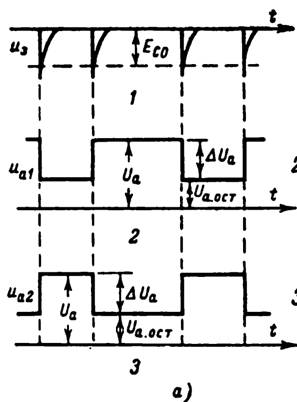
На рис. 11-45 изображены схемы основных разновидностей симметричного триггера — с внешним и автоматическим смещением.

Цепь положительной обратной связи образуется соединением анода каждого триода триггера с сеткой другого триода через делитель напряжения из резисторов $R_{1,2}$ и $R_{c1,c2}$. В симметричном триггере $R_{a1}=R_{a2}=R_a$, $R_1=R_2=R$, $R_{c1}=R_{c2}=R_c$; триоды $Л_1$ и $Л_2$ однотипны.

Состояние триггера, когда обе лампы $Л_1$ и $Л_2$ отперты и токи i_{a1} и i_{a2} одинаковы, неустойчиво. Любое случайное изменение токов и напряжений приводит к лавинообразному нарастающему процессу, при котором ток одной лампы будет уменьшаться, а другой — увеличиваться. Например, увеличение анодного тока i_{a1} приводит к уменьшению анодного напряжения u_{a1} лампы $Л_1$. Часть этого напряжения через делитель R_1 — R_{c2} подается на участок сетка — катод лампы $Л_2$. Таким образом, уменьшение анодного напряжения лампы $Л_1$ приводит к уменьшению сеточного напряжения u_{c2} лампы $Л_2$, что в свою очередь вызывает уменьшение тока i_{a2}. Вследствие этого увеличивается анодное напряжение u_{a2} лампы $Л_2$, что приводит также к увеличению сеточного напряжения лампы $Л_1$ и, следовательно, к дальнейшему увеличению тока i_{a1}. Этот процесс прерывается в тот момент, когда изменение напряжения на сетке одной из ламп перестает вызывать изменения анодного тока. Обычно это происходит в момент запирания одной из ламп. После этого схема находится в устойчивом состоянии равновесия.

Переход рассматриваемой схемы в другое устойчивое состояние происходит под воздействием управляющего сигнала, который может быть подведен к сеткам или анодам ламп. Если, например, к сеткам ламп через разделительные конденсаторы $C_р$ подвести управляющие сигналы, подобные показанным на рис. 11-46, *а*, то в момент достижения сигналом некоторого порогового значения $u_{пор}$ начинается описанный выше процесс опрокидывания триггера: схема переходит из одного устойчивого состояния в другое. В установившемся режиме на участке анод — катод запертой лампы устанавливается напряжение U_a, близкое к величине напряжения источника питания E_a, а на участке анод—катод отпертой лампы устанавливается напряжение $U_{a.ост}$.

Величина $\Delta U_a = U_a - U_{a.ост}$ называется выходным перепадом напряжения триггера.



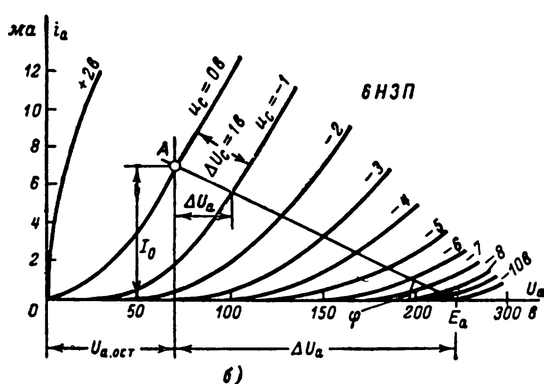


Рис. 11-46. Диаграммы напряжений на анодах ламп триггера (*а*). Характеристики к расчету (*б*).
1 — запускающие импульсы на сетки ламп; *2*, *3* — импульсы на анодах ламп.

Для устойчивости двух состояний триггера необходимо выполнение следующих условий:

1. Напряжение $u_c = U_c^{(-)}$ на сетке запертой лампы должно надежно запирать лампу, т. е.

$$U_c^{(-)} - U_к < -E_{c.o},$$

где $E_{c.o}$ — напряжение отсечки (отпирания) лампы при $u_a = E_a$;

$U_к$ — напряжение смещения (для схемы на рис. 11-45, *а*, $U_к = E_c$).

2. Напряжение $u_c = U_c^{(+)}$ на сетке отпертой лампы должно превышать напряжение отсечки — $E_{c.o}$. Обычно для повышения стабильности сеточное напряжение отпертой лампы в состоянии покоя поддерживается весьма близким, но все же несколько большим нуля.

Указанные условия для схем триггеров с внешним смещением (рис. 11-45, *а*) приводят к выражениям:

$$U_c^{(-)} = \left(U_{а.ост} - E_c\right)\gamma - E_c < -E_{c.o};$$

$$U_c^{(+)} = \left(E_a - E_c\right)\gamma - E_c \geqslant 0,$$

а для схем триггеров с автоматическим смещением (рис. 11-45, *б*):

$$\left.\begin{aligned} U_c^{(-)} &= \left(U_{а.ост} + U_к\right)\gamma - \\ &\quad - U_к < -E_{c.o} \\ U_c^{(+)} &= E_a\gamma - U_к \geqslant 0 \end{aligned}\right\} \text{ при } R \gg R_a,$$

где

$$\gamma = \frac{R_c}{R + R_c}.$$

В указанных формулах имеются в виду абсолютные значения э. д. с. источников. Лавинообразный процесс в триггере (опрокидывание) происходит в том случае, когда напряжение обратной связи $\Delta u_{обр}$, поступающее, например, на сетку левой лампы с делителя $R_2 - R_{c1}$, будет больше того приращения напряжения Δu_{c1} на сетке лампы $Л_1$ (рис. 11-45, *а*), которое его вызвало.

Это условие для симметричной схемы выполняется, если коэффициент усиления каждого каскада

$$K > \frac{1}{\gamma} = 1 + \frac{R}{R_c} \text{ или } K\gamma > 1.$$

Отсюда следует, что минимальное значение коэффициента деления цепи

$$\gamma_{мин} = \frac{1}{K} \text{ или } \left(\frac{R_c}{R}\right)_{мин} \approx \frac{1}{K}.$$

Рассмотрим расчетные соотношения для триггера с внешним источником смещения на примере.

Выберем: $E_a = 220$ *в*; $\Delta U_a = 150$ *в*; лампа — двойной триод типа 6Н3П.

Определим E_c, R_c, R_a и R.

Сначала графическим способом (по анодным характеристикам) определяют величину анодного сопротивления R_a. Это делается следующим образом. От точки E_a по горизонтальной оси влево откладывается величина, соответствующая ΔU_a. Из полученной точки проводится вертикальная прямая до пересечения с анодной характеристикой, построенной для смещения на управляющей сетке $u_c = 0$ (точка A на рис. 11-46, *б*). Через точки A и (E_a, 0) проводится нагрузочная прямая. По углу ее наклона φ определяется сопротивление резистора $R_a = \operatorname{ctg}\varphi$. Для нашего примера $R_a \approx 22$ *ком*. Коэффициент усиления K каскада определяется по приращениям напряжений на сетке Δu_c и на аноде Δu_a. Для нашего примера при $\Delta u_c = 1$ *в*, $\Delta u_a = 30$ *в*

$$K = \frac{\Delta u_a}{\Delta u_c} = 30.$$

Отсюда можно определить минимальное соотношение $(R_c/R)_{мин}$ из условия существования лавинообразного процесса

$$\left(\frac{R_c}{R}\right)_{мин} \approx \frac{1}{K} = \frac{1}{30}.$$

Однако это минимальное соотношение может ограничиваться и другим условием: напряжение на сетке отпертой лампы должно быть несколько большим нуля, т. е.

$$u_c = \frac{E_a + E_c}{R_a + R + R_c} R_c - E_c \geqslant 0.$$

Пренебрегая в знаменателе величиной R_a по сравнению с R и R_c, можно считать

$$\left(\frac{R_c}{R}\right)'_{мин} > \frac{E_c}{E_a}.$$

Величина э. д. с. источника смещения E_c выбирается из условия надежного запирания. Если для нашего примера запирание лампы происходит при $u_c = -E_{c.o} = -10$ *в*, то с двойным запасом можно взять $E_c = 20$ *в*. Отсюда

$$\left(\frac{R_c}{R}\right)'_{мин} > \frac{E_c}{E_a} = \frac{20}{220} = \frac{1}{11}.$$

Таким образом, последнее неравенство для нашего примера требует установить большее соотношение R_c/R, чем это определено из условия получения минимального коэффициента усиления.

Однако очень большим это соотношение взять нельзя, так как при излишне большом соотношении R_c/R лампа может не запереться.

Надежное запирание лампы можно получить при условии

$$\left(\frac{R_c}{R}\right)_{макс} < \frac{E_c - E_{c.o}}{U_{а.ост} + E_{c.o}} = \frac{20 - 10}{70 + 10} = \frac{1}{8}.$$

Таким образом, соотношение R_c/R может быть выбрано в пределах

$$\frac{1}{11} < \frac{R_c}{R} < \frac{1}{8}.$$

Примем $\frac{R_c}{R} = \frac{1}{10}$. Так как R и R_c должны быть больше R_a, примем $R = 500$ *ком*, тогда $R_c = 50$ *ком*.

При таком расчете не учитываются требования к быстродействию триггера. Поэтому полученные величины необходимо проверить на удовлетворение требованиям быстродействия по соотношениям, описанным выше.

При отсутствии паразитных емкостей в схеме происходит мгновенный переход схемы из одного устойчивого состояния в другое при воздействии запускающих импульсов. Однако наличие в реальной схеме паразитных емкостей ламп и монтажа приводят к тому, что скачки происходят за конечное время, необходимое для изменения зарядов паразитных емкостей.

Большое значение в ускорении процесса опрокидывания имеет конденсатор связи C (рис. 11-45). При отсутствии этого конденсатора нельзя добиться опрокидывания подачей коротких запускающих импульсов, так как скачок напряжения на аноде отпертой лампы передается на сетку запертой лампы через фильтр нижних частот с большой постоянной времени и эта лампа к моменту окончания пускового импульса не успеет отпереться.

С целью ускорения процесса опрокидывания триггера плечи R делителя $R - R_c$ шунтируют конденсатором связи C. Его емкость должна быть во много раз больше входной емкости лампы. Обычно на практике емкость конденсаторов связи $C = 20 \div 100$ *пф*.

Длительность переходного процесса, определяющая активную длительность $t_{ф.а}$ фронта перепада напряжения на аноде, зависит от постоянной времени анодной цепи:

$$t_{ф.а} \approx 2\frac{R_a R}{R_a + R}(C + C_{вых}) \approx$$

$$\approx 2R_a(C + C_{вых}),\quad R \gg R_a,$$

где C — емкость конденсатора связи;
$C_{вых}$ — выходная емкость запертой лампы.

Длительность среза выходного перепада напряжения определяется приближенно следующим выражением:

$$t_c \approx \frac{2R_a R_{вх}}{R_a + R_{вх}}(C_{вых} + C_{вх}),$$

где $C_{вх}$ — входная емкость запертой лампы;
$R_{вх}$ — сопротивление участка сетка—катод отпертой лампы.

Длительность стадии восстановления $t_в$, обусловленная разрядом конденсатора C после опрокидывания триггера, определяется параметрами цепи R, R_c, C:

$$t_в \approx \frac{RR_c}{R + R_c}C.$$

Для повышения быстродействия триггера нужно в первую очередь уменьшать длительность стадии восстановления триггера. Для этого следует уменьшать величины сопротивлений R, R_c и емкость C конденсаторов связи.

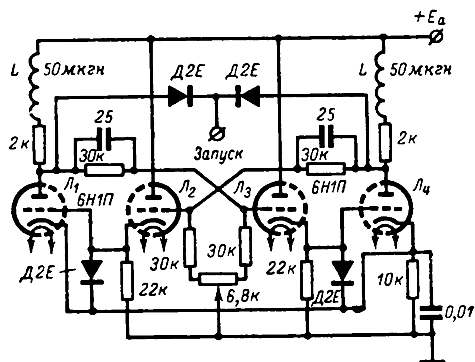


Рис. 11-47. Триггер с катодным повторителем.

Одним из эффективных способов увеличения быстродействия симметричного триггера является применение в цепях обратной связи катодных повторителей (рис. 11-47). Напряжение с делителей поступает предварительно на катодные повторители $Л_2$, $Л_3$, а затем — на основные усилительные лампы $Л_1$ и $Л_4$. Применение катодных повторителей позволяет предельно уменьшить время восстановления. Это объясняется тем, что постоянная времени цепи восстановления уменьшается, так как динамическая входная емкость катодного повторителя невелика, и выходное сопротивление — мало.

Для уменьшения длительности переходной стадии триггера в сеточные цепи катодных повторителей включены диоды (ускоряющие заряд конденсатора связи), а в анодные цепи усилительных ламп включены корректирующие индуктивности (ускоряющие нарастание и спад потенциалов анодов). При тщательно сбалансированной схеме (для балансировки используются переменные резисторы в сеточных цепях катодных повторителей) быстродействие триггера, собранного по схеме на рис. 11-47, достигает 10 *Мгц*. Увеличение быстродействия триггера достигается также применением фиксирующих полупроводниковых диодов, включаемых в анодные цепи ламп триггеров, но при этом уменьшается величина перепада анодного напряжения.

Запуск триггера возможен различными способами. Запуск импульсами одной полярности, поступающими от одного источника, называют счетным. Запуск можно осуществлять также и от двух раздельных

источников путем подачи импульсов на различные лампы триггера (триггер с раздельными входами). Примеры практических схем триггеров с различными способами запуска приведены на рис. 11-48.

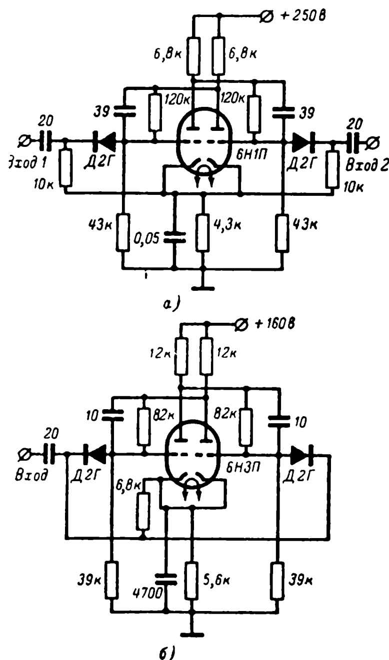


Рис. 11-48. Схемы триггеров.

а — триггер с раздельными входами; *б* — триггер со счетным входом.

В цифровых вычислительных машинах, где наиболее широко применяется триггер, цепи запуска, как правило, совмещают с логическими схемами, например, типа И и ИЛИ. Однако независимо от этого запуск триггера может осуществляться путем подачи импульсов на сетки, аноды или катоды ламп триггеров. Подача импульсов запуска на сетки или аноды ламп осуществляется через разделительные конденсаторы малой емкости (10—200 *пф*) или через диоды, обычно полупроводниковые. При запуске импульсами положительной полярности их целесообразно подавать на катодное сопротивление в цепи автоматического смещения. В этом случае конденсатор, шунтирующий катодное смещение, должен иметь малую емкость или может вовсе отсутствовать.

Мультивибраторы

К мультивибраторам относят группу импульсных устройств, содержащих два резистивных усилителя, где выходное напряжение одного усилителя поступает на вход другого, причем одна из междукаскадных связей — емкостная, а другая — может быть емкостной или активной.

Мультивибратор может находиться в автоколебательном режиме (генерирование разрывных автоколебаний, богатых гармониками)[1] и в заторможенном режиме (генерирование одиночных импульсов под воздействием внешнего пускового сигнала).

Наиболее распространены схемы мультивибраторов с емкостными анодно-сеточными связями (основная схема), с анодно-катодной связью и с катодной связью. Мультивибратор последнего типа обычно работает в заторможенном режиме и называется ждущим мультивибратором.

Мультивибратор в режиме автоколебаний. Автоколебания в мультивибраторе возникают при выполнении условий самовозбуждения: $K_1K_2>1$, где K_1 и K_2 — коэффициенты передачи соответственно 1-го и 2-го усилителей с учетом цепей связи.

В процессе автоколебаний лампы или транзисторы периодически скачком переходят из отпертого состояния в запертое и обратно (перебросы схемы).

Перебросы разделены сравнительно продолжительными паузами, которые характеризуются медленными изменениями токов и напряжений.

В основной схеме лампового мультивибратора (рис. 11-49) параметры выбираются из условия: R_{a1}, $R_{a2} \ll R_{c1}$, R_{c2}. В результате очередного переброса одна из ламп, например $Л_1$, отпирается, в то время как другая ($Л_2$) запирается. На аноде отпирающейся лампы ($Л_1$) возникает отрицательный, а запирающейся ($Л_2$) — положительный перепады напряжения.

После переброса конденсатор C_2 быстро заряжается через резисторы R_{a2} (сравнительно небольшого сопротивления) и участок сетка — катод отпертой лампы $Л_1$; после этого на аноде запертой лампы $Л_2$ устанавливается напряжение E_a.

Отрицательный перепад напряжения на аноде лампы $Л_1$ является началом процесса медленного разряда конденсатора C_1 через резисторы R_{c2}, R_{a2} и лампу $Л_1$, благодаря чему лампа $Л_2$ поддерживается в запертом состоянии. Постоянная времени разряда близка к величине $R_{c2}C_1$ (поскольку R_{a1}, $R_{вн} \ll R_{c1}$, где $R_{вн}$ — внутреннее сопротивление лампы). Длительность этого состояния определяется временем, необходимым для того чтобы напряжение на сетке лампы $Л_2$ достигло точки ее отпирания (напряжения отсечки $E_{с.о\,2}$). Возникновение тока лампы $Л_2$ ведет к уменьшению напряжения на ее аноде, которое через конденсатор C_2 передается на сетку лампы $Л_1$, вызывая уменьшение ее анодного тока. Благодаря этому напряжение на аноде $Л_1$ возрастает, что вызывает дальнейший усиленный ($K_1K_2>1$) рост напряжения на сетке лампы $Л_2$, и т. д. Процесс лавинообразно нарастает и прерывается запиранием лампы $Л_2$. Этим начи-

[1] Отсюда происходит название схемы, означающее, что в колебаниях содержится много гармоник.

нается процесс медленного заряда конденсатора C_2 через сопротивление R_{c1} с постоянной времени, близкой к величине $R_{c1}C_2$ (так как R_{a2}, $R_{вн} \ll R_{c1}$).

Таким образом, временные диаграммы напряжений на сетке состоят из отрезков экспонент, чередующихся с плоскими участками. Постоянные времени экспонент равны произведению емкости конденсатора и со-

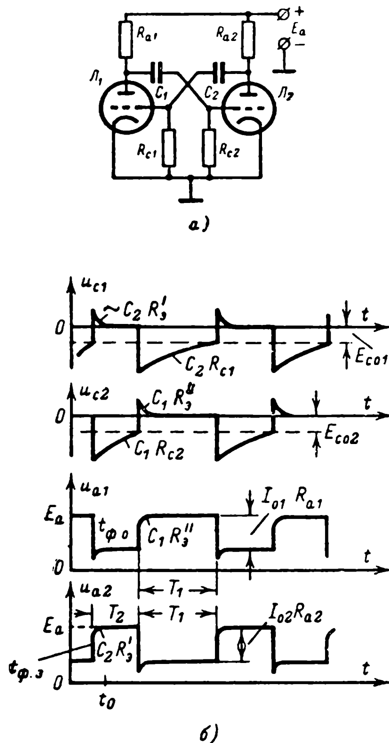


Рис. 11-49. Мультивибратор.

а — основная схема; *б* — временные диаграммы напряжений на сетках (u_{c1}, u_{c2}) и анодах u_{a1} и u_{a2} ламп: T_1 и T_2 — время запертого состояния ламп $Л_1$ и $Л_2$. У экспонент помечены их постоянные времени.

Пример. $Л_1$, $Л_2$ — 6Н1П; $C_1=C_2=150$ *пф*; $R_{c1}=R_{c2}=200$ *ком*; $E_a=250$ *в*; $R_{a1}=R_{a2}=5$ *ком*; $F=\frac{1}{T}\approx 5$ *кгц*; размах выходных импульсов $I_0R_a=150$ *в*.

противления резистора, соединенных с сеткой запертой на данном отрезке периода лампы ($R_{c1}C_2$ для лампы $Л_1$ и $R_{c2}C_2$ для лампы $Л_2$).

Длительность запертого состояния ламп $Л_1$ и $Л_2$ определяется соответственно соотношениями:

$$T_1 = 2{,}3\, R_{c1} C_2 \lg \frac{I_{02} R_{a2}}{E_{c.o\,1}}; \qquad (11\text{-}48)$$

$$T_2 = 2{,}3\, R_{c2} C_1 \lg \frac{I_{01} R_{a1}}{E_{c.o\,2}}, \qquad (11\text{-}49)$$

где I_{01}, I_{02} — анодные токи ламп $Л_1$ и $Л_2$ при нулевом напряжении на сетке.

Период колебаний мультивибратора

$$T = T_1 + T_2.$$

Обычно отношение T_1/T затруднительно получить больше чем 0,9 (или меньше 0,1), поскольку каждое опрокидывание завершается стадией установления напряжения на сетке и аноде, которая протекает по экспоненте с постоянной времени $C_2R'_э$ для лампы $Л_1$ и $C_1R''_э$ для лампы $Л_2$ (рис. 11-49, *б*), где

$$R'_э \approx \frac{R_{a2}\, R_{c.к1}}{R_{a2} + R_{c.к1}}; \quad R''_э \approx \frac{R_{a1}\, R_{c.к2}}{R_{a1} + R_{c.к2}},$$

а $R_{c.к1}$ и $R_{c.к2}$ — сопротивления участка сетка — катод открытых ламп.

Очередное опрокидывание возможно после окончания указанной стадии, т. е. спустя время

$$t'_в \approx 2{,}3 R'_э\, C_2 \text{ и } t''_в \approx 2{,}3 R''_э\, C_1 .$$

В симметричном мультивибраторе:

$$R_1 = R_2 = R;\ R_{a1} = R_{a2} = R_a,$$

$C_1=C_2=C$, лампы — однотипны,

$$T_1 = T_2 = 2{,}3\, RC \lg \frac{I_0 R_a}{E_{c.o}},$$

а

$$T = 4{,}6\, RC \lg \frac{I_0 R_a}{E_{c.o}}. \qquad (11\text{-}50)$$

Для ориентировочных прикидок можно принять

$$T \approx 4{,}6\, RC.$$

При выборе параметров мультивибратора необходимо учитывать, что емкости конденсаторов должны в 10—15 раз превосходить входную емкость каждого каскада (обычно $C \geqslant 150 \div 300$ *пф*), а сопротивление в сеточных цепях должно быть в 50—100 раз больше сопротивления участка сетка — катод лампы (при $u_{c.к}>0$). Нагрузка в анодных цепях выбирается из условия обеспечения заданного перепада напряжения на аноде. Благодаря паразитным емкостям (и конденсаторам C) фронт перепадов напряжения на аноде отпирающейся лампы $Л_1$ и фронт перепада напряжения на аноде запирающейся лампы $Л_2$ имеют конечную длительность, равную соответственно:

$$t_{ф.о} \approx 2\frac{R_{a1}\, R_{вн1}}{R_{a1} + R_{вн1}}(C_{вых1} + C_{вх2});$$

$$t_{ф.з} \approx 2R_{a1}(C_1 + C_{вых1}) \approx 2R_{a1} C_1;$$

здесь $R_{вн1}$ — внутреннее дифференциальное сопротивление открытой лампы;

$C_{вых1}=C_{ак1}+C_м$ — выходная емкость, состоящая из емкости анод — катод лампы и емкости монтажа;

$C_{вх2}$ — входная емкость запирающейся лампы, близкая к емкости сетка — катод.

Аналогичные соотношения для лампы $Л_2$ записываются путем замены индексов 1 на 2 и наоборот. При необходимости увеличить крутизну перепадов напряжений на анодах сопротивления $R_{а1}$ и $R_{а2}$ целесообразно выбирать по возможности небольшими.

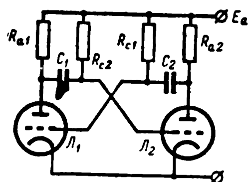


Рис. 11-50. Мультивибратор с положительным смещением. В схеме выбирают сопротивления в анодных цепях порядка нескольких килоом, в сеточных — нескольких сотен килоом, C_1, $C_2 \geqslant 100 \div 200$ *пф*.

В схемах мультивибраторов применяют обычно двойные триоды 6Н2П, 6Н15П и др. Иногда для увеличения крутизны фронта и среза перепадов используются пентоды.

Для увеличения стабильности частоты при смене ламп применяют схемы с положительным смещением, где сеточные сопротивления соединены не с корпусом, а с положительным полюсом источника анодного напряжения (рис. 11-50). Это происходит потому, что напряжение на сетке запертой лампы в этом случае стремится не к нулю, а к величине $E_а$, вследствие чего угол пересечения сеточной экспоненты с линией $E_{с.о}$ возрастает. Период повторения для такого симметричного мультивибратора меньше, чем для мультивибратора основной схемы при одинаковых номиналах деталей.

Мультивибраторы хорошо синхронизируются внешними синусоидальными и импульсными сигналами на основной частоте и на кратных частотах, а также на частотах, в целое число раз меньших основной. Напряжение синхронизации обычно вводится в сеточные цепи ламп и заставляет схему перебрасываться несколько раньше — в тот момент, когда сигнал синхронизации доводит суммарное напряжение на сетке запертой лампы до величины $-E_{с.о}$. Внешняя синхронизация действует в сторону сокращения собственного периода мультивибратора.

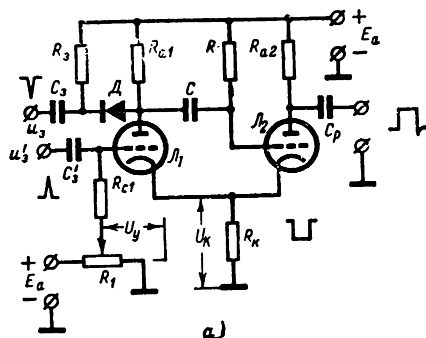
Ждущий мультивибратор (рис. 11-51, *а*) имеет одно устойчивое состояние равновесия, когда одна лампа ($Л_1$) заперта, а другая ($Л_2$) отперта. Отпертое состояние устанавливается в результате соединения сетки лампы $Л_2$ через резистор $R_•$ с положительным полюсом источника анодного напряжения. R всегда очень велико и выбирается из условия $R \gg R_{а1}$, $R_{а2}$. Напряжение сетка — катод этой лампы близко к нулю. Сопротивление резистора $R_к$ выбирается так, чтобы падение напряжения $u_к$ на нем было достаточным для запирания лампы $Л_1$, т. е. чтобы выполнялось неравенство

$$U_у - I_{02} R_к < -E_{с.о} \text{ или } R_к > \frac{U_у + E_{с.о}}{I_{02}},$$

где I_{02} — анодный ток лампы $Л_2$ при нулевом напряжении на сетке;

$E_{с.о}$ — напряжение отсечки лампы $Л_1$ (обычно $R_к = 2 \div 12$ *ком*).

При подаче пускового сигнала (положительного импульса на сетку лампы $Л_1$ или отрицательного импульса через диод *Д* и конденсатор *С* на сетку лампы $Л_2$) лампа $Л_1$ отпирается, что приводит к уменьшению



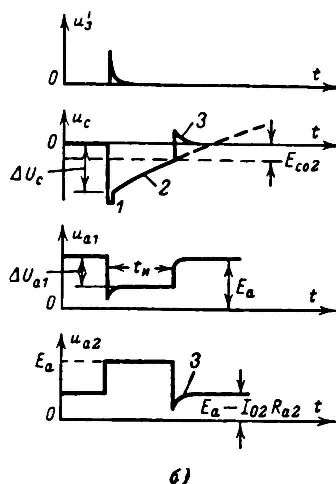


Рис. 11-51. Ждущий мультивибратор.

а — схема; *б* — временные диаграммы; $u'_з$ — запускающий импульс; $u_с$ — напряжение сетка — катод лампы $Л_2$; $u_{а1}$, $u_{а2}$ — напряжение на анодах ламп $Л_1$ и $Л_2$; $E_{с.о2}$ — напряжение отсечки лампы $Л_2$; *1* — след импульса запуска; *2* — экспонента рабочей стадии — разряда конденсатора *С* (постоянная времени *RC*); *3* — экспонента стадии восстановления заряда конденсатора *С* через участок сетка — катод лампы $Л_2$.

напряжения на ее аноде, которое через конденсатор C передается на сетку лампы $Л_2$. Вызванное этим уменьшение анодного тока $Л_2$ ведет к тому, что напряжение на сетке $Л_1$ возрастает, что вызывает дальнейшее увеличение анодного тока и падения напряжения на аноде лампы $Л_1$. Происходит переброс: процесс лавинообразно развивается и прерывается запиранием лампы $Л_2$.

После переброса наступает стадия медленного разряда конденсатора C, в процессе которого напряжение между сеткой и катодом лампы $Л_2$ экспоненциально нарастает с постоянной времени, близкой к RC. В момент достижения напряжения отсечки $-E_{с.о2}$ происходит новый переброс: появление анодного тока лампы $Л_2$ приводит к увеличению $u_к$, что в свою очередь вызывает уменьшение напряжения на сетке лампы $Л_1$ и анодного тока этой лампы. Следствием этого является рост напряжения на аноде $Л_1$ и сетке $Л_2$ и т. д. Процесс лавинообразно развивается и прерывается запиранием лампы $Л_1$.

После кратковременного переходного процесса, в течение которого конденсатор C заряжается (участок 3 на диаграммах рис. 11-51, *б*), схема возвращается к исходному состоянию. Длительность импульса $t_и$ определяется выражением

$$t_и = 2{,}3\,RC\lg\frac{E_а - I_{02}R_к + I_{01}R_{а1}}{E_а + E_{с.о2} - I_{01}R_к}\,.$$

(I_{01} — анодный ток отпертой лампы $Л_1$, I_{02} — анодный ток лампы $Л_2$ при $u_{с2}$). Она зависит от постоянной времени RC экспоненты 2 и величины скачка напряжения на аноде лампы $Л_1$. Длительность $t_и$ может регулироваться путем изменения сопротивления резистора $R_к$ (с увеличением $R_к$ $t_и$ убывает) и напряжения $U_у$. При этом меняется ток I_{01}, определяющий величину скачка напряжения $\Delta U_{а1}$ на аноде лампы $Л_1$ и $\Delta U_с = \Delta U_{а1}$ — на сетке лампы $Л_2$.

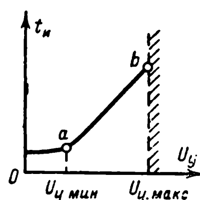


Рис. 11-52. Зависимость длительности $t_и$ выходного импульса от напряжения $U_у$ управления.

$U_{у.макс} - U_{у.мин}$ — рабочий диапазон изменения этого напряжения; при $U_у > U_{у.макс}$ схема самовозбуждается.

Практически регулировкой $U_у$ легко добиться пяти — двадцатикратного изменения длительности выходного импульса при неизменных параметрах схемы. Рабочий диапазон изменения $U_у$ заключен в некоторых пределах $U_{у.макс} - U_{у.мин}$ (рис. 11-52). При $U_у < U_{у.мин}$ $t_и$ становится постоянной и равной длительности запускающего импульса; при $U_у > U_{у.мин}$ лампа $Л_1$ не может оставаться запертой длительное время и схема переходит в режим самовозбуждения, генерируя периодическую последовательность импульсов.

Стабильность длительности импульса определяется стабильностью источников питания. Относительное изменение $\Delta t_и/t_и$ составляет несколько процентов от $\Delta E_а/E_а$.

Запуск ждущего мультивибратора может осуществляться подачей положительного импульса на сетку лампы $Л_1$ или на сетку дополнительной лампы запуска, подключаемой параллельно лампе $Л_1$ и запертой исходным смещением так, что последняя отпирается только в момент подачи запускающего импульса. Предпочтительнее, однако, схема запуска с разделительным диодом (рис. 11-51, *а*). После переброса схемы, когда напряжение на аноде лампы $Л_1$ упадет, диод *Д* запрется, благодаря чему генератор запуска изолируется от схемы и его внутреннее сопротивление не влияет на процессы в ждущем мультивибраторе. Требуемая амплитуда импульсов запуска имеет порядок единиц или нескольких десятков вольт и зависит от параметров схемы. Чем меньше длительность импульса $t_и$, тем больше требуемая амплитуда импульса запуска. Очередной запуск схемы возможен только после окончания переходного процесса, который нельзя сделать меньше чем (10—15%) $t_и$.

В практике иногда используется разновидность схемы ждущего мультивибратора, где сопротивление R соединено с катодами ламп; однако в такой схеме стабильность длительности импульса будет несколько меньшей.

Фантастроны

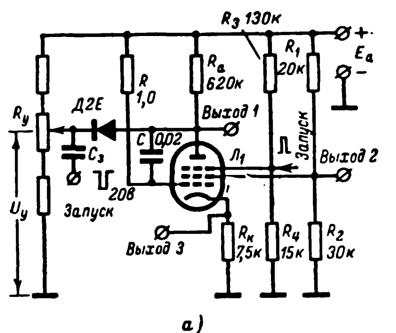
Фантастроном называют электронное устройство с емкостной обратной связью между цепями анода и управляющей сетки электронной лампы, обладающее спусковыми свойствами: после запуска схема переходит в квазиустойчивое состояние линейного разряда конденсатора и, спустя некоторое время, под действием внутренних сил сравнительно быстро возвращается в исходное состояние устойчивого равновесия.

Возврат обусловлен процессом в цепях дополнительной обратной связи. В зависимости от способа осуществления последней различают фантастроны с катодной связью и связью по экранирующей сетке. Фантастроны обладают значительно большей стабильностью длительностей импульса по отношению к питающим напряжениям, чем ждущие мультивибраторы.

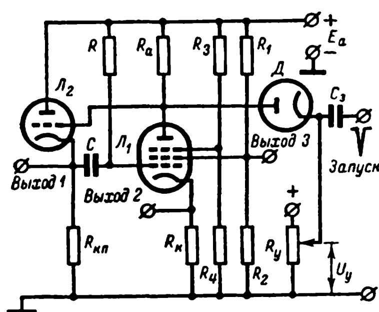
Фантастрон с катодной связью (основная схема, рис. 11-53, *а*). В исходном состоянии анодный ток лампы $Л_1$ равен нулю, хотя напряжение между управляющей сеткой, соединенной через резистор R большого сопротивления с положительным полюсом источника анодного напряжения, и катодом лампы близко к нулю. Лампа заперта по третьей сетке, что достигается выбором сопротивления резистора $R_к$, по которому проходит сравнительно большой ток

экранирующей сетки, и делителя R_1—R_2 в цепи последней.

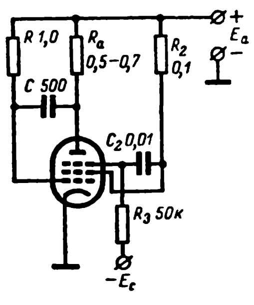
Пусковой импульс положительной полярности подается на третью сетку и приводит к возникновению анодного тока. Напряжение на аноде начинает падать. Это



а)



б)



в)

Рис. 11-53. Фантастронные схемы.

а — с катодной связью (лампа 6Ж2П); *б* — с дополнительным катодным повторителем для уменьшения времени возвращения в исходное состояние; *в* — со связью по экранирующей сетке в ждущем режиме.

падение через конденсатор *C* передается на первую сетку лампы, что вызывает уменьшение тока экранирующей сетки, проходящего через резистор $R_к$. Благодаря усилительным свойствам лампы ток $i_э$ уменьшается сильнее, чем увеличивается ток $i_а$, т. е. отношение $\Delta i_э/\Delta i_а > 1$. Этим достигается положительная обратная связь и напряжение

на третьей сетке возрастает, вызывая дальнейшее увеличение анодного тока и соответственно дальнейшее уменьшение напряжения на аноде и первой сетке, и т. д. Развивается лавинообразный процесс, который заканчивается в тот момент, когда напряжением между первой сеткой и катодом лампы упадет до величины, близкой к потенциалу запирания лампы. Нижняя обкладка конденсатора *C* через резистор *R* соединена с источником $E_а$, а потенциал верхней обкладки устанавливается равным $u_а < E_а$. Поэтому начинается разряд конденсатора *C*. Ток разряда проходит через резистор *R* (сеточный ток отсутствует) и является почти постоянным. Действительно, всякое изменение тока разряда приводит к увеличению или уменьшению напряжения на управляющей сетке. Благодаря этому напряжение на аноде соответственно падает или возрастает, противодействуя изменению тока разряда (см. стр. 584).

Напряжение на первой сетке в этой медленной стадии остается практически постоянным, в то время как напряжение на аноде благодаря разряду конденсатора *C* линейно падает, а анодный ток возрастает.

Когда напряжение на аноде упадет до некоторой минимальной величины, при которой управляющая сетка перестает управлять анодным током (рабочая точка выходит на линию критического режима), потенциал управляющей сетки начинает быстро подниматься, что приводит к возрастанию тока экранирующей сетки и, следовательно, росту потенциала катода. С момента достижения катодным напряжением некоторого критического значения благодаря влиянию третьей сетки начинается уменьшение анодного тока и увеличение потенциала анода, которое через конденсатор *C* передается на первую сетку. Вследствие этих причин ток экранной сетки еще больше возрастает, что вызывает дальнейшее уменьшение анодного тока, и т. д. Развивается лавинообразный процесс, который заканчивается запиранием лампы по анодному току. После заряда конденсатора через сопротивление сетка — катод лампы схема приходит в исходное состояние. В результате описанных процессов на катоде лампы образуется положительный, а на экранирующей сетке — отрицательный импульсы напряжения (рис. 11-54). Запуск схемы можно осуществлять подачей импульсов отрицательной полярности на анод и управляющую сетку (рис. 11-53), причем эти способы запуска являются предпочтительными.

Фантастрон с экранной связью. В исходном режиме лампа заперта по анодному току благодаря тому, что третья сетка находится под большим отрицательным потенциалом (рис. 11-53, *в*). Ток экранирующей сетки при этом велик. При подаче положительного пускового импульса на третью сетку (или отрицательного — на анод) возникает анодный ток лампы. Это приводит к уменьшению потенциала анода и управляющей сетки. Одновременно умень-

шается ток экранирующей сетки и растет ее потенциал. Через конденсатор C_2 увеличение потенциала передается на третью сетку, что ведет к дальнейшему росту анодного тока и падению напряжения на управляющей сетке. Процесс лавинообразно нарастает и прерывается, когда напряжение на первой сетке становится близким к потенциалу отсечки. Далее начинается линейный разряд конденсатора C и напряжение на аноде медленно падает, а на сетке остается почти постоянным. Когда напряжение на аноде достигает некоторой минимальной величины, при которой напряжение на сетке практически не оказывает влияния на анодный ток, обратная связь с анода на первую сетку прекращается. Происходит рост напряжения на первой сетке, что приводит к увеличению тока экранирующей сетки и падению напряжения на этой сетке. Из-за связи через конденсатор C_2 снижается потенциал третьей сетки, что вызывает уменьшение анодного тока и дальнейшее увеличение напряжения на первой сетке, тока экранирующей сетки, и т. д. Происходит скачок, в результате которого лампа запирается по анодному току, а ток экранирующей сетки достигает максимальной величины — схема возвращается к исходному режиму.

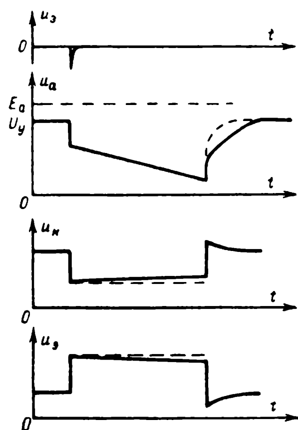


Рис. 11-54. Временные диаграммы напряжений в фантастроне с катодной связью.

$u_з$ — импульс запуска; $u_а$ — напряжение на аноде; $u_к$ — на катоде; $u_э$ — на экранной сетке.

Постоянная времени R_2C_2 цепи экранирующей сетки должна быть достаточно малой, чтобы быстро восстановилось напряжение на конденсаторе C_2 после запуска и первого переброса схемы.

Схема может работать в автоколебательном режиме, для чего исходный потенциал третьей сетки выбирается равным нулю (сопротивление R_3 соединяется с корпусом).

Время возвращения фантастрона в исходное состояние, определяемое постоянной времени заряда конденсатора C через сопротивление R, может быть достаточно большим. Для сокращения этого времени вводится дополнительный катодный повторитель (лампа $Л_2$ на рис. 11-53, *б*), имеющий малое выходное сопротивление, вследствие чего постоянная времени заряда конденсатора C резко уменьшается.

Регулировку длительности $t_и$ импульса фантастрона осуществляют установкой исходного потенциала $U_у$ анода с помощью потенциометра $R_у$, соединенного с диодом $Д$, как показано на рис. 11-53, *а*, *б*.

В схемах на рис. 11-53, *а*, *б* можно добиться изменения времени $t_и$ с помощью потенциометра $R_у$ от 20—30 *мксек* до нескольких миллисекунд, причем весь этот диапазон перекрывается тремя конденсаторами C емкостью соответственно 1 200, 2 400 и 4 800 *пф*.

Для повышения линейности зависимости $t_и(U_у)$ необходимо, чтобы потенциометр $R_у$ был строго линеен. Кроме того, длительность импульса можно менять за счет выбора постоянной времени RC, поскольку скорость спада напряжения на аноде

$$v = \frac{U_у - \Delta U_а}{RC}, \ в/сек,$$

где $U_у$ — исходное напряжение на аноде; $\Delta U_а$ — величина начального скачка.

Схема с катодной связью (рис. 11-53, *а*) удобна тем, что не требует дополнительного источника отрицательного смещения, позволяет получить почти прямоугольные импульсы сравнительно большой амплитуды положительной (на экранирующей сетке) или отрицательной (на катоде) полярности.

В схеме с катодной связью перепад напряжения на аноде в момент запуска достигает порядка 30—50 *в* и значительно больше скачка в схеме с экранирующей связью (5—7 *в*). Последняя схема имеет также некоторые преимущества в отношении линейной зависимости $t_и(U_у)$.

Запуск схем осуществляется подачей отрицательного импульса через диод $Д$, выполняющий те же функции, что и в схеме запуска ждущего мультивибратора (см. стр. 575).

В схемах фантастронов используются пентоды (6Ж5П, 6Ж2П) и гептоды (например, 6А2П, 6А4П).

Блокинг-генераторы

Блокинг-генератором называется импульсный генератор с одним усилительным элементом и трансформаторной обратной связью.

Блокинг-генератор используется для создания последовательности кратковременных импульсов. Длительность импульсов, генерируемых блокинг-генератором, может колебаться от сотых долей микросекунды до нескольких десятков микросекунд. Частоту

повторения импульсов блокинг-генератора можно легко изменять в очень широких пределах без существенного изменения их формы. Блокинг-генератор может также работать в заторможенном режиме, генерируя одиночные импульсы под влиянием запускающих сигналов.

Блокинг-генератор (основная схема) содержит лампу, импульсный трансформатор *Тр* и *RC*-цепь (рис. 11-55, *а*). Импульсный

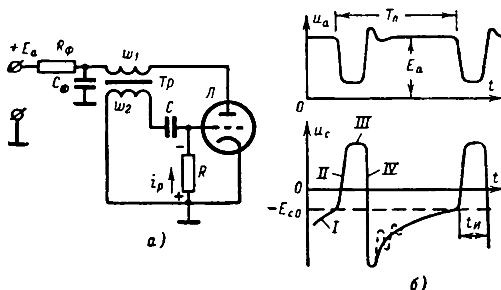


Рис. 11-55. Блокинг-генератор.

а — основная схема; *б* — диаграмма напряжений на аноде $u_а$ и сетке $u_с$.

$-E_{с.о}$ — напряжение отсечки; *I* — медленная стадия разряда конденсатора (лампа заперта); *II* — фронт импульса; *III* — вершина импульса; *IV* — срез импульса.

трансформатор предназначен для трансформации кратковременных импульсов. От низкочастотных трансформаторов синусоидальных колебаний он отличается важными конструктивными особенностями. Для сердечников импульсных трансформаторов используется обычно тонкая катаная лента из специальных сортов сталей, обладающих большим значением максимальной индукции и малой величиной остаточной напряженности магнитного поля (коэрцитивной силы).

Обмотки трансформатора выполняют с минимальной паразитной емкостью и малой индуктивностью рассеяния. Обычно это однослойные или двухслойные цилиндрические или тороидальные катушки, содержащие несколько десятков или сотен витков. Коэффициент трансформации

$$q = \frac{w_2}{w_1}$$

(w_1 и w_2 — число витков соответственно анодной и сеточной обмоток). У блокинг-трансформаторов q, как правило, невелик (порядка 0,5—1,5). От свойств трансформатора зависит минимально возможная длительность импульсов, генерируемых блокинг-генератором при заданном типе лампы.

Рассмотрим упрощенно процессы в блокинг-генераторе. После очередного запирания лампы конденсатор *C* (зарядившийся предыдущим импульсом до некоторого напряжения U_0) медленно разряжается через резистор *R* и вторичную обмотку трансформатора. Так как сопротивление *R* выбирается большим, ток разряда *i* и *di/dt* малы и напряжение на сеточной, а следовательно, и анодной обмотке близко к нулю. Напряжение на аноде постоянно и равно $E_а$. В момент достижения потенциала отсечки возникает анодный ток, благодаря чему на первичной и, следовательно, вторичной обмотке возникает напряжение.

Полярность включения обмоток такова, что потенциал сетки возрастает, благодаря чему анодный ток продолжает увеличиваться, и т. д. Развивается лавинообразный процесс формирования фронта импульса: анодный ток резко увеличивается, а напряжение на аноде падает *. Когда напряжение на сетке становится положительным, появляется сеточный ток, который в дальнейшем резко нарастает и может даже превзойти ток анода. По мере роста сеточного тока крутизна динамической характеристики лампы падает до тех пор, пока перестают выполняться условия самовозбуждения. Начинается вторая стадия — формирование вершины импульса. Напряжение на аноде при этом мало, анодный ток велик и изменяется мало.

Конденсатор *C* в этой стадии заряжается большим сеточным током через сравнительно малое сопротивление участка сетка — катод лампы, вследствие чего напряжение на сетке падает. Так продолжается до тех пор, пока падение напряжения на сетке начинает приводить к существенному уменьшению анодного тока, т. е. пока крутизна характеристики анодного тока не возрастет настолько, что вновь начнут выполняться условия самовозбуждения.

В этот момент начинается формирование среза импульса: уменьшение анодного тока вызывает появление дополнительного напряжения на анодной и сеточной обмотках трансформатора; напряжение на сетке падает (становится более отрицательным), вызывая дальнейшее еще более интенсивное падение анодного тока, и т. д. вплоть до резкого запирания лампы. На анодной и сеточной обмотках индуктируются значительные отрицательные выбросы напряжения, обусловленные рассеянием энергии магнитного поля, запасенной в сердечнике трансформатора за время формирования вершины импульса. Затем блокинг-генератор переходит в следующую стадию медленного разряда конденсатора *C* на резистор *R*, в течение которого лампа остается запертой.

В момент окончания среза импульсов могут возникать паразитные высокочастотные колебания (пунктирная кривая на рис. 11-55, *б*). Для борьбы с ними включают шунтирующее сопротивление $R_ш$ в дополнительную нагрузочную обмотку трансформатора, предназначенную для присоедине-

* При этом предполагается, что условия самовозбуждения выполняются, т. е. произведение коэффициента усиления усилителя *K* без обратной связи и коэффициента обратной связи *q* больше 1 : $Kq>1$.

ния нагрузки, или используют дополнительный шунтирующий диод *Д* (рис. 11-56).

Длительности фронта $t_ф$ и среза $t_с$ импульсов определяются величиной междуэлектродных емкостей лампы и паразитных междувитковых емкостей обмоток трансформатора, а также внутренним сопротивлением лампы. Для сокращения $t_ф$ и $t_с$ следует использовать лампы с малыми междуэлектродными емкостями и высокой крутизной характеристики.

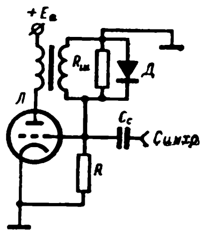


Рис. 11-56. Вариант схемы блокинг-генератора с синхронизацией.

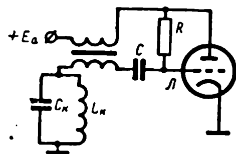


Рис. 11-57. Блокинг-генератор с синхронизирующим контуром $L_к$, $C_к$.

Длительность $t_и$ импульса блокинг-генератора в некоторых пределах можно регулировать подбором величины емкости конденсатора *C* (с уменьшением *C* $t_и$ падает).

Для ориентировочных расчетов можно принять, что $t_и \approx 2R_{с.к}C$, где $R_{с.к}$ — сопротивление участка сетка — катод при максимальном напряжении на сетке (во время импульсов), имеющее порядок 200—500 *ом*. Практически с лампами типа 6Н2П, 6Н3П можно довести длительность импульса до сотни наносекунд. Период повторения $T_п$ имеет невысокую стабильность и регулируется сопротивлением *R*. Приближенно можно считать $T \approx (0,8 \div 1,2)\,RC$. В схемах блокинг-генераторов часто используется дополнительная нагрузочная обмотка, позволяющая получать выходные импульсы любой полярности (рис. 11-58).

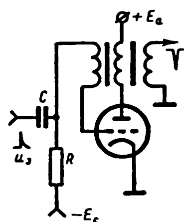


Рис. 11-58. Запертый блокинг-генератор, $-E_с < -E_{с.о}$

Чтобы блокинг-генератор не вызывал колебаний напряжения источника и тем самым не влиял на другие схемы, подключенные к этому источнику, часто применяют дополнительный фильтр $R_ф$, $C_ф$, где $C_ф$ имеет порядок десятых долей — нескольких единиц микрофарад, а $R_ф$ — несколько килоом (рис. 11-55).

Существует несколько разновидностей схем блокинг-генераторов, различающихся главным образом способом включения конденсатора *C* и резистора $R_с$, которые иногда называются хронирующими элементами. Принцип действия этих схем один и тот же; различия состоят лишь в некоторых деталях.

Блокинг-генератор легко синхронизируется внешними импульсными и синусоидальными колебаниями, подаваемыми на сетку лампы, с частотой, несколько меньшей частоты собственных колебаний $1/T$. Блокинг-генератор может синхронизироваться также колебаниями, период которых $T_{вх}$ в целое число *n* больше $T: T_{вх} = nT + t_0$, где t_0 — небольшая величина ($t_0 < T$). Увеличение *n* свыше 4—6 приводит к тому, что синхронизация становится неустойчивой.

Для увеличения стабильности частоты повторения импульсов в цепь сетки иногда включают колебательный контур $L_кC_к$, резонансная частота которого в несколько раз (3—5) выше собственной частоты блокинг-генератора (рис. 11-57).

Блокинг-генератор может работать и в ждущем режиме, для чего на сетку лампы подается отрицательный потенциал $-E_с$ (рис. 11-58), запирающий лампу. Процесс генерации импульса возникает каждый раз при подаче запускающего сигнала $u_з$, открывающего лампу блокинг-генератора.

Часто блокинг-генераторы используются для получения пилообразного напряжения в генераторах разверток телевизионных кинескопов. Для фиксации длительности импульсов и периода следования иногда используют искусственные линии задержки [Л. 1,5], включаемые в цепь сетки.

Генераторы пилообразного напряжения

В практике часто возникает необходимость получения напряжений, имеющих форму, напоминающую зубцы пилы (пилообразную форму), которая характеризуется линейными рабочими участками ($T_р$), чередующимися с участками восстановления $T_в$, причем обычно $T_р \gg T_в$ (рис. 11-59). Такие напряжения используются, например, для получения развертки в осциллографах с электростатической трубкой. Зубцы могут иметь не только положительный, но и отрицательный наклон. Иногда зубцы разделены плоскими участками (рис. 11-59, *б*, *в*).

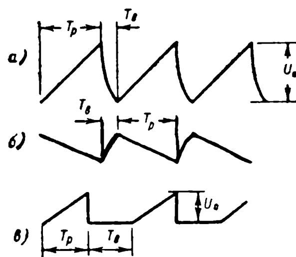


Рис. 11-59. Формы пилообразного напряжения.

Для характеристики генераторов пилообразных колебаний и формы вырабатываемых ими напряжений используют следующие основные показатели:

относительное время восстановления $\tau_в = T_в/T_р$;

размах пилообразных колебаний $U_п$;

коэффициент нелинейности

$$\beta = \frac{v'_{макс} - v'_{мин}}{v'_{макс}},$$

где $v'_{макс}$ и $v'_{мин}$ — максимальная и минимальная скорости изменения напряжения на рабочем участке;

коэффициент использования анодного напряжения $\xi = U_п/E_а$, где $E_а$ — напряжение анодного источника.

Наибольшее распространение нашли генераторы с непосредственным зарядом или разрядом конденсатора через резистор, с компенсирующей э. д. с., с токостабилизирующим элементом, с емкостной обратной связью.

Транзисторные аналоги этих схем широкого распространения не получили.

Генератор с зарядом (разрядом) конденсатора через резистор. В состав генератора (рис. 11-60), помимо резистора и

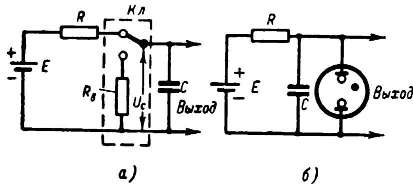


Рис. 11-60. Простейший генератор пилообразных колебаний с зарядом конденсатора C через сопротивление R.

а — схемы для иллюстрации принципа действия; *б* — автогенератор с неоновой лампой.

конденсатора, входит ключ *Кл* с малым внутренним сопротивлением $R_в \ll R$, периодически подключающий конденсатор для заряда через R (рабочая стадия $T_р$) или разряда через $R_в$ (стадия восстановления $T_в$). Функции ключа может выполнять какой-либо коммутирующий элемент: неоновая лампа, электронная лампа, транзистор.

Схемы такого типа характеризуются низким коэффициентом использования анодного напряжения и невысокой степенью линейности при приемлемом значении ξ, причем стремление увеличить ξ неминуемо влечет рост β.

В простейшем генераторе с неоновой лампой (рис. 11-60, *б*) выбирают $R \gg R_в$, где $R_в$ — сопротивление между электродами зажженной лампы. В течение рабочей стадии $T_р$ лампа погашена и напряжение на конденсаторе возрастает до тех пор, пока не будет достигнут потенциал зажигания $U_з$. Затем происходит быстрый разряд конденсатора через неоновую лампу, напряжение на нем падает до потенциала гашения $U_г < U_з$, лампа гаснет и начинается новый цикл заряда.

Длительность рабочей стадии

$$T_р = 2{,}3\,RC\,\lg\frac{E - U_г}{E - U_з},$$

а длительность стадии восстановления

$$T_в \approx 2{,}3\,R_в C\,\lg\frac{E - RI_1 - U_з}{E - RI_2 - U_г},$$

где E — напряжение источника;

I_1, I_2 — токи лампы, соответствующие потенциалам зажигания и гашения.

Обычно $T_р \gg T_в$.

Рассмотренная схема является генератором автоколебаний. Генераторы пилообразных колебаний, рассмотренные ниже, относятся к устройствам формирования пилообразных напряжений с внешним возбуждением.

В схеме с коммутирующим триодом (рис. 11-61) заряд конденсатора C происхо-

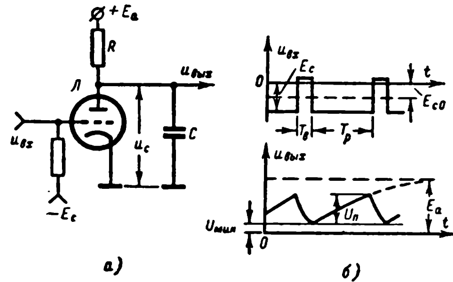


Рис. 11-61. Генератор пилообразных колебаний с разрядом конденсатора C через триод.

а — схема; *б* — временные диаграммы.

дит через резистор R в течение времени $T_р$ запертого состояния лампы, а разряд — через лампу (и резистор R) во время подачи на ее сетку отпирающего положительного импульса длительностью $T_в$.

Постоянная времени разряда

$$\tau = C\,\frac{RR_в}{R + R_в} \ll T_р,$$

что достигается выбором лампы с малым внутренним сопротивлением $R_в$. Для этой схемы

$$\xi \approx \frac{T_р}{RC} \approx \frac{U_п}{E_а - U_{мин}};$$

$$\beta = \left(1 - \frac{U_{мин}}{E_а}\right)\frac{T_р}{RC} \approx \frac{T_р}{RC} \approx \xi.$$

Высокой линейности в схеме (малого значения β) можно достичь только за счет весьма неэффективного использования источника питания (малая величина ξ).

При ориентировочном расчете обычно задаются величинами $T_р$ и $U_п$ и из соотношения

$$U_п = \frac{I_0 T_р}{C},$$

соответствующего линейному заряду конденсатора через резистор R в течение времени $T_р$, выбирают емкость конденсатора C, для чего дополнительно задаются начальным зарядным током I_0 конденсатора (порядка 0,1—3 *ма*). Затем по выбранной величине ξ находят нужное значение $E_а = U_п/\xi$ и величину $R = E/I_0$. Для получения необходимого времени восстановления $T_в$ лампу следует выбрать так, чтобы ее внутреннее сопротивление удовлетворяло условию

$$R_{вн} < T_в/3C.$$

Причиной появления нелинейности пилообразного напряжения является уменьшение тока i, вызываемое ростом напряжения $u_с = u_{вых}$ на конденсаторе,

$$i = \frac{E - u_C}{R}.$$

Генератор с компенсирующей э. д. с. Действие генератора основано на компенсации увеличения напряжения на зарядном конденсаторе, вследствие чего ток заряда

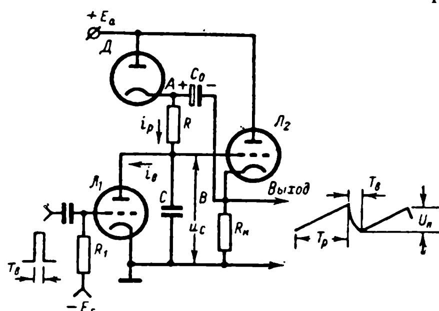


Рис. 11-62. Генератор пилообразных колебаний с компенсирующей э. д. с.

остается почти постоянным, а напряжение на этом конденсаторе возрастает почти линейно. Компенсация достигается тем, что выходное напряжение подается на катодный повторитель (рис. 11-62) с коэффициентом передачи K, близким к единице. Напряжение с выхода этого повторителя

$$u_{к\,п} = Ku_C \approx u_C$$

добавляется к напряжению E, в результате этого ток заряда

$$i = \frac{E - u_C + Ku_C}{R} \approx \frac{E}{R}$$

устанавливается почти постоянным, а напряжение на конденсаторе возрастает почти линейно. В схеме генератора, построенного по этому принципу, функции источника э. д. с. E выполняет конденсатор большой емкости $C_0 \gg C$. В рабочей стадии лампа $Л_1$ заперта, а зарядный конденсатор C медленно заряжается через сопротивление R (и $R_к$) за счет разряда конденсатора C_0, являющегося при этом источником энергии. Диод $Д$ при этом закрыт. Напряжение на сетке лампы $Л_2$ катодного повторителя, а следовательно, на сопротивлении $R_к$ увеличивается, вследствие чего рост потенциала точки A компенсирует рост напряжения $u_с$, благодаря чему зарядный ток остается постоянным.

В стадии восстановления на сетку лампы $Л_1$ подается положительный импульс, в результате чего происходит сравнительно быстрый разряд конденсатора C через лампу и напряжение на сетке лампы $Л_2$ и в точке B падает. Конденсатор C_0 при этом подзаряжается (через открывающийся диод $Д$ и сопротивление $R_к$) до исходного напряжения E, близкого к $E_а$, после чего диод $Д$ запирается. В момент окончания импульса триод $Л_1$ запирается и начинается новый период заряда конденсатора C.

Для схемы с компенсирующей э. д. с. при $C_0 \geqslant C/\beta$ [Л. 1]:

$$\beta = \frac{U_п(1-K)}{E_а - U_{мин}} \approx \frac{1}{\mu};$$

$$\xi = \frac{\beta}{1-K}\left(1 - \frac{U_{мин}}{E_а}\right).$$

Если неравенство $C_0 \ll C/\beta$ не выполняется, т. е. неравенство $C_0 \ll C$ — недостаточно сильное, то можно также пользоваться формулой [Л. 14]

$$\beta = \xi\left[(1-K) + \frac{C}{C_0}\right];$$

здесь K — коэффициент передачи катодного повторителя;

$U_{мин}$ — минимальное значение напряжения на конденсаторе C;

μ — коэффициент усиления лампы $Л_2$.

При анодном напряжении $E_а = 300$ *в* при правильном выборе параметров схема может генерировать пилообразные колебания с $\beta \leqslant 1\%$ и амплитудой порядка 100—150 *в*.

Триод $Л_1$ и диод $Д$ в схеме должны иметь малое внутреннее сопротивление.

Триод $Л_2$ должен быть достаточно мощным, обладать левыми характеристиками (чтобы передать без искажений пилообразное напряжение значительной амплитуды) и иметь возможно больший коэффициент усиления μ. При ориентировочном расчете задаются током I_0 заряда конденсатора C в пределах 0,1—1 *ма* и определяют величину сопротивления

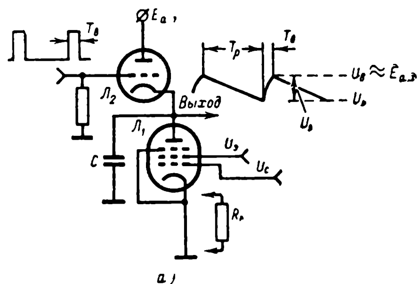
$$R = \frac{E_а - U_{мин}}{I_0}.$$

Входящее сюда напряжение $U_{мин}$ при достаточно большом сопротивлении резистора R (порядка 0,5 *Мом*) имеет величину 10—20 *в* и может быть определено из характеристик лампы $Л_1$ (по сопротивлению R и напряжению на сетке в момент действия импульса). Емкость конденсатора C должна удовлетворять условию $C = I_0 T_р / U_п$.

При выборе емкости конденсатора C_0 необходимо учесть, что за время $T_в$ он должен полностью зарядиться, так что

$$C_0 \leqslant \frac{T_в}{3R_{в.д} + R_{вых.к.п}},$$

где $R_{в.д}$ — внутреннее сопротивление открытого диода, а $R_{вых.к.п} \approx 1/S_{л2}$ — выходное сопротивление катодного повторителя



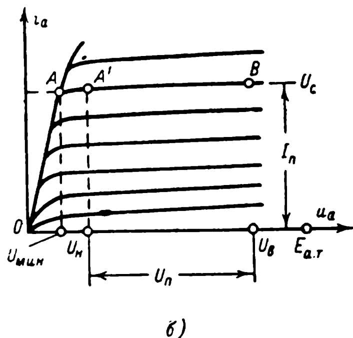


Рис. 11-63. Генератор пилообразных колебаний с разрядом конденсатора через пентод постоянного тока.

а — схема, иллюстрирующая принцип действия; *б* — характеристика пентода: *OA* — линия критического режима; *B* и *A'* — положение рабочих точек в начальный и конечный моменты рабочей стадии.

($S_{л2}$ — крутизна характеристики лампы $Л_2$). Обычно C_0 составляет несколько десятых долей микрофарады. Резистор $R_к$ в цепи катода $Л_2$ имеет порядок 20—30 *ком*, чем достигается коэффициент передачи катодного повторителя, близкий к единице.

Генератор с токостабилизирующим пентодом. Действие схемы основано на разряде конденсатора C в течение рабочей стадии $T_р$ через пентод $Л_1$ (рис. 11-63, *а*) (триод $Л_2$ при этом заперт).

Так как анодный ток пентода мало зависит от напряжения на аноде, ток разряда конденсатора остается почти постоянным, и напряжение на аноде падает по закону, близкому к линейному, до тех пор, пока рабочая точка не достигнет линии критического режима (точка A на рис. 11-63, *б*). Заряд конденсатора в стадии восстановления (время $T_в$) осуществляется через мощный триод $Л_2$, имеющий малое внутреннее сопротивление $R_{в.т}$, который отпирается на время $T_в$ положительными импульсами, действующими на его сетку.

Для этой схемы

$$\beta \approx \frac{U_п}{I_п R_в};\quad \xi = \frac{U_п}{E_{а.т}} = \frac{I_п R_в}{E_{а.т}}\beta,$$

где $R_в$ — внутреннее сопротивление пентода ($R_в \gg R_{в.т}$).

Поскольку произведение $I_п R_в \gg E_{а.т}$, $\xi \gg \beta$, и в этой схеме при малой величине коэффициента нелинейных искажений можно достичь достаточно высоких значений ξ — до 0,6—0,8. Это означает, что амплитуда пилообразного напряжения $U_п \approx \approx E_{а.т} - U_н$ (рис. 11-63, *а*) может составлять 60—80% $E_{а.т}$. Так как триод имеет малое внутреннее сопротивление, величина $U_в$ верхнего уровня пилы близка к напряжению источника $E_{а.т}$.

Для увеличения линейности пилообразного напряжения в цепь катода включают дополнительный стабилизирующий резистор $R_к$. При уменьшении анодного тока в процессе разряда конденсатора отрицательное напряжение на сетке, обусловленное падением напряжения на $R_к$, убывает, вследствие чего происходит некоторая компенсация изменения анодного тока лампы и, следовательно, повышение степени линейности пилообразного напряжения. Пентод в схеме генератора выбирают с возможно большим внутренним сопротивлением $R_в$.

При ориентировочном расчете по заданному значению β и $U_п$ для выбранной лампы определяется нужное значение тока $I_п$ разряда конденсатора

$$I_п = \frac{U_п}{\beta R_в},$$

причем с увеличением требующейся скорости изменения пилообразного напряжения величина $I_п$ возрастает. Емкость конденсатора C должна быть значительно больше паразитных емкостей и определяется из соотношения $C = I_п T_р / U_п$.

Триод должен иметь малое внутреннее сопротивление $R_{вн.т}$ и большой анодный ток $I_{а.т} \gg I_п$, причем $R_{вн.т} \leqslant T_в/3C$. Напряжение анодного источника триода $E_{а.т}$ должно удовлетворять условию

$$E_{а.т} \geqslant U_в + I_{а.т} R_{в.то},$$

где $R_{в.то}$ — сопротивление триода постоянному току в рабочей точке.

Практическая схема генератора развертки осциллографа с использованием токостабилизирующего пентода в несколько упрощенном виде изображена на рис. 11-64.

Генератор может работать в автоколебательном и ждущем режимах.

Автоколебательный режим (ключ *Кл* в положении *н*). Лампы $Л_1$ и $Л_2$ образуют несимметричный мультивибратор с гальванической связью между анодом лампы $Л_1$

и сеткой лампы $Л_2$. В полупериод запертого состояния лампы $Л_1$ конденсатор C_1 разряжается через отпертую лампу $Л_2$ и резистор R_1. В момент достижения напряжения отсечки лампа $Л_1$ отпирается и потенциал ее анода убывает. Это в свою очередь вызывает уменьшение напряжения на сетке лампы $Л_2$ и увеличение напряжения на аноде лампы $Л_2$, которое через конденсатор C_1 передается на сетку лампы $Л_1$, и т. д. Происходит опрокидывание и лампа

Рис. 11-64. Практическая схема генератора пилообразных колебаний с токостабилизирующим пентодом.

$Л_1$ отпирается, а $Л_2$ — запирается. Начинается стадия медленного разряда конденсатора C через токостабилизирующий пентод $Л_3$, в катод которого включен линеаризующий резистор $R_к$.

Напряжение между сеткой и катодом триода в процессе разряда конденсатора увеличивается и в некоторый момент времени достигает напряжения отсечки. Триод отпирается, напряжение на его аноде убывает, вызывая уменьшение напряжения на сетке лампы $Л_1$. Анодный ток лампы $Л_1$ убывает, а напряжение на аноде и, следовательно, на сетке лампы $Л_2$ увеличивается, вызывая дальнейший рост анодного тока лампы $Л_2$. Происходит опрокидывание, в результате которого лампа $Л_1$ оказывается запертой, а $Л_2$ — отпертой. Затем процесс повторяется. Так происходит генерирование периодического пилообразного напряжения. Синхронизация развертки с исследуемым напряжением осуществляется подачей на защитную сетку пентода синхроимпульсов положительной полярности.

Ждущий режим (ключ *Кл* в положении *ж*) характеризуется тем, что лампа $Л_1$ запирается и автоколебания срываются.

В результате подачи на сетку лампы $Л_2$ пускового импульса (отрицательного) происходит однократное опрокидывание мультивибратора: лампа $Л_2$ запирается на некоторое время $T_р$, спустя которое схема автоматически возвращается в исходное устойчивое состояние равновесия. На аноде лампы $Л_3$ образуется один зубец пилы, сфазированный с пусковым импульсом. Схема остается в таком положении до прихода очередного пускового импульса.

Генератор с емкостной обратной связью. Генератор содержит пентодный резистивный усилитель (рис. 11-65) с емкостной обратной связью через конденсатор C и резистор $R_с$ сопротивлением порядка 500 *ком* — 1 *Мом*, соединенный с источником положительного напряжения $E_с$ (иногда — с источником анодного напряжения, т. е. $E_с = E_а$). В исходном состоянии пентод заперт по третьей (защитной) сетке смещением $-E_{с3}$, напряжение на управляющей сетке близко к нулю (поскольку сопротивление $R_с$ много больше сопротивления участка сетка—катод лампы в области малых сеточных токов). Конденсатор C при этом заряжен до напряжения, близкого к $E_а$.

Перевод схемы в рабочую стадию достигается подачей положительного перепада $U_з$ на третью сетку. Благодаря этому возникают токи $i_а$, i_R и i_C и отрицательный перепад напряжения на аноде, который передается на сетку лампы. Величина этого перепада $\Delta U_а$ близка к $E_{с0}$ (точнее,

$$\Delta U_а = -\frac{E_{с0}}{1 + D},$$

где D — проницаемость лампы). Начинается разряд конденсатора почти постоянным током $i_C = I_C$.

Физически процесс стабилизации тока I_C объясняется действием отрицательной обратной связи: увеличение тока I_C ведет к понижению напряжения на сетке и уменьшению анодного тока, что противодействует увеличению I_C. И наоборот, уменьшение

Рис. 11-65. Генератор пилообразных колебаний с емкостной обратной связью. Направления токов $i_а$, i_R, I_0 показаны для рабочего режима.

I_C вызывает рост напряжения на сетке и, следовательно, увеличение анодного тока лампы, что также противодействует уменьшению I_C. В действительности ток I_C меняется по экспоненте с очень большой постоянной времени $T_э = R_э C_э$, где

$$R_э = \frac{R_в R_а}{R_в + R_а}, \text{ а } C_э \approx C R_с S + \frac{R_с}{R_э} \approx C R_с S.$$

Приближенно (при $R_а > R_с$) можно считать $T_э \approx \mu R_с C$.

Ток I_C и скорость v убывания напряжения на аноде зависят от величины $E_с$:

$$I_C = \frac{E_с + \Delta U_д}{R_с}; \quad v = \frac{I_с}{C} \approx \frac{E_с}{R_в C}.$$

Таким образом, скорость развертки можно подбирать путем изменения величин $E_с$, $R_с$ и C. Процесс линейного разряда конденсатора прекращается в момент выхода рабочей точки на линию критического режима, когда напряжение на сетке перестает эффективно управлять анодным током и напряжение на аноде достигает минимального значения $U_{а.мин}$ порядка 20—30 *в*. Начиная с этого момента, напряжение на сетке возрастает, достигая нулевого уровня: схема переходит в состояние устойчивого равновесия, которое характеризуется постоянными токами и напряжениями на всех электродах лампы.

В генераторах пилообразных колебаний режим линейного разряда конденсатора прерывается до момента достижения $U_{а.мин}$ подачей запирающего напряжения $-E_{с3}$ на защитную сетку (т. е. прерыванием перепада U_3).

Анодный ток лампы в результате этого становится равным нулю, и конденсатор начинает заряжаться по цепи: источник напряжения—резистор $R_а$—конденсатор C—сопротивление участка сетка—катод лампы с постоянной времени $\tau_в \approx R_а C$. Через время $T_в = 3\tau_в$ процесс заряда конденсатора заканчивается и может быть начата новая рабочая стадия путем подачи перепада U_3 и т. д. Схема с емкостной обратной связью характеризуется следующими показателями:

$$\beta = \frac{E_{с0}}{E_с R_э S}; \quad \xi_{макс} = 1 - \frac{E_{с0} + U_{а.мин}}{E_а}.$$

В практических схемах обычно $R_а$ имеет порядок нескольких сотен килоом, а $C = 100 \div 200$ *пф*.

С помощью таких генераторов легко получить очень медленные пилообразные колебания с периодом вплоть до нескольких секунд. Принцип линейного разряда конденсатора положен в основу фантастронных схем (см. стр. 576).

11-9. ОСНОВНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ УСТРОЙСТВА НА ТРАНЗИСТОРАХ

Мультивибраторы

На рис. 11-66 приведена основная схема мультивибратора с емкостными коллекторно-базовыми связями. В мультивибраторе возникают периодические колебания, обусловленные поочередным отпиранием (запиранием) транзисторов. Специфические особенности транзисторного мультивибратора в отличие от мультивибратора на лампах объясняются отличительными свойствами транзисторов при работе в ключевом режиме (см. стр. 557).

После очередного переброса в схеме, когда транзистор T_1 заперт, T_2 отперт, происходит заряд конденсатора C_1. За время запертого состояния триода T_1 этот конденсатор успевает зарядиться до напряжения

$$E_к - I_{к01} R_{к1} \approx E_к,$$

где $I_{к01}$ — начальный ток коллектора транзистора T_1.

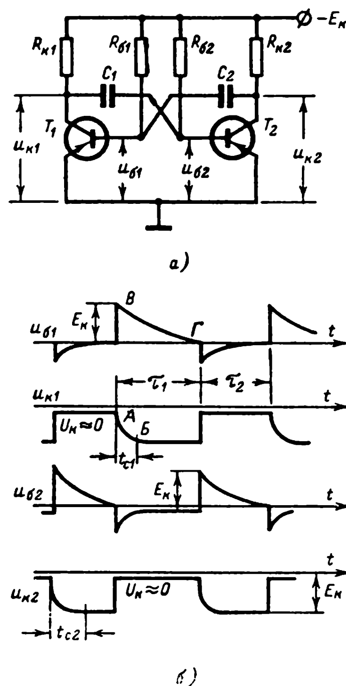


Рис. 11-66. Мультивибратор с коллекторно-базовыми связями.

а — схема мультивибратора; *б* — диаграммы напряжений на участках база — эмиттер $u_б$ и на участке коллектор — эмиттер $u_к$.

Напряжение на участке коллектор—эмиттер вследствие протекания тока заряда конденсатора C_1 через резистор $R_{к1}$ устанавливается равным примерно $E_к$ не сразу, а через некоторое время (участок *АВ* на рис. 11-66, *б*). Этим определяется длительность отрицательного перепада (среза импульса) коллекторного напряжения транзистора T_1:

$$t_{с1} \approx 3 R_{к1} C_1.$$

Аналогично определяется длительность среза коллекторного напряжения второго транзистора T_2:

$$t_{с2} \approx 3 R_{к2} C_2.$$

Запертое состояние транзистора T_1 поддерживается благодаря перезаряду конденсатора C_2. Ток перезаряда проходит через резистор $R_{б1}$ (участок *ВГ*), при этом в базу транзистора T_1 втекает ток, примерно равный $I_{к0}$.

Закон изменения напряжения $u_{б1}$ можно записать в виде

$$u_{б1} = -(E_к + I_{к01} R_{б1}) + (E_к + I_{к01} R_{б1} + E_к) e^{-\frac{t}{R_{б1} C_2}}.$$

Длительность τ_1 стадии запертого состояния триода T_1 и отпертого состояния T_2 определяется выражением

$$\tau_1 = R_{б1} C_2 \ln \frac{2E_к + I_{к01} R_{б1}}{E_к + I_{к01} R_{б1}}.$$

В тот момент, когда напряжение на участке база—эмиттер транзистора T_1 достигает такой величины, при которой отпирается транзистор T_1 ($u_{б1} \approx 0$), происходит быстрый лавинообразный процесс опрокидывания мультивибратора и триод T_2 запирается (триод T_1 открывается).

Длительность стадии τ_2, при которой триод T_1 отперт, а триод T_2 заперт, определяется выражением

$$\tau_2 = R_{б2} C_1 \ln \frac{2E_к + I_{к02} R_{б2}}{E_к + I_{к02} R_{б2}}.$$

Период колебаний

$$\tau_п = \tau_1 + \tau_2.$$

Если мультивибратор симметричен ($R_{к1} = R_{к2} = R_к$; $R_{б1} = R_{б2} = R_б$; $C_1 = C_2 = C$ и транзисторы однотипны), длительность периода колебаний

$$\tau_п = 2\tau = 2R_б C \ln \frac{2E_к + I_{к0} R_б}{E_к + I_{к0} R_б}.$$

Нестабильность длительности периода из-за колебаний температуры определяется температурной зависимостью тока $I_{к0}$. Одним из способов повышения стабильности является применение транзисторов с малым $I_{к0}$ (например, кремниевых). Однако и это полностью не решает проблему температурной стабильности мультивибратора. Улучшить стабильность можно, уменьшая сопротивление резистора $R_б$, но при этом приходится одновременно уменьшать и сопротивление резистора $R_к$, чтобы не увеличивать степень насыщения транзистора. Это приводит к тому, что с повышением температурной стабильности мультивибратор становится более низкоомным и потребляет большую энергию.

В практических схемах, как правило, резистор $R_к$ имеет сопротивление от 200—300 *ом* до 5—10 *ком*. Резисторы $R_б$ в цепи базы в зависимости от требований к температурной стабилизации могут иметь сопротивление от 20—50 *ком* до 0,1 *Мом*. Емкость *C* конденсаторов — сотни и тысячи пикофарад.

Мультивибратор с эмиттерной связью. Мультивибратор на транзисторах (рис. 11-67) может работать как в режиме автоколебаний, так и в ждущем режиме. Используется такой мультивибратор главным образом в ждущем режиме в качестве устройства, формирующего импульсы прямоугольной формы.

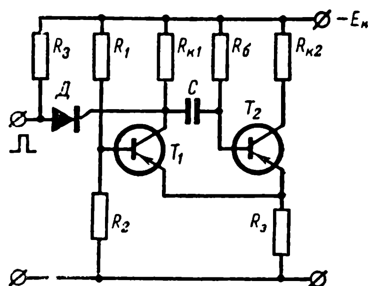


Рис. 11-67. Принципиальная схема мультивибратора с эмиттерной связью.

В исходном состоянии в ждущем режиме транзистор T_1 заперт, а T_2 находится в насыщенном состоянии, так как база T_2 через сопротивление $R_б$ подключена к источнику отрицательного напряжения $-E_к$. Надежное запирание транзистора T_1 обеспечивается подачей напряжения с делителя R_1—R_2. В этом состоянии мультивибратор находится до тех пор, пока на него не подается запускающий импульс.

Положительный импульс запуска через конденсатор *C* передается на базу отпертого транзистора T_2 и запирает его. По мере уменьшения коллекторного тока T_2 потенциал эмиттера уменьшается и достигает такой величины, при которой открывается транзистор T_1 (потенциал базы T_1 определяется делителем R_1 и R_2). Появившийся коллекторный ток $I_{к1}$ еще больше превышает потенциал коллектора T_1 и, следовательно, базы транзистора T_2. Происходит опрокидывание, в результате которого транзистор T_2 закрывается, а транзистор T_1 открывается и начинается рабочая стадия, во время которой происходит перезаряд конденсатора *C* от источника напряжения через резистор $R_б$, транзистор T_1 и резистор $R_э$.

Рабочая стадия заканчивается, когда потенциал базы транзистора T_2 достигает величины, при которой этот транзистор открывается. Происходит обратное опрокидывание: транзистор T_2 отпирается, а T_1 закрывается.

В результате на коллекторе T_2 образуется положительный импульс длительностью

$$t_и \approx R_б C \ln 2 \approx 0{,}7\, R_б C.$$

В отличие от ламповых схем длительность $t_и$ нельзя регулировать изменением смещения на базе транзистора T_1, так как скачок напряжения на коллекторе открытого транзистора, если последний находится в насыщении, не зависит от этого смещения. После обратного опрокидывания начинается стадия восстановления, поскольку ток заряда конденсатора C протекает по резистору $R_{к1}$ и напряжение на коллекторе транзистора T_1 достигает величины $-E_к$ не скачком, а постепенно.

Длительность этой стадии приближенно оценивается по формуле

$$t_в \approx 3R_{к1} C.$$

Заметим, что, как и в случае мультивибратора с коллекторно-базовыми связями, длительность импульса $t_и$ существенно зависит от температуры. С увеличением тока $I_{к0}$ длительность импульса будет уменьшаться, а степень уменьшения будет сказываться тем меньше, чем меньше ток $I_{к0}$ и чем более низкоомные сопротивления используются в схеме.

Триггеры

Триггер на транзисторах — один из наиболее распространенных импульсных элементов, особенно широко используемых в цифровых вычислительных устройствах.

Рис. 11-68. Схема и временные диаграммы работы транзисторного триггера.

Для симметричного триггера: $R_{к1}=R_{к2}=R_к$; $R_1=R_2=R$; $R_{б1}=R_{б2}=R_б$; $C_1=C_2=C$; транзисторы T_1 и T_2 однотипны.

Схема триггера со специальным источником положительного смещающего напряжения в базовых цепях транзисторов (рис. 11-68) переводится из одного состояния в другое запускающими импульсами положительной полярности, подаваемыми на базы транзисторов. В исходном состоянии один из транзисторов, например T_1, отперт, а другой T_2 заперт. Напряжения на коллекторах: $u_{к1} \approx 0$; $u_{к2} \approx -E_к$. Чтобы изменить состояние схемы, нужно на транзистор T_1 подать запирающий импульс. При этом благодаря уменьшению коллекторного тока потенциал коллектора транзистора T_1 убывает, стремясь к потенциалу источника питания. Изменения потенциала через конденсатор C_1 передаются на базу транзистора T_2, последний начинает отпираться. Потенциал его коллектора повышается, и положительное приращение передается через конденсатор C_2 на базу транзистора T_1, благодаря чему коллекторный ток транзистора T_1 еще больше уменьшается, и т. д. Происходит лавинообразный переход триггера из одного состояния в другое.

Длительность $t_ф$ положительного перепада (фронта) на отпирающемся транзисторе приближенно оценивается соотношением

$$t_ф \approx \tau_р \ln \frac{s}{s-1},$$

где s — коэффициент насыщения транзистора;

$\tau_р$ — время рекомбинации носителей зарядов в базе.

Паразитные емкости здесь можно не учитывать, поскольку соответствующие постоянные времени из-за малого сопротивления оказываются в несколько раз меньше $\tau_р$.

При использовании высокочастотных транзисторов длительность фронта может составлять десятки наносекунд.

Отрицательный перепад коллекторного потенциала имеет бóльшую длительность, чем $t_ф$, так как заряд конденсаторов происходит через резистор $R_к$ одного каскада и базовую цепь другого каскада. Длительность $t_с$ среза приближенно определяется соотношением

$$t_с \approx 3R_к C.$$

После переключения триггера начинается стадия восстановления, обусловленная процессами разряда конденсатора, соединенного с коллектором отпирающего транзистора. Разряд происходит, например, через резистор R_2, насыщенный транзистор T_2 и резистор $R_{б1}$.

Длительность стадии восстановления $t_в$ определяет по сути дела быстродействие триггера и приближенно оценивается соотношением

$$t_в \approx \frac{R R_б}{R + R_б} C.$$

При использовании высокочастотных транзисторов можно построить триггеры с быстродействием до 10—15 *Мгц*.

Температура окружающей среды влияет на работу триггера. При повышении температуры возрастает начальный коллекторный ток $I_{к0}$ запертого триода, что приводит к уменьшению перепада выходных напряжений или даже к срыву в работе триггера. При понижении температуры уменьшается коэффициент усиления транзисторов β, что приводит к затруднению запуска триггера или вообще к потере работоспособности. При расчете схемы в диапазоне температур от $t_{мин}$ до $t_{макс}$ следует учитывать значения величин $I_{к0\,макс}$ и $\beta_{мин}$ (значение $I_{к0\,макс}$ соответствует максимальной температуре, а $\beta_{мин}$ — минимальной).

Для обеспечения устойчивой работы транзисторного триггера параметры выбирают из соотношений

$$R_б \leqslant \frac{E_{см}}{I_{к0\,макс}};$$

$$R \leqslant \left(\frac{\beta_{мин}}{1 + \beta_{мин} \frac{E_{см}}{E_к} \frac{R_к}{R_2}} - 1 \right) R_к.$$

Величину $R_к$ желательно выбрать небольшой (для получения более крутых фронтов), однако при этом следует иметь в виду, что коллекторный ток транзистора не должен превышать величины, указанной в паспорте транзистора. Обычно $R_к = 0,5 \div 5$ *ком*.

Рассмотрим некоторые разновидности триггерных схем.

На рис. 11-69 приведена схема триггера, в которой отрицательный потенциал на эмиттерах транзисторов создается с помощью цепи автосмещения (резистора $R_{см}$, иногда шунтируемого конденсатором $C_{см}$). Напряжение $U_э$ образуется на резисторе $R_{см}$ протекающим через него током отпертого транзистора.

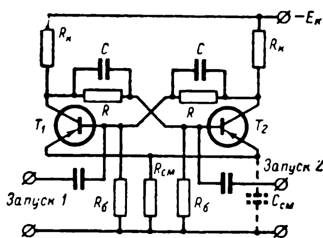


Рис. 11-69. Триггер с автоматическим смещением (запуск раздельный).

Однако введение автосмещения хотя и выгодно с точки зрения исключения дополнительного источника питания $E_{см}$, но приводит к уменьшению перепадов уровней напряжений на выходе. Кроме того, в цепи автоматического смещения рассеивается дополнительная энергия, потребляемая триггером. При автоматическом смещении напряжение коллектора открытого транзистора не равно нулю, что иногда осложняет согласование выхода триггера с другими элементами.

На практике иногда применяют триггеры без специальных цепей смещения (рис. 11-70). Такие триггеры достаточно хорошо работают при комнатной или более низкой температуре.

В стационарном режиме один из транзисторов отперт и его коллекторное напряжение близко к нулю. Базовый ток другого

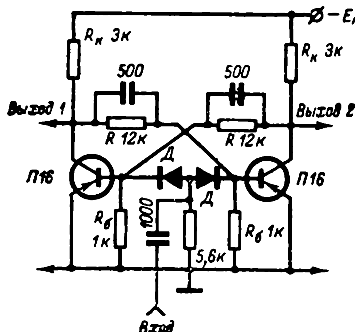


Рис. 11-70. Схема триггера без смещения (запуск счетный).

транзистора также близок к нулю. Однако его коллекторный ток имеет некоторое, хотя и малое, значение (0,1—0,5 *ма*). Триггер при этом находится в устойчивом состоянии до прихода очередного запускающего импульса.

При повышении температуры окружающей среды возрастает ток коллектора запертого триода, что ведет к изменению коллекторного напряжения, благодаря чему другой транзистор приближается к активной области. С другой стороны, увеличение температуры ведет также к смещению рабочей точки запертого транзистора на активный участок характеристики. Оба эти фактора могут привести схему триггера к неустойчивому состоянию.

Для повышения устойчивости триггера включаются дополнительные резисторы $R_б$, в некоторой степени защищающие триггер от различного рода помех (флуктуации источника питания, импульсные наводки в цепи запуска и т. д.). Защитное действие тем сильнее, чем меньше $R_б$.

Широкое распространение получила схема триггера с цепями нелинейной обратной связи — ненасыщенный триггер (рис. 11-71). Ненасыщенные триггеры характеризуются следующими преимуществами: максимально возможное при данных типах транзисторов быстродействие схемы; возможность использования транзисторов с несколько различными коэффициентами усиления в одной и той же схеме, т. е. без специального их отбора; высокая стабильность и надежность триггера в широком диапазоне температур. Однако ненасыщенные триггеры плохо защищены от различного рода помех (флук-

туации в цепях питания, импульсные наводки в цепях запуска), при которых возможно самопроизвольное опрокидывание триггера. Кроме того, ненасыщенные триггеры не допускают подключения малых сопротивлений нагрузки.

Запуск транзисторных триггеров может производиться раздельно на каждый каскад триггера с двух различных цепей (раздельный запуск) или симметрично — подачей импульсов одновременно на

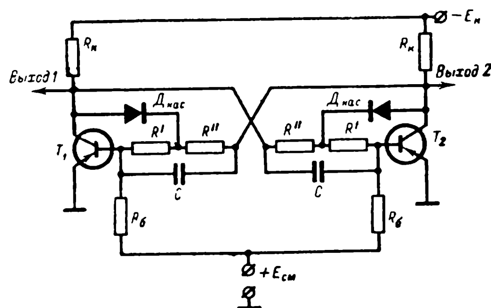


Рис. 11-71. Схема ненасыщенного триггера. Параметры для триодов П14, П15 могут быть $R_к = 2$ *ком*; $R' = 9,1$ *ком*; $R'' = 1,2$ *ком*; $R_б = 4,7$ *ком*; $C = 160$ *пф*; $-E_к = -10$ *в*; $E_{см} = +1,5$ *в*.

два одноименных электрода транзисторов (счетный запуск). Раздельный запуск позволяет наиболее полно реализовать все возможности триггера по быстродействию. Запускающие импульсы обычно подаются через конденсаторы, разделительные диоды или трансформаторы. При счетном запуске каждый входной импульс вызывает опрокидывание триггера.

Блокинг-генераторы

Транзисторный блокинг-генератор (рис. 11-72) представляет собой трансформаторный усилитель по схеме с общим эмиттером, с положительной обратной связью.

В стадии восстановления конденсатор C перезаряжается от источника напряжения — $E_к$ через резистор $R_б$ и вторичную обмотку трансформатора. Благодаря большой постоянной времени цепи $R_бC$ ток перезаряда изменяется медленно. По мере перезаряда напряжение на участке база — эмиттер достигает такой величины, при которой транзистор отпирается. Благодаря положительной обратной связи процесс нарастания коллекторного тока транзистора происходит лавинообразно. Стадия формирования вершины импульса начинается в момент перехода транзистора в режим насыщения. В этой стадии большой базовый ток проходит через конденсатор C и обмотку трансформатора. Коллекторное напряжение в этот момент практически равно нулю. В базе транзистора накапливаются неосновные носители заряда. **Величина зарядов в рабочей** стадии изменяется во времени за счет уменьшения базового тока и явления рекомбинации. При выходе транзистора из режима насыщения происходит быстрый спад коллекторного тока — возникает обратный блокинг-процесс, который завершается запиранием транзистора, и начинается стадия восстановления.

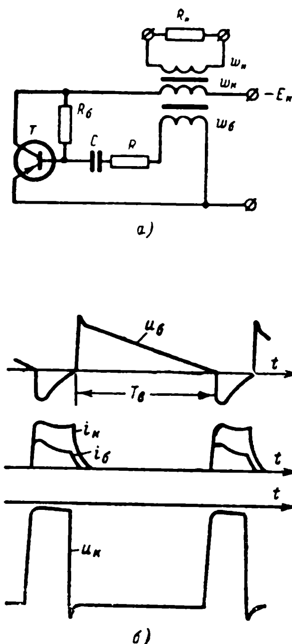


Рис. 11-72. Блокинг-генератор. *а* — принципиальная схема; *б* — временные диаграммы.

Условие самовозбуждения блокинг-генератора выполняется при соблюдении неравенства

$$\frac{\beta R_н}{q_1\left(\frac{R_н}{q_2^2}+\frac{R}{q_1^2}\right)} > 1,$$

где $q_1 = w_б/w_к$; $q_2 = w_н/w_к$ — коэффициенты трансформации.

Длительность импульса (без учета инерционности транзистора), генерируемого блокинг-генератором, определяется как

$$t_и = RC\ln\frac{R_н q_1(\beta - q_1)}{q_2^2 R},$$

а с учетом инерционности транзистора

$$t_и \approx \frac{\beta}{\omega_\alpha}\ln\frac{q_1 R_н C\omega_\alpha}{q_2^2},$$

где ω_α — граничная частота транзистора.

Длительность стадии восстановления определяется из соотношения

$$t_в = R_б C \ln \frac{E_к + U_0 + I_{к0} R_б}{E_к + I_{к0} R_б},$$

где U_0 — напряжение, до которого заряжается конденсатор за время импульса.

11-10. ОСНОВНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ УСТРОЙСТВА С ТУННЕЛЬНЫМИ ДИОДАМИ

Широкое применение туннельных диодов обусловлено следующими важными особенностями: высокое быстродействие, малая потребляемая мощность, большой интервал рабочих температур, простота схем, большой срок службы, малые габариты и вес и некоторые другие (см. также § 9-4).

Особенности туннельного диода

Вольт-амперная характеристика туннельного диода (рис. 11-73, *а*) имеет несколько участков, причем на участке *ab* туннельный

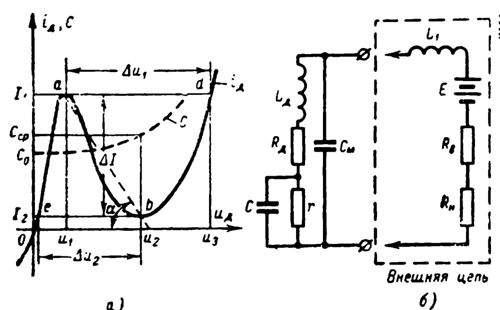


Рис. 11-73. Туннельный диод.
а — вольт-амперная характеристика; *б* — эквивалентная схема.

диод обладает отрицательным дифференциальным сопротивлением

$$r_{д.д} = \left(\frac{du_д}{di_д}\right)_{ab} < 0.$$

Большинство основных электрических параметров туннельного диода определяется с помощью вольт-амперной характеристики. Отметим характерные точки этой характеристики:

I_1 — максимальный (пиковый) ток (обозначается также $I_п$);
I_2 — минимальный ток (обозначается также $I_в$);
u_1 — напряжение, соответствующее максимальному току (иногда $u_п$);
u_2 — напряжение, соответствующее минимальному току (иногда $u_в$);
u_3 — напряжение, соответствующее точке на второй восходящей ветви, где ток $i = I_1$ (иногда обознач. $u_{рр}$)

Параметрами диода являются величины:

I_1/I_2 — отношение максимального и минимального токов;

$|r_{(-)ср}| = \dfrac{u_2 - u_1}{I_1 - I_2}$ — среднее значение модуля отрицательного дифференциального сопротивления (равное тангенсу угла наклона α прямой *ab*);

$\Delta u_1 = u_3 - u_1$ — изменение напряжения при переходе с конца первой восходящей ветви (точка *a*) на вторую (точка *d*) при постоянном токе $i = I_1$;

$\Delta u_2 \approx u_2$ — изменение напряжения, соответствующее переходу с начала второй восходящей ветви (точка *b*) на первую (точка *e*) при постоянном токе $i = I_2$;

$\Delta I = I_1 - I_2$ — перепад токов.

Эквивалентная схема туннельного диода представлена на рис. 11-73, *б*, где обозначено:

r — нелинейное дифференциальное сопротивление, определяемое из вольт-амперной характеристики;
$R_д$ — сопротивление базы диода (обычно составляет доли или единицы ома);
$L_д$ — индуктивность выводов (составляет обычно 0,5—20 *нгн*);
$C_м$ — емкость монтажа и патрона диода (единицы пикофарад);
C — емкость *p-n* перехода.

Пунктиром отделены внешние цепи.

Емкость перехода составляет основную долю емкостей эквивалентной схемы и зависит от напряжений *u* на переходе:

$$C = C_0 \sqrt{\frac{\varphi_к}{\varphi_к - u}},$$

где C_0 — значение емкости при нулевом напряжении на переходе;
$\varphi_к$ — контактная разность потенциалов (для германия $\varphi_к \approx 1$ *в*).

Это выражение пригодно для расчета емкости туннельного диода в интервале $0 - u_2$ (рис. 11-73, *а*). При $u > u_2$ формула дает значительное отклонение расчетного значения емкости от фактической. Емкость туннельных диодов, приводимая в справочниках, обычно соответствует напряжению u_2 на диоде. В этой точке дифференциальное сопротивление диода велико и не шунтирует вход измерителя емкости. Измерение емкости при напряжении u_2 удобно еще и потому, что измеренная так величина емкости является как бы средней в диапазоне напряжений $u_1 - u_3$. При расчете схем с туннельным диодом, работающим в режиме большого сигнала, емкость C обычно принима-

ется постоянной и соответствующей напряжению u_2.

Таблица 11-3

Параметры туннельных диодов

Тип диода	I_1, *ма*	u_1, *мв*	u_3, *в*	I_1/I_2	*С, пф*
1И302А	1,7—2,3	60	0,4	4,5	⩽ 80
1И302Б	4,3—5,8	60	0,4	4,5	⩽150
1И302Г	13—17	60	0,4	4,5	⩽200
3И301А	2±20%	⩽180	⩾0,65	⩾8	⩽ 12
3И301В	5±10%	⩽180	1,00—1,30	⩾8	⩽ 25
3И301Г	10±10%	⩽18	⩾0,80	⩾8	⩽ 60

Параметры некоторых туннельных диодов приведены в табл. 11-3.

По сравнению с другими полупроводниковыми приборами туннельные диоды обладают повышенной термостабильностью. Однако при изменении температурного режима происходят некоторые изменения параметров туннельных диодов (*ТД*). На характер зависимости тока I_1 влияет тип материала, на основе которого сделан туннельный диод (см. рис. 11-74).

Ток минимума I_2 с ростом температуры увеличивается, а отношение I_1/I_2 обычно уменьшается. Величины напряжений u_1 и u_2 от температуры практически не зависят, а u_3 с повышением температуры уменьшается. Однако из-за неравномерного распределения примесей в кристалле температурные коэффициенты нестабильностей могут различаться даже у туннельных диодов одной партии. В справочниках приводятся усредненные температурные характеристики.

Параметры вольт-амперной характеристики *ТД* зависят также от механического давления, приложенного к кристаллу. (В принципе туннельный диод может быть использован как тензодатчик.)

Способы включения туннельных диодов

Для изменения вольт-амперной характеристики туннельные диоды включаются совместно с другими элементами.

В схеме с последовательным резистором (рис. 11-75, *а*) зависимость между током $i = i_д$ и напряжением u (пунктирная кривая) находится путем сложения величин напряжений (при данном значении токов), определяемых по характеристикам диода и сопротивлениям резистора. Для получения этой зависимости достаточно для каждого заданного значения i сложить абсциссы $u_д$ и iR_1 (поскольку $u = u_д + iR_1$). Таким путем удается подобрать необходимую величину напряжения u_1, соответствующего пику тока I_1.

В схеме с параллельным резистором (рис. 11-75, *б*) зависимость между общим током i и напряжением на диоде $u_д = u$ находится путем сложения величин токов (при данном значении напряжения), определяемых по характеристикам диода и сопро-

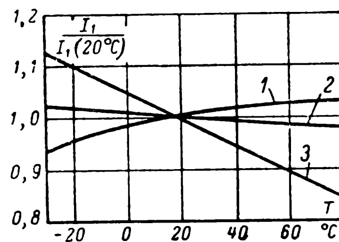


Рис. 11-74. Усредненные зависимости $I_1/I_1(20°\,C)$.

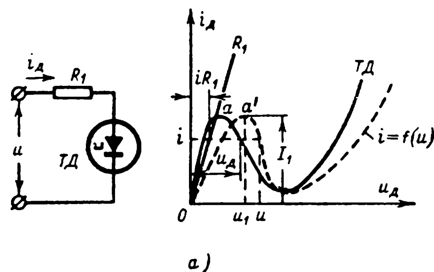
1 — германиевый *p*-типа; *2* — арсенид-галлиевый; *3* — германиевый *n*-типа.

тивлением резистора. Для получения этой зависимости достаточно для каждого заданного значения u сложить ординаты $i_д$ и u/R_2, поскольку

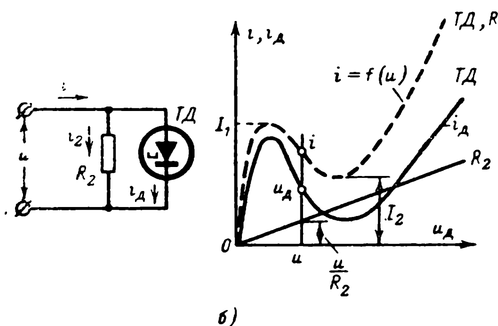
$$i = i_2 + i_д = i_д + \frac{u}{R_2}.$$

Таким путем можно изменить не только величину отрицательного дифференциального сопротивления, но и уменьшить отношение I_1/I_2.

В реальных схемах сопротивление R_1 является суммой внутреннего сопротивления реального генератора и некоторого до-



а)



б)

Рис. 11-75. Вольт-амперная характеристика туннельного диода с включением различных элементов.

а — последовательно с *ТД* включен резистор R_1 (результирующая вольт-амперная характеристика показана пунктиром); *б* — параллельно с *ТД* включен резистор R_2 (результирующая вольт-амперная характеристика показана пунктиром).

бавочного сопротивления, а проводимость $1/R_2$ — суммой внутренней проводимости реального генератора и некоторой добавочной проводимости.

Два или несколько туннельных диодов могут включаться последовательно или па-

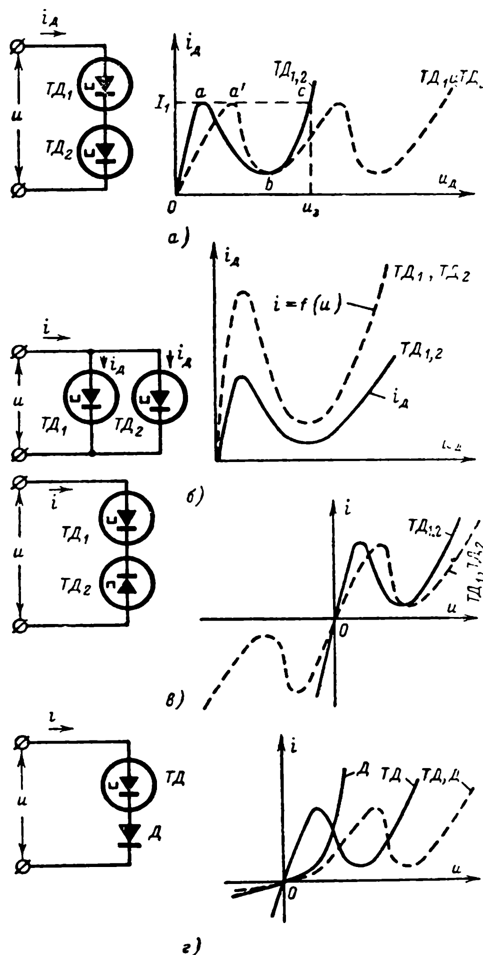


Рис. 11-76. Соединение туннельных диодов.

а — последовательное включение двух *ТД* и результирующая вольт-амперная характеристика; *б* — параллельное согласованное включение двух туннельных диодов и результирующая вольт-амперная характеристика; *в* — последовательное встречное включение двух туннельных диодов и результирующая характеристика; *г* — последовательное включение туннельного диода с обычным диодом и результирующая характеристика.

раллельно. При последовательном включении (рис. 11-76, *а*) вольт-амперная характеристика имеет два участка отрицательного сопротивления. Эта характеристика на участке *0а′* получена (как и в случае схемы с последовательным включением активного сопротивления R_1) путем сложения характеристик двух диодов по напряжению на участке *0а*. После достижения максимума тока I_1 в одном диоде в другом диоде ток находится еще на восходящей ветви (так как совершенно одинаковых диодов не существует). При дальнейшем увеличении напряжения рабочая точка одного диода скользит по участку с отрицательным дифференциальным сопротивлением, а у другого — по первой восходящей ветви *0а*. Результирующая характеристика в этом случае опять находится путем сложения значений абсцисс ветвей *0а* и *ab*, *bc* до напряжения u_3. При этом ток второго диода достигает значения I_1 и рабочая точка его переходит также на участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Результирующая вольт-амперная характеристика имеет два участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением. При включении последовательно нескольких диодов количество таких участков соответственно увеличивается.

Кроме приведенных схем включения, возможны и другие, основанные на использовании различных комбинаций одного или

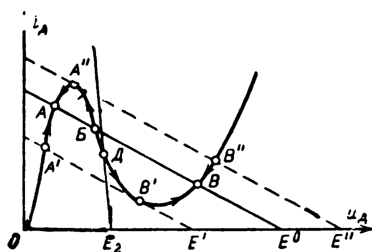


Рис. 11-77. Диаграмма, иллюстрирующая различные режимы работы *ТД* с последовательным сопротивлением.

нескольких туннельных диодов и других элементов. На рис. 11-76, *б*—*г* показаны некоторые схемы и соответствующие им вольт-амперные характеристики.

Туннельный диод может работать в различных режимах. Вид режима определяется выбором положения рабочей точки, которое зависит от параметров внешней цепи (сопротивления нагрузки $R_н$ и э. д. с. источника питания *E*).

Для импульсной техники наибольший интерес представляют режимы генерирования релаксационных колебаний.

Простейшая схема релаксационного генератора может быть выполнена, если во внешнюю цепь последовательно с туннельным диодом и источником питания будет включено активное сопротивление, а нагрузочная характеристика будет иметь такой наклон, что вольт-амперная характеристика пересечется в трех точках *А*, *Б*, *В* (рис. 11-77). При этом две точки *А* и *В* характеризуют устойчивое состояние равновесия, а точка *Б* — неустойчивое. Действительно, если значение равновесного состояния соответствует точке *Б*, то вызванное любой причиной, например, небольшое увеличение тока приводит к уменьшению напряжения на туннельном диоде (поскольку

$u=E-i_{д}R_{н}$). В свою очередь это уменьшение, как следует из характеристики диода, приводит к дальнейшему росту тока. Уменьшение напряжения будет продолжаться до тех пор, пока не будет достигнута точка A. Аналогично при случайном уменьшении тока, начиная от точки $Б$, рабочая точка переходит в B. Таким же путем можно пояснить, почему точки A и B характеризуют устойчивое состояние равновесия. Рассмотрим процессы в схеме с последовательным включением резистора при изменении E. С увеличением E от нуля точка пересечения вольт-амперной характеристики с линией сопротивления движется до первой восходящей ветви вольт-амперной характеристики до точки A'', а затем скачком падает до точки B''. При дальнейшем увеличении E точка пересечения движется от B'' вверх по второй восходящей ветви. Если теперь уменьшать напряжение питания, то ток, достигнув точки B', скачком изменится до значения, соответствующего точке A'. Подобные скачки в схеме могут быть достигнуты и изменением величины R, т. е. изменением наклона линии нагрузки, а также при постоянном R и E путем подачи на туннельный диод запускающих импульсов.

Схемы импульсных устройств

Рассмотрим некоторые типовые схемы с туннельными диодами.

Триггер. Схема (рис. 11-78) должна иметь два устойчивых состояния равновесия. Они существуют при условии, что нагрузочная прямая пересекает характеристику диода в трех точках. Выбором сопротивления резистора можно осуществить два крайних режима работы. Первый соответствует $R\approx|r_{(-)ср}|$, второй $R\gg|r_{(-)ср}|$ (нагрузочные прямые I и II на рис. 11-78, *б* соответственно).

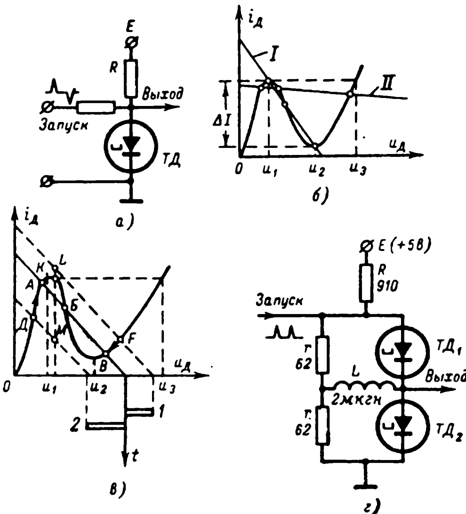


Рис. 11-78. Триггер с туннельными диодами.

а — принципиальная схема на одном туннельном диоде; *б* — диаграмма для иллюстрации крайних режимов; *в* — диаграмма переключений; *г* — схема триггера на двух туннельных диодах.

В первом режиме (переключения токов) перепад токов получается довольно большим почти равным ΔI при перепаде напряжений $\Delta u\approx u_2-u_1$. Триггер обладает высокой чувствительностью по запускающим сигналам.

Во втором режиме (переключения напряжений) перепад токов невелик, но перепад напряжений будет значительно большим, чем в первом режиме: $\Delta u\approx u_3-u_1$ при переходе с первой восходящей ветви на вторую и $\Delta u\approx u_2$ при переходе со второй восходящей ветви на первую. Потребляемая мощность здесь выше, чем в первом случае. Кроме того, требуется сравнительно высокое питающее напряжение. На практике обычно выбирают $R\approx4|r_{(-)ср}|$.

Для переключения триггера из устойчивого состояния, соответствующего точке A, на вход подается положительный импульс запуска *1* (рис. 11-78, *в*). За время фронта этого импульса рабочая точка переместится из положения A в положение F и после окончания импульса перейдет в новое устойчивое состояние, соответствующее точке B. В результате действия отрицательного импульса *2* рабочая точка переходит сначала в положение $Д$, а затем вновь в A.

Скорость переключения триггера ограничивается паразитной индуктивностью и емкостью C перехода туннельного диода. Однако при расчетах переходных процессов индуктивностью можно часто пренебречь (особенно при режимах переключения напряжения), так как скачок тока и э. д. с. самоиндукции невелики. Основное значение в процессе переключения играет емкость перехода туннельного диода. Изменение напряжения на емкости при действии положительного импульсного запуска определяет длительность переброса

$$t_ф=C\int_{u_A}^{u_F}\frac{du}{i_C^{(+)}},$$

где $i_C^{(+)}$ — зарядный ток, определяемый как разность ординат характеристик сопротивления и $i_д=f(u_д)$ для текущей точки (отрезок KL на рис. 11-76, *в*). Аналогично при действии отрицательного импульса длительность переброса

$$t_{ср}=C\int_{u_B}^{u_Д}\frac{du}{i_C^{(-)}},$$

где $i_C^{(-)}$ — разрядный ток, определяемый как разность ординат тех же характеристик (отрезок KM на рис. 11-78, *в*). Законы изменения зарядного тока $i_C^{(+)}$ и разрядного тока $i_C^{(-)}$ неодинаковы. Поэтому длительности

прямого и обратного переброса несколько различны. Приближенно длительность переброса при переходе с первой восходящей ветви на вторую (фронта импульса) равна:

$$t_{ф} \approx 2C\,|r_{(-)\,ср}| = C\,\frac{u_3 - u_1}{I_1 - I_2} \approx$$

$$\approx \Delta u_1\,\frac{C}{I_1},$$

при этом принято $u_2 - u_1 \approx u_3 - u_2$, что обычно выполняется на практике. Длительность переброса при переходе со второй восходящей ветви на первую (среза импульса) равна:

$$t_{ср} \approx 1{,}4C\,|r_{(-)\,ср}|$$

при условии $u_2 \approx (3 \div 4)u_1$. В приведенных формулах не учтено входное сопротивление последующей схемы, на которое работает

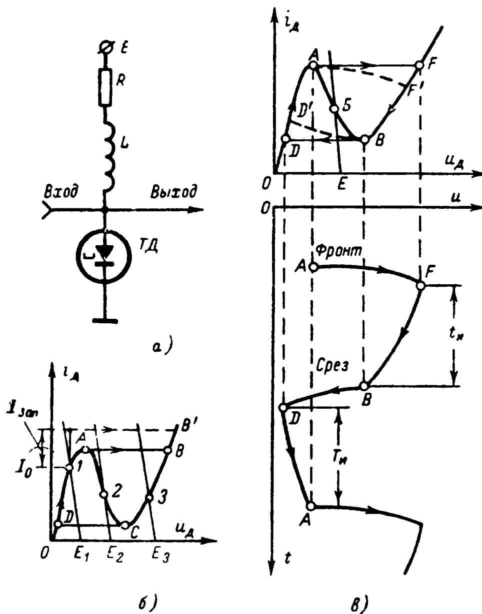


Рис. 11-79. Мультивибратор на туннельном диоде. *а* — принципиальная схема; *б* — диаграмма переключений; *в* — временные диаграммы.

триггерная ячейка. Практически длительность фронта и среза имеет порядок единиц и десятков наносекунд.

На практике широко применяются также триггерные схемы с двумя туннельными диодами (рис. 11-78, *г*). Рабочая точка одного диода находится на первой восходящей ветви вольт-амперной характеристики, другого — на второй восходящей ветви. Разностный ток покоя диодов проходит через индуктивность *L*. При подаче запускающего импульса положительной полярности рабочая точка диода, которая находилась на первой восходящей ветви, переходит на вторую восходящую ветвь, и ток через этот диод будет стремиться упасть до значения, соответствующего новой рабочей точке. Создаваемая в результате изменения тока э. д. с. на катушке индуктивности переведет другой диод в состояние, при котором рабочая точка со второй восходящей ветви переходит на первую. Схема будет оставаться в устойчивом состоянии до прихода следующего запускающего импульса.

При использовании триггеров на практике возникает трудность ввода и вывода сигналов, так как у туннельного диода невозможно разделить вход и выход [Л. 17, 18].

Для передачи сигналов с одних триггерных ячеек на другие используют вентили с транзисторами или обращенными диодами, а также многофазное питание каскадов.

Мультивибратор. Режим работы схемы мультивибратора (рис. 11-79, *а*) определяет сопротивление резистора *R* и э. д. с. источника питания *E*. При этом возможны три режима (рис. 11-79, *б*):

а) рабочая точка *1* находится на первой восходящей ветви; схема действует как ждущий мультивибратор, и для его запуска требуется положительный импульс тока;

б) рабочая точка *2* находится на участке отрицательного сопротивления; схема действует как мультивибратор с самовозбуждением;

в) рабочая точка *3* находится на участке второй восходящей ветви; схема действует как ждущий мультивибратор, и для его запуска требуется отрицательный импульс напряжения.

Для мультивибратора с самовозбуждением необходимо выполнение условия $L \gg RC\,|r_{(-)ср}|$. При достаточно большой индуктивности в схеме возникнут колебания по циклу, близкому к *AFBD* (рис. 11-79, *в*). Точка *Б* характеризует неустойчивое состояние равновесия, и схема переходит в состояние, характеризуемое точкой *А*. При достижении этой точки происходит переброс в точку *F*, поскольку при большой индуктивности ток за время переброса почти не меняется. При малой индуктивности переход идет с некоторым уменьшением тока (линия *AF'*). Время перехода из точки *A* в точку *F*(*F'*) определяет длительность фронта импульса. Затем начинается сравнительно медленная стадия перехода из *F*(*F'*) в точку *B*, определяющая длительность импульса

$$t_и \approx \frac{L}{|r_{(-)\,ср}|}\ln\frac{u_3 - E}{u_2 - E}.$$

При достижении граничной точки *B* происходит переброс в точку *D* (срез импульса). Участок *DA* определяет интервал между импульсами

$$T_и = L\,\frac{T_1}{u_1}\ln\frac{E - u_1\dfrac{I_2}{I_1}}{E - u_1}.$$

Период колебаний $T_п \approx t_и + T_и$.

В мультивибраторе на туннельном диоде длительность фронта и среза может иметь порядок единиц наносекунд, а длительность периода — несколько десятков наносекунд.

Кроме мультивибраторов с самовозбуждением, большое распространение получили ждущие мультивибраторы с режимом работы на первой восходящей ветви. При этом получаются более короткий фронт и малая задержка по отношению к запускающему импульсу, чем при работе на второй восходящей ветви. Стабильность порога срабатывания также получается более высокой.

В ждущем режиме такого мультивибратора линия сопротивления пересекает вольтамперную характеристику в точке *1* (рис. 11-79, *б*). Ток через диод равен I_0. Для запуска мультивибратора требуются положительные импульсы тока $I_{зап} > I_1 - I_0$. Если индуктивность выбрана достаточно большой, так что за время переключения туннельного диода ток не успеет значительно измениться, то за время действия запускающего импульса точка с первой восходящей ветви скачком переходит на вторую восходящую ветвь (точку B'). После окончания действия запускающего импульса рабочая точка скользит на второй восходящей ветви от точки B' до точки C. Скорость этого перемещения зависит от скорости изменения тока в индуктивности, а время изменения тока, соответствующего переходу от точки B' до точки C, определят длительность импульса. Когда рабочая точка попадает в точку C, произойдет новое переключение диода в точку D. После этого начнется процесс восстановления тока в катушке индуктивности до его первоначального значения и рабочая точка переместится в точку *1*.

Длительность импульса ждущего мультивибратора определяется теми же соотношениями, что и мультивибратора с самовозбуждением. Время восстановления схемы при условии, что в точке *1* (рис. 11-79,*б*) через туннельный диод течет ток I_0, определяется соотношением

$$t_{вос} = L\frac{I_1}{u_1}\ln\frac{E - \frac{u_1}{I_1}I_2}{E - u_1\frac{I_2}{I_0}}.$$

В импульсной технике, помимо схем, построенных на туннельных диодах, широко применяются комбинированные схемы, построенные на туннельном диоде и транзисторах.

11-11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ИМПУЛЬСНОЙ ТЕХНИКИ

Отдельные элементы и основные схемы импульсной техники обычно объединяются в более сложные устройства, выполняющие разнообразные операции, — функциональные устройства. Ниже рассмотрены только наиболее употребительные из них.

Устройства для временной задержки импульсов

Для создания последовательности импульсов, задержанных относительно исходной последовательности на заданное время $t_з$, используются искусственные линии задержки, а также устройства задержки с преобразованием импульсов.

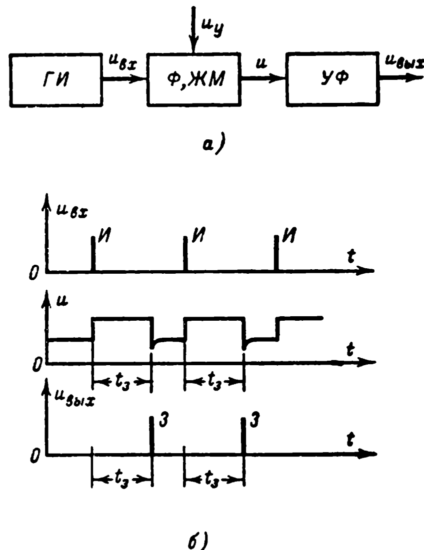


Рис. 11-80. Задержка импульсов с помощью фантастрона *Ф* или ждущего мультивибратора *ЖМ*.
а — функциональная схема; *б* — временные диаграммы; $t_з$ — время задержки.

Линии применяются главным образом в том случае, когда требуемое время задержки постоянно. При этом входные сигналы искажаются мало и практически сохраняют свою форму.

В устройствах с преобразованием генерируется новая последовательность, импульсы которой могут существенно отличаться от исходных. Обычно в этих устройствах легко осуществляется переменная задержка, пропорциональная некоторому опорному (управляющему) напряжению $u_у$. В устройствах с преобразованием используются генераторы пилообразных колебаний, а также фантастроны или ждущие мультивибраторы.

Устройства с фантастроном или ждущим мультивибратором. Каждый импульс *И* исходной последовательности $u_{вх}$ (рис. 11-80) запускает ждущий мультивибратор *ЖМ* или фантастрон *Ф*, длительность импульса которого в некоторых пределах пропорциональна управляющему (опорному) напряжению $u_у$ (см. стр. 576). Из среза импульса в устройстве формирования *УФ* путем дифференцирования и ограничения формируется задержанный импульс *З* (см. стр. 545, 561). Наименьшими отклонениями времени задержки от линейного закона и

наибольшей стабильностью этого времени обладают устройства с фантастронами.

Устройства с генераторами пилообразных колебаний. Каждый импульс исходной последовательности синхронизирует или запускает генератор линейно изменяющегося напряжения. Когда напряжение этого генератора достигает требуемого опорного уровня $u_у$, в устройстве сравнения (рис. 11-81,*а*)

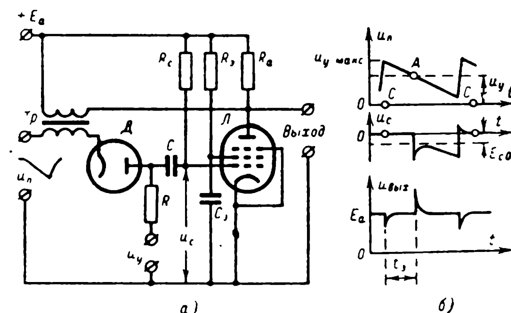


Рис. 11-81. Устройство сравнения с трансформаторной связью.

а — принципиальная схема; *б* — временные диаграммы; $u_п$ — пилообразные колебания; $u_с$ — напряжение на сетке лампы *Л*; $u_{вых}$ - выходное напряжение; $E_{с0}$ - напряжение отсечки лампы; *А* — точка открытия диода; *С* — моменты действия синхроимпульсов.

вырабатывается импульс, отстоящий от исходного на время задержки $t_з=Ku_у+\Delta t_з$, где $K=1/v$ — величина, обратная скорости изменения пилообразного колебания, а $\Delta t_з$ — время срабатывания устройства сравнения (начальное время задержки между моментом поступления синхроимпульса и выходным импульсом при $u_у=0$).

Стабильность времени задержки во многом зависит от стабильности момента срабатывания сравнивающего устройства, которое обычно выполняется в виде схемы с трансформаторной обратной связью. Опорное напряжение $u_у$ положительной полярности подается на анод нормально запертого диода *Д*. На его катод подается линейно падающее напряжение, наибольшее значение которого равно максимальному значению $u_{у.макс}$, что соответствует минимальному (нулевому) времени задержки $t_з=0$ (для простоты принято $\Delta t_з=0$). До момента срабатывания лампа *Л* открыта благодаря тому, что управляющая сетка через большое сопротивление $R_с$ (порядка 1—2 *Мом*) соединена с источником анодного напряжения. В моменты $t_з$, когда пилообразное напряжение достигает величины $u_у$, диод открывается и благодаря возникновению тока через резистор $R_с$ напряжение на сетке лампы начинает падать. Вследствие этого анодный ток уменьшается и на анодной обмотке трансформатора возникает напряжение. Сеточная обмотка включена так, что потенциал катода диода и сетки продолжает уменьшаться: возникает лавинообразный блокинг-процесс падения анодного тока лампы и нарастания импульса на аноде, причем этот процесс прерывается вследствие запирания лампы. В дальнейшем энергия, запасенная в магнитном поле трансформатора, сравнительно медленно рассеивается (постоянная времени спада напряжения на аноде равна $L/R_а$, где L — индуктивность анодной обмотки трансформатора). Индуктированная на сеточной обмотке э. д. с. при этом невелика, так что напряжение на сетке лампы не поднимается выше потенциала отсечки — $E_{со}$, лампа остается запертой, а напряжение на аноде экспоненциально стремится к $E_а$. При обратном ходе пилы на аноде вновь возникает импульс, но отрицательной полярности (рис. 11-81, *б*), который в дальнейшем ограничивается последующими элементами. Временное смещение генерируемого схемой положительного импульса относительно моментов появления синхроимпульсов пропорционально напряжению $u_у$.

Величина сопротивления $R_а$ не должна быть большой и выбирается с тем расчетом, чтобы после окончания импульса не возникали паразитные колебания, которые могут повторно открыть лампу. Сопротивление R должно быть много больше внутреннего сопротивления открытого диода, а постоянная времени RC меньше времени обратного хода пилы (обычно $R\approx 10$—50 *ком*; $C\approx$ ≈ 100—300 *пф*; $R_а\approx 5$—10 *ком*). Другие разновидности устройств сравнения см. [Л. 2, 3].

Генераторы видеоимпульсов малой мощности

В инженерной практике чаще всего возникает задача получения видеоимпульсов сравнительно небольшой мощности (до нескольких сотен ватт в импульсе). Импульсы большой мощности (десятки и сотни киловатт) используются реже, главным образом для модуляции генераторов высокочастотных колебаний импульсных радиотехнических систем и для некоторых специальных цепей (например, питания импульсных ламп фотовспышек).

Импульсы малой мощности получают с помощью блокинг-генераторов, а также устройств формирования из исходного периодического или случайного колебания.

Второй способ используется чаще всего там, где необходимо получить импульсы, сфазированные с исходным колебанием, или импульсы, стабилизированные по частоте следования.

Формирующие устройства состоят обычно из последовательно включенных усилителей-ограничителей УО, соединенных дифференцирующими цепями *ДЦ*, так что исходное колебание несколько раз последовательно усиливается, ограничивается и дифференцируется (рис. 11-82). Иногда в качестве промежуточных элементов используются заторможенные блокинг-генераторы.

Для получения периодической последова-

тельности импульсов длительностью 1—3 *мксек*, амплитудой 20—30 *в* из синусоидальных колебаний в диапазоне частот 10—100 *кгц* достаточно двух усилителей-ограничителей и одной дифференцирующей цепи. Пример такой схемы представлен на рис. 11-83.

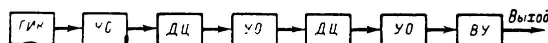


Рис. 11-82. Функциональная схема формирования последовательности импульсов из исходных колебаний.

ГИК — генератор исходных колебаний; *УО* — усилитель-ограничитель; *ДЦ* — дифференцирующая цепь; *ВУ* — выходной видеоусилитель мощности.

Вследствие того что в паузах между импульсами напряжение на сетке выходной лампы положительно (близко к нулю), от источника высокого напряжения потребляется большая энергия, расходуемая в основном на разогрев анода лампы $Л_3$. В этом состоит существенный недостаток схемы.

Для повышения экономичности и улучшения характеристик целесообразно схему генератора строить так, чтобы выходные лампы работали в импульсном режиме, т. е. открывались только на время генерации импульсов. Выходная лампа при этом должна обеспечить возможность получения импульсов заданной мощности положительной и отрицательной полярности.

На рис. 11-84 представлены две распространенные разновидности каскадов, удовлетворяющих этим условиям.

В исходном режиме мощная лампа 6П13С выходного каскада заперта исходным смещением и энергия по цепи анода потребляется только во время действия на сетку лампы входного импульса.

При амплитуде этого импульса порядка 100 *в* и длительности 0,1—0,2 *мксек* с выхода снимается мощный импульс положительной (переключатель *П* в левом положении) или отрицательной полярности (переключатель *П* в правом положении) такой же длительности с амплитудой порядка 30—40 *в*. Лампа при этом работает в форсированном режиме за счет положительного напряжения на третьей сетке.

Малая величина сопротивлений нагрузки в аноде при генерировании импульсов отрицательной полярности и работа в режиме катодного повторителя для импульсов положительной полярности обеспечивает небольшое выходное сопротивление генератора. Благодаря этому амплитуда импульсов при подключении внешней нагрузки почти не меняется даже при сравнительно малом входном сопротивлении нагрузки.

В другой схеме с импульсным трансформатором (рис. 11-84, *б*) лампа в исходном

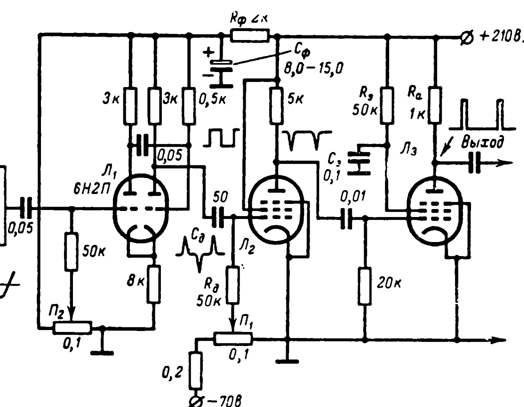
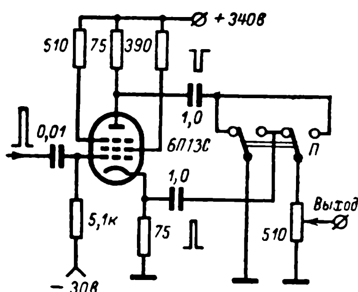


Рис. 11-83. Схема простого генератора видеоимпульсов. Лампы $Л_2$, $Л_3$ — 6Ж2П

состоянии заперта. При подаче на сетку лампы импульса с амплитудой около 30 *в* и длительностью порядка 0,5 *мсек* возникают импульсы отрицательной (на аноде лампы — выход *2*) или положительной (на вто-



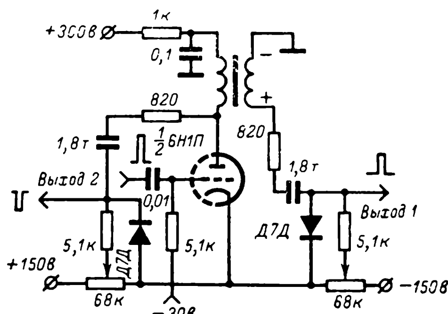


Рис. 11-84. Выходные усилители импульсов.

а — с резисторами в цепи анода и катода; *б* — с трансформаторной связью.

ричной обмотке трансформатора — выход 1) полярности той же длительностью с амплитудой порядка 100—150 *в*. Отличительная особенность схемы состоит в использовании диодных ограничителей для изменения амплитуды выходных импульсов, что достигается регулировкой порога ограничения.

Рис. 11-85. Блок-схема формирования импульса методом сложения импульсов разной полярности.

а — функциональная схема; *б* — диаграммы импульсов в соответствующих точках схемы.

Широкое распространение получили импульсные генераторы, в которых формирование достигается методом сложения импульсов различной полярности, сдвинутых один относительно другого. На рис. 11-85, *а* показана блок-схема формирования импульса этим методом. Импульсы с формирователя *1* переднего фронта подаются как на каскад *4* формирования выходного импульса, так и на линию задержки *2*. После линии задержки (время ее задержки определяет длительность выходного импульса) импульс усиливается и изменяется по полярности в формирователе *3*. Сложение импульсов разной полярности (*А*+*Б*) и срезание отрицательного выброса (—) (рис. 11-85, *б*) происходит в каскаде формирования выходного импульса *4*. Длительность импульсов *А* и *Б* всегда больше длительности $t_и$ выходного импульса.

На рис. 11-86 приведена упрощенная принципиальная схема формирования импульса, применяемая в импульсном генераторе ГКИ-1.

На сетку выходной лампы $Л_3$ катодного повторителя поступают два импульса: один — положительной полярности — со вторичной обмотки трансформатора в анодной цепи усилительной лампы, другой — отрицательной полярности — с анода лампы $Л_2$. Последний импульс получается в результате усиления задержанного импульса на величину требуемой длительности $t_и$ выходного импульса (от 0,01 до 0,5 *мксек*).

Сопротивление $R_{огр}$ вместе с диодом Д7Ж образуют ограничитель сверху.

В лабораторной практике обычно пользуются генераторами импульсов заводского изготовления.

В последние годы широкое применение находят лампы со вторичной эмиссией, особенно в наносекундной технике. Они используются для генерирования, усиления и преобразования очень коротких импульсов с длительностью фронта порядка единиц наносекунд при амплитуде импульсов порядка 10—30 *в*.

Широкое применение этих ламп в наносекундной технике объясняется следующими важными особенностями:

высокой добротностью ламп (которая выше, чем для ламп обычного типа, на коэффициент вторичной эмиссии);

ток динода при $u_а > u_д$ может иметь обратное направление по сравнению с током анода ($u_а$ — анодное напряжение, $u_д$ — динодное напряжение); при $u_д > u_а$ ток динода меняет свое направление, а анодный ток может упасть до нуля;

ток анода (при $u_а > u_д$) может значительно превышать ток катода (на коэффициент вторичной эмиссии).

Благодаря наличию динода создаются возможности генерирования импульсов обеих полярностей без применения трансформаторов.

Кроме того, для ускорения переходных процессов возможно применение цепей обратных положительных связей, например путем соединения динода и управляющей

Рис. 11-86. Принципиальная схема формирования импульса методом сложения импульсов разной полярности (генератор ГКИ-1).

$Л_1$ — формирователь переднего фронта импульса; $Л_2$ — формирователь среза импульса; $Л_3$ — выходной каскад.

сетки или анода и катода с помощью конденсатора. Коэффициент такой обратной связи при определенных соотношениях потенциалов электродов будет иметь значение больше единицы, а при других — меньше единицы, что создает большую универсальность при использовании таких ламп.

Заметим также, что новые типы ламп (6В2П, 6В3С) в импульсном режиме имеют весьма большие токи анода и динода — порядка 1 *а*.

Основной недостаток таких ламп — сложность питания динодной цепи. Так как ток динода может иметь направление, обратное направлению анодного тока, при присоединении к диноду источника напряже-

ния $E_д$ с внутренним сопротивлением $R_{в.д}$ потенциал динода повышается на величину $I_дR_{в.д}$ (где $I_д$ — ток динода). Это повышение потенциала динода может привести к выравниванию потенциала анода и динода, что приводит к снижению тока динода и анода.

Поэтому необходимо предусматривать специальные источники питания динодов с малым внутренним сопротивлением (для замкнутого конца линии отрицательного перепада формирование импульса заканчивается.

На диноде образуется положительный импульс с длительностью, равной двойному времени пробега в линии.

Последующий каскад собран по схеме двухтактного усилителя.

В нормальном состоянии лампа $Л_2$ закрыта по управляющей сетке. При поступ-

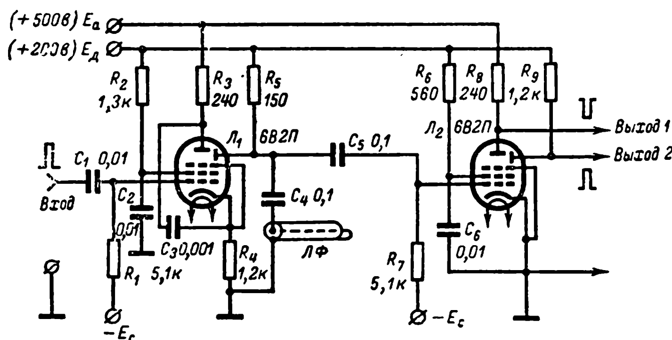


Рис. 11-87. Генератор наносекундных импульсов на лампах со вторичной эмиссией.

лампы 6В1П $R_{в.д}<1,5$ *ком*) или включать в динодную цепь стабилитроны.

Лампы со вторичной эмиссией могут применяться в импульсных усилителях, катодных повторителях, генераторах гармонических колебаний, генераторах импульсов с самовозбуждением (подобно схемам блокинг-генераторов), триггерных, пересчетных запоминающих и других схемах.

Рассмотрим простейшую схему генератора (формирователя) импульсов на лампах со вторичной эмиссией (рис. 11-87).

В исходном состоянии лампа $Л_1$ заперта по управляющей сетке источником смещения — E_c. В каскаде, собранном на этой лампе, применена цепь положительной обратной связи с анода на катод (конденсатор C_3); в динодную цепь включена формирующая короткозамкнутая длинная линия *ЛФ*.

При подаче на вход лампы $Л_1$ запускающего положительного импульса лампа отпирается и благодаря положительной обратной связи в схеме начинается лавинообразный процесс нарастания динодного и анодного токов: отрицательный перепад напряжения, возникающий на аноде лампы при ее отпирании, передается на катод через конденсатор C_3, что приводит еще к большему возрастанию анодного тока, и т. д. Нарастание анодного тока ограничивается за счет перераспределения катодного тока между управляющей сеткой и динодом.

Таким образом формируется короткий отрицательный перепад, который с динодной нагрузки R_5 через разделительный конденсатор C_4 поступает на вход формирующей линии. С приходом отраженного от коротко-

лении положительного импульса с линии *ЛФ* лампа $Л_2$ открывается. Увеличение положительного напряжения на управляющей сетке на величину Δu_c вызывает соответствующее приращение напряжения на аноде и диноде. При этом потенциал анода уменьшается на величину Δu_a, а потенциал динода увеличивается на величину $\Delta u_д$. Таким образом, с выхода *1* можно снять импульс отрицательной полярности, а с выхода *2* — положительной полярности.

Схема может использоваться как двухтактный усилитель или как фазоинвертор весьма коротких импульсов. В последнем каскаде также возможно применение цепей обратных связей с анода на катод или с динода на управляющую сетку с целью улучшения формы импульсов.

В практике иногда возникает необходимость генерирования пакета (пачки) кратковременных видеоимпульсов (их называют масштабными), строго синхронизированных с запускающим импульсным сигналом, например в радиолокации при создании электрического масштаба на экране электронно-лучевой трубки, когда временной интервал между импульсами пропорционален выбранной единице измерения расстояния. Для этого пользуются схемой, состоящей из расширителя *Р* входных импульсов, генератора ударного возбуждения *ГУВ* и устройства формирования *УФ* (рис. 11-88). Запускающий импульс расширяется до требуемой длительности пакета, и расширенным импульсом отрицательной полярности коммутируется лампа $Л_1$ генератора ударного возбуждения. В момент запирания предварительно открытой лампы $Л_1$ в контуре *L*.

C, *R* из-за резкой отсечки анодного тока возникают колебания, которые поступают на сетку лампы $Л_2$ и затем вновь по цепи обратной связи подаются в контур. Резистор $R_к$ сопротивлением 0,5—10 *ком* регулируется так, чтобы потери в контуре полностью компенсировались и в генераторе устанавливались незатухающие автоколебания. В

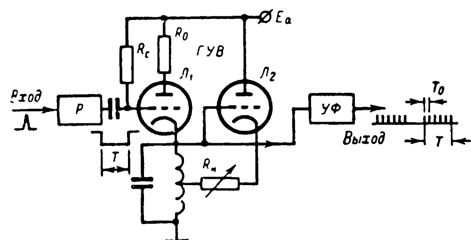


Рис. 11-88. Генератор масштабных меток.

момент окончания расширенного импульса лампа $Л_1$ резко открывается и сильно шунтирует контур, вследствие чего колебания в нем прекращаются. Сопротивление R_0 (порядка нескольких сотен ом) служит для ограничения мощности, рассеиваемой на аноде открытой лампы; сопротивление R_c имеет порядок 0,5—1,5 *Мом*. Сформированные из отрезков синусоиды импульсы (формирование обычно достигается путем последовательного ограничения с усилением и дифференцирования) следуют с периодом, равным периоду автоколебаний, т. е. близки к величине $T_0=2\pi\sqrt{LC}$. (Данные по расчету генераторов ударного возбуждения — см. [Л. 1].)

Селекторы импульсов

Селекторы импульсов предназначены для выделения из последовательности только тех видеоимпульсов, которые имеют заданные параметры (характеристики). Например, их можно разделить на следующие группы:

селекторы по полярности, выделяющие положительные или отрицательные импульсы;

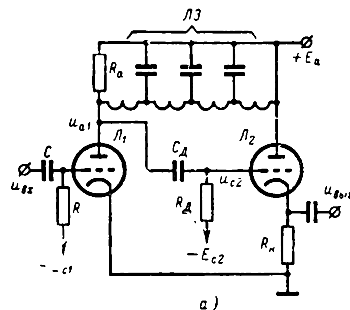
амплитудные селекторы, выделяющие импульсы, амплитуда которых меньше, больше заданной или лежит в определенных границах;

селекторы временно́го положения, которые селектируют импульсы по частоте повторения, по временно́му интервалу между импульсами или импульсы, занимающие определенное временно́е положение;

селекторы групп импульсов, предназначенные для выделения только тех групп, в которых временны́е интервалы между отдельными импульсами группы равны заданным.

Ниже рассмотрены только некоторые схемы селекторов. Более детальные сведения содержатся в [Л. 16 и 22].

Селекторы импульсов заданной длительности. Из всех импульсов, поступающих на его вход, этот селектор пропускает только импульсы, длительность которых близка к заданной $t_{и0}$. Действие селекторов импульсов заданной длительности основывается на использовании времязадающих це-



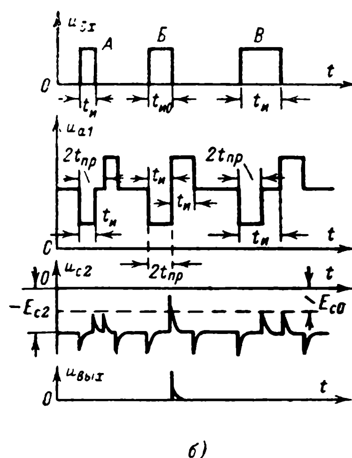


Рис. 11-89. Устройство для селекции импульсов заданной длительности $t_{и0}$.

а — принципиальная схема; *б* — диаграммы напряжений: $u_{вх}$ — на выходе (сетке лампы $Л_1$); u_{a1} — на аноде лампы $Л_1$; u_{c2} — после дифференцирования; $u_{вых}$ — на выходе.

пей, чаще всего линий задержки (рис. 11-89).

При действии на сетку запертой лампы $Л_1$ импульса длительности $t_и$ в анодной цепи образуются два импульса. Первый из них — отрицательной полярности; второй, отраженный от короткозамкнутого конца линии *ЛЗ*, — положительной полярности. Время задержки линии выбирается из условия $t_{пр}=t_{и0}/2$, т. е. $t_{и0}=2t_{пр}$. Для того чтобы избежать отражения импульсов в начале линии, выбирают $R_a=W$. Если длительность входного импульса $t_и$ равна заданной $t_{и0}$, т. е. $t_и=t_{и0}$, в момент среза входного импульса в анодной цепи лампы образуется перепад напряжения $2U_и$, в 2 раза больший,

чем в случае $t_и \neq t_{и0}$. Импульсы, снимаемые с анода лампы $Л_1$, дифференцируются (цепь $R_дC_д$ с постоянной времени $0,1t_{и0}$) и поступают на ограничитель снизу (лампа $Л_2$). Порог ограничения выбран так, чтобы лампа $Л_2$ не отпиралась при действии импульсов с амплитудой $U_и$, но отпиралась при действии импульсов с амплитудой $2U_и$, т. е. смещение E_{c2} на ее сетке выбирается из условия

$$E_{c2} = E_{c0} + U_и + \Delta,$$

где $\Delta < U_и$, а E_{c0} — напряжение отсечки лампы $Л_2$.

Импульсы на выходе ограничителя при этих условиях возникают только в случае $t_и = t_{и0}$ [импульсы *А* ($t_и < t_{и0}$) и *В* ($t_и > t_{и0}$) не проходят, импульс *Б* ($t_и = t_{и0}$) пропускается схемой]. Как следует из принципа действия схемы, в селекторе форма входных импульсов не сохраняется, а в момент среза входного импульса происходит формирование нового импульса.

Точность селекции зависит от крутизны фронтов входных импульсов, свойств линии задержки, стабильности порога ограничения и т. п.

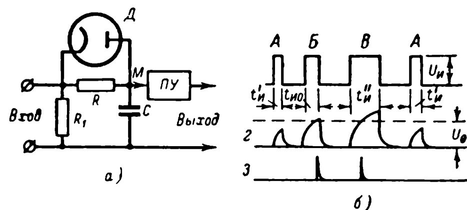


Рис. 11-90. Устройство для селекции импульсов с длительностью больше заданной ($t_{и0}$).

а — принципиальная схема; *б* — диаграммы напряжений: *А, Б, В* — на входе; *2* — в точке *М*; *3* — выходные импульсы.

Аналогично устроены селекторы, в которых используется явление задержки в линиях без отражения.

В практике применяются также схемы, осуществляющие селекцию импульсов, длительность которых меньше или больше заданной. Действие простейшей из таких схем для селекции импульсов, длительность которых превышает заданную $t_{и0}$ (рис. 11-90), основано на заряде конденсатора *С* через резистор *R*. В момент достижения выходным напряжением определенного уровня U_0 срабатывает пороговое устройство *ПУ* (например, заторможенный блокинг-генератор, см. стр. 596) и на выходе генерируется импульс. Если длительность входного импульса меньше $t_{и0}$ (импульсы *А*), порог не достигается и импульс на выходе не возникает. Импульсы *Б* и *В*, для которых $t_и \geqslant t_{и0}$, пропускаются схемой. Конденсатор после окончания импульса быстро разряжается через отпертый диод *Д* и генератор импульсов, подготавливая схему к приему очередного входного импульса.

Для того чтобы селектор функционировал правильно, входные импульсы должны быть нормированными по величине, т. е. иметь одинаковую амплитуду $U_и$.

Параметры схемы выбираются из условия: $RC = t_{и0}/2,5$; $C(R_в + R') < T_{мин}$; $U_0 = (0,8 \div 0,9)\, U_и$; здесь $R_в$ — внутреннее сопротивление генератора в паузах между импульсами генератора; R' — сопротивление параллельно соединенных резистора *R* и сопротивления отпертого диода; $T_{мин}$ — минимальный интервал между входными импульсами; U_0 — порог срабатывания схемы сравнения.

Момент срабатывания описанных схем может несколько изменяться, и хорошая селекция достигается в том случае, когда входные импульсы резко различаются по длительности. По такому принципу действуют селекторы в некоторых телевизионных приемниках для разделения кадровых и строчных синхронизирующих импульсов.

Схемы совпадения. Схемы совпадения относятся к селекторам временнóго положения импульсов. С их помощью выделяются импульсы, совпадающие по времени (целиком или частично) с заданными импульсами. Сигнал на выходе схемы совпадения появляется только тогда, когда все поступающие на схему импульсы совпадают (т. е. перекрываются) во времени. Схемы (каскады) совпадений являются логическими схемами типа *И* (см. § 11-13).

В схемах совпадений изменение тока в усилительном элементе (транзисторе или

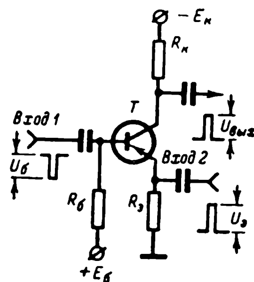


Рис. 11-91. Каскад совпадений для двухимпульсного кода на транзисторе.

лампе) происходит только при одновременном поступлении импульсов на все управляющие электроды. Чаще всего усилительный элемент в исходном состоянии заперт соответствующим смещающим напряжением. Так, запирающее напряжение $E_б$ в транзисторном каскаде совпадений (рис. 11-91) выбрано так, что импульс определенной амплитуды $U_б$, поступающий только на базу, равно как импульс определенной амплитуды $U_э$, поступающий только на эмиттер, не в состоянии отпереть транзистор. Однако транзистор отопрется при подаче обоих импульсов одновременно.

Аналогично действует ламповая (обычно — пентодная) схема совпадений (рис. 11-92), где соответствующие запирающие напряжения и управляющие импульсы подаются на управляющую и защитную (или экранирующую) сетки. При этом пентод должен иметь резкую отсечку анодного тока по всем управляющим электродам (например, лампа 6Ж2П). Пример осуществления схемы совпадения по трем импульсам приведен на рис. 11-93. Сопротивление резистора R_a в анодных цепях ламп выбирают из условия неискаженного воспроизведения импульсов.

Рис. 11-92. Каскад совпадений для двухимпульсного кода на пентоде.

Рис. 11-93. Каскад совпадений для трехимпульсного кода на пентоде.

Для расчета исходных смещений в случае двухимпульсной схемы совпадений на пентоде удобно пользоваться характеристиками лампы, представляющими семейство зависимостей напряжений на экранирующей (или третьей) сетке от напряжений на управляющей сетке при определенных значениях анодного тока, т. е. $u_э(u_c)$ или $u_3(u_c)$ при i_a=const. Исходная рабочая точка M выбирается так, чтобы импульсы, поступающие порознь на каждую сетку, не переводили лампу в отпертое состояние (при этом берется некоторый «запас» Δ на нестабильность амплитуд входных импульсов и характеристик лампы). В случае одновременного поступления импульсов рабочая точка должна переходить на характеристику, соответствующую наибольшему значению анодного тока лампы (точка M_p).

Выбор рабочей точки M для импульсов с амплитудами U_c=2,5 *в* и $U_э$=60 *в* для лампы типа 6Ж8 иллюстрирует рис. 11-94.

Рис. 11-94. Характеристики $U_э=f(U_c)$, I_a= const лампы 6Ж8 для расчета схем совпадений по управляющей и экранирующей сеткам.

Исходные смещения составляют E_c= —3 *в* и $E_э$= —15 *в*; при этом точка M_p лежит на характеристике I_a=3 *ма*. При трехимпульсной схеме совпадений смещение на оставшейся сетке подбирается экспериментально.

Для каскадов совпадения более чем по трем импульсам используются либо комбинации двух- и трехимпульсных каскадов совпадений, либо д и о д н ы е к а с к а д ы с о в п а д е н и й (рис. 11-95). Достоинство этих каскадов — большая простота и высокая надежность работы, недостаток — сравнительно малое входное сопротивление схемы, в результате чего часто требуется применение дополнительных согласующих трансформаторов или катодных повторителей.

Для схемы совпадения по s импульсам необходимо такое же количество диодов. Амплитуда выходного импульса почти равна амплитуде наименьшего из всех одновременно поступающих на вход импульсов. Параметры схемы (рис. 11-95) выбираются из условий: $R_0 \gg R$, $E > U_{и.макс}$, где $U_{и.макс}$ — амплитуда наибольшего из поступающих на вход импульсов.

При подаче каждого из s импульсов соответствующий диод запирается. Но если хотя бы один из диодов остается открытым (например, поступающий на него импульс не перекрывается во времени с остальными импульсами), то образуется делитель, состоящий из резистора R_0 и внутреннего сопротивления открытого диода. Вследствие выполнения неравенства $R_0 \gg R$ выходное напряжение изменяется незначительно. В

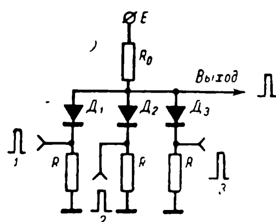


Рис. 11-95. Схема трехимпульсного каскада совпадений на диодах.

1, 2, 3 — входные импульсы.

случае подачи одновременно всех импульсов падение напряжения на одном из диодов (именно том, на который поступает наименьший из импульсов) будет небольшим и напряжение на выходе (аноде этого диода) будет удерживаться близким к напряжению на его катоде, т. е. равным амплитуде указанного импульса.

Если на схему поступает одновременно s—1 импульс, то все диоды, за исключением одного, того, на который не подан импульс, окажутся запертыми. Выходное напряжение в результате этого возрастет от величины $u_н = \dfrac{E(R_д + R)}{sR_0 + R_д + R}$ до величины $u_{s-1} \approx E\dfrac{(R_д + R_д')}{R_0 + R_д + R_э'}$, где $R_д$ — сопротивление отпертого диода, а $R_э' = \dfrac{R R_{вно}}{R + R_{вно}}$ — сопротивление параллельного соединения из R и выходного сопротивления генератора при отсутствии импульса $R_{вно}$.

При подаче на вход одновременно совпадающих во времени s импульсов различной амплитуды все диоды будут заперты, за исключением того, на который поступает импульс наименьшей амплитуды $U_{и.мин}$. Выходное напряжение при этом

$$u_s = E\frac{R_д + R_э}{R_0 + R_э + R_д} + U_{и.мин}\frac{R_0}{R_0 + R_д + R_э} \approx U_{и\,мин} + E\frac{R_д + R_э}{R_0} \approx U_{и.мин},$$

где $R_э$ — сопротивление параллельного соединения из R и сопротивления генератора $R_{вн}$ в момент действия импульса,

$$R_э = \frac{RR_{вн}}{R + R_{вн}}.$$

Если импульсы имеют одинаковую амплитуду $U_и$, то выходное напряжение будет близким к $U_и$.

За характеристику качества работы каскадов совпадения принимают коэффициент отбора

$$K_{отб} = \frac{\Delta u_р}{\Delta u_п}.$$

Здесь $\Delta u_р = u_s — u_н$ — рабочий перепад напряжения, равный разности между выходным уровнем u_s при одновременном поступлении всех s импульсов и начальным уровнем $u_н$, когда импульсы на схему не подаются;

$\Delta u_п = u_{s-1} — u_н$ — паразитный перепад, равный разности между выходными напряжениями при одновременном поступлении s—1 импульса и начальным уровнем.

Для ламповых каскадов совпадений можно добиться очень большого коэффициента отбора: $K_{отб} \to \infty$.

Для диодного каскада совпадение по s импульсам

$$K_{отб} \approx \frac{s}{s-1}\left[\frac{R_д + R_э}{R_д + R} - \frac{R_0}{sR_0 + R_д + R_э}\right] + U_{и.мин}\frac{sR_0^2}{E(s-1)(R_0 + R_э + R_д)(R + R_д)} \approx$$

$$\approx 1 + U_{и.мин}\frac{sR_0}{E(s-1)(R + R_д)}.$$

Для повышения коэффициента отбора отношение R_0/R выбирают возможно более высоким, т. е. $R_0 \gg R$.

Диодный каскад совпадения можно осуществить и для совпадения по отрицательным импульсам. Для этого достаточно изменить на обратную полярность подключения диодов и источника питания. Из-за паразитной емкости выходные импульсы не сохраняют прямоугольной формы, а сглаживаются. Чем больше E и меньше R_0, тем действие паразитной емкости проявляется слабее, т. е. тем короче фронт и срез выходного импульса.

Кодообразователи и кодовые селекторы групп импульсов. Импульсы можно объединять в группы, наделяя группы различными признаками с целью дальнейшей селекции по этим признакам. Такое объединение является разновидностью кодирования. Поэтому группу, наделенную такими признаками, можно назвать кодовой или просто кодом. В практике широко используются кодовые группы, в которых отдельные импульсы группы разнесены на заданные ко-

довые временны́е интервалы. Группа из s импульсов содержит s—1 кодовый интервал: t_1, t_2, ..., t_{s-1}. Указанное кодирование часто применяют, например, на передающей стороне в многоканальных импульсных связных станциях, в радиотелеметрических устройствах и др. На приемной стороне производится селекция групп импульсов по

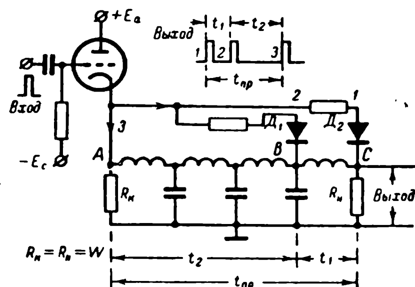


Рис. 11-96. Схема кодообразователя для трехимпульсного кода с подачей импульсов в различные точки линии. В исходном режиме лампа заперта смещением $-E_c$.

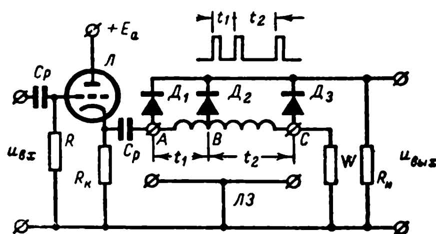


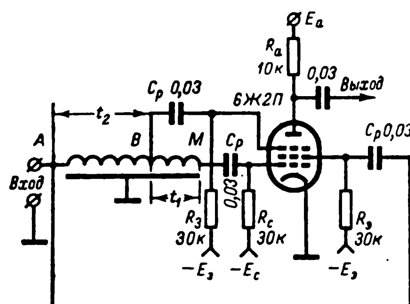
Рис. 11-97. Схема кодообразователя трехимпульсного кода со съемом импульсов с различных точек линии.

этим временны́м интервалам, так что импульсы, имеющие одни и те же интервалы, проходят через соответствующие им селекторы, поскольку каждый селектор пропускает только те импульсы, для которых временны́е интервалы соответственно равны заданным t_1, t_2, ..., t_{s-1}.

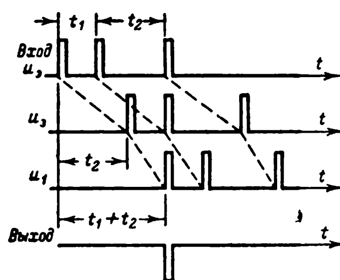
Наиболее употребительны двух- и трехимпульсные кодовые группы.

Для получения кодовых групп используются **и м п у л ь с н ы е к о д о о б р а з о в а т е л и**, состоящие из устройств временно́й задержки (искусственные линии задержки) и суммирующих элементов.

На сетку предварительно запертой лампы трехимпульсного кодообразователя (рис. 11-96) поступает положительный импульс. Возникающий в результате этого импульс на катодном сопротивлении $R_к$ подается одновременно в три точки A, B, C линии задержки, расположенные на требуемых временных интервалах t_1, t_2, считая от конца линии соответственно. Для исключения отражений от концов линия должна быть согласованной, т. е. нагруженной на сопротивление, равное волновому, $R_к = R_н = W$. Импульс с точки 1 проходит на выход без задержки, импульс с точки 2 приходит к концу линии (выходу) через время t_1, а импульс с точки 3 — через время t_1+t_2. В результате образуется требуемый трехимпульсный код. Резисторы в цепях диодов — выравнивающие; они предназначены для компенсации затухания в линии, которое испытывают импульсы 2 и 3. Диоды $Д_1$ и $Д_2$ — развязывающие; они препятствуют обратному прохождению распространяющихся по линии импульсов.



а)



б)

Рис. 11-98. Декодирование трехимпульсного кода. а — схема; б — диаграммы работы; u_1, u_2, u_3 — напряжения на 1, 2 и 3-й сетках лампы.

В другом трехимпульсном кодообразователе (рис. 11-97) импульсы с катодного повторителя через разделительный конденсатор $C_р$ поступают на нагруженную волновым сопротивлением W линию задержки ЛЗ. С точек A, B, C линии импульсы снимаются через развязывающие диоды $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$ на суммирующую нагрузку $R_н \gg W$. Точки A, B, C располагаются на расстояниях, соответствующих временны́м интервалам t_1 и t_2 соответственно. Как и в предыдущей схеме, здесь могут использоваться резисторы для выравнивания амплитуд импульсов (последние могут различаться вследствие затухания в линии). Вместо катодных повторителей в обеих схемах могут использоваться усилители с лампами или транзисторами.

Кодовые селекторы пропускают только те группы импульсов, для которых времен-

ные интервалы t_1, t_2, ..., t_{s-1} равны заданным (с учетом порядка их следования). Селекторы состоят из каскадов (схем) совпадения и линий задержки. Кодовая группа поступает на линию задержки, а с отводов этой линии — на входы каскадов совпадений (например, пентодного, как показано на рис. 11-98, *а*). Отводы делаются с таким расчетом, чтобы совпадение во времени всех импульсов кодовой группы происходило в момент прихода последнего импульса, т. е. с точек *А*, *В* и *М*, для которых задержки составляют промежутки времени, равные t_1, t_2, ..., считая от конца линии.

Кодовые селекторы находят широкое применение в импульсных многоканальных радиолиниях с временны́м (кодовым) разделением каналов и в других радиотехнических устройствах.

Устройства для измерения частоты повторения импульсов (частотомеры)

Частотомерами называют приборы, выходное напряжение или ток которых пропорциональны частоте входного сигнала.

Чаще всего в качестве измерителей частоты используются приборы, измеряющие средний ток разряда конденсатора, заряд которого периодически с частотой входного сигнала пополняется через диодные вентили. Рассмотрим два примера построения таких приборов.

В схеме частотомера серии Ч3 (например, ИЧ-7) конденсатор *С* заряжается и разряжается с частотой входного сигнала соответственно до напряжений $U_в$ и $U_н$, которые фиксируются ограничительными диодами $Д_в$ и $Д_н$ сверху и снизу (рис. 11-99, *а*). Лампа *Л* работает в ключевом режиме. В паузах между входными импульсами (или в отрицательные полупериоды входных сигналов) лампа заперта и конденсатор *С* заряжается через резистор $R_а$ (порядка 5—10 *ком*) и диод $Д_з$ со сравнительно небольшой постоянной времени $\tau_з$ до напряжения $U_в$, фиксируемого диодом $Д_в$, катод которого подключен к источнику напряжения $U_в$. Эта постоянная времени значительно меньше минимальной длительности отрицательного полупериода входного сигнала. После отпирания коммутаторной лампы конденсатор *С* разряжается через резистор *R*, лампу *Л*, а также диод $Д_р$ с постоянной времени $\tau_р$. Ток разряда проходит через прибор, зашунтированный сглаживающим конденсатором $C_ш$ и калибровочным резистором $R_ш$.

Конденсатор *С* разряжается до напряжения $U_н$. Потенциал верхней обкладки конденсатора не может упасть ниже этого уровня из-за шунтирующего действия диода $Д_н$, анод которого находится под напряжением $U_н$.

Средний ток $I_{ср.р}$, проходящий через диод $Д_р$, равен отношению потери заряда Δq за период $T_п$ к периоду:

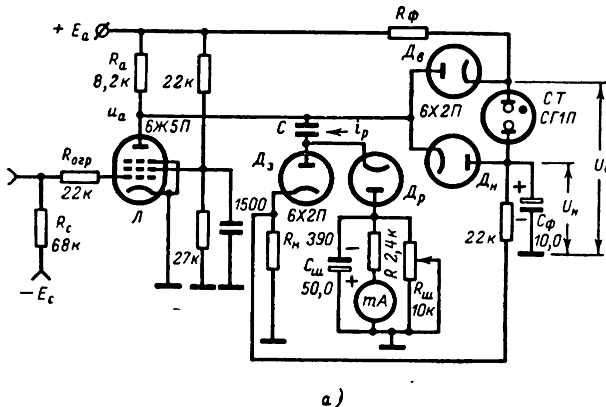
$$I_{ср.р}=\frac{\Delta q}{T_п}=\frac{C\Delta u_C}{T_п}=F_п C(U_в-U_н).$$

Ток, проходящий через прибор, таким образом, пропорционален частоте $I_{пр}=\kappa I_{ср.р}=\kappa_{пр}F_п$, и прибор можно проградуировать непосредственно в единицах частоты. Для того чтобы коэффициент пропорциональности $\kappa_{пр}=\kappa C(U_в-U_н)$ был постоянным, напряжения $U_в$ и $U_н$ стабилизируются (обычно с помощью стабилитрона). Прибор будет действовать правильно при условии, что за время импульса напряжение на конденсаторе успеет снизиться от уровня $U_в$ до уровня $U_н$, а за время паузы между импульсами напряжение на конденсаторе успеет возрасти от $U_н$ до $U_в$.

Эти условия выполняются, если выдерживаются соотношения:

$$\tau_з\approx(R_а+R_{вн.д}+R_к)C\approx R_аC<t_{и.мин};$$
$$\tau_р\approx(R_а+R_{вн.д}+R_{пр})C\approx$$
$$\approx(R_э+R_{пр})C<T_{и.мин},$$

где $R_э=R+\dfrac{R_а\cdot R_{вн.п}}{R_а+R_{вн.п}}$.



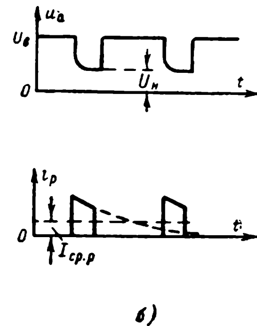


Рис. 11-99. Измеритель частоты типа Ч3.

а — упрощенная принципиальная схема; *б* — диаграммы работы: напряжение на аноде лампы *Л*, $i_р$ — ток разряда конденсатора *С*.

$R_{\text{вн.п}}$, $R_{\text{вн.д}}$ и $R_{\text{пр}}$ — внутреннее сопротивление пентода, отпертого диода и прибора (миллиамперметра) соответственно;

$T_{\text{и.мин}}$ — минимальный интервал между импульсами.

Таким образом, частотомер имеет ограничения по длительности входного сигнала и по частоте повторения. Практически частотомеры данного типа строятся на частоты до 500 *кгц* при минимальной длительности импульса до 5 *мксек*. Укажем назначение других элементов схемы рис. 11-99, *а*. Для выбора масштабного коэффициента служат резисторы $R_{\text{ш}}$; цепь $R_{\text{ф}}C_{\text{ф}}$ — фильтр стабилизированного выпрямителя; сопротивление $R_{\text{к}}$ предназначено для исключения влияния начального тока диодов на показания прибора; с помощью конденсатора $C_{\text{ш}}$ достигается сглаживание напряжения, подаваемого на прибор; резистор $R_{\text{огр}}$ — ограничительный.

Входное напряжение может быть не только импульсным, но и синусоидальным. Амплитуда входного сигнала должна при этом быть такой, чтобы лампа *Л* работала в ключевом режиме и удовлетворялись соотношения для $\tau_{з}$ и $\tau_{р}$.

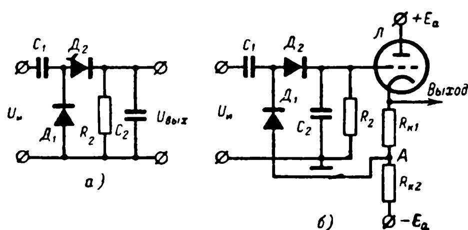


Рис. 11-100. Измеритель частоты с коммутаторными диодами.

а — основная схема; *б* — схема с линеаризацией зависимости $U_{\text{вых}}(F_{\text{п}})$.

Широкое применение для измерения частоты повторения импульсов нашла схема на рис. 11-100, *а*.

Параметры схемы выбираются из условий: $C_1 \ll C_2$; $C_1 > C_{\text{п}}$; $R_{\text{д}}C_1 < t_{\text{и}}$; $R_2C_2 > T_{\text{мин}}$,

где $T_{\text{мин}}$ — минимальный период повторения;

$t_{\text{и}}$ — длительность импульсов;

C_2, $C_{\text{п}}$ — емкость нагрузки и паразитная емкость схемы.

В момент поступления очередного импульса конденсаторы C_1 и C_2 быстро заряжаются через отпирающийся диод $Д_2$ (диод $Д_1$ при этом заперт). После окончания импульса конденсатор *C* быстро разряжается через отпирающийся диод $Д_1$ и внутреннее сопротивление генератора импульсов, в результате чего на этом конденсаторе восстанавливается исходное (нулевое) напряжение. Конденсатор C_2 получает за время каждого приходящего импульса дополнительный заряд и непрерывно разряжается на резистор R_2. Среднее напряжение на выходе в установившемся режиме равно:

$$U_{\text{ср}} = U_{\text{и}} \frac{C_1 R_2 F_{\text{п}}}{1 + C_1 R_2 F_{\text{п}}}.$$

Линейная зависимость от $F_{\text{п}}$ соблюдается при выполнении условия $R_2C_1F_{\text{п.макс}} \ll 1$, которое при выбранном конденсаторе C_1 накладывает ограничение на максимальные значения сопротивления R_2 и частоты повторения $F_{\text{п.макс}}$.

При этом $U_{\text{ср}} \approx U_{\text{и}}C_1R_2F_{\text{п}}$ и так как $R_2C_1F_{\text{п}} \ll 1$, выполняется соотношение $U_{\text{ср}} \ll U_{\text{и}}$, т. е. выходное напряжение при соблюдении пропорциональной зависимости много меньше амплитуды входных импульсов. При правильном выборе параметров должны выполняться все приведенные неравенства. Так, для импульсов длительностью 10 *мксек* величины имеют следующий порядок: $F_{\text{п.мин}} = 100$ *гц*; $F_{\text{п.макс}} = 100$ *кгц*; $R_2 = 100$ *ком*; $C_2 = 1$ *мкф*.

В схеме требуется предварительная стандартизация импульсов по длительности и форме (эти условия не являются очень жесткими) и стабилизация их амплитуды (например, путем ограничения).

Для измерения частоты повторения отрицательных импульсов изменяется полярность включения диодов.

Зависимость выходного напряжения от частоты повторения сравнительно легко сделать близкой к линейной. Для этого достаточно потенциал анода диода $Д_1$ уменьшать на ту же величину, на которую возрастает напряжение на выходе, как показано, например, в схеме на рис. 11-100, *б*, где выходное напряжение пропорционально входному в широком диапазоне частоты повторения импульсов. Напряжение на анод диода $Д_1$ подается при этом с выхода катодного повторителя *Л*, параметры которого выбраны так, чтобы при коэффициенте передачи в точке *A*, близком к единице, исходный потенциал был отрицательным. Сопротивление резистора $R_{\text{к2}}$ должно при этом быть небольшим, чтобы удовлетворить условию

$$R_{\text{к2}} < \frac{1}{C_1 F_{\text{п.макс}}}.$$

Делители частоты повторений и счетчики импульсов триггерного типа

Задача деления частоты повторений импульсов в целое число раз часто встречается в практике. С ней тесно связана вторая задача — счета количества (или пересчета) импульсов, поступивших на данное устройство. Обычно делители частоты повторения являются основным составным элементом счетчика импульсов.

По принципу действия делители частоты можно условно разбить на три группы:

устройства с синхронизацией генераторов релаксационных колебаний на субгармониках;

устройства с использованием конденсаторных накопителей и схем сравнения;

устройства триггерного типа (бинарные делители).

В счетчиках импульсов, как правило, используются бинарные делители.

Делители частоты с синхронизацией генераторов релаксационных колебаний. Напряжение на управляющем электроде генератора релаксационных колебаний (мультивибратор, блокинг-генератор) меняется по

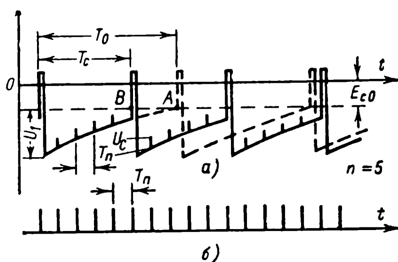


Рис. 11-101. Диаграммы напряжений при делении частоты с помощью автогенератора релаксационных колебаний.

а — напряжение на управляющем электроде ($n=5$); *б* — входные импульсы.

экспоненциальному закону (рис. 11-101), и очередной переброс в схеме наступает, когда это напряжение достигает определенного уровня E_{c0} (точка A). При подаче синхронизирующих импульсов очередное срабатывание наступает несколько раньше точки A, в момент прихода на генератор каждого n-го импульса (точка B). Период T_0 свободных автоколебаний должен быть несколько большим периода колебаний $T_c=nT_п$ при синхронизации.

Режим синхронизации зависит также от отношения величины импульса синхронизации U_c к напряжению U, т. е. от коэффициента $\lambda=U_c/U$. Чем больше n, тем меньше допустимое различие между T_0 и T_c и допустимый разброс λ, при котором достигается заданный коэффициент деления [Л. 1, 2].

Вследствие нестабильности частоты собственных колебаний устойчивые коэффициенты деления обычно не превышают 7—10. Наибольшее распространение получили делители на блокинг-генераторах и мультивибраторах.

Делитель на блокинг-генераторах (рис. 11-102). Импульсы синхронизации подаются на дополнительную обмотку трансформатора блокинг-генератора. Требуемый коэффициент деления ($n=10$ с $F_п=7\,500$ *имп/сек* до $F_п=750$ *имп/сек*) устанавливается с помощью переменного резистора R.

Схема чувствительна к колебаниям напряжения источников питания и сохраняет коэффициент деления, если анодное напряжение меняется не более чем на 5—10%. Аналогично действуют схемы деления частоты с блокинг-генераторами на транзисторах.

Делитель на мультивибраторах (рис. 11-103). Импульсы синхронизации отрицательной полярности через конденсатор C_c подаются на анод одной из ламп (левый триод $Л_1$) и через конденсатор C_2 — на сетку правого триода $Л_1$. Эти импульсы не оказывают влияния на работу схемы, если они приходят в полупериод автоколебаний, соответствующий запертому состоянию пра-

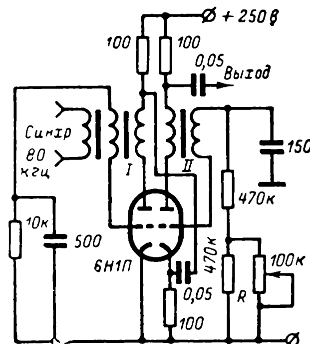


Рис. 11-102. Двухкаскадный делитель частоты повторения на блокинг-генераторах ($n=10$).

вого триода $Л_1$. В полупериод, соответствующий отпертому состоянию этого триода, отрицательные импульсы синхронизации усиливаются и в виде положительных импульсов через конденсатор C_1 проходят на сетку запертого левого триода лампы $Л_1$, вызывая преждевременный переброс схемы в

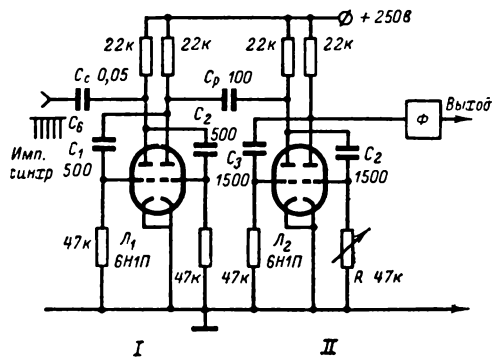


Рис. 11-103. Двухкаскадный делитель частоты повторения импульсов на мультивибраторах *I* и *II* с коэффициентом деления порядка 16—25.

момент поступления n_I-го импульса ($n_I=3\div4$) и осуществляя тем самым синхронизацию мультивибратора *I*. Второй мультивибратор (*II*) соединен с первым конденсатором $C_р$ небольшой емкости (50—100 *пф*). Эта емкость вместе с входным сопротивлением последующей схемы образует дифференцирующую цепь. Положительными пиками дифференцированного напряжения, поступающего через конденсатор C_2 на сетку

правого триода лампы $Л_2$, мультивибратор *II* синхронизируется в течение полупериода, соответствующего запертому состоянию этого триода (поскольку эти пики заставляют преждевременно опрокидываться мультивибратор после прохождения каждого *n*-го импульса). В течение второго полупериода,

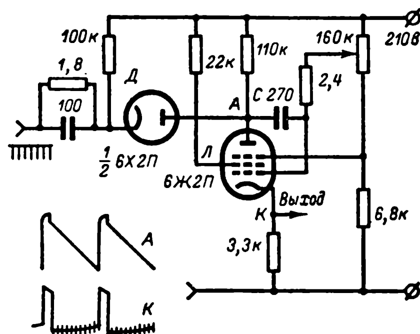


Рис. 11-104. Делитель частоты следования импульсов на фантастроне.

А, К — диаграммы напряжений на аноде и катоде пентода.

когда этот триод отперт, диффернцированные импульсы усиливаются и, поступая через конденсатор C_3 на сетку запертого правого триода лампы $Л_2$, своими положительными пиками осуществляют синхронизацию мультивибратора *II*, вызывая преждевременный переброс схемы.

Напряжение с анода правого триода $Л_2$ поступает на цепь формирования *Ф*, где происходят дифференцирование перепадов напряжения и срезание отрицательных или положительных пиков. В результате общий коэффициент деления, регулируемый резистором *R*, оказывается равным $4n_In_{II}$.

Аналогично устроены делители на транзисторных мультивибраторах.

Деление частоты повторения можно осуществить также с помощью фантастронных схем. Вследствие большой стабильности работы коэффициент деления в практических схемах достигает 10 в одном каскаде.

В схеме декадного делителя (т. е. делителя на 10, рис. 11-104) входные импульсы отрицательной полярности с амплитудой порядка 10 *в* через диод *Д* поступают на анод и (через конденсатор *С*) управляющую сетку пентода, запуская фантастрон.

Длительность импульса фантастрона при выбранных параметрах регулируется так, чтобы очередное опрокидывание фантастрона вызывал каждый девятый импульс. Очередной запуск схемы возможен после окончания процесса установления напряжения на аноде пентода, в течение которого практически поступает еще один десятый импульс синхронизации. При указанных параметрах деление осуществляется с 1 *кгц* до 100 *гц*. При увеличении емкости конденсатора *С* до 2 700 *пф* фантастрон осуществляет деление частоты со 100 *гц* до 10 *гц*.

Делители частоты с накопительным конденсатором и схемой сравнения. Импульсы, поступающие на схему делителя (рис. 11-105, *а*), должны иметь одинаковую амплитуду и не сильно различаться по длительности. В момент действия первого импульса диод $Д_1$ отпирается и происходит быстрый заряд конденсаторов C_1 и *С* в накопительном устройстве *НУ*. После окончания импульса конденсатор C_1 разряжается, а заряд на конденсаторе *С* сохраняется. При поступлении второго импульса напряжение на конденсаторе *С* вновь возрастает на несколько меньшую величину, и когда оно достигнет порога срабатывания схемы сравнения ($-E_{c0}$ на рис. 11-105, *б*), на выходе этой схемы появляется импульс.

Обычно в качестве схемы сравнения (порогового устройства) используется заторможенный блокинг-генератор. В момент достижения напряжения отпирания лампы *Л* блокинг-генератора возникает импульс и сеточный ток лампы одновременно перезаряжает конденсатор *С* до определенного исходного напряжения U_0.

С помощью потенциометра *R* устанавливается исходное запирающее напряжение, определяющее коэффициент деления.

По мере увеличения числа импульсов приращение напряжения на конденсаторе *С* (величина «ступеньки» Δu_C) от импульса к импульсу уменьшается вследствие падения

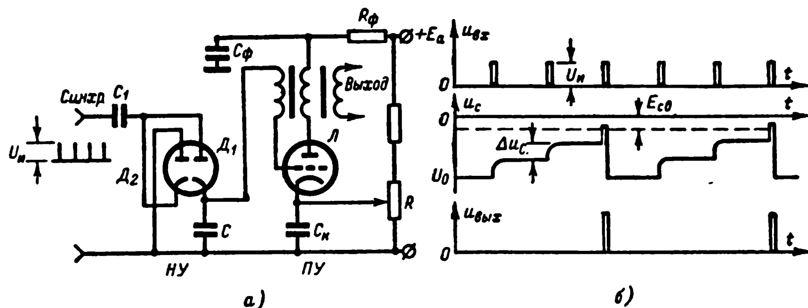


Рис. 11-105. Делитель частоты с накопительным конденсатором *С*.

а — схема; *б* — временные диаграммы на входе $u_{вх}$, накопительном конденсаторе u_C и выходе $u_{вых}$.

Таблица 11-4

	2	4	6	8	10	16
C/C_1	1	3	4,9	7,4	9	14,5

э. д. с., действующей в цепи заряда C конденсатора и равной $U_и - u_C$ (где u_C — напряжение на конденсаторе C). Это ограничивает допустимый коэффициент деления, так как, начиная с некоторого значения n,

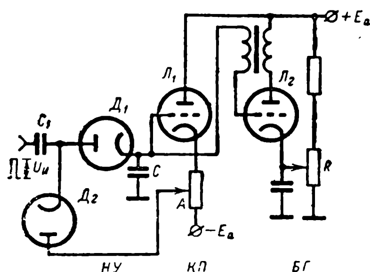


Рис. 11-106. Делитель частоты с дополнительным катодным повторителем для увеличения коэффициента деления.

величина нестабильности порога срабатывания становится сравнимой с величиной ступеньки, что может привести к изменению коэффициента деления. Для каждой заданной величины n имеется оптимальное отношение C/C_1, при котором величина n-й ступеньки будет максимальной. Соответствующие оптимальные отношения C/C_1 приведены в табл. 11-4. Абсолютная величина емкости конденсатора C_1 должна быть во много раз больше паразитных емкостей схемы и составляет 100—200 *пф*. Постоянная времени зарядной цепи

$$\tau_з = R_д \frac{C_1 C}{C_1 + C} \approx R_д C,$$

где $R_д$ — сумма внутреннего сопротивления отпертого диода и источника импульсов. Она должна быть значительно меньше минимальной длительности входных импульсов, а постоянная времени разряда конденсатора C_1,

$$C_1 R_д \ll T_{п.мин},$$

где $T_{п.мин}$ — наименьший временной интервал между соседними импульсами.

Для импульсов с длительностью, большей 0,2—1 *мксек* и $T_{п.мин} > 2 \div 3$ *мксек* эти условия обычно легко удовлетворяются. При использовании полупроводниковых диодов необходимо учитывать, что конденсатор C в интервалах между импульсами разряжается через обратное сопротивление диодов. Это ведет к снижению приращения напряжения за период и может повлечь за собой уменьшение коэффициента деления.

Для повышения коэффициента деления схему с накопительным конденсатором дополняют катодным повторителем $Л_1$ с цепью обратной связи (рис. 11-106) (так же как и схему на рис. 11-100). Анод разрядного диода $Д_2$ накопительного устройства *НУ* соединен с выходом катодного повторителя (точка A), сетка лампы $Л_1$ которого соединена с конденсатором C. Поэтому конденсатор C_1 разряжается каждый раз не до нуля, а до напряжения, почти равного напряжению на конденсаторе C с обратным знаком. Электродвижущая сила, действующая в цепи заряда конденсаторов, будет поэтому все время почти одинаковой и близкой к амплитуде импульсов $U_и$, а величина приращения напряжения на конденсаторе C — практически постоянной.

Коэффициент деления устанавливается с помощью потенциометра R, регулирующего запирающее напряжение на сетке лампы $Л_2$ блокинг-генератора *БГ*.

Из принципа действия схемы с накопителем следует, что блокинг-генератор срабатывает после прихода определенного числа импульсов независимо от величины временно́го интервала между импульсами. Схема как бы считает количество прошедших импульсов и сигнализирует о приходе каждого n-го импульса срабатыванием блокинг-генератора.

В рассмотренных схемах деления частоты повторения возможно появление фазовой нестабильности Δt выходных импульсов относительно исходных. Для устранения этой нестабильности используется схема на рис. 11-107, в которой импульс с выхода схемы сравнения устройства деления частоты (*УДЧ*) используется в качестве селекторного. Он поступает на один вход каскада совпадения (*КС*), на другой вход которого подаются исходные (входные) импульсы, задержанные с помощью линии задержки *ЛЗ* на небольшое время, равное половине длительности селекторного импульса. В этом случае на выход приходит каждый n-й импульс (n — коэффициент деления *УДЧ*), смещенный на небольшое время, равное времени задержки в линии.

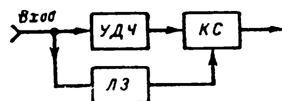


Рис. 11-107. Функциональная схема устранения фазовой ошибки.

Триггерные делители. Они состоят из нескольких триггерных ячеек, соединенных цепями формирования импульсов запуска. Триггерный делитель одновременно может служить счетчиком импульсов, для чего он дополняется цепями индикации состояния

триггерных ячеек, по которым подсчитывается число импульсов, поступивших на данное устройство.

Если количество подсчитываемых импульсов велико, то триггерный делитель дополняется электромеханическим счетчиком. Коэффициент деления в триггерном делителе должен быть настолько большим, чтобы выходные импульсы следовали не очень часто (не чаще 50—100 *имп/сек*) и электромеханический счетчик успевал бы срабатывать от каждого выходного импульса.

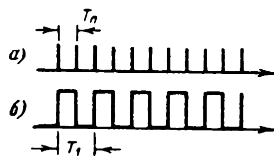


Рис. 11-108. Принцип деления импульсов с помощью триггера со счетным входом.

а — входные импульсы; *б* — импульсы на аноде триггера.

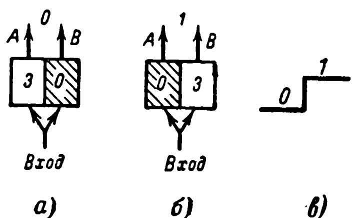


Рис. 11-109. Условное изображение состояния триггерной ячейки (0 или 1) при счетном запуске. *З* и *О* — обозначение запертого или открытого состояния лампы (транзистора); *А* и *В* — выходы триггера.

а — состояние 0 — выход *В* имеет низкий потенциал; *б*—состояние 1 — выход *В* имеет высокий потенциал; *в* — переход от низкого потенциала 0 к высокому 1.

При подаче входных импульсов на триггер со счетным входом период T_1 напряжения на аноде каждой из ламп триггера в 2 раза превышает период исходных импульсов $T_п=0,5T_1$ (рис. 11-108). Отсюда происходит другое название делителя: б и н а р н ы й. Следовательно, в каждой ячейке триггера осуществляется деление частоты н а д в а. Условно каждому состоянию триггера приписывается код 0 или 1. Так, если за исходное состояние принято то, которое соответствует запертой левой лампе (транзистору) и открытой правой, и приписать этому состоянию триггера код 0, то после поступления первого импульса (переброса схемы) отпирается левая лампа (транзистор) и запирается правая, а триггер перейдет в состояние, соответствующее коду 1 (рис. 11-109). После поступления второго импульса ячейка вновь перейдет в состояние, соответствующее коду 0 (или, проще, в состояние 0), и т. д. Если выходной сигнал снимается с правой лампы (выход *В*), то состоянию 0 будет соответствовать низкий потенциал, а состоянию 1 — высокий.

На рис. 11-110 приведен пример принципиальной схемы триггерного счетчика на транзисторах из двух ячеек. Подобное устройство позволяет производить счет импульсов, поступающих на вход первого триггера с частотой до 10 *Мгц*, при этом на выходе частота будет понижена в 4 раза (при двух ячейках).

Максимальный коэффициент деления при k последовательных триггерах $n_{макс}=2^k$.

Для индикации количества прошедших импульсов чаще всего используют неоновые лампочки, включенные в анодные цепи ламп. Лампы показывают число прошедших импульсов в двоичной или десятичной системе счисления. Реже применяется стрелочный прибор.

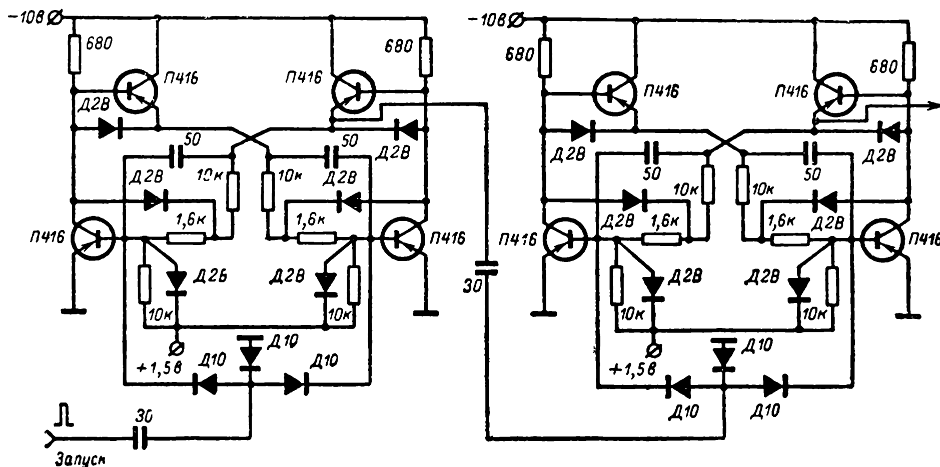


Рис. 11-110. Принципиальная схема счетчика из двух ячеек, собранных на транзисторных триггерах.

Рисунок 11-111 иллюстрирует действие четырехкаскадной пересчетной схемы с коэффициентом деления $n=2^4=16$.

В схеме осуществляется счетный запуск триггеров, причем сигналы запуска, соответствующие отрицательным перепадам, снимаются с правых усилительных элементов *I*, *II* и *III* ячеек.

Состояние 0 приписывается триггеру, у которого заперт левый элемент. Это означает, что при перебросе триггера в состояние 1 в точке *В* появляется перепад (в данном случае — положительный), не перебрасывающий триггер последующей ячейки. Напротив, при переходе триггера из состояния 1 в состояние 0 в точке *В* образуется перепад (в данном случае отрицательный), перебрасывающий триггер следующей ячейки.

Индикаторные (обычно неоновые) лампы включают в анодную цепь запертых (например, левых) усилительных элементов триггерных ячеек, так что в исходном состоянии они погашены. Лампы загораются при переходе каждой ячейки в состояние 1, когда открываются те усилительные элементы (в данном случае—левые), в цепях которых имеются индикаторные лампы.

Для определения количества прошедших импульсов каждой индикаторной лампе приписывается своя «цена» (разряд в двоичной системе счисления): первого от входа триггера 2^0 (1-й разряд), второго от входа 2^1 (2-й разряд), третьего 2^2 (3-й разряд), четвертого 2^3 (4-й разряд). Тогда зажженные лампы укажут число прошедших импульсов, записанное в двоичной системе счисления, что иллюстрируется табл. 11-5. Здесь состоянию 1 соответствует горящая лампа, а состоянию 0 — погашенная. Для записи числа прошедших импульсов в двоичной системе достаточно выписать нули и единицы так, чтобы высшему (четвертому) разряду соответствовало число правой (IV) колонки, третьему — третьей и т. д., т. е. слева — направо, как это указано стрелками на примере числа 10 (1010).

Таблица показывает, что каждая последующая ячейка перебрасывается, если в предыдущей осуществляется переход $1 \to 0$ и остается в прежнем состоянии во всех остальных случаях (при переходе $0 \to 1$ и отсутствии переходов: $0 \leftrightarrow 0$, $1 \leftrightarrow 1$). Из N ячеек можно получить коэффициент деления, выражающийся любым целым числом от 2 до максимального 2^N.

Один из способов изменения коэффициента деления состоит в введении цепи обратной связи с выхода на вход. Для схемы (рис. 11-112, *а*) коэффициент деления станет равным $n_1n_2n_3 - 1$, где n_1, n_2 и n_3 — коэффициенты пересчета отдельных элементов схемы. Действительно, после прохождения $n_1n_2n_3$ импульсов на вход по цепи обратной связи будет подан дополнительный импульс, который запомнится схемой; в дальнейшем очередной импульс на выходе схемы будет появляться после прохождения не $n_1n_2n_3$, а $n_1n_2n_3 - 1$ импульс. Коэффициент деления для схемы на рис. 11-112, *б* будет

Таблица 11-5

Количество импульсов	№ ячейки I — Цена 2^0	№ ячейки II — Цена 2^1	№ ячейки III — Цена 2^2	№ ячейки IV — Цена 2^3	Запись в двоичной системе
1	1 ⊗	0 O	0 O	0 O	0001
2	0 O	1 ⊗	0 O	0 O	0010
3	1 ⊗	1 ⊗	0 O	0 O	0011
4	0 O	0 O	1 ⊗	0 O	0100
5	1 ⊗	0 O	1 ⊗	0 O	0101
6	0 O	1 ⊗	1 ⊗	0 O	0110
7	1 ⊗	1 ⊗	1 ⊗	0 O	0111
8	0 O	0 O	0 O	1 ⊗	1000
9	1 ⊗	0 O	0 O	1 ⊗	1001
10	0 O	1 ⊗	0 O	1 ⊗	1010
11	1 ⊗	1 ⊗	0 O	1 ⊗	1011
12	0 O	0 O	1 ⊗	1 ⊗	1100
13	1 ⊗	0 O	1 ⊗	1 ⊗	1101
14	0 ⊗	1 O	1 ⊗	1 ⊗	1110
15	1 ⊗	1 ⊗	1 ⊗	1 ⊗	1111
16	0 O	0 O	0 O	0	—

равен $n_1n_2n_3 - n_1$, для схемы на рис. 11-112, *в* $n_1n_2n_3 - n_1n_2$ и т. д. Если коэффициент деления в каждом элементе будет равным 2, т. е. каждый элемент будет представлять собой бинарную (триггерную) ячейку, то, комбинируя цепи обратной связи, таким путем можно получить любой коэффициент деления.

В схеме на рис. 11-113, где каждый прямоугольник обозначает одну бинарную ячейку, осуществляется деление на 10 (такой счетчик называется декадным). Здесь *З* обозначает закрытое, а *О* — открытое состояние усилительного элемента). После появления импульса на выходе (перехода последней ячейки из положения 1 в 0) происходит вынужденный (дополнительный) переброс второй и третьей ячеек, в результате чего коэффициент пересчета уменьшается на $2^1+2^2=6$ и становится *равным* $n=2^4-6=10$. Заметим, однако, что если бы

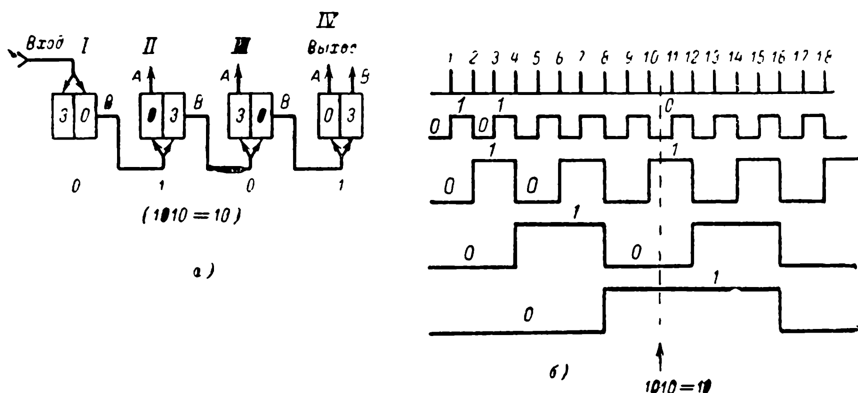


Рис. 11-111. Пересчетная схема на 16.

а — условные обозначения: *I, II, III, IV* — триггерные ячейки; *А, В* — выходы триггеров; *б* — временные диаграммы, иллюстрирующие работу схемы (применительно к ламповому триггеру). Стрелкой указано состояние после прихода 10-го импульса.

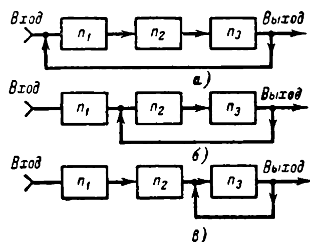


Рис. 11-112. Функциональные схемы бинарных делителей с различными коэффициентами пересчета, благодаря действию обратных связей.

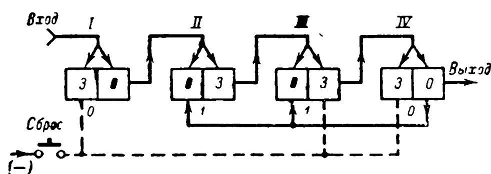


Рис. 11-113. Функциональная схема декадного бинарного делителя частоты. Пунктиром показана цепь сброса.

в исходном состоянии все ячейки находились в положении 0, то коэффициент 10 достигался только после прохождения первых $n_{макс}=16$ импульсов, когда схема займет новое исходное положение: 0, 1, 1, 0, соответствующее запоминанию числа 6. Для того чтобы коэффициент переброса сразу был равен 10, необходимо предварительно перевести ячейки в указанное исходное состояние кнопкой «сброс» (т. е. установить число 0, 1, 1, 0). Таблица 11-6 иллюстрирует состояние ячеек после прохождения каждого импульса в такой декаде. Она построена с учетом того, что переброс последующей ячейки осуществляется в том случае, когда в предыдущей имеет место переход 1→0.

Цепи обратной связи срабатывают на десятом импульсе, когда в последней ячейке происходит переход 1→0, и возвращают схему к исходному состоянию (0110). Существуют и другие способы соединения триггеров в схемы с любым заданным коэффициентом деления частоты следования импульсов (см., например, [Л. 11]).

Показанный в табл. 11-5 способ индикации числа импульсов, поступивших на делитель, дает результат в двоичной системе счисления. Для перехода от двоичной к десятичной системе пользуются матричными

Таблица 11-6

№ входного импульса	№ ячейки I	II	III	IV
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0
2	0	0	0	1
3	1	0	0	1
4	0	1	0	1
5	1	1	0	1
6	0	0	1	1
7	1	0	1	1
8	0	1	1	1
9	1	1	1	1
10	0	0	0	0
10	0	1	1	0

декодирующими устройствами и потенциальными схемами.

Декодирующая матрица является весьма распространенным устройством для перевода числа из двоичной в десятичную систему счисления. В счетчиках импульсов используются простейшие матричные устройства, представляющие собой комбинацию каскадов совпадений. Их действие рассмотрим на примере счетчика, состоящего из трех ячеек (рис. 11-114). К выходу A и B каждой ячейки подключены входные шины A_1, B_1; A_2, B_2; A_3, B_3, которые с помощью диодов соединяются в определенном порядке с выходными шинами *0—7*. Последние через нагрузочные резисторы R соединяются с источником. Таким образом, для каждого из выходов образуется трехдиодная схема совпадений (по числу символов, которые содержатся в максимальном числе 111, пересчитываемых импульсов, записанных в двоичной системе); всего в схеме 8×3=24 диода. Низкий потенциал на выходе *0—7* соответствует цифре 0, высокий — единице. На рис. 11-114 изображено состояние триггеров *I*, *II*, *III*, соответствующее числу 3 (т. е. 011), где помечены высокий 0 и низкий 1 потенциалы усилительных элементов. Высокий потенциал (E_a) будет только на горизонтальной шине *3* (соответствующей числу 3), поскольку только для этой шины все три подключенные к ней диода действуют как в схеме совпадений (обведены). Нетрудно подметить закономерность подключения диодов. У триггера *I* младшего разряда диоды чередуются по одному, у следующего триггера *II* — попарно, у следующего *III* группами по четыре и т. д.

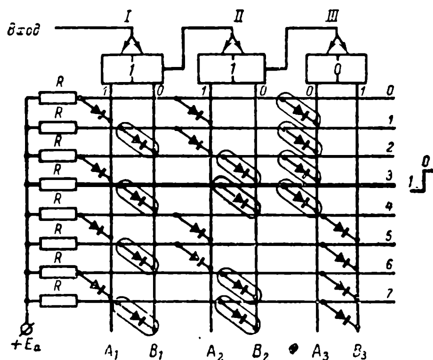


Рис. 11-114. Матричная схема преобразования двоичного кода в десятичный для восьми импульсов.

Пример потенциальной схемы индикации с помощью неоновых ламп для декадного счетчика приведен на рис. 11-115. Аноды всех четных индикаторных ламп (включая лампу *0*) соединяются с делителем в анодной цепи левого триода первой ячейки, аноды нечетных — правого триода. Попарно объединенные катоды индикаторных ламп соединяются в определенном порядке, указанном на схеме, через защитные резисторы R с анодами остальных триодов схемы. Сама схема построена так, что в исходном состоянии заперты все левые триоды, а отперты все правые. Сигнал обратной связи на правые триоды *II* и *III* ячеек подается с анода левого триода *IV* ячейки. Неоновые лампы (типа МН-8, ТГ-0,2 и т. д.) несимметричны, так что потенциал зажигания при обратной полярности их включения вы-

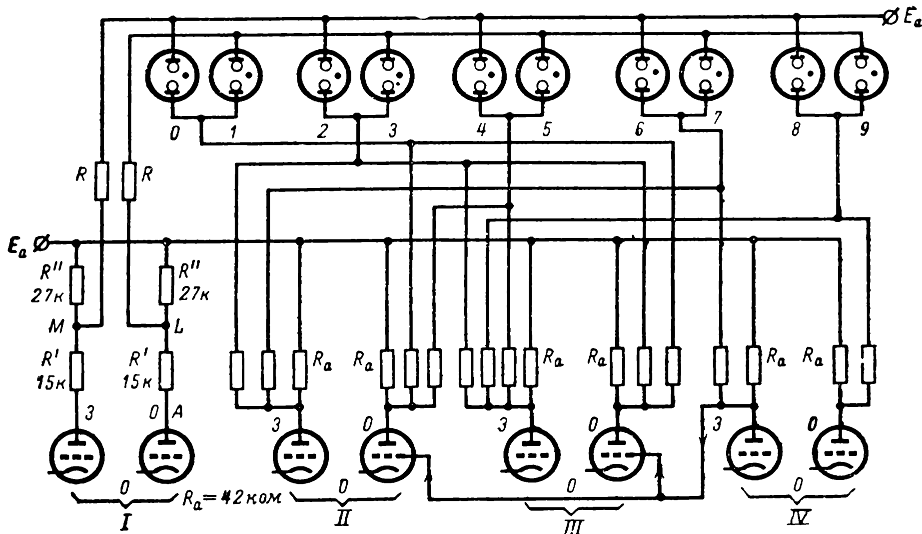


Рис. 11-115. Потенциальная схема индикации в десятичной системе счисления для декадного счетчика с триггерами *I*, *II*, *III*, *IV* с неоновыми лампами (показана схематически).

Все не обозначенные на схеме резисторы порядка 270 *ком*. Обратная связь показана условно. Помечено начальное состояние, при котором все левые триоды закрыты, а правые открыты.

ше. Неоновая лампа загорается только в том случае, когда на ее аноде — высокий потенциал, а на катоде — низкий потенциал, соответствующий открытому состоянию всех триодов (одновременно), соединенных с катодом индикаторной лампы. Если хотя бы один из триодов, соединенных с катодом, заперт, разность потенциалов недостаточна для зажигания неоновой лампы и она не горит.

Ни одна из неоновых ламп не может загореться также и в том случае, если на ее катоде — высокий потенциал (т. е. когда заперты все триоды, соединенные с этим катодом), поскольку потенциал анода этой лампы благодаря делителю *R'—R''* выше, чем потенциал анода открытого триода. Так, например, в исходном положении, когда заперты все левые триоды и открыты все правые, на катодах индикаторных ламп *6* и *7* будет высокий потенциал, а анод лампы *7* будет находиться под потенциалом точки *L*, который несколько выше потенциала точки *A* открытого правого триода первой ячейки. Возникающая разность потенциалов (да еще приложенная в обратной относительно нормально используемой полярности) недостаточна для зажигания лампы *7*. В этом положении горит только лампа *0*, поскольку ее анод находится под высоким потенциалом источника анодного питания, а катод — под низким (катод через гасящие сопротивления подключен к анодам открытых правых триодов *II* и *III* ячеек).

Счетчики импульсов на декатронах

Для счета импульсов, следующих с не очень высокой частотой (до 10—20 *кгц*), часто используются специальные газоразрядные приборы с холодным катодом — декатроны.

С помощью одной ячейки, состоящей из одного декатрона и простой схемы формирования пусковых импульсов, можно сосчитать до 10 импульсов или произвести деление частоты повторения на 10. Для увеличения числа пересчитываемых импульсов или увеличения коэффициента деления ячейки могут включаться последовательно. Несколько (*N*) таких ячеек позволяют осуществить деление числа поступивших импульсов с коэффициентом 10^N.

Декатронные счетчики отличаются большой экономичностью, высокой надежностью и простотой индикации, которая осуществляется визуально по свечению газа вокруг штырьков-электродов, просматриваемых через баллон прибора. Декатронные счетчики часто служат оконечными блоками триггерных пересчетных устройств.

Наибольшее практическое применение нашли двухимпульсные декатроны (например, ОГ4, ОГ5), хотя иногда используются несколько более сложные, одноимпульсные декатроны (например, ОГ3). Декатроны конструктивно оформляются в стеклянном баллоне на октальном цоколе.

Двухимпульсный декатрон (рис. 11-116) состоит из дискообразного анода *A*, окруженного 30 катодными штырьками, которые разбиты на три группы и хорошо видны через стекло баллона. 10 первых подкатодов (*1ПК*), 10 вторых подкатодов (*2ПК*), 9 основных (индикаторных) катодов (*1—9К*) объединены в три группы, каждая из которых имеет общий вывод на цоколь. Отдельный вывод имеет тридцатый электрод — нулевой катод *0К*.

Анод декатрона соединяется с источником напряжения питания +400—450 *в* через ограничительное сопротивление $R_а$ = =300 *ком*÷1 *Мом*. На подкатоды *1ПК* и *2ПК* подается исходное положительное смещение порядка 35—60 *в* (рис. 11-117).

Приведение декатрона в исходный режим достигается размыканием кнопки *Кн*, разрывающей цепи всех индикаторных катодов, в результате чего наибольшая разность потенциалов образуется между анодом и нулевым катодом и свечение переносится именно на нулевой катод (рис. 11-117). Перевод разряда на каждый последующий штырек *К* индикаторного катода достигается последовательной подачей двух отрицательных импульсов: раннего на кольцо первых и позднего — на кольцо вторых подкатодов. Амплитуда запускающих импульсов — порядка 100—150 *в*, длительность 35—40 *мксек*, промежуток между ними

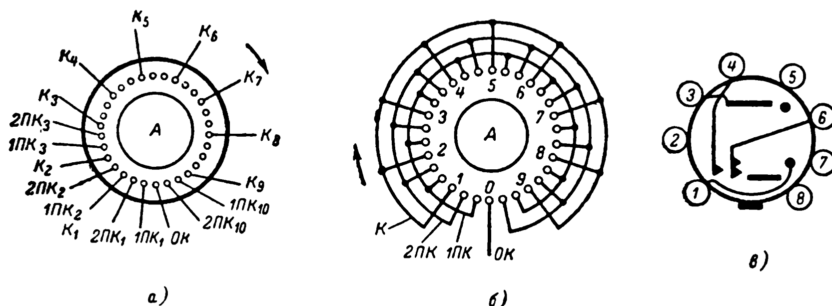


Рис. 11-116. Двухимпульсный декатрон.

а — устройство (схематически); *б* — схема соединений электродов; *в* — цоколевка декатрона ОГ5.

1,5—2 *мксек* (эти данные являются паспортными).

При подаче раннего импульса разряд переносится с основного катода на рядом стоящий штырек первого подкатода $1ПК_1$ (поскольку именно вблизи этого штырька ионизация газа будет наибольшей).

По мере заряда конденсатора C_1 ток анода падает, а напряжение на аноде возрастает. Разность потенциалов между первым подкатодом и анодом убывает, а между вторым подкатодом и анодом в результате действия второго импульса возрастает. Поэтому разряд переходит на штырек второго подкатода $2ПК_2$. После окончания второго импульса запуска потенциал подкатодов *1ПК* и *2ПК* оказывается более высоким, чем потенциал основных катодов, и разряд автоматически переходит на штырек $К_1$ основного (индикаторного) катода, поскольку концентрация ионов будет наибольшей вблизи этого штырька. При подаче очередного, второго импульса разряд описанным путем переносится на второй штырек основного катода и т. д. Таким образом, по мере поступления на счетчик импульсов происходит перенос свечения с одного штырька на другой, причем номер, стоящий у светящегося штырька, показывает число прошедших импульсов.

Рис. 11-117. Схема запуска двухимпульсного декатрона.

А, *В* — форма импульсов на *1ПК* и *2ПК*.

При смене последовательности поступлений импульсов (ранний — на второй подкатод, поздний — на первый) изменяется направление переноса разряда, с 9-го на 8-й, 7-й штырьки и т. д. (свойство инверсии).

Необходимая временна́я задержка запаздывающего пускового импульса создается путем использования фильтра R_2C_2 нижних частот, включенного между первыми и вторыми подкатодами. Конденсатор C_1 разряжается через диод *Д* (рис. 11-117).

Выходные импульсы положительной полярности с амплитудой порядка 50—60 *в* снимаются с катодной нагрузки $R_к$.

Быстродействие двухимпульсного декатрона (например, ОГ5) достигает 10 *кгц*.

Декатрон может запускаться синусоидальным напряжением с амплитудой 30—60 *в*. На подкатоды *2ПК* это напряжение подается через фазосдвигающую *RC*-цепь, рассчитанную так, чтобы фазовый сдвиг был равен $\pi/4$. Максимальное быстродействие в этом случае снижается до 2 *кгц*.

Рис. 11-118. Одноимпульсный декатрон.

а — схема соединений электродов; *б* — электрическая схема запуска; *в* — разновидность схемы соединения *ОЗПК* и *ОК*.

Одноимпульсный декатрон отличается тем, что содержит дополнительно 10 третьих подкатодов, объединенных короткозамыкающими перемычками, имеющими общий вывод на штырек цоколя лампы (рис. 11-118), который через цепь R_2C_2 соединяется с корпусом (индикаторными катодами). При подаче отрицательного импульса на первые подкатоды разряд со штырька основного катода переходит на рядом стоящий штырек первого подкатода $1ПК_1$. В результате заряда конденсатора C_1 напряжение между первым катодом и первыми подкатодами убывает и разряд переносится на

очередной штырек второго подкатода $2ПК_1$. После окончания пускового импульса разность потенциалов между подкатодами $1ПК_1$—$2ПК_1$ и анодом уменьшается и разряд переносится на рядом стоящий штырек третьего подкатода $3ПК_1$, а затем после заряда конденсатора C_2 — на следующий (первый) штырек основного катода.

При поступлении второго импульса процесс повторяется и разряд переносится на второй штырек основного катода.

Нулевой штырек третьего подкатода *03ПК* имеет отдельный вывод и соединяется, как показано на рис. 11-118, *б*. Иногда в цепь подкатода *03ПК* ставится делитель напряжения, как показано на рис. 11-118, *в*. Это сделано для того, чтобы переход разряда на основной катод при подаче последнего импульса был более уверенным независимо от противосвязи, вызванной выходным импульсом на сопротивлении $R_к$. В исходное состояние декатрон приводится размыканием кнопки *Кн*. Одноимпульсные декатроны обладают несколько большим быстродействием, чем двухимпульсные, но лишены свойства «инверсии». Максимальное быстродействие декатрона ОГЗ —20 *кгц*.

11-12. МОДУЛЯТОРЫ И ДЕМОДУЛЯТОРЫ ИМПУЛЬСНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Модулированные импульсные последовательности используются для передачи разнообразных сообщений в многоканальных радиорелейных и радиотелеметрических линиях. На передающей стороне линии исходным сообщением (или сигналом датчика в случае радиотелеметрической системы), преобразованным в электрический сигнал, производится первичная модуляция последовательности видеоимпульсов, а затем вторичная модуляция несущей этими видеоимпульсами по амплитуде или частоте. На приемной стороне после детектирования выделяется модулированная импульсная последовательность, которая затем демодулируется с целью получения передаваемого сообщения.

В зависимости от того, какой из параметров импульсной последовательности подвергается модуляции, различают несколько видов импульсной модуляции, из которых чаще всего используются: амплитудно-импульсная (АИМ), широтно-импульсная (ШИМ) и фазо-импульсная (ФИМ), реже применяют кодово-импульсную и дельта-модуляцию.

Модуляторы и демодуляторы АИМ

Различают два рода АИМ. При АИМ-1 (первого рода) мгновенное значение внутри каждого импульса изменяется в соответствии с текущим значением модулирующего сигнала (рис. 11-119, *в*); вершины импульсов как бы повторяют по форме сигнал модуляции. При АИМ-2 (второго рода) амплитуда каждого импульса постоянна и пропорциональна мгновенному значению модулирующего сигнала в моменты времени, соответствующие определенным точкам импульсов (например, их фронтам, серединам и т. д.); вершины импульсов являются плоскими (рис. 11-119, *г*).

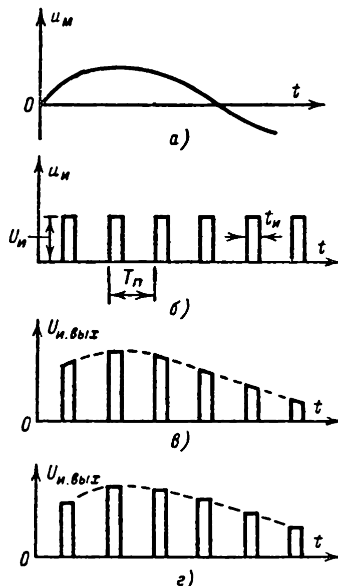


Рис. 11-119. Амплитудно-импульсная модуляция.

а — модулирующий сигнал; *б* — исходная последовательность импульсов; *в* — импульсы с АИМ-1; *г* — импульсы с АИМ-2.

Поскольку, обычно $t_и \ll T_п$, различием между этими видами модуляции часто можно пренебречь.

На период колебаний наивысшей частоты $F_{макс}$, содержащейся в модулирующем сигнале, в соответствии с теоремой Котельникова должно приходиться не менее двух-трех периодов $T_п$. В противном случае на приемной стороне будут возникать искажения.

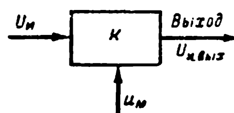


Рис. 11-120. Функциональная схема модулятора АИМ.

Модуляторы АИМ. Для модуляции можно использовать устройство (рис. 11-120), в котором коэффициент передачи *К* изменяется по закону модулирующего напряжения $u_м$:

$$K = K_0 + \Delta K u_м$$

(при этом на вход подают импульс с постоянной амплитудой). Тогда при синусо-

идальном сигнале $u_м = U_m \sin\Omega t$ амплитуда выходных импульсов

$$U_{и.вых} = U_и K = U_{и0}(1 + m_и \sin \Omega t),$$

где $U_{и0} = U_и K_0$ — среднее значение выходных импульсов;

$m_и$ — коэффициент модуляции импульсной последовательности, имеющий тот же смысл, что и при обычной амплитудной модуляции.

При АИМ синусоидальным сигналом у каждой составляющей спектра периодической последовательности видеоимпульсов появляются по две боковые линии, каждая из которых отстоит от данной составляющей на частоту модуляции $\Omega/2\pi$. Кроме того, в спектре будет содержаться составляющая модулирующей частоты с амплитудой

$$U_{мод} = U_{и0} m_и \frac{t_и}{T_п}, \qquad (11\text{-}51)$$

которая является самой низкочастотной в спектре (не считая постоянной составляющей).

Для модуляции импульсов по амплитуде используется много схем. Одна из наиболее простых (ключевого типа) представлена на

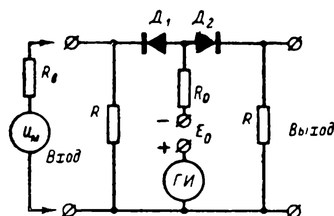


Рис. 11-121. Модулятор АИМ ключевого типа.

рис. 11-121. Параметры схемы выбираются из следующих соотношений: $R \gg R_0$; $R \ll R_{обр}$; $R \ll R_д$, где $R_д$ и $R_{обр}$ — прямое и обратное сопротивление диодов. На диоды подается запирающее напряжение $E_0 > U_{макс}$, где $U_{макс}$ — наибольшее значение напряжения модуляции $u_м$. Последовательно с источником E_0 включается генератор импульсов *ГИ*; амплитуда импульсов должна в 2,1—2,3 раза превышать $U_{вх.макс}$. До прихода очередного импульса оба диода заперты и напряжение на выходе схемы равно нулю. При поступлении очередного импульса диоды отпираются и напряжение на выходе поднимается до уровня напряжения на входе (внутреннее сопротивление источника сигнала считается весьма малым). Таким образом, амплитуда выходных импульсов изменяется соответственно с $u_м$. Для того чтобы схема функционировала нормально, напряжение на входе не должно падать ниже нуля, поскольку в противном случае оба диода будут заперты и выходное напряжение останется равным нулю даже при поступлении импульсов. Поэтому вход модулятора удобно соединять с транзисторным усилителем модулирующего сигнала (в данном случае транзистор *n-p-n* типа).

В качестве модулятора часто используются усилительные элементы (лампы, транзисторы), на управляющие электроды которых подается модулирующий сигнал. Режим должен быть выбран так, чтобы усиление было пропорционально напряжению $u_м$ модулирующего сигнала.

Демодуляторы АИМ. *Фильтр нижних частот.* Если частоту среза фильтра нижних частот выбрать несколько большей $F_{макс}$ (но меньшей $F_п = 1/T_п$), то на выходе фильтра выделится напряжение передаваемого сигнала. Однако амплитуда выходного напряжения фильтра будет мала, поскольку $t_и/T_п \ll 1$ [см. формулу (11-51)].

Пиковый детектор. Для демодуляции АИМ используются пиковые детекторы с последовательным и параллельным включением диода (рис. 11-122). Постоянные времени схемы выбираются из следующих соотношений:

$$(R_в + R_д)C < t_и; \quad RC \gg T_п;$$

$$RC < \frac{\sqrt{1 - m_и^2}}{m_и \Omega};$$

здесь $R_в$ — внутреннее сопротивление источников импульсов;

$R_д$ — сопротивление отпертого диода;

R, C — параметры схемы пикового детектора.

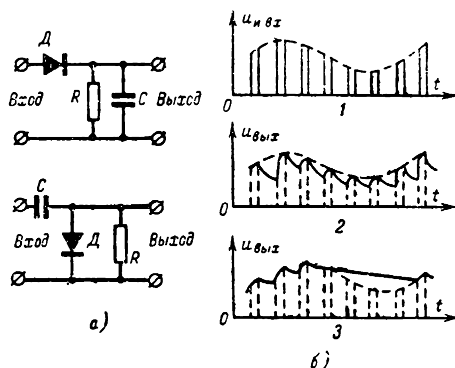


Рис. 11-122. Схема пиковых детекторов.

а — с последовательным и с параллельным включением диода; *б* — временные диаграммы при демодуляции АИМ с помощью последовательного пикового детектора; *1* — входные импульсы; *2* — выходной сигнал; *3* — выходной сигнал при неправильном выборе *RC* (*RC* слишком велико).

В соответствии с первым неравенством происходит быстрый заряд конденсатора за время, меньшее длительности импульса. Благодаря второму условию за период

между импульсами конденсатор C успевает разрядиться незначительно. Однако если постоянная времени чрезмерно велика, то за время $T_п$ амплитуда импульсов может упасть сильнее, чем уменьшится напряжение на конденсаторе во время его разряда, в результате чего возникнут искажения. Их можно предотвратить, если выполнить третье неравенство. Последнее удается вы-

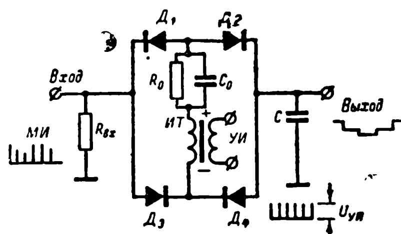


Рис. 11-123. Накопительный демодулятор для АИМ.

полнить, когда отношение $\Omega/2\pi F_п$ велико, при не очень большом m.

Накопительный детектор. На схему детектора (рис. 11-123) подаются одновременно модулированные (*МИ*) и управляющие импульсы (*УИ*). В момент поступления каждого управляющего импульса все дио-

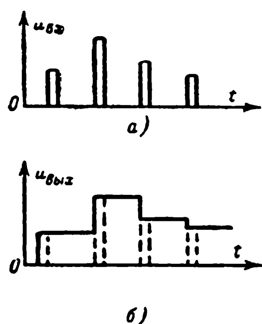


Рис. 11-124. Диаграммы напряжений в накопительном демодуляторе. *а* — входные импульсы, модулированные по амплитуде; *б* — выходное напряжение на конденсаторе.

ды $Д_1$—$Д_4$ отпираются и происходит быстрый заряд конденсатора C. Так как одновременно с управляющим на схему поступает модулированный импульс, происходит заряд или разряд накопительного конденсатора C_0 через открытые диоды $Д_1$—$Д_4$ до амплитуды этого импульса. На конденсаторе C устанавливается напряжение, равное амплитуде модулированного импульса. В интервалах между импульсами происходит разряд конденсатора C_0 на резистор R_0, но так, что все диоды в это время остаются запертыми. Поскольку амплитуда управляющих импульсов выбирается больше максимальной амплитуды модулированных, конденсатор C в интервалах между импульсами разрядиться не может и напряжение на нем остается постоянным. Следовательно, напряжение на выходе будет иметь вид «ступенек» (рис. 11-124), и после пропускания через сглаживающий фильтр, подавляющий частоту повторения импульсов $F_п$ (частоту ступенек), выделяется передаваемый сигнал.

Эффективность детектирования в этом случае будет наибольшей по сравнению с рассмотренными схемами. Для синусоидального сигнала амплитуда выходного напряжения равна $U_{и0}m_и$ и в $T_п/t_и$ раз больше, чем при непосредственной фильтрации.

Модуляторы и демодуляторы ШИМ и ФИМ

Различают два рода ШИМ. При ШИМ-1 длительность импульсов пропорциональна значению модулирующего сигнала в моменты среза модулированных импульсов, а при ШИМ-2 — в моменты, соответствующие середине этих импульсов (рис. 11-125). Различие между обоими родами модуляции

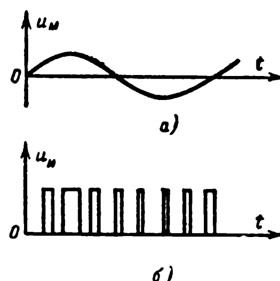


Рис. 11-125. Широтно-импульсная модуляция.
а — модулирующий сигнал; *б* — импульсы с ШИМ.

будет весьма малым, если за время, пока длится импульс, модулирующий сигнал изменится незначительно.

Иногда применяют также одностороннюю ШИМ, которая отличается от двусторонней тем, что фронт каждого модулированного импульса фиксирован во времени, т. е. при модуляции не смещается. Спектр ШИМ имеет более сложную структуру, чем спектр АИМ. Полоса пропускания радиоприемного устройства для сигналов с ШИМ должна рассчитываться на пропускание самого короткого импульса модулированной последовательности.

Модуляция импульсов по фазе (ФИМ) состоит в изменении временно́го положения импульсов относительно периодических опорных точек временно́й оси на время Δt, пропорциональное модулирующему напряжению (рис. 11-126). Из сопоставления ШИМ и ФИМ следует, что моменты появления импульсов при ФИМ соответствуют срезу широтно-модулированных импульсов.

Отсюда ясно, что можно различать ФИМ-1 и ФИМ-2. Методы получения импульсов с ФИМ и ШИМ имеют много общего. Спектр ФИМ подобен спектру ШИМ, однако амплитуда составляющей частоты модуляции при ФИМ весьма мала и зависит от этой частоты.

Модуляторы для получения ФИМ и ШИМ. Действие модуляторов ШИМ и ФИМ основано на получении переменной

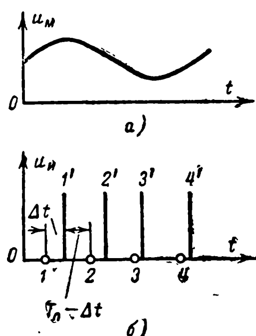


Рис. 11-126. Фазо-импульсная модуляция.

а — модулирующий сигнал; *б* — импульсы с ФИМ; *1, 2, 3, 4*—опорные импульсы; *1', 2', 3', 4'* — модулированные импульсы.

временной задержки входных импульсов в соответствии с величиной модулирующего напряжения. Схемы переменной временно́й задержки были рассмотрены ранее (см. стр. 595). Если в качестве управляющего напряжения $u_у$ в схеме на рис. 11-80 использовать модулирующее напряжение $u_м$, то выходные импульсы мультивибратора или фантастрона будут модулированы по длительности (ШИМ).

Путем дифференцирования импульсов, модулированных по ширине, с последующим ограничением импульсов, соответствующих срезу импульсов с ШИМ, получают импульсы с ФИМ (рис. 11-127). Располагая последовательностью опорных импульсов (т. е. импульсов, совпадающих с опорными точками *1, 2, 3,...* временной оси), легко последовательность импульсов, модулированных по фазе, преобразовать в последовательность импульсов, модулированных по ширине. Для этого достаточно подать обе последовательности на триггер (рис. 11-128). Имеются и другие схемы для получения ШИМ и ФИМ (см. [Л. 19 и 21]).

Демодуляторы для ШИМ и ФИМ. Демодуляторы строятся путем преобразования импульсов с ФИМ в импульсы с ШИМ, а затем в АИМ с последующей демодуляцией одним из рассмотренных выше способов.

Для демодуляции импульсов с ФИМ на приемной стороне необходимо располагать последовательностью опорных или тактовых импульсов, синхронных с опорными импульсами на приемной стороне (рис. 11-128). Эти импульсы передаются по специальному каналу синхронизации. С помощью опорных

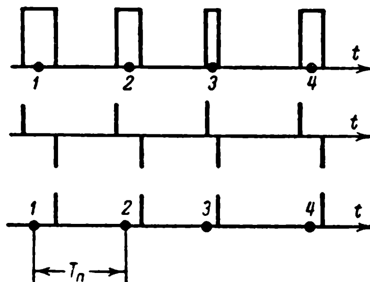


Рис. 11-127. Преобразование импульсов с ШИМ в импульсы с АИМ.

1, 2, 3, 4 — опорные точки.

и модулированных импульсов ФИМ сначала преобразуется в ШИМ. Один из возможных способов такого преобразования иллюстрируется на рис. 11-129. Входные опорные импульсы *ОИ* синхронизируют генератор линейно меняющегося напряжения *ГП*. Его выход подается на коммутатор *К* (ключевую схему). Последняя коммутируется импульсами *МИ*, модулированными по фазе,

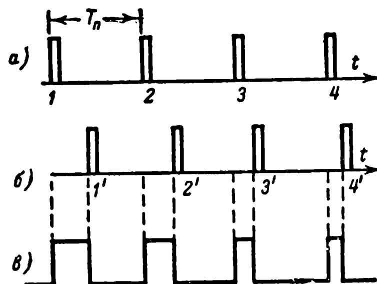


Рис. 11-128. Преобразование импульсов с ФИМ в импульсы с ШИМ.

а — опорные (синхронизирующие) импульсы; *б* — импульсы, модулированные по фазе; *в* — импульсы с ШИМ.

так что на запоминающем устройстве (которое в данном случае является демодулятором *АИМ*) фиксируется напряжение, равное пику (амплитуде) пилы $U_п$. Этот пик будет пропорционален фазовому смещению Δt модулированного импульса относительно опорного, следовательно, с ключевой схемы снимается передаваемый сигнал. В качестве ключевой может быть использована схема на рис. 11-122, где на вход вместо модулированных импульсов подается пилообразное напряжение с выхода генератора *ГП*, а вместо управляющих — последовательность импульсов с ФИМ.

Часто временной интервал Δt между опорными и модулированными импульсами (рис. 11-126) бывает весьма коротким, вследствие чего амплитуда пилы получается малой. Для ее увеличения при демодуляции используется временной интервал $T_п - \Delta t$ между модулированным импульсом и последующим (а не предыдущим) опорным импульсом. Такая схема описана, например, в [Л. 20]. Там же приведена другая схема демодулятора АИМ накопительного типа.

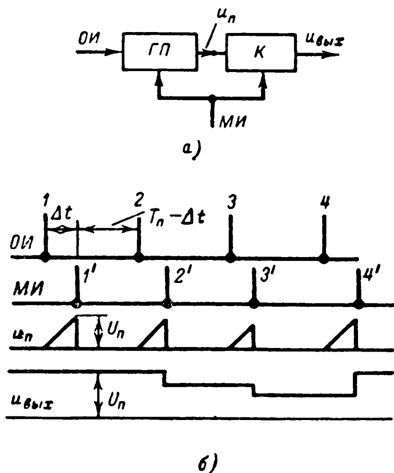


Рис. 11-129. Демодулятор для ФИМ с генератором пилообразных колебаний.

а — схема; *б* — временные диаграммы в различных точках схемы.

11-13. ЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА

Логические импульсные электронные элементы находят широкое применение в различных устройствах автоматики, в цифровых электронных вычислительных машинах, в устройствах обработки различной информации. Если информация поступает в виде непрерывных сигналов (аналоговая форма), то перед подачей в цифровую машину ее необходимо преобразовать в дискретную (цифровую) форму. Это достигается специальными устройствами, получившими название «аналог-цифра» [Л. 16]. Для дискретной формы чаще всего используется двоичная система счисления. Число в этой системе можно представить многочленом

$$N = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0,$$

где a_j принимает значения либо 0 либо 1 и обозначает цифру j-го разряда числа. Например, число 19

$$19 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

в двоичной системе запишется так: 10011.

Цифра (а для электронных элементов или устройств — сигнал) каждого разряда, обозначающая единицу (1) или нуль (0), физически может быть представлена различными способами, например 1 — положительным импульсом, а 0 — отсутствием импульса или отрицательным импульсом, а также положительными и отрицательными уровнями напряжения (исходное значение потенциала, относительно которого эти уровни отсчитываются, не имеют существенного значения).

Сигналы, характеризующие состояние каждого разряда числа, могут быть распределены как во временной последовательности (временное кодирование), так и по соответствующим параллельным каналам (пространственное кодирование).

Кодированные сигналы могут представлять не только числовые, но любые буквенные символы, а также команды или условия управления. С помощью специальных устройств над этими символами могут выполняться различные операции. Такие операции обычно связывают с аппаратом алгебры логики. В связи с системой обозначений, применяемых в алгебре логики, возникают понятия об особом роде схем (логические схемы), выполняющих определенные операции(логические операции).

Если для схем сигнал имеет значения 1 или 0, то в алгебре логики сигналам 1 и 0 соответствуют значения истинности (1) и ложности (0) высказывания. Такая связь между логическими высказываниями в алгебре логики, двоичными цифрами в двоичной системе счисления и работой импульсных схем дает возможность описывать с помощью понятий и символов алгебры логики работу отдельных схем и узлов. При описании работы схем (с точки зрения логики) можно не учитывать переходные процессы в импульсных устройствах, а рассматривать только факты существования или отсутствия импульсов. Однако это не означает, что с точки зрения быстродействия схем и надежности их работы не следует учитывать и переходные процессы.

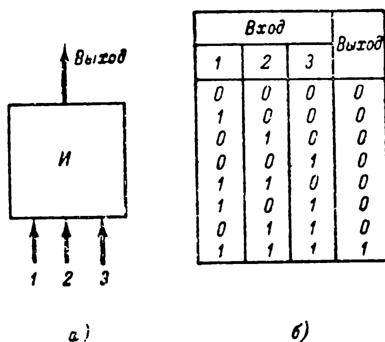
Операции, выполняемые над сигналами, можно свести к весьма ограниченному числу элементарных операций, например: И, ИЛИ, НЕ. Заметим, что для работы цифровой вычислительной машины или другого устройства автоматики, помимо логических элементов, необходимы устройства временной задержки, усилители мощности, преобразователи различных типов, запоминающие устройства и другие элементы.

Логическая схема И

Схема И имеет два или больше входов и один выход (рис. 11-130). Она реализует конъюнкцию нескольких высказываний (логическое умножение). Например, конъюнкция трех высказываний представляет собой сложное высказывание, которое истинно лишь в случае истинности всех высказываний. Во всех остальных случаях это слож-

ное высказывание ложно. Другими словами, схема выдает *сигнал 1*, если все входные сигналы соответствуют 1.

Схемы И могут быть выполнены с применением различных электронных приборов. Простейшая схема на три входа с использованием реле приведена на рис. 11-131.



Вход			Выход
1	2	3	
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

Рис. 11-130. Логическая схема И.
а — условное обозначение; *б* — таблица возможных вариантов сигналов.

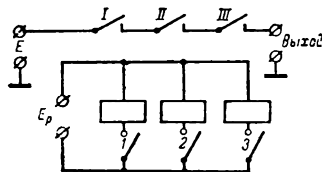


Рис. 11-131. Схема И с применением реле.
1, 2, 3 — входы.

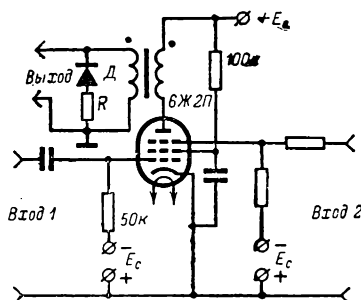


Рис. 11-132. Схема совпадений на пентоде с трансформатором в анодной цепи.

Обмотки каждого реле подключаются к источнику питания $E_р$ через ключи *1, 2, 3*. При включении реле замыкаются соответствующие контакты (*I, II, III*), через эти контакты на выход подключается напряжение *E*. Напряжение на выходе будет равным *E* (сигнал 1) в том и только в том случае, если все ключи (*1, 2, 3*) замкнуты одновременно. Если хотя бы один из ключей будет разомкнут, то на выходе напряжение отсутствует (*сигнал 0*). Рассмотрим наиболее употребительные электронные схемы.

Схемы с использованием многосеточных ламп. При включении в цепь анода лампы (рис. 11-132) резистора выходной импульс имеет отрицательную полярность. Для получения импульсов любой полярности в цепь анода включают импульсный трансформатор.

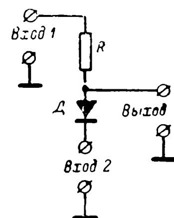


Рис. 11-133. Диодно-резисторная схема И.

Вторичная обмотка обычно шунтируется резистором *R* 200—1 000 *ом* и диодом для ограничения выброса на срезе выходного импульса (в данном случае срезается отрицательный выброс). На один из входов (*1* или *2*) вместо импульса можно подать перепад (потенциальный вход).

Логическую операцию И выполняют также схемы совпадений (см. стр. 601—603).

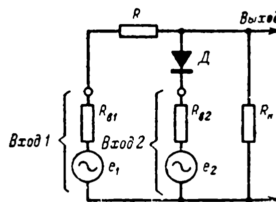


Рис. 11-134. Диодно-резисторная схема с непосредственным включением сопротивления нагрузки к выходу.

Диодно-резисторные схемы. Эти схемы получили широкое распространение благодаря своей простоте, легкости наладки, высокой надежности в работе, экономичности.

Простейшая диодно-резисторная схема совпадений на два входа обычно называется **вентильной** или **клапаном** (рис. 11-133). Заметим предварительно, что по роду подаваемых на входы сигналов эта схема обычно потенциально импульсная (т. е. на один из входов подается потенциальный сигнал, а на другой — импульсный). Однако эта схема может работать, если и оба сигнала импульсные.

Рассмотрим вариант схемы (рис. 11-134) на два входа при включении нагрузки *R* к выходу без разделительного конденсатора и при действии на входы положительных сигналов (перепадов напряжения) e_1 и e_2. Допустим, что подан только один сигнал e_1, а сигнал $e_2=0$. Тогда диод отпирается, его сопротивление становится малым и почти все напряжение прикладывается к резистору *R* и выходное напряжение почти равно нулю. Напряжение на выходе также будет равным нулю, если положительный сигнал подан на вход *2*, а сигнал $e_1=0$. В этом

случае диод *Д* заперт. В запертом состоянии сопротивление диода становится больше, чем сопротивление резистора *R*, и почти все напряжение прикладывается к обратному сопротивлению диода. Сигнал положительной полярности на выходе появится только тогда, когда сигналы поданы одновременно на вход *1* и на вход *2*.

Параметры схемы выбираются из условий:

$$R > R_{в1},\quad R_{в2};$$

$$R_н > R_{д.пр};$$

$$R_{д0} > R > R_{д.пр},$$

где $R_{в1}$, $R_{в2}$ — внутренние сопротивления источников сигналов;

$R_{д.пр}$, $R_{д0}$ — прямое и обратное сопротивление диода.

Сигнал на выходе должен отсутствовать при подаче сигнала или только на вход *1*, или только на вход *2*. И в том и в другом случае на выходе возникает некоторый паразитный остаток (вследствие того что $R_{д.пр} \neq 0$, а $R_{д0} \neq \infty$ и $R_{в1}$, $R_{в2} \neq 0$). Паразитные напряжения тем меньше, чем сильнее неравенства

$$R_{д\,пр} \ll R,\quad R_{д0} \gg R.$$

В практических схемах используются чаще всего точечные германиевые и кремниевые диоды. Сопротивление *R* выбирается в пределах единиц или десятков килоом.

При действии входных сигналов $e_1 = e_2 = e$ на оба входа выходной сигнал поднимается до уровня

$$e \approx \frac{R_н}{R + R_н}.$$

Чтобы увеличить этот уровень, обычно выбирают $R_н \approx (1 \div 5)R$. Для отрицательных сигналов схема вентиля остается той же, меняется только полярность включения диода.

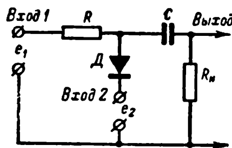


Рис. 11-135. Диодно-резисторная схема с разделительным конденсатором в цепи выхода.

Чтобы развязать цепи нагрузки от цепей вентиля по постоянному напряжению, перед сопротивлением нагрузки ставят разделительный конденсатор *C* (рис. 11-135). Благодаря вентильным свойствам диода на выходе этой схемы можно получить импульсы любой полярности.

Вариант первый. При подаче на вход *1* постоянного напряжения $e_1 = E > 0$, а на вход *2* — положительного импульса с амплитудой $e_2 = U_и > E$ на выходе образуется положительный импульс с амплитудой $u_{вых} = E$. При этом импульс на выходе будет отсутствовать (или иметь очень малую величину), если на входе *1* $e_1 = 0$, хотя на вход *2* и будет подан положительный импульс.

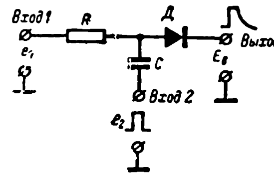


Рис. 11-136. Диодно-резисторная схема с конденсатором в цепи входа *2*.

Вариант второй. Работа этой же схемы возможна с импульсами отрицательной полярности. Если сигнал на входе *1* $e_1 = 0$, а на вход *2* действует импульс отрицательной полярности, то на нагрузочном сопротивлении также возникает импульс отрицательной полярности. Но импульс на выходе будет отсутствовать, если на вход *1* будет подано отрицательное напряжение $e_1 = -E$, а амплитуда отрицательного импульса, действующего на вход *2*, не будет превосходить величины *E*.

Рассмотрим схему с иным включением конденсатора *C* и диода *Д* (рис. 1-136), в которой на выходе с помощью внешнего источника поддерживается положительный потенциал $E_в > 0$.

Если на входе *1* напряжение $e_1 = 0$, а амплитуда импульса e_2, действующего на

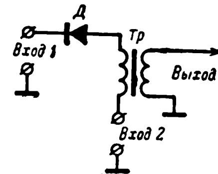


Рис. 11-137. Диодно-трансформаторный вентиль.

вход *2*, не превосходит $E_в$, то диод *Д* будет заперт и на выходе импульс отсутствует. Импульсное напряжение на выходе появится только в том случае, если на входе *1* действует такое же постоянное напряжение $e_1 = E_в > 0$, как и на выходе, а на вход *2* подан импульс.

Для осуществления логической операции И (логического умножения) по нескольким входным сигналам применяют диодно-резисторную схему с числом входов, равным числу входных сигналов (см. рис. 11-95).

Диодно-трансформаторная схема. Простейшая схема на два входа (рис. 11-137),

состоящая из импульсного трансформатора *Тр* и диода *Д*, называется диодно-трансформаторным вентилем (или клапаном). По сравнению с диодно-резисторным вентилем эта схема имеет следующие преимущества:

более высокую энергетическую экономичность и больший коэффициент передачи мощности от источников сигнала на нагрузку;

удобство сопряжения с другими элементами, так как благодаря трансформатору можно выбрать требуемую полярность выходного сигнала и добиться необходимого согласования с нагрузкой.

На входы схемы подаются постоянные потенциалы и импульсы. Чаще всего схема используется в двух вариантах:

1. На вход *2* подается постоянное отрицательное напряжение $-E$, на вход *1* — отрицательный импульс.

Если на вход *2* будет подан управляющий сигнал в виде отрицательного напряжения, а на вход *1* — отрицательный импульс с амплитудой, не превышающей величину отрицательного напряжения, то диод *Д* будет закрыт и на выходе импульса не будет. Диод отопрется только в том случае, когда на входе *2* напряжение отсутствует, а на вход *1* подается отрицательный импульс. В этом случае во вторичной обмотке создается импульс.

2. Положительный импульс подается на вход *2*, а на вход *1* — исходное положительное напряжение смещения *E*.

Выходной сигнал возникает также, когда на входе *1* напряжение отсутствует, а на вход *2* подан положительный импульс. Для гашения паразитных колебаний, возникающих при подаче импульсных напряжений, первичная или вторичная обмотка трансформатора шунтируется цепочкой, состоящей из последовательно соединенных резистора и диода.

Схемы с транзисторами. Схемы И с транзисторами позволяют получить усиленный выходной сигнал с более четким порогом срабатывания. Это позволяет снизить паразитные сигналы до весьма небольшой величины.

Транзисторная схема совпадений с двумя входами (см. рис. 11-91) может быть преобразована путем параллельного соединения необходимого числа транзисторов (рис. 11-138). Сопротивления резисторов в цепи базы $R_б$ подобраны так, что в отсутствие сигнала транзистор отперт. Выходной сигнал, снимаемый с резистора $R_э$, появится только в том случае, когда все транзисторы одновременно запрутся, т. е. когда на все базы одновременно будут поданы положительные (запирающие) сигналы.

Возможно применение схемы с последовательным включением транзисторов (рис. 11-139).

В отсутствие сигналов транзисторы T_1, T_2 удерживаются в запертом состоянии напряжением смещения $+E_б$. Входные сигналы отрицательной полярности подаются в цепи базы. Транзисторы отпираются только при одновременной подаче сигналов как по входу *1*, так и по входу *2*.

Схема требует отдельного источника смещения $E_б$, однако в отличие от предыдущей она более экономична, так как при отсутствии импульсов транзисторы почти не потребляют энергии. Заметим, что при включении резистора в цепь коллектора выполняется операция инвертирования совпавших сигналов, т. е. полярность сигналов на выходе положительная (для данной схемы), а полярность сигналов на входе — отрицательная. Вместо резистора $R_к$ иногда используют импульсный трансформатор.

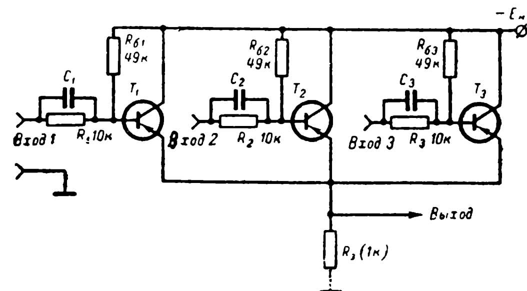


Рис. 11-138. Схема И с эмиттерными повторителями.

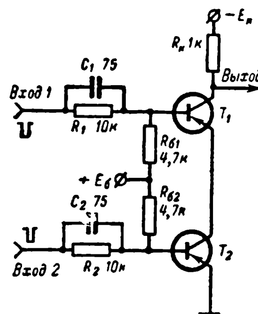


Рис. 11-139. Схема И с последовательным включением транзисторов.

Схема допускает последовательное включение нескольких транзисторов.

Схемы на магнитных сердечниках. В цифровых вычислительных машинах и в различных устройствах автоматики широкое применение находят устройства, действие которых основано на использовании магнитных материалов с прямоугольной петлей гистерезиса. Они экономичны, надежны, имеют малый вес и габариты.

Основным элементом таких устройств является магнитный сердечник (кольцо) с несколькими (обычно тремя) обмотками (рис. 11-140).

Применяемые на практике сердечники имеют диаметр 2—10 *мм* с небольшим чис-

лом витков (до десяти). Токи в обмотках для надежной работы находятся в пределах сотых — десятых долей ампера.

При подаче достаточно большого импульса тока I_1 в обмотку w_1 сердечник намагничивается до насыщения B_m. После прекращения действия импульса (при прямоугольной петле гистерезиса) намагниченность сердечника будет устойчивой, а величина остаточной индукции B_r будет близка к величине B_m. Примем такое состояние условно за 1, а состояние, соответствующее остаточной индукции $-B_r$, за 0.

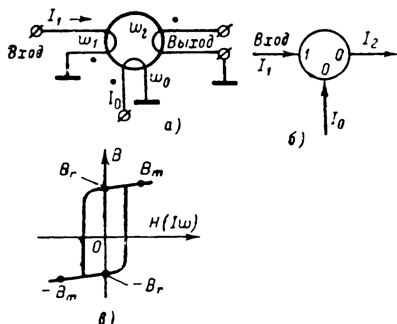


Рис. 11-140. Трансформаторный элемент логических схем.

а — схема; *б* — условное обозначение; *в* — петля гистерезиса; w_1 — входная обмотка; w_2 — выходная; w_0 — считывания.

Если после этого подать в обмотку w_0 (иногда эта обмотка называется обмоткой считывания) импульс тока I_0, то вследствие того, что эта обмотка намотана в противоположном направлении по сравнению с обмоткой w_1, намагниченность сердечника изменится на противоположную. После прекращения импульса считывания намагниченность сердечника будет соответствовать остаточной индукции $-B_r$, т. е. сердечник перейдет в состояние 0. При резком перемагничивании сердечника во время подачи импульса считывания в обмотке w_2 возникнет выходной сигнал, который можно использовать в дальнейшем.

Таким образом, ячейка в простейшем случае позволяет запомнить состояние 1 или 0, а при подаче на обмотку считывания импульса — передать это состояние на следующую ячейку. Передача сигнала от ячейки к ячейке происходит с тактом подачи считывающих импульсов, поэтому эти импульсы иногда называются тактовыми. Выходная обмотка w_2 соединяется, как правило, с входной обмоткой последующего элемента.

Для исключения взаимного влияния элементов в цепь связи включают диоды или транзисторы. В соответствии с этим различают феррит-диодные и феррит-транзисторные ячейки.

На рис. 11-141 показано соединение двух ячеек с разделительным диодом $Д_1$; чтобы избежать обратного влияния изменения индукции сердечника $Ф_2$ на состояние сердечника $Ф_1$, вводится шунтирующий диод $Д_2$. Передача информации от сердечника к сердечнику будет происходить в момент его перехода из состояния 1 ($+B_r$) в состояние 0 ($-B_r$). Иногда сердечник $Ф_1$ имеет еще одну дополнительную обмотку «запрета» (w_3). При одновременной подаче сигналов на вход *1* и вход *2* сигнала на выходе не будет, так как обмотки w_1 и w_3 намотаны в противоположных направлениях (начала обмоток на схеме показаны точками). Схема запрета часто применяется как отдельный логический элемент.

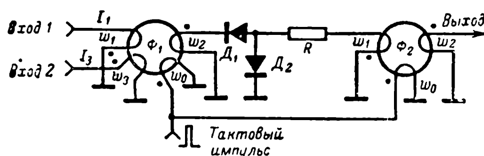


Рис. 11-141. Трансформаторные элементы с цепью связи через диоды.

Используя три сердечника, можно построить схему И (рис. 11-142). Для этого кольца $Ф_2$ и $Ф_3$ снабжают дополнительными запрещающими обмотками w_3.

На выходной обмотке w_2 кольца $Ф_3$ сигнал появится только при условии одновременного воздействия сигналов как на входе *1*, так и на входе *2*. Объяснить это можно

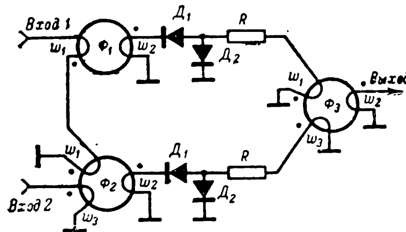


Рис. 11-142. Схема И на трансформаторных элементах.

следующим. Пусть сигнал поступает только на вход *1*. При поступлении импульса на обмотку w_1 сердечники $Ф_1$ и $Ф_2$ перемагничиваются в единичное состояние. После воздействия сигнального импульса следует процесс считывания: на все сердечники одновременно в обмотки w_0 (для простоты схемы эти обмотки на рис. 11-142 не показаны) поступают импульсы считывания. Этими импульсами сердечники $Ф_1$ и $Ф_2$ возвращаются в состояние намагниченности, соответствующее 0. При этом на выходных обмотках w_2 как сердечника $Ф_1$, так и сердечника $Ф_2$ индуцируется сигнал с полярностью, при которой диоды $Д_1$ будут открыты.

Однако эти сигналы, приходящие одновременно на обмотки сердечника $Ф_3$, не перемагнитят его, так как обмотки w_1 и w_3 намотаны в противоположные стороны. Поэтому с приходом следующего импульса считывания на обмотку w_0 сердечника $Ф_3$ не происходит перемагничивания из поло-

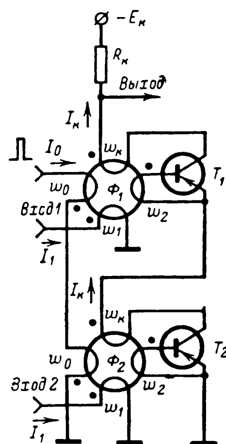


Рис. 11-143. Схема И на феррит-транзисторных ячейках (использовано другое условное изображение обмоток сердечников).

жения 1 в положение 0 и на выходной обмотке w_2 сердечника $Ф_3$ импульс не возникает.

Аналогично на выходе схемы сигнал будет равен 0, если импульс воздействует только на один вход *2*. Это объясняется тем, что сигнал обмотки w_3 сердечника $Ф_2$ не сможет перемагнитить сердечник в положение 1, так как направление намотки w_3 противоположно направлению намотки w_1.

При одновременном воздействии сигналов как по входу *1*, так и по входу *2* сердечник $Ф_1$ перемагничивается в положение 1, а сердечник $Ф_2$ остается в положении 0. С приходом импульса считывания сердечник $Ф_1$ переводится в положение 0, при этом в обмотке w_2 только сердечника $Ф_1$ возникает сигнал, который устанавливает сердечник $Ф_3$ в положение 1. С приходом следующего импульса считывания сердечник $Ф_3$ возвращается в положение 0, а на выходе возникает единичный сигнал. Таким образом, в такой системе передача информации происходит за два такта импульсов считывания.

На рис. 11-143 показана одна из схем И на двух феррит-транзисторных ячейках с двумя входами. При увеличении числа входов соответственно возрастает число феррит-транзисторных ячеек.

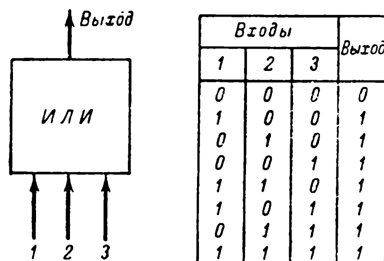
При подаче сигнала только на вход 1 сердечник $Ф_1$ установится в положение 1. С приходом тактового импульса I_0 сердечник переводится в положение 0. В это время в базовой обмотке w_2 возникает э. д. с., приложенная отрицательным полюсом к базе транзистора. Однако при этом сигнал на выходе не возникает, так как транзистор T_2 закрыт. Аналогично при подаче сигнала только на вход *2* транзистор T_1 будет закрыт и сигнал на выходе также не возникает. Импульс на выходе появляется только при одновременном поступлении сигналов как на вход *1*, так и на вход *2*.

В феррит-транзисторные ячейки вводится дополнительная обмотка $w_к$ положительной обратной связи, создающая добавочное магнитное поле, ускоряющее процесс перемагничивания сердечника.

Возможен вариант построения схемы И с тремя феррит-транзисторными ячейками с запрещающими обмотками на двух сердечниках. Принцип построения такой схемы аналогичен принципу построения схемы И с применением феррит-диодных ячеек.

Логическая схема ИЛИ

Схема ИЛИ реализует логическую операцию дизъюнкции двух или нескольких высказываний (операцию логического сложения). При этом имеется два или больше входных сигнала и один выходной, который равен 1, когда хотя бы один из входных сигналов имеет значение 1. Условная схема ИЛИ и таблица возможных вариантов сигналов на входах и выходе приведены на рис. 11-144. Схема с электронными лампами



Входы			Выход
1	2	3	
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Рис. 11-144. Схема ИЛИ.

а — условное обозначение; *б* — таблица возможных вариантов сигналов.

для нескольких положительных сигналов представляет собой соединение нескольких (по числу входов) ламп с общим резистором в катоде. Схема сравнительно сложна и применяется довольно редко в ответственных случаях, где необходимо особенно тщательно разделить входные цепи ламп.

Широкое распространение получили диодно-резисторные и диодно-трансформаторные схемы.

Диодно-резисторная схема. Схема ИЛИ на *n* входов положительной полярности (рис. 11-145) по внешнему начертанию

сходна с диодно-резисторной схемой И (см. рис. 11-95) для положительных сигналов, за исключением того, что диоды включены в обратном направлении, а резистор R подключен к источнику отрицательного напряжения $-E$.

Схема И и ИЛИ характеризуется следующим инверсным свойством: если для по-

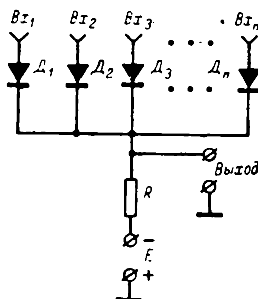


Рис. 11-145. Диодно-резисторная схема ИЛИ на n входов.

ложительных сигналов схема работает как ИЛИ, то для отрицательных входных сигналов она же реализует логическую операцию И.

При построении диодно-резисторных схем необходимо обращать внимание на правильный выбор сопротивления R и дио-

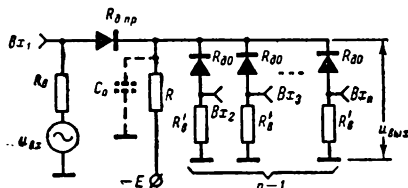


Рис. 11-146. Эквивалентная схема ИЛИ при действии сигнала только по одному входу.

дов, с тем чтобы выходной сигнал превышал определенное значение, необходимое для надежной работы последующих устройств. Эти условия наиболее трудно выполнить при действии только одного входного сигнала, когда отпирается только один диод. Эквивалентная схема для этого случая приведена на рис. 11-146.

Величина выходного сигнала на сопротивлении R (с учетом входного сопротивления нагрузки) будет тем больше, чем сильнее неравенство

$$\frac{RR_э}{R+R_э} > R_{д.пр} + R_в,$$

где $R_э = \dfrac{R_{до} + R'_в}{n-1}$ — сопротивление всех входных цепей, диоды которых остались запертыми;

$R_{д.пр}$ — сопротивление открытого диода;
$R_{до}$ — сопротивление запертого диода;
$R_в$ — внутреннее сопротивление источника сигнала при $u_{вх} \neq 0$;
$R'_в$ — внутреннее сопротивление источника сигнала при $u_{вх} = 0$.

Обычно выполняется условие: $R_{до} \gg R'_в$. Поэтому последнее неравенство можно переписать в виде

$$\frac{R_{до}}{n-1+\dfrac{R_{до}}{R}} > R_{д.пр} + R_в.$$

Выходной сигнал будет тем больше, чем больше отношение $R_{до}/R_{д.пр}$, чем меньше количество входов n и чем больше сопротивление R.

При выбранных параметрах диодов и при данном числе входов наибольшее значение сигнал имеет при $R = \infty$. Однако

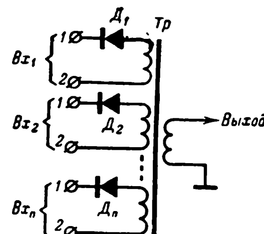


Рис. 11-147. Трансформаторная схема ИЛИ с диодно-трансформаторными вентилями.

с увеличением R падает быстродействие схемы, что объясняется влиянием паразитной емкости $C_п$ (рис. 11-146). Заряд этой емкости (что определяет длительность фронта, выходного импульса) происходит через достаточно малое сопротивление отпертого диода. Разряд же, определяющий длительность среза, происходит через сопротивление R и параллельно включенные сопротивления всех n запертых диодов. Поэтому длительность среза t_c выходного импульса обычно больше длительности фронта и равна

$$t_c \approx 3C_п \frac{RR_{до}}{nR + R_{до}}.$$

Отсюда при заданном значении t_c можно определить верхнюю границу сопротивления R:

$$R \leqslant \frac{\dfrac{R_{до}}{n}}{\dfrac{3C_п R_{до}}{nt_c} - 1}.$$

Если при заданном t_c и при определенных величинах $R_{до}$ и n правая часть нера-

венства есть число отрицательное, то заданное значение t_c достигается при любом сколько угодно большом значении R.

Трансформаторная схема. В схеме ИЛИ (рис. 11-147) имеется n первичных и одна вторичная (выходная) обмотка. Каждая входная цепь представляет собой диодно-трансформаторный вентиль.

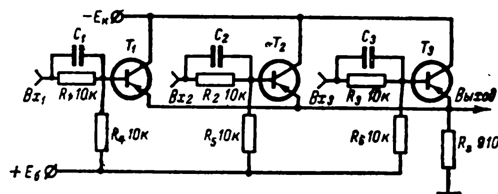


Рис. 11-148. Схема ИЛИ с эмиттерными повторителями.

На шину *2* каждого входа подается сигнал управления, а на шину *1* — отрицательный импульс. Такая схема является примером сочетания схемы типа ИЛИ с другими логическими схемами (в данном случае со схемами типа И).

Если шины *2* всех входов объединить, то схема будет выполнять только операцию ИЛИ для n входов для отрицательных сигналов.

Схемы с транзисторами. Схема ИЛИ, основанная, как и схема И, на применении эмиттерных повторителей, приведена на рис. 11-148. При отсутствии сигналов на входах транзисторы заперты по базе источником напряжения смещения $+E_б$. При подаче хотя бы на один из входов схемы отрицательного импульса транзистор отпирается и на выходе возникает импульс отрицательной полярности.

Схемы на магнитных сердечниках. Как и схемы И, схемы ИЛИ могут быть выполнены на магнитных сердечниках.

Выходные обмотки сердечников $Ф_1$ и $Ф_2$

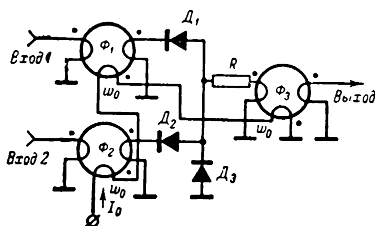


Рис. 11-149. Схема ИЛИ на феррит-диодных ячейках.

схемы ИЛИ на два входа (рис. 11-149) подключены к входной обмотке сердечника $Ф_3$ через разделительные диоды $Д_1$ и $Д_2$. Перед приходом сигналов сердечники $Ф_1$ и $Ф_2$ находятся в нулевом состоянии. Импульс тока, проходящий по одному из входов (или по двум входам одновременно) переводит сердечник в магнитное состояние, соответствующее 1 (см. стр. 624). Следующий за этим тактовый импульс считывания I_0 восстанавливает намагниченность сердечника, соответствующую состоянию 0. Сигнал с одного (или с обоих) сердечников передается на сердечник $Ф_3$. Сигнал с сердечника $Ф_3$ считывается после действия второго импульса считывания. Таким образом, выходная информация задерживается по отношению к входной на два такта считывания.

Выполнить схему ИЛИ можно и с применением одного сердечника, где имеются две раздельные обмотки для каждого входа. Такое объединение, однако, конструктивно неудобно. На рис. 11-50 приведен пример схемы с несколькими обмотками на одном сердечнике феррит-транзисторной ячейки. При подаче входного сигнала хотя бы в одну обмотку сердечник устанавливается в положение 1, а затем импульсом тока считывания сердечник возвращается в исходное состояние. При этом в коллекторной цепи транзистора появится сигнал, соответствующий коду 1.

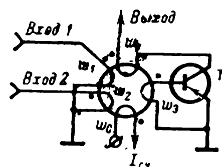


Рис. 11-150. Феррит транзисторная ячейка ИЛИ.

Логическая схема НЕ

Схема НЕ реализует операцию логического отрицания и имеет один вход и один выход (иногда эту схему называют схемой инвертора). Выходной двоичный сигнал при

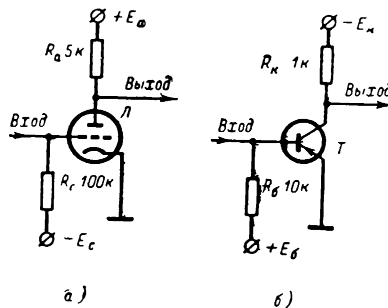


Рис. 11-151. Схемы инверторов.

инвертировании всегда противоположен по значению входному; выход равен 1 только тогда, когда вход равен 0, или выход равен 0, когда вход равен 1.

Схема инвертора может быть выполнена с применением электронных ламп или транзисторов (рис. 11-151). В том и другом случае схема представляет собой резисторный (или трансформаторный) усилитель, работающий в ключевом режиме (см. стр. 555).

Лампа или транзистор в исходном состоянии (сигнал 0) заперты соответствующими напряжениями $-E_с$ или $+E_б$ и открываются при поступлении входного импульса соответствующей полярности (сигнал 1). Выходной сигнал 1 соответствует высокому потенциалу $E_а$ в ламповой схеме и низкому потенциалу $-E_к$ в транзисторной схеме.

Схемы на магнитных сердечниках. На рис. 11-152 представлена схема НЕ в феррит-диодном исполнении (тактовые обмотки в схеме не показаны).

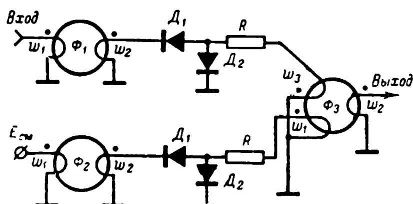


Рис. 11-152. Схема инвертора с феррит-диодными ячейками.

Схема дополняется специальной ячейкой генератором единиц (на сердечнике $Ф_2$). В генераторе единиц на обмотку w_1 подается постоянное смещение $E_{см}$, создающее исходное магнитное поле в сердечнике, соответствующее состоянию 1. Каждый приходящий тактовый импульс перемагничивает сердечник, в результате чего на выходной обмотке возникает сигнал 1.

Генератор единиц выдает выходной сигнал 1 с частотой тактовых импульсов. Выходная обмотка генератора связана с ячейкой $Ф_3$. При отсутствии сигнала на входе ячейки $Ф_1$ с выхода ячейки $Ф_3$ снимается сигнал, соответствующий 1, так как такой сигнал поступает с ячейки генератора единиц. При наличии сигнала 1 на входе ячейки $Ф_1$ ее сердечник устанавливается в состояние 1. Приходящий тактовый импульс устанавливает сердечники $Ф_1$ и $Ф_2$ в состояние 0, при этом на обмотки w_1 и w_3 сердечника $Ф_3$ одновременно поступают два импульса. Так как эти обмотки намотаны в противоположных направлениях, магнитный поток сердечника $Ф_3$ не меняется и сигнал на выходе не возникает.

Инвертор на феррит-транзисторных ячейках построен аналогично схеме инвертора на феррит-диодных ячейках. В эту схему также включается генератор единиц.

Комбинированные логические элементы

С помощью схем И, ИЛИ, НЕ можно построить некоторые более сложные логические элементы, которые достаточно часто применяют в цифровых устройствах. К этим элементам относятся схема несовпадения, двойной вентиль, схема неравнозначности, дешифратор и т. д.

Схемы несовпадения. Иногда такую схему называют также схемой запрета или схемой НЕТ. Вход *1* (рис. 11-153) является управляемым, а вход *2* — управляющим или запрещающим. Сигнал, поданный на управляемый вход, пройдет на выход, если не подан сигнал на запрещающий вход. При подаче сигнала на вход *2* запрещается прохождения сигнала с входа *1* на выход. Такую логическую операцию можно осуществить при помощи схем НЕ и И (рис. 11-153, *б*). Работа при соединении этих двух схем происходит следующим образом. Пусть сигнал, соответствующий 1, представляется потенциалом с высоким уровнем, а 0 — с низким. Если на вход *2* будет подан потенциал высокого уровня, то на выходе схемы НЕ образуется низкий уровень, который подается на один из входов схемы И. Поэтому в данном случае при подаче на вход *1* высокого уровня 1 на на выходе схемы И будет низкий уровень 0.

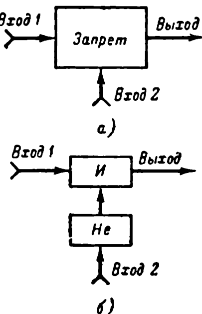


Рис. 11-153. Схема несовпадения (запрета). *а* — условное обозначение; *б* — структурная схема.

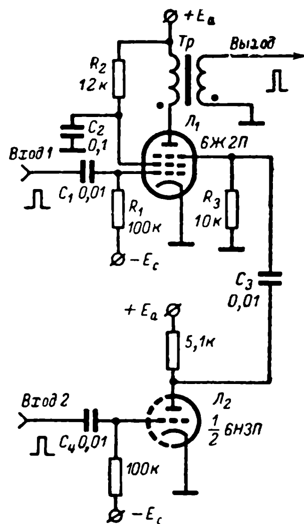


Рис. 11-154. Схема запрета с применением электронных ламп.

Высокий уровень на выходе *1* образуется только в том случае, когда на оба входа схемы И подан высокий уровень, а это означает, что на вход *2* нужно подать низкий уровень 0.

Одна из возможных схем несовпадения приведена на рис. 11-154. На лампе $Л_1$ выполнена схема И, а на лампе $Л_2$ — схема

НЕ. Выходной импульс возникает только в том случае, когда на управляющую сетку лампы $Л_1$ (вход *1*) действует положительный импульс, а на входе *2* (сетке лампы $Л_2$) импульс отсутствует. При подаче импульса на вход *2* лампа $Л_1$ запирается отрицательным импульсом, поступающим

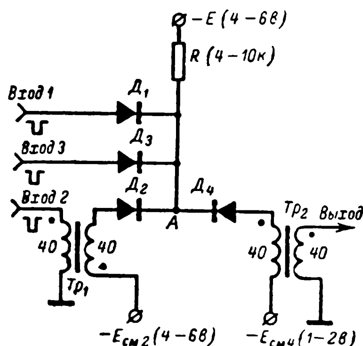


Рис. 11-155. Диодно-трансформаторная схема несовпадения.

с анода лампы $Л_2$ на защитную сетку $Л_1$, и выходной импульс не возникает, даже если при этом подан импульс на вход *1*.

На рис. 11-155 приведена распространенная схема запрета на диодно-трансформаторных элементах. Для простоты рассматриваются два управляемых входа (вход *1* и вход *3*) и один управляющий — запрещающий (вход *2*).

При отсутствии запрещающего сигнала на входе *2* схема работает, как схема совпадений по двум входам (*1* и *3*).

Диод $Д_2$ в цепи входа запрещения нормально заперт источником смещения — $E_{см2}$. При подаче запрещающего сигнала во вторичной обмотке трансформатора $Тр_1$ возникает положительный импульс, компенсирующий действие источника смещения — $E_{см2}$, благодаря этому потенциал точки *A* при совпадении сигналов по входам *1* и *2* не снижается и выходной импульс не возникает.

Диод $Д_4$ вместе с запирающим его источником смещения —$E_{см4}$ служит для устранения паразитных остаточных импульсов.

Двойной вентиль. Двойной вентиль имеет четыре входа и один выход и состоит из двух схем И и одной ИЛИ (рис. 11-156). Задача двойного вентиля состоит в том, чтобы пропустить сигнал на выход или со входа *1*, или со входа *3*. Разрешение на прохождение сигнала с того или иного входа подается по управляющим входам *2* и *4*.

Вариант схемы двойного вентиля приведен на рис. 11-157. Цепочка $R_1Д_1$ и $R_2Д_2$ — обычные диодно-резисторные схемы И, а диоды $Д_3$ и $Д_4$ составляют схему ИЛИ. Пусть на входы *1* и *3* подаются сигналы в виде уровней потенциала (высокий 1, низкий 0). В зависимости от того, на какой из управляющих входов (*2* или *4*) подан высокий уровень, сигнал на выход (в виде высокого уровня) будет пропущен или со входа *1*, или со входа *3*.

Схема неравнозначности. Эта схема (рис. 11-158) выдает сигнал 1 только тогда, когда сигналы на входах будут разными, т. е. на одном входе сигнал имеется (1), а на другом отсутствует (0).

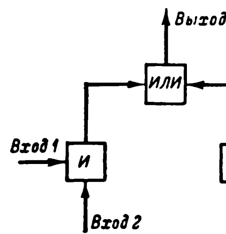


Рис. 11-156. Структурная схема двойного вентиля.

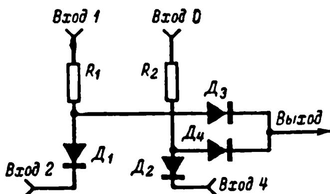
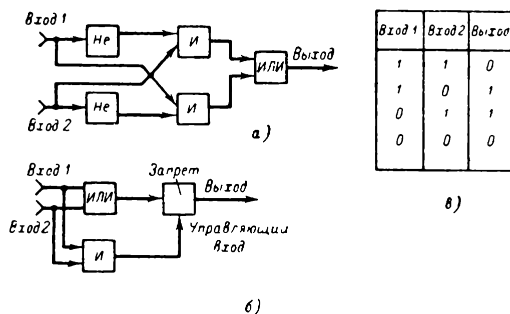


Рис. 11-157. Вариант принципиальной схемы двойного вентиля.



Вход 1	Вход 2	Выход
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Рис. 11-158. Схема неравнозначности.

а, *б* — варианты функциональных схем; *в* — таблица входных и выходных сигналов.

На рис. 11-159 приведен пример реализации функциональной схемы рис. 11-158, *б* на феррит-транзисторных ячейках с использованием трех сердечников.

На сердечнике $Ф_1$ реализована схема ИЛИ, на двух сердечниках $Ф_2$ и $Ф_3$ — схема И. При поступлении импульсов одновременно на входы *1* и *2* все элементы устанавливаются в положение 1. После этого начинается считывание, в результате которого элементы переходят в нулевое состояние. При этом отпираются транзисторы T_2 и T_3, но транзистор T_1 остается запертым,

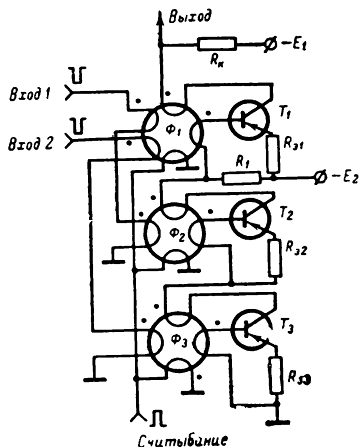


Рис. 11-159. Схема неравнозначности на феррит-транзисторных ячейках.

так как коллекторный ток транзисторов T_2 и T_3, проходя через резистор R_1, создает напряжение, противоположное по своему действию э. д. с. выходной обмотки сердечника $Ф_1$.

Таким образом, выходной сигнал остается равным 0.

Выходной сигнал появится при условии, что один из транзисторов (T_2 или T_3) будет заперт, что даст возможность отпереться транзистору T_1. Это произойдет, когда на схему будет подан только один сигнал на любой из входов.

Дешифраторы. Эти схемы предназначены для преобразования кодированных сигналов. Каждый дешифратор имеет n входов и k выходов. При подаче на его входы импульсных сигналов в виде двоичного кода выходной сигнал появляется на том из k выходов, который соответствует заданной комбинации входных сигналов. Например, при подаче импульсов на входы *4*, *3* и *1*

Рис. 11-160. Функциональная схема пирамидального дешифратора на четыре входа.

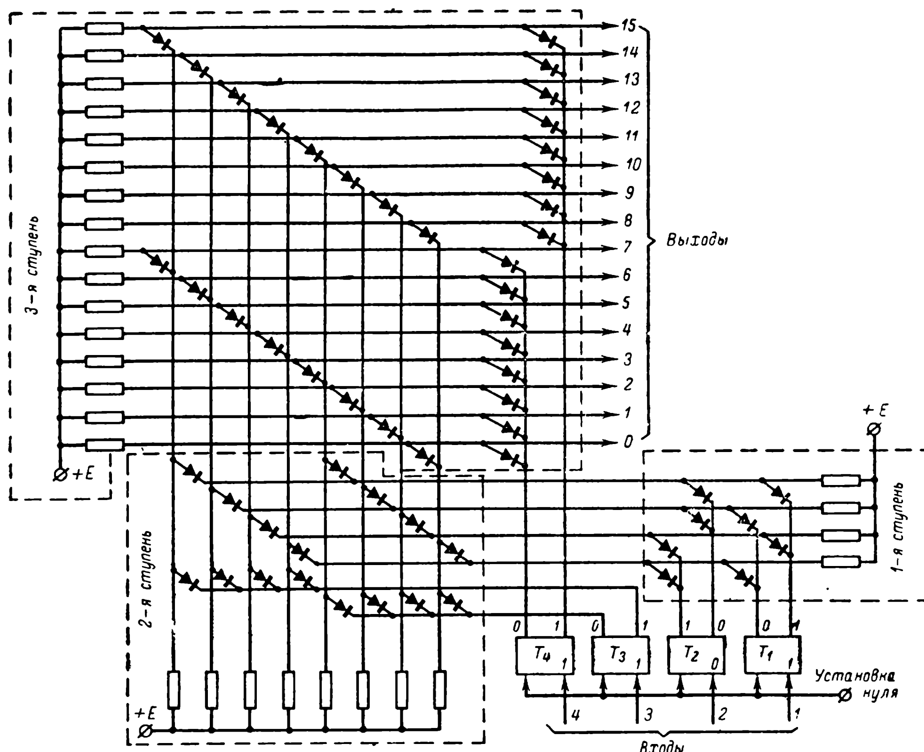


Рис. 11-161. Пирамидальный дешифратор на четыре входа.

(т. е. числа 1101, соответствующего в двоичной системе числу 13) импульсы появляются только на 13-м выходе.

Одноступенчатый дешифратор (наиболее простой из всех) уже рассматривался (стр. 613). Он, по сути дела, представляет собой комбинации многовходных схем совпадений с элементами инвертирования входных сигналов. Число независимых схем совпадений здесь равно числу выходов k, а число входов каждой такой схемы совпадений равно числу входных сигналов n. Следовательно, для построения такого одноступенчатого дешифратора необходимо иметь $N=nk$ диодов. Если в дешифраторе, реализующем все комбинации входных сигналов (он называется полным), имеется $k=2^n$ выходов, то для его построения необходимо $N=n2^n$ диодов. Таким образом, с увеличением количества входов n резко возрастает общее число требуемых диодов, поэтому прямоугольные дешифраторы строятся с числом входов, не превышающим трех-четырех.

Для сокращения числа диодов при большом числе входов применяются пирамидальные и многоступенчатые дешифраторы.

Пирамидальный дешифратор. Каждая элементарная схема И не является независимой: выход одной схемы И используется как вход другой. Образуется несколько ступеней элементарных схем И, соединенных в определенной последовательности. Конфигурация элементарных схем И в каждой ступени подобна пирамиде.

Функциональная схема пирамидального дешифратора на $n=4$ входа представлена на рис. 11-160, а принципиальная схема — на рис. 11-161. На входы такой схемы подается определенная комбинация нулей и единиц (двоичное число). Разряды двоичного числа убывают от входа *4* (старший разряд) к входу *1* (младший разряд). С приходом единицы на соответствующий вход триггер опрокидывается так, что на правом плече создается состояние 1, на левом 0 (для этой схемы принято, что единице соответствует высокий потенциал). Если на вход сигнал не подан (0), то соответствующий триггер остается в нулевом положении (на правом плече 0, на левом 1). Действие схемы рассмотрим на примере, когда на вход подано число 1101 (13 в двоичной системе). Триггеры T_4, T_3, T_1 при этом опрокидываются (правые плечи 1, левые 0); триггер T_2 будет в исходном состоянии (правое плечо 0, левое 1). В первой ступени дешифратора будет отперта только одна схема И (*2'*), так как только на ее обоих входах в первой ступени имеются единицы.

Так как триггер T_3 на правом плече имеет 1, во второй ступени могут быть отперты схемы *5''*, *6''*, *7''*, *8''*. Однако только для

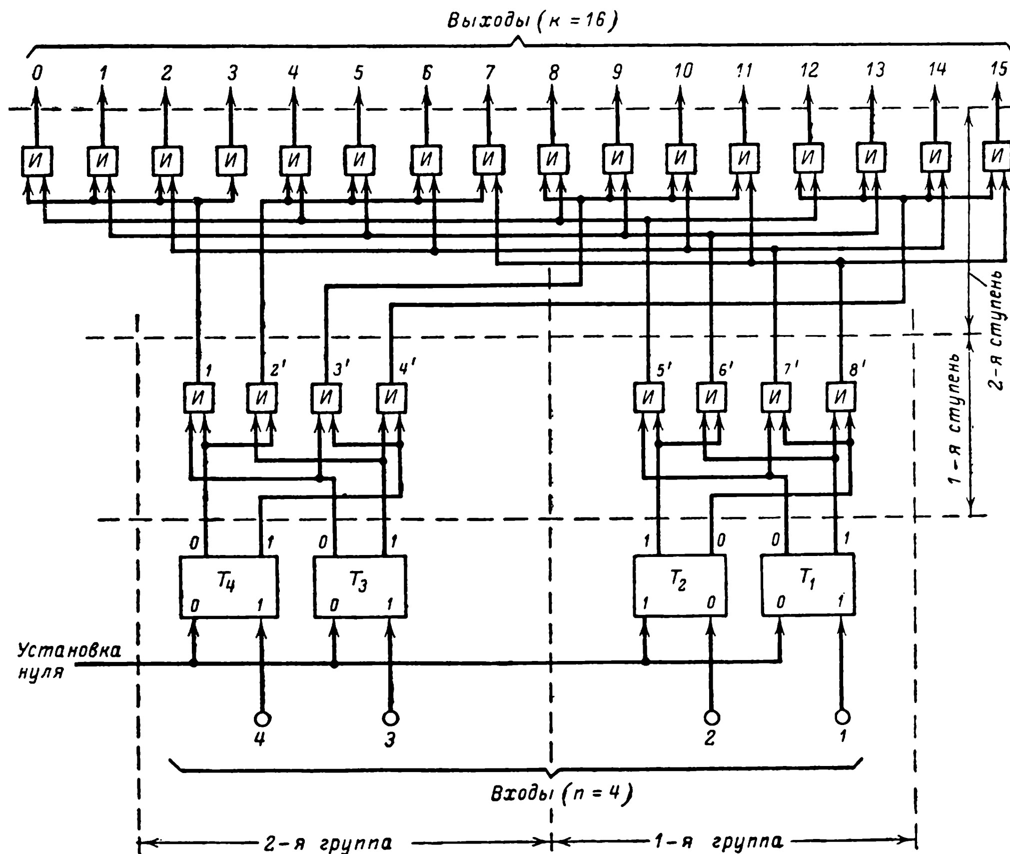


Рис. 11-162. Функциональная схема двухступенчатого дешифратора на четыре входа.

одной из них (*6''*) на оба входа поданы 1 [на другой вход этой схемы единица подается с ячейки И (*2'*) первой ступени].

Триггер T_4 позволяет отпереть схемы И (*9'''—16'''*) третьей ступени. Но единицы поданы на оба входа только одной схемы И (*14'''*). Поэтому единица возникает только на одном, 13-м выходе дешифратора.

Аналогично при подаче на вход дешифратора любого другого числа в двоичной системе сигнал возникает на том его выходе, который соответствует данному числу.

Число ступеней пирамидального дешифратора равно $n—1$.

Первая ступень всегда имеет четыре двухвходовые схемы И и обслуживает два входа. Четыре выхода первой ступени подводятся на входы схем И второй ступени. Вторая ступень имеет всегда восемь двухвходовых схем И, они объединяют четыре выхода первой ступени с прямым и инвертированным третьим входом дешифратора (триггер T_3). Третья ступень имеет шестнадцать схем И, объединяющих восемь выходов второй ступени с прямым и инвертированным четвертым входом дешифратора, и т. д. С ростом пирамиды дешифратора количество схем в каждой новой ступени увеличивается в 2 раза по сравнению с количеством схем в предыдущей ступени.

Количество диодов, требуемое для построения пирамидального дешифратора,

$$N = 8\left(2^{n-1} - 1\right).$$

По сравнению с прямоугольным такой дешифратор имеет меньшее число диодов. Экономия особенно сильно проявляется при достаточно большом ($n>4$) числе входов.

Многоступенчатые дешифраторы требуют еще меньшего количества диодов. Так, например, двухступенчатый дешифратор при большом числе входов по числу диодов почти в 2 раза экономичнее пирамидального. При построении двухступенчатого дешифратора общее число входов разбивается на две одинаковые группы. (Если n нечетно, число входов одной из групп на единицу больше). Для каждой группы составляется одноступенчатый дешифратор. Все выходы одноступенчатого дешифратора одной группы объединяются в неповторяющихся комбинациях со всеми выходами другой группы через двухвходовые схемы И. Общее количество схем совпадений второй группы равно 2^n.

Общее количество диодов N для построения двухступенчатого дешифратора:
когда n четно,

$$N = n2^{\frac{n}{2}} + 2 \cdot 2^n;$$

когда n нечетно,

$$N = \frac{n+1}{2} \cdot 2^{\frac{n+1}{2}} + \frac{n-1}{2} \cdot 2^{\frac{n-1}{2}} + 2 \cdot 2^n.$$

На рис. 11-162 приведена функциональная схема на четыре входа.

При подаче на вход числа 1101 (13 в двоичной системе) высокие потенциалы (единицы) образуются на правых выходах триггеров T_1, T_3, T_4, в результате чего срабатывают схемы *4'* и *6'*. Схема *4'* подготавливает срабатывание схем с выходами *12—15* (вторая ступень), а схема *6'* — схем с выходами *1, 5, 9, 13*. В результате выходной сигнал появится только на одном выходе *13*, что соответствует числу 13, поданному на вход дешифратора.

Наименьшее число диодов можно получить в схеме многоступенчатого дешифратора, построенного по определенному правилу. Число входов сначала разбивается на две группы, как в двухступенчатом дешифраторе. Каждая из полученных групп таким же образом разбивается на две подгруппы и т. д. Разбивку продолжают до тех пор, пока в каждой подгруппе не останется два или три входа. Образовавшиеся группы соединяют рядом двухступенчатых дешифраторов. Пример функциональной схемы многоступенчатого дешифратора на девять входов приведен на рис. 11-163.

Входы подгрупп *I—IV* соединяются с дешифраторами первой ступени, имеющими 4 или 8 выходов в соответствии с числом входов в подгруппе. Число выходов каждого из дешифраторов первой ступени определяется как 2^m, где m — число входов в подгруппе.

Выходы дешифратора первой ступени объединяются схемами И в полные группы неповторяющихся комбинаций (дешифратор I_2).

Так, дешифраторы I_1 и II_1 дают $4 \cdot 8 = 32$ комбинации, так что дешифратор I_2 имеет 32 выхода. Соответственно дешифраторы III_1 и IV_1 дают $4 \cdot 4 = 16$ комбинаций, такое же количество выходов имеет дешифратор II_2. Наконец, дешифратор I_3 имеет $32 \cdot 16 = 512$ выходов.

Для дешифратора, построенного по схеме на рис. 11-163, требуется $N = (8+24+8+8) + (32 \cdot 2 + 16 \cdot 2) + 512 \cdot 2 = 1\,168$ диодов, тогда как при построении двухступенчатого дешифратора на девять входов потребовалось бы 1 248 диодов, пирамидального — 2 040, а прямоугольного (одноступенчатого) — 4 608 диодов.

Динамические триггеры

Логические элементы с запоминанием могут быть как статическими, так и динамическими. В статических элементах запоминание осуществляется на длительное время, пока на вход не поступит новый сиг-

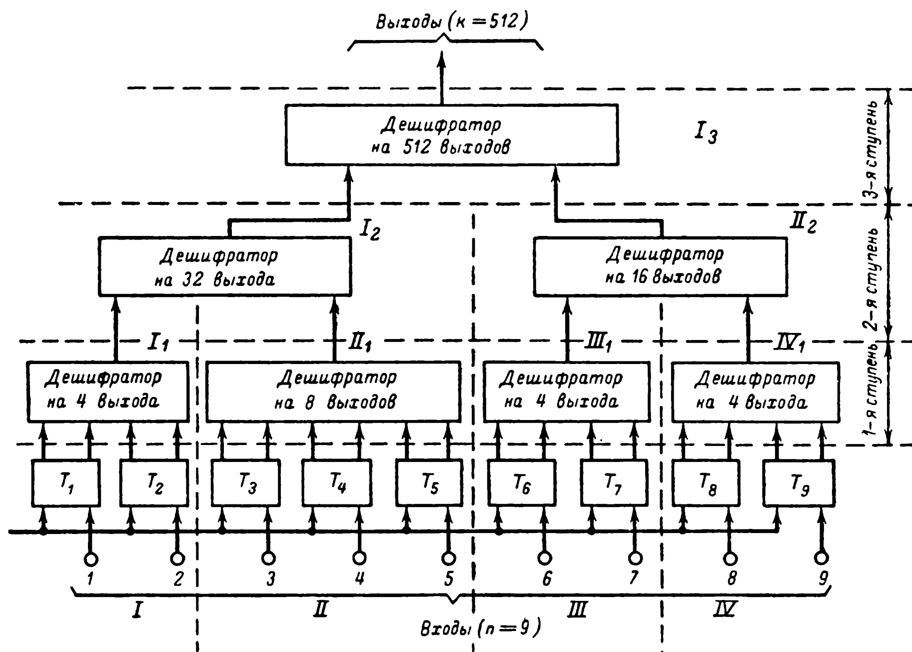


Рис. 11-163. Функциональная схема многоступенчатого дешифратора на девять входов.

нал, изменяющий это состояние (например, триггер, феррит-транзисторные ячейки и т. д.).

Динамические элементы «запоминают» соответствующее состояние путем движения сигнала в схеме. Одним из необходимых условий работы динамических элементов является периодическая подача на вход специальных периодических тактовых импульсов.

Рис. 11-164. Функциональная схема динамического триггера.

Рис. 11-165. Схема лампового динамического триггера.

Основным динамическим элементом, который часто используется в современных цифровых машинах, является динамический триггер. Он имеет два состояния 1 и 0. В отличие от статического триггера, где эти состояния различаются уровнем выходного напряжения, в динамическом триггере в состоянии 1 на выходе возникает периодическая последовательность импульсов, а в состоянии 0 — выходной сигнал отсутствует.

На динамический триггер (рис. 11-164) поступает последовательность тактовых импульсов (от генератора импульсов *ГИ*) и управляющие сигналы 1 (вход *1*) или 0 (вход *0*). При подаче на вход *1* импульса, совпадающего по времени с одним из тактовых импульсов, на выходе схемы И возникает импульс, который по цепи обратной связи, состоящей из устройства запоминания или задержки (например, линии *ЛЗ*) подается на вход схемы ИЛИ. Время задержки выбирается равным периоду следования тактовых импульсов. Поэтому импульс с выхода линии задержки, пройдя через схему ИЛИ, вновь поступает на схему И и совпадает со следующим тактовым импульсом.

Следовательно, после перевода схемы в состояние 1 на выходе триггера возникает периодическая последовательность импульсов. При подаче импульса на вход *0* схема запирается, цепь обратной связи разрывается и выдача импульсов на выходе прекращается: триггер устанавливается в состояние 0.

В качестве задерживающего или запоминающего элемента может использоваться не только линия задержки, но и конденсатор, колебательный контур или транзистор, в которых благодаря инерционным свойствам происходит как бы запоминание входного импульса.

На рис. 11-165 приведен пример динамического триггера с одной лампой и диодными схемами И и ЗАПРЕТ. Запоминающим элементом является конденсатор *С*. В схеме выбрано

$$R_1,\ R_2 \gg R_{д.пр},$$

здесь $R_{д.пр}$ — сопротивление диода в прямом направлении.

В исходном состоянии напряжение на конденсаторе близко к нулю, диоды $Д_3$ и $Д_5$, а также диод $Д_1$ отперты.

Потенциалы точек *А* и *В* близки к нулю, лампа заперта (потенциал ее катода +15 *в*) и тактовые импульсы не проходят на выход триггера. В результате подачи запускающего импульса на вход *1* конденсатор *С* быстро заряжается через диод $Д_3$ до напряже-

Рис. 11-166. Схема транзисторного динамического триггера.

ния, близкого к амплитуде импульса. С прекращением импульса запуска начинается медленный процесс разряда конденсатора *С* через резистор R_2, так что к моменту прихода очередного тактового импульса потенциал точки *А* сохраняется достаточно высоким, что позволяет этому импульсу пройти через схему совпадения $Д_1$, $Д_2$, R_1 на сетку лампы *Л*. В результате этого возникает импульс на выходе и по цепи обратной связи (обмотка *III* и диод $Д_5$) произойдет «подразряд» конденсатора *С*, так

что схема совпадений останется отпертой и пропустит следующий импульс, и т. д.

Таким образом, после подачи импульса на вход *1* на выходе образуется последовательность импульсов. При подаче на вход *0* отрицательного импульса конденсатор *C* быстро разряжается и поступление импульсов на выходе прекращается.

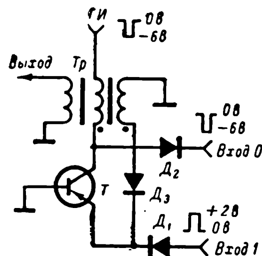


Рис. 11-167. Схема динамического триггера с транзисторным запоминающим элементом.

На рис. 11-166 приведена схема транзисторного динамического триггера. Запоминающий конденсатор *C* включен в базовую цепь транзистора. В качестве схемы типа И применен диодно-трансформаторный вентиль (диод $Д_4$). В схеме предусмотрен также потенциальный выход. В исходном состоянии (до подачи сигнала на вход *1*) конденсатор *C* разряжен, точка *A* (выход эмиттерного повторителя) имеет потенциал, близкий к нулю, схема вентиля для тактовых импульсов заперта. С приходом на вход *1* отрицательного импульса конденсатор *C* заряжается через диод $Д_2$ до амплитуды входного импульса, потенциал базы уменьшается, что вызывает снижение потенциала и точки *A*. При поступлении очередного тактового импульса диод $Д_4$ отпирается, на выходных обмотках трансформатора возникает импульс. Через диод $Д_3$ цепи обратной связи происходит подзарядка конденсатора *C*.

При заряженном конденсаторе *C* с приходом каждого тактового импульса на выходе *2* образуется импульс, а на выходе *1* поддерживается низкий потенциал. С подачей положительного импульса на вход *0* конденсатор *C* разряжается, потенциал базы снижается до нуля, запирается диодно-трансформаторный вентиль и выдача импульсов на вход *2* прекращается. Потенциал выхода *1* поднимается.

На рис. 11-167 приведен пример схемы с транзисторным запоминающим элементом. При поступлении положительного импульса на вход *1* в базе транзистора накапливаются неосновные носители. Для их рекомбинации требуется определенное время. Поэтому с приходом отрицательного тактового импульса с *ГИ* триод открывается и образуется импульс тока, проходящий через обмотки трансформатора. Диод $Д_3$ включен в цепь обратной связи и поддерживает накопление неосновных носителей в базе триода. Неосновные носители в базе триода быстро рассасываются, если к входу *0* подать отрицательный импульс. После этого поступление импульсов на выход прекращается.

Схема проста и надежно работает (например, с транзисторами П16) до 2—3 *Мгц*. Недостатком схемы является необходимость иметь сравнительно мощные импульсы от *ГИ* для коллекторного питания транзисторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ицхоки Я. С., Импульсные устройства, изд-во «Советское радио», 1959.
2. Меерович Л. А., Зеличенко Л. Г., Импульсная техника, изд-во «Советское радио», 1953.
3. Тауб Г., Миллман Я., Импульсные и цифровые устройства, Госэнергоиздат, 1960.
4. Моругин Л. А., Глебович Г. В., Наносекундная импульсная техника, изд-во «Советское радио», 1964.
5. Кривицкий Б. Х., Элементы и устройства импульсной техники, изд-во «Советское радио», 1961.
6. Расчет элементов импульсных радиотехнических устройств, под ред. Казаринова, Госэнергоиздат, 1963.
7. Шац С. Я., Транзисторы в импульсной технике, Судпромгиз, 1963.
8. Кононов Б. Н., Симметричные триггеры на плоскостных полупроводниковых триодах, Госэнергоиздат, 1960.
9. Горюнов Н. Н., Кузнецов А. Ф., Экслер А. А., Схемы на туннельных диодах, изд-во «Энергия», 1965.
10. Гострем Р. В., Зиновьев Г. С., Туннельные диоды и их применение, Новосибирск, 1964.
11. Шляпоберский В. И., Элементы дискретных систем связи, Воениздат, 1962.
12. Литвиненко О. Н., Сошников В. И., Расчет формирующих линий, Киев, Гостехиздат, 1962.
13. Самойлов В. Ф., Маковеев В. Г., Импульсная техника, изд-во «Связь», 1965.
14. Миленин В. Г., Базь Г. А. и др., Основы импульсной техники, Воениздат, 1966.
15. Баум А. К., Билинский И. Я., Трейск П. П., Туннельные диоды в схемах промышленной электроники, изд-во «Энергия», 1965.
16. Дроздов Е. А., Пятибратов А. П., Автоматическое преобразование и кодирование информации, изд-во «Советкое радио», 1964.
17. Туннельные диоды,. Сборник переводов под ред. В. И. Фистуля, ИЛ, 1961.
18. Кононов Б. Н., Сидоров А. С., Туннельные диоды и их применение в триггерах, сб. «Полупроводниковые приборы и их применение», под ред. А. Я. Федотова, изд-во «Советское радио», вып. 7, 1961.
19. Карамов З. С., Фомин А. Ф., Элементы аналоговых радиотелеметрических систем, изд-во «Энергия», 1966.
20. Марков В. В., Многоканальные радиорелейные линии связи, изд-во «Советское радио», 1963.
21. Тепляков И. М., Радиотелеметрия, изд-во «Советское радио», 1966.
22. Тимахов О. Н., Любченко В. К., Селекторы импульсов, изд-во «Советское радио», 1966.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Н

О

П

Р

Справочник по радиоэлектронике,

под общей редакцией проф., докт. техн. наук А. А. Куликовского, том 1, М., изд-во «Энергия», 1967, 640 с. с черт.

Редактор *В. В. Енютин* Техн. редактор *Н. В. Сергеев*
Переплет художника *А. М. Кувшинникова* Корректор *И. А. Володяева*

Сдано в набор 5/V 1967 г. Подписано к печати 2/X 1967 г. Т-12525
Формат 70×108$^{1}/_{16}$ Бумага типографская № 2 Усл. печ. л. 56 Уч.-изд. л. 72,71
Тираж 50 000 экз. Цена 3 р. 84 к. Зак. 742
Издательство «Энергия». Москва, Ж-114, Шлюзовая наб., 10.

Владимирская типография Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР. Гор. Владимир. ул. Победы, д. 18-б.